

工學碩士 學位論文

인장계류된 원통형 실린더의  
동적 거동 해석

A Dynamic Analysis of Tension-Legged Circular  
Cylinder in Irregular Waves

指導教授 趙 孝 濟

2002年 2月

韓國海洋大學校 大學院

造船工學科

黃 宰 赫

本 論 文 을 黃宰赫의 工學碩士 學位論文으로 認准함.

主審 工學博士 朴 命 圭 (印)

副審 工學博士 朴 珠 用 (印)

副審 工學博士 趙 孝 濟 (印)

2002年 2月

韓國海洋大學校 大學院

造 船 工 學 科

黃 宰 赫

# A Dynamic Analysis of Tension-legged Cylinder in Irregular Waves

Hwang, Jae-Hyuck

Department of Naval Architecture  
Graduate School, Korea Maritime University

## Abstract

The technology development for ocean resources can be represented by the increase of water depth. TLP, Tension Leg Platform, is one of the most feasible systems for deep sea development. TLPs show a complex dynamic behavior resulting from the dynamic interactions among platform, tether system and riser system due to their hydrodynamic and structural dynamic characteristics in waves. This thesis aims at the theoretical and experimental analysis on motion response of TLP in waves. It is composed of three parts as follows : (1) wave and wave loadings (2) TLP motion (3) TLP tether tension

# Contents

Abstract .....	I
Nomenclatures .....	IV
List of Tables .....	VIII
List of Figures .....	IX
1. 서론 .....	1
1.1 연구의 배경 .....	1
1.2 기존의 연구 .....	3
1.3 연구의 내용 .....	4
2. 이론해석 .....	7
2.1 개요 .....	7
2.2 선형 및 비선형 파강제력의 해석 .....	9
2.2.1 자유표면 경계조건 .....	10
2.2.2 물체표면 경계조건 .....	12
2.2.3 경계치 문제와 유체력 .....	16
2.2.4 파강제력과 전달함수 .....	19
2.2.5 운동방정식 .....	29
2.3 시간영역에서의 응답 해석 .....	31
2.3.1 시간영역에서의 파강제력 .....	31
2.3.2 시간영역 운동방정식 .....	38
2.4 계류력의 해석 .....	40
2.5 이론계산 결과 .....	42
2.5.1 규칙파중의 파강제력 .....	42
2.5.2 각 운동 모드에 대한 임펄스 응답함수 .....	43
2.5.3 불규칙파중의 파강제력 .....	44
2.5.4 과도수파중의 파강제력 .....	46

3. 실험 및 TLC 모델 .....	48
3.1 실험방법 및 조건 .....	48
3.2 TLC 모델 .....	49
3.3 실험장면 .....	51
3.4 실험 데이터의 계측 및 처리 .....	53
4. 실험결과 및 고찰 .....	57
4.1 규칙파중의 응답해석 .....	58
4.2 불규칙파중의 응답해석 .....	64
4.3 과도수파중의 응답해석 .....	68
4.3.1 과도수파의 재현 .....	68
4.3.2 응답해석 .....	68
5. 결론 .....	74
참 고 문 헌 .....	75

## Nomenclature

$A_w$	: 부체의 수선 면적
$C$	: solid angle
$C_{kl}$	: 정수압에 의한 복원력 계수
$C'_{kl}$	: 계류계에 의한 복원력 계수
$EA^j_t$	: 계류부재의 축강성
$\{F\}$	: 파랑중 물체에 작용하는 유체력
$\{F^{(0)}\}$	: 평균 침수표면 $S_m$ 에 작용하는 정수압에 의한 정적부력
$\{F^{(1)}\}$	: 파랑과 같은 주기로 작용하는 1차 유체력
$\{F^{(2)}\}$	: 평균 침수표면 $S_m$ 상에서의 압력과 법선벡터의 곱에 의한 2차 유체력
$\{F^{(1)}_{ex}\}$	: 1차 파강제력
$\{F^{(2)}_{ex}\}$	: 2차 파강제력
$G$	: 그린함수
$H_F$	: 파강제력의 전달함수
$\{H^1_F(\omega)\}$	: 1차 파강제력의 전달함수
$\{H^1_M(\omega)\}$	: 1차 파강제모멘트의 전달함수
$\{H^2_F(\omega_1, \omega_2)\}$	: 2차 파강제력의 전달함수
$\{H^2_M(\omega_1, \omega_2)\}$	: 2차 파강제모멘트의 전달함수
$I$	: 관성모멘트
$K_{kl}(t)$	: 메모리 영향함수
$L^j$	: 계류부재의 초기길이
$\{M\}$	: 파랑중 물체에 작용하는 모멘트
$\{M^{(1)}\}$	: 평균 침수표면 $S_m$ 에 작용하는 정수압에 의한 1차 모멘트
$\{M^{(2)}\}$	: 평균 침수표면 $S_m$ 상에서의 압력과 법선벡터의 곱에 의한 2차 모멘트
$\{M^{(1)}_{ex}\}$	: 1차 파강제모멘트
$\{M^{(2)}_{ex}\}$	: 2차 파강제모멘트
$M_{kl}$	: 부체의 관성력 계수
$O-XYZ$	: 공간 고정 좌표계

$\widehat{O} - \widehat{X}\widehat{Y}\widehat{Z}$	: 물체와 함께 운동하는 물체 고정 좌표계
$O' - X'Y'Z'$	: 공간 고정 좌표계와 평행한 물체 고정 좌표계
$P$	: 순간 침수 표면 $S_H$ 에 대한 압력
$P_m$	: 평균위치에서의 침수표면 $S_m$ 에 대한 압력
$P_0$	: 대기압
$Q_D^{(2)}(X, Y, t)$	: 2차 diffraction 포텐셜을 만족해야 하는 자유표면 경계조건
$Q_I^{(2)}(X, Y, t)$	: 2차 입사파 속도 포텐셜을 만족해야 하는 자유표면 경계조건
$[R]$	: 좌표 변환행렬
$[R]^T$	: $[R]$ 의 전치행렬
$S_H$	: 물체의 순간 침수표면
$S_m$	: 평균위치에서의 침수표면
$S_{kl}$	: 수선면 2차 모멘트
$T_b^j$	: 계류력의 초기장력
$U_l$	: 부체의 각 방향 변위
$V$	: 평균침수체적
$V_n$	: 물체표면에서의 물체의 법선 방향 속도
$\{V\}$	: 물체의 속도벡터
$(X_f, Y_f)$	: 부면심
$(\widehat{X}_f, \widehat{Y}_f)$	: 물체고정 좌표계에 있어서의 평형위치의 부면심
$(X_B, Y_B, Z_B)$	: 부체의 부력중심
$(X_G, Y_G, Z_G)$	: 부체의 무게중심
$Z$	: 자유표면 방정식
$a_k^{(1)}$	: k성분 입사파의 1차 수면변화의 복소진폭
$f_k(t)$	: 파강제력
$\{f_{Fk}^{(1)}\}$	: 파주파수 $\omega_k$ 인 1차 파강제력의 전달함수
$\{f_{Mk}^{(1)}\}$	: 파주파수 $\omega_k$ 인 1차 파강제모멘트의 전달함수
$\{\tilde{f}_T^j\}$	: 계류부재 고정 좌표계에서의 계류력 벡터
$\{f_{Fk}^{(1)}\}$	: 파주파수 $\omega_k$ 인 1차 파강제력의 전달함수
$g$	: 중력가속도
$h_F(\tau)$	: 파강제력의 임펄스 응답함수
$\{h_F^1(\tau)\}$	: 1차 파강제력의 임펄스 응답함수
$\{h_F^2(\tau)\}$	: 2차 파강제력의 임펄스 응답함수

$\{h_M^1(\tau)\}$	: 1차 파강제모멘트의 임펄스 응답함수
$\{h_M^2(\tau)\}$	: 2차 파강제모멘트의 임펄스 응답함수
$k$	: 변수분리계수
$k_k$	: $k$ 성분 입사파의 1차 수면변화의 파수
$m$	: 부체의 질량
$m_{kl}(\infty)$	: 무한 주파수에서의 부가질량
$\{n\}$	: 물체 표면상의 단위 법선 벡터
$\{\hat{n}\}$	: $\widehat{O}-\widehat{X}\widehat{Y}\widehat{Z}$ 좌표계에 대한 법선벡터
$(x_m, y_m, z_m)$	: 어떤 임의의 운동 기준점의 좌표
$\hat{z}_T^j$	: 계류부재의 축방향 변위
$\{E\}$	: 병진 변위벡터
$\{\dot{E}\}$	: 병진 속도벡터
$\Phi$	: 속도 포텐셜
$\Phi_I$	: 입사파에 대한 속도 포텐셜
$\Phi_D$	: 회절에 의한 속도 포텐셜
$\Phi_R$	: 방사에 의한 속도 포텐셜
$\Phi^{(1)}$	: 입사파에 대한 1차 속도 포텐셜
$\Phi_I^{(1)}$	: 1차 입사파 포텐셜
$\Phi_D^{(1)}$	: 1차 diffraction 포텐셜
$\Phi_R^{(1)}$	: 1차 radiation 포텐셜
$\Phi^{(2)}$	: 입사파에 대한 2차 속도 포텐셜
$\Phi_I^{(2)}$	: 2차 입사파 포텐셜
$\Phi_D^{(2)}$	: 2차 diffraction 포텐셜
$\Phi_R^{(2)}$	: 2차 radiation 포텐셜
$\Phi(X, Y, Z, t)$	: 입사파, 방사파, 산란파 및 이들의 상호간섭에 의한 속도포텐셜
$\{\Omega\}$	: 회전 변위벡터
$\{\dot{\Omega}\}$	: 회전 속도벡터
$\beta$	: 입사파의 입사각
$r$	: 임의의 위치에서 소오스까지의 거리
$\varepsilon$	: 미소 파라미터
$\varepsilon_k$	: $k$ 성분 입사파의 1차 수면변화의 위상
$\zeta^{(1)}$	: 기준 좌표계의 원점 ( $X=Y=0$ )에서의 1차 수면 변화량



$\zeta^{(2)}$	: 2차 수면변위
$\zeta_R$	: 상대 수면변위
$\zeta(X, Y, t)$	: 자유표면의 수면변위
$\eta_{jk}^{(1)}$	: 파 주파수 $\omega_k$ 인 단위 진폭의 성분파가 입사했을 때의 부체의 $j$ 방향 복소 운동 진폭
$\mu_{kj}$	: $j$ 방향의 운동에 의한 $k$ 방향에의 부가 질량
$\nu_{kj}$	: $j$ 방향의 운동에 의한 $k$ 방향에의 감쇠계수
$\rho$	: 유체의 밀도
$\sigma$	: 소오스의 강도
$\phi_{jk}^{(1)}$	: 정수중에 $j$ 방향 단위 속도 진폭으로 주파수 $\omega_k$ 인 강제 동요에 의한 radiation 포텐셜
$\omega_k$	: $k$ 성분 입사파의 1차 수면변화의 주파수

## List of Tables

Table 1.1	TLPs built as of 2001 .....	2
Table 3.1	Regular Wave Characteristics for Model Test .....	48
Table 3.2	Irregular Wave Characteristics for Model Test .....	48
Table 3.3	Transient Wave Characteristics for Model Test .....	48
Table 3.4	Spring Stiffness of Tether .....	48
Table 3.5	Principal Dimesions of TLC .....	49
Table 3.6	Particulars of TLC .....	50
Table 4.1	Natural Period of Models .....	57
Table 4.2	RMS Values of Motion Response in Irregular Waves .....	66

## List of Figures

Fig. 1.1	Typical Tension Leg Platform .....	5
Fig. 1.2	Heidrun, Concrete TLP .....	6
Fig. 1.3	The Hull for Brutus TLP .....	6
Fig. 1.4	Snorre TLP .....	6
Fig. 1.5	Ursa TLP .....	6
Fig. 1.6	Six Column TLP .....	6
Fig. 1.7	Mini-TLP .....	6
Fig. 2.1	Coordinate Systems .....	9
Fig. 2.2	Transformation of Coordinations .....	13
Fig. 2.3	Relationship between S and Sm .....	18
Fig. 2.4	Coordinate Systems .....	40
Fig. 2.5	Calculated Wave Exciting Force & Moment(Diffraction) .....	42
Fig. 2.6	Calculated Wave Exciting Force & Moment(Haskind Relation) .....	42
Fig. 2.7	Impulse Response Funtion(Surge Mode) .....	43
Fig. 2.8	Impulse Response Funtion(Heave Mode) .....	43
Fig. 2.9	Impulse Response Funtion(Pitch Mode) .....	43
Fig. 2.10	Calculated Wave Exciting Force in Irregular Waves [ C model, T = 1.2 sec, H1/3 = 2cm ] .....	44
Fig. 2.11	Calculated Wave Exciting Force in Irregular Waves [ C model, T = 1.2 sec, H1/3 = 2cm ] .....	45
Fig. 2.12	Calculated Wave Exciting Force in Transient Waves(Case) .....	46
Fig. 2.13	Calculated Wave Exciting Force in Transient Waves(CaseIV) .....	47
Fig. 3.1	Configurations of Model .....	50
Fig. 3.2	Configuration of Model Installation .....	50
Fig. 3.3	Photo of TLC Model Installation in Ocean Engineering Basin .....	51
Fig. 3.4	Photo of TLC Model Test in Waves( I ) .....	51
Fig. 3.5	Photo of TLC Model Test in Waves(II) .....	52
Fig. 3.6	Photo of TLC Model Test in Waves(III) .....	52
Fig. 3.7	Time History of Input Signal for Wave Maker .....	53

Fig. 3.8	Time History of Wave Height .....	53
Fig. 3.9	Time History of Surge Exciting Force .....	54
Fig. 3.10	Time History of Heave Exciting Force .....	54
Fig. 3.11	Time History of Pitch Exciting Force .....	54
Fig. 3.12	Displacement of Tracking Target 1 .....	54
Fig. 3.13	Displacement of Tracking Target 2 .....	55
Fig. 3.14	Time History of Tension Variation .....	55
Fig. 3.15	Time History of Surge Motion .....	55
Fig. 3.16	Time History of Heave Motion .....	55
Fig. 3.17	Time History of Pitch Motion .....	56
Fig. 4.1	Time Series of Free Decay Test (A Model) .....	57
Fig. 4.2	Comparison between Measured & Calculated(surge) .....	5
Fig. 4.3	Comparison between Measurement & Calculated(Heave) .....	59
Fig. 4.4	Nondimensional Motion Response in Regular Waves(Case A) .....	60
Fig. 4.5	Nondimensional Motion Response in Regular Waves(Case B) .....	60
Fig. 4.6	Nondimensional Motion Response in Regular Waves (Case C) .....	61
Fig. 4.7	Time History of X & Y Position .....	61
Fig. 4.8	Tension Response in Regular Waves .....	62
Fig. 4.9	Heave Response power spectra .....	63
Fig. 4.10	Nonlinear Heave Response in Regular Wave .....	63
Fig. 4.11	Comparison between Measured(right) & Calculated(left) exciting Force Spectra .....	65
Fig. 4.12	Significant Response Amplitudes .....	65
Fig. 4.13	Wave Spectra .....	67
Fig. 4.14	Surge Response Spectra .....	67
Fig. 4.15	Slow Drift Oscillation .....	67
Fig 4.16	Input Wave Profile for Wave Maker ( Case I ) .....	69
Fig 4.17	Input Wave Profile for Wave Maker ( CaseII) .....	69
Fig 4.18	Input Wave Profile for Wave Maker ( CaseIII) .....	69
Fig 4.19	Input Wave Profile for Wave Maker ( CaseIV) .....	69
Fig 4.20	Time Histories of Measured Wave Exciting Force in Transient waves	70
Fig 4.21	Time Histories of Measured Wave Exciting Force in Transient waves	71
Fig 4.22	Motion & Tension Response in Transient Waves .....	72
Fig 4.23	Motion & Tension Response in Transient Waves .....	73

# 1. 서론

## 1.1 연구의 배경

해양에 관련된 공학과 기술은 해양의 석유와 천연가스의 개발과 더불어 급속히 발달하였지만, 지금부터 대수심역 해양공간 이용 및 해저자원과 에너지의 개발을 중심으로 점점 더 발전해 나갈 것이며, 21세기의 새로운 해저자원 개발은 대부분 500m 이상의 심해에서 이루어질 것으로 예상된다[1]. 본 논문에서는 심해의 석유자원의 시추 및 생산을 위한 대표적인 구조물로서 최근 FPSO(Floating, Production, Storage & Offloading), SPAR와 함께 많은 관심을 모으고 있는 인장계류식 해양구조물(TLP: Tension Leg Platform)을 연구 대상으로 한다.

배수량의 20~30%에 달하는 선장력(pretension)을 지탱하는 수직의 탄성 부재를 계류시스템으로 채용함으로써 현수선의 주요 문제점인 계류선의 길이 및 자중을 줄이고 플랫폼의 수직운동을 억제하는 인장계류방식은 반잠수식 형태의 플랫폼과 결합됨으로써 심해용 해양구조물의 전형적인 TLP의 개념을 확립하였다. 본 구조물은 현재 세계 각국의 석유회사를 비롯한 많은 학자들이 큰 관심을 가지고 연구 중에 있다[2].

인장계류식 해양구조물의 기본원리는 1954년 Marsh에 의해 제안되어 1965년까지 주로 미국에서 발명·고안 등이 발표되었다. 1963년 8월 영국에서는 배수량 124톤의 prototype TLP “TRITON”을 스코틀랜드 해안 수심 30m 해역에 설치하였고, 1965년 6월에 이르기까지 해양실험을 계속하여 TLP의 운동 변위가 매우 작기 때문에 각종의 해양구조물로 이용할 수 있다는 가능성을 발표하였으며[3], 미국의 DOT(Deep Oil Technology Inc.)는 미국 캘리포니아 해안 수심 60m 해역에 대형 prototype TLP “Deep Oil X-1”을 1975년 및 1979년에 각각 설치하여 TLP의 거동, 장력변동, 라이저(riser)관의 거동에 관한 일련의 실험실 실험을 실시하여 이론 계산치와의 비교·검토를 행하였다[4]. 이 연구성과가 Conoco 회사에 의한 1984년 8월 북해의 수심 148m인 Hutton 유전에 설치된 Hutton TLP의 실현을 위한 초석이 되었으며, 1989년 7월에 Cocono 회사에 의한 멕시코만의 수심 536m 해역인 Green Canyon Block 184에 Jolliet TLWP(Tension Leg Well Platform)가 설치되었다. 그 이후 Table1.1의 내용과 같이 많은 TLP들이 건조·운영되고 있으며 최근에는 가동수심이 1000m를 넘어서고 있다. Fig.1.1은 4 column TLP의 전형적인 형식을 보여주고 있으며, Fig.1.2~Fig.1.7은 현재 가동중인 TLP들과 심해역의 소규모 유전 등의 해저자원개발에 적합하도록 설계가 고안되고 있는 인장계류식 해양구조물들이다.

TLP는 각종 실험연구를 통하여 작은 수직 운동변위 및 우수한 작업성으로 인해 대수심 해양공간이용 및 해저자원과 에너지 개발관련 심해용 플랫폼으로서 중추적 역할을 수행해오고 있으나, 바람과 조류, 저주파수 파랑표류력에 의한 표류운동, 해상 불규칙파 성분의 합주파수 기진에 의한 Springing 과 Ringing 등과 같은 비선형 거동특성이 유발되어 계류부재의 심각한 피로문제를 동반함이 건조된 실선(Prototype) TLP의 모형시험에서 관측된 바 있다.

미국, 유럽, 일본 등의 해양 선진국에서는 TLP의 뛰어난 조업실적 등으로 21세기에 수요가 증가할 것으로 예상하고, 경제적인 TLP의 실용화 기술개발을 위한 많은 연구와 해양실험이 진행되고 있다[5-11]. 국내에서도 TLP와 관련한 연구가 여러 연구자들과 연구기관에 의해 수행되었으나 대수심역의 소규모 유전이나 해저자원개발을 위한 소규모의 무인, 유인 TLP에 대한 연구는 이루어지지 않고 있다.

**Table 1.1 TLPs built as of 2001**

Name	Production Start-up	Operator	Water Depth(m)	Hull	No. of Tendon per Column	Site
Hutton	1985	Conoco	147.8	6 Column Steel	3/18(tatal)	U.K. N.Sea
Jolijet	1989	Conoco	536.4	4 Column Steel	3/12	Gulf of Mexico
Snorre	1992	Saga	341.4	4 Column Steel	4/16	Norway N.Sea
Auger	1993	Shell	871.8	4 Column Steel	3/12	Gulf of Mexico
Heidran	1995	Conoco	350.5	4 Column Concrete	4/16	Norway N.Sea
Mars	1996	Shell	896.1	4 Column Steel	3/12	Gulf of Mexico
Ram-Powell	1997	Shell	979.6	4 Column Steel	3/12	Gulf of Mexico
Ursa	1999	Shell	1158.2	4 Column Steel	4/16	Gulf of Mexico
Brutus	2001	Shell	909.8	4 Column Steel	3/12	Gulf of Mexico

## 1.2 기존의 연구

Go등[12-15]은 최근 3차원 특이점 분포법과 Yoshida등의 탄성응답 해석법을 결합하여 규칙파중에서의 TLP의 탄성응답 해석법을 개발하였으며, 이 해석법으로부터 구해지는 규칙파중의 주파수 응답함수와 다방향파 스펙트럼을 이용하여 다방향 불규칙파중에서의 TLP의 동적응답 해석법을 개발하였으며, TLP의 동적응답에 미치는 다방향파의 영향을 평가하였다[16].

입사파 자유표면의 비선형성에 기인하는 두개의 서로 다른 주파수를 가지는 입사파의 합주파수(sum-frequency)와 차주파수(difference-frequency)에서의 유체력에 대한 선구적인 연구로 Suyehiro[17]는 반사파(diffraction)에 의해 선체에 작용하는 정상표류력을 설명하려고 시도하였고, Ogilvie[18]는 2차원 포텐셜 이론을 이용하여 규칙파중에 침수된 원주에 작용하는 정상표류력을 계산하였고, Salvesen[19], Kim과 Dalzell[20]은 물체표면에 대한 압력을 적분함으로써 3차원 부유구조물에 작용하는 정상표류력과 모우먼트를 계산하였으며, 실험치와 잘 일치함을 보였다.

Pinkster와 Oortmerssen[21], Pinkster[22]는 3차원 특이점분포법을 이용하여 물체표면의 압력을 계산하는 방법을 제시하여, 불규칙파중에서 물체에 작용하는 정상표류력을 계산하였으며, 임의형상 물체에 대한 정상표류력 및 2차 파강제력을 계산하였다. Pinkster의 방법은 Ogilvie[23]가 정리한 섭동법(perturbation method)에 의해 2차 압력성분을 유도하여 물체표면에 대해 적분한 후, 중첩함으로써 전체의 2차 파강제력을 계산하고, 속도포텐셜의 2차항은 근사적으로 계산하였다.

Petrauskas와 Liu[24]는 1차 포텐셜에 기인하는 2차 성분의 영향만을 고려하여 TLP에 작용하는 합주파수의 파강제력을 평가하였으며, Kim과 Yue[25-28]는 입사파의 주파수들의 임의 결합에 대한 전달함수에 의해 축대칭 물체에 작용하는 2차 파강제력을 계산하는 방법을 개발하여, TLP에 대한 합주파수(sum-frequency)의 파강제력 및 운동응답을 평가하였으며, 원주등의 단순형상 물체에 작용하는 단주기와 장주기의 2차 파강제력을 2차 입사파 속도포텐셜과 diffraction 포텐셜을 도입하여 결정론적(deterministic) 및 확률론적(stochastic) 2차 파하중을 평가하였다. Liu등[29]은 고차 경계요소법을 도입하여 유연 구조물로서의 TLP와 고정식 구조물로서의 TLP에 작용하는 2차 파강제력을 구하여 운동에 의한 영향을 평가하였다.

Kato등은 2차 diffraction 문제를 계산하기 위해, 고차 경계요소법의 적분방정식에

보조 Green 함수를 도입하여 TLP에 작용하는 2차 파강제력을 계산하여 실험치와 비교하였고[30], 연직원주에 작용하는 고차 파력에 대한 연구(Faltinsen등[31], Malenica와 Molin[32]) 결과를 이용하여 TLP에 작용하는 3차 파강제력을 계산하여 실험치와 비교하였다[33]. 또한 국내의 연구자들에 의해서도 TLP와 관련한 다양한 연구가 수행되어 왔다.

최근의 TLP에 대한 실험적인 연구로는 A.D. Arnott 등의 Heidrun TLP의 모형실험을 통한 극한파(extreme wave)환경하에서의 거동해석이 있으며[34], J.Zou 등은 2차 파강제력에 기인하는 Ringing현상[35]과 비선형 파랑하중에 기인하는 테더의 비선형 거동에 대한 연구를 수행하였고[36], A.K. Jain 등은 파랑하중과 풍하중의 환경하에서 동적거동을 해석하였다[37], 또한 Y. Xu 등은 비대칭 불규칙파중에서의 동적거동을 시간영역 해석법을 적용하여 연구하였다.[38].

소규모 TLP(Mini-TLP)에 관한 연구로는 P. Teigen 등의 실험 및 이론적 방법을 이용한 동적거동 해석이 있으며[39], Mini-TLP와 Barge가 연계되었을 때의 거동에 대한 연구가 있으며[40], J.M. Niedzwecki 등도 파랑환경에서의 Mini-TLP에 대한 동적 거동연구를 수행하였다[41].

### 1.3 연구의 내용

인장계류된 원통형실린더(Tension-Legged Circular Cylinder)의 동적 거동을 해석하기 위하여 먼저 TLC모델을 제작하여 본 연구실의 해양공학수조에서 실험을 수행하였다. 실험은 규칙파, 불규칙파, 파도수파의 24가지 경우와 테더강성의 3 가지경우에 대하여 수행하였다. 이론해석에서는 실험모델에 작용하는 파강제력을 특이점 분포법을 적용하여 주파수 영역과 시간영역에서 구하였다. 실험해석에서는 6분력계를 이용한 파랑강제력, 광점 위치 측정장치를 이용한 2차원 운동응답, 수중장력계를 이용한 변동 장력응답을 계측하였다. 이렇게 계측된 실험치들을 이론치와 비교·검토하여 실험치의 유효성을 검증하였다.



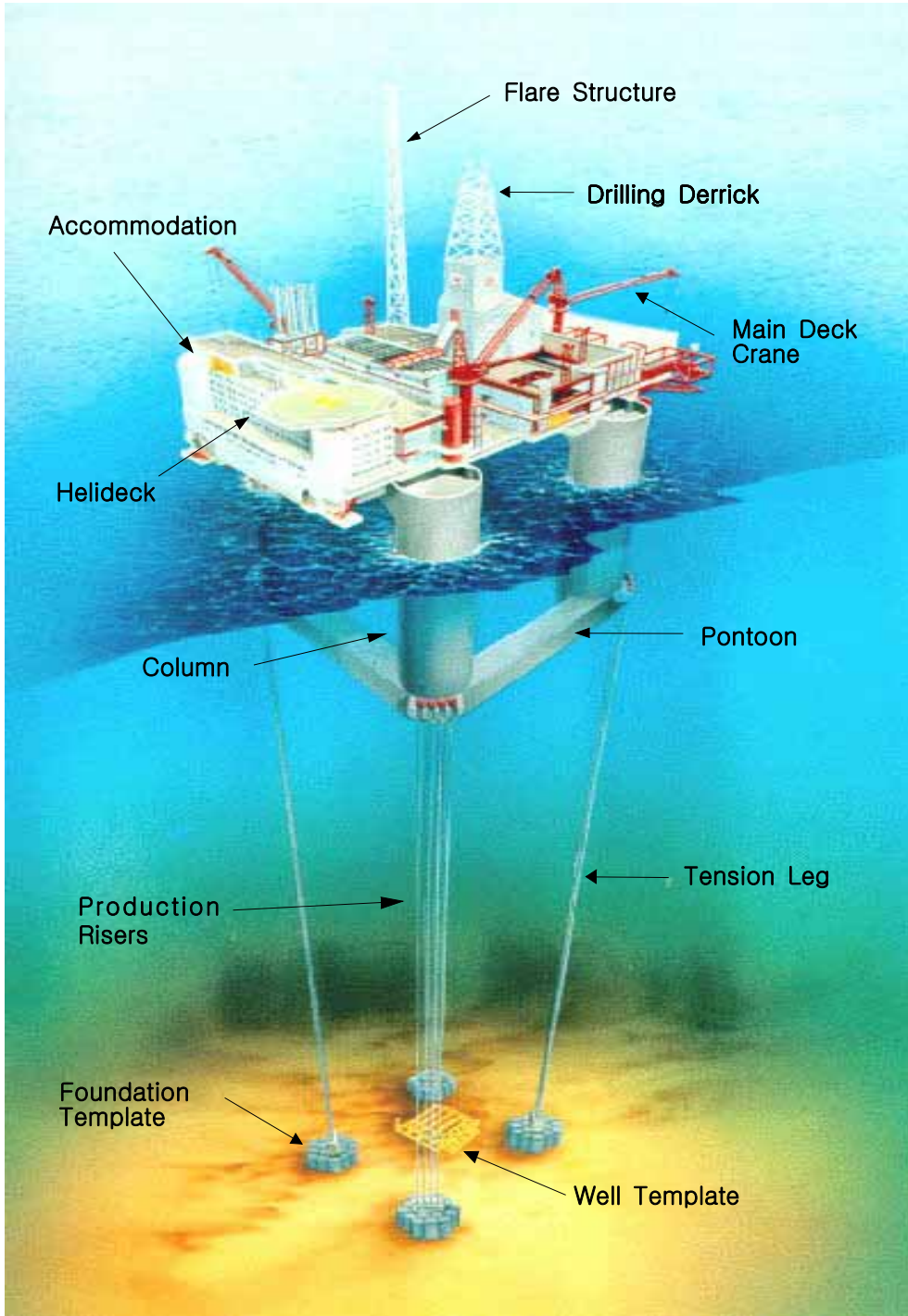


Fig. 1.1 Configurations of a Typical TLP



Fig.1-2 Heidrun, concrete TLP



Fig.1-3 The hull for Brutus TLP



Fig.1-4 Snorre TLP



Fig.1-5 Ursa TLP



Fig.1-6 Six column TLP

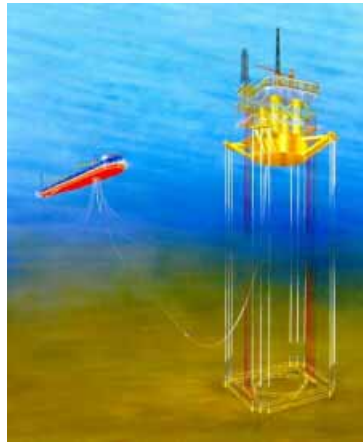


Fig.1-7 Mini-TLP

## 2. 이론해석

### 2.1 개요

부유식 해양구조물의 파강제력과 파랑 중 동적 응답 해석을 위해서는 환경하중의 정확한 추정과 구조물의 동적 거동특성에 대한 신뢰성 있는 물리적 모델링이 필수적이다. 이러한 해석방법으로는 실험적 방법과 이론적 방법이 있다. 일반적으로 이론적인 부유식 구조물의 파랑응답 해석은 아래의 절차로서 수행된다.

첫째, 해양파를 수많은 주기의 성분파랑이 중첩되어 있는 것으로 취급하는 선형중첩원리(linear superposition principle)를 적용하여 물리적 모델링을 수행한다. 이는 주로 파랑 진폭 에너지 스펙트럼(Wave amplitude energy spectrum)을 이용하여 수행한다.

둘째, 파랑이 부유구조물에 입사하여 산란됨으로써 발생하는 유체력과 부유체 운동에 의해 만들어지는 방사파에 의해 유기되는 유체력을 추정하는 물리적 모델링을 적용한다. 이는 주로 특이점 분포법이나 경계요소법으로서 추정할 수 있다.

셋째, 부유구조물의 동역학적 운동방정식 모델을 통하여 구조물의 파랑중 동적 응답 특성을 구해서, 각 성분파별로 응답을 추정하는 주파수 영역 모델 또는 불규칙파중의 시간 영역에서의 거동을 직접 시뮬레이션하는 시간영역 해석모델을 사용한다.

부유식 구조물에 작용하는 파력은 크게 입사파의 주기와 동일한 선형 파강제력과 성분파 주파수의 차이나 합으로 나타나는 비선형 파강제력으로 분류할 수 있다. 선형 파강제력은 구조물에 작용하여 변형과 운동을 유발하므로 운동응답 및 구조해석에 있어 중요한 외력이다. 반면, 비선형 파강제력은 힘의 크기는 선형 파강제력에 비해 매우 작으나 계류식 부유구조물의 공진을 유발하는 장주기 표류력, TLP와 같은 인장계류식 해양구조물의 인장각의 축방향 공진을 유발시키는 합주파수 기진력(sum-frequency excitation) 등으로 작용하므로 부유식 해양구조물의 설계에 있어 반드시 고려되어야 하는 외력이다.

이와 같은 파강제력을 추정하는 방법으로 대표적인 것이 포텐셜이론으로 선체 운동분야에서 시작한 2차원 포텐셜이론(Strip theory)을 비롯하여 3차원 포텐셜이론이 사용되고 있다. 복잡한 기하학적 형상을 가지는 해양구조물은 컴퓨터의 발달과 더불어서 현재에는 주로 3차원 포텐셜이론이 사용되고 있다. 이러한 포텐셜이론을 적용한

대표적인 수치해법으로는 경계요소법, 유한요소법 등이 있다. 포텐셜이론은 파랑하중 및 응답 추정에 있어서 가장 널리 쓰이는 이론으로 유체의 성질은 비점성, 비압축성, 유동을 비회전성으로 가정한다.

이러한 가정하에서 속도포텐셜을 도입하고 이때 유체입자의 속도는 속도포텐셜의 공간좌표에 대한 미분치로부터 구한다. 지배방정식은 연속방정식으로 식(2.1)의 속도포텐셜의 Laplace 방정식으로부터 구해진다.

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (2.1)$$

전체 유동장에서의 유동은 유동장의 각 경계면에서의 조건을 만족시키는 경계치문제를 정립하고 이의 해를 구함으로써 해석된다. 유동장에서의 경계치 문제는 적분방정식의 형태로 얻어지며 Green의 제2등식으로 다음과 같이 표시될 수 있다[1].

$$C\Phi(\vec{x}) = \iint_s \left\{ \frac{\partial \Phi(\vec{\xi})}{\partial n} G(\vec{x}, \vec{\xi}) - \Phi(\vec{\xi}) \frac{\partial G(\vec{x}, \vec{\xi})}{\partial n} \right\} dS \quad (2.2)$$

여기서, C는 solid angle로 field point ( $\vec{x}$ )의 위치에 따라  $0 \sim 4\pi$ 의 값을 갖는다.

$G(\vec{x}, \vec{\xi})$ 는 Green 함수로 Laplace 방정식을 만족하는 함수이다. 현재 설계 및 해석의 목적으로 널리 쓰이고 있는 것이 섭동법(perturbation method)에 근거한 선형포텐셜 이론으로 입사파의 파장에 비해 파진폭이 매우 작고, 유기되는 유동변화 및 부유체의 운동진폭 또한 미소하다고 가정한다. 그러므로 전체 속도포텐셜을 입사파, 산란, 방사포텐셜의 선형합으로 표시할 수 있다. 또한, 조화운동을 가정하여 시간에 대해 분리하여 다음과 같이 표시한다.

$$\Phi = \phi_I + \phi_D + \phi_R \quad (2.3)$$

이와 같은 선형중첩에 의해 경계치문제를 산란문제(diffraction problem)와 방사문제(radiation problem)로 나누어 구하고, 선형 베르누이 방정식에 각 속도포텐셜을 대입하여 압력을 구하여 침수표면적에 대해 적분함으로써 파랑기진력, 동유체력 계수 등을 얻는다.

## 2.2 선형 및 비선형 파강제력의 해석

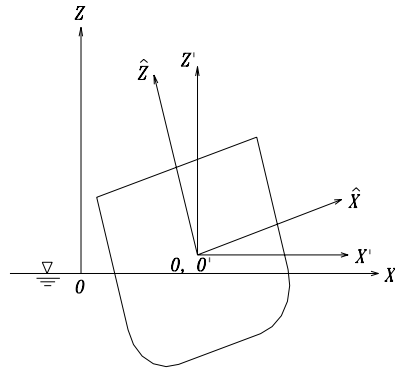


Fig. 2.1 Coordinate Systems

불규칙 파랑 중에서 인장계류식 해양구조물(TLP)을 강체로 가정하여 TLP에 작용하는 선형 및 비선형 파강제력을 추정하기 위해 포텐셜이론을 적용한다. 섭동법에 의한 전개식을 2차항까지 취하여 경계치 문제의 해를 구하는 것으로써 입사파의 주기와 동일한 선형 파강제력(1차 파강제력)과 성분파 주파수의 차이나 합으로 나타나는 비선형 파강제력(2차 파강제력)을 추정한다. 먼저 이론의 정식화를 위하여 Fig.2.1과 같이 정수면상에 원점  $O$ 를 가지고,  $Z$ 축의 양의 방향이 상방으로 향하는 공간고정 좌표계  $O-XYZ$ , 물체와 함께 운동하는 물체고정 좌표계  $\hat{O}-\hat{X}\hat{Y}\hat{Z}$  및 공간고정 좌표계와 평행한 물체고정 좌표계  $O'-X'Y'Z'$ 를 사용한다. 섭동법을 적용하기 위하여 유속, 파고, 압력, 유체력, 물체의 운동 등을 미소 파라메타  $\epsilon$ 에 대해 전개할 수 있는 것으로 가정하면,  $O-XYZ$  좌표계로 표현되는 정수면상의 원점  $O$ 에서 평가된 부체의 병진 변위벡터  $\{\mathcal{E}\} = \{\mathcal{E}_1 \ \mathcal{E}_2 \ \mathcal{E}_3\}^T$ 와 회전 변위벡터  $\{\mathcal{Q}\} = \{\mathcal{Q}_1 \ \mathcal{Q}_2 \ \mathcal{Q}_3\}^T$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \{\mathcal{E}\} &= \{\mathcal{E}_1 \ \mathcal{E}_2 \ \mathcal{E}_3\}^T \\
 &= \epsilon \{\mathcal{E}_1^{(1)} \ \mathcal{E}_2^{(1)} \ \mathcal{E}_3^{(1)}\}^T + \epsilon^2 \{\mathcal{E}_1^{(2)} \ \mathcal{E}_2^{(2)} \ \mathcal{E}_3^{(2)}\}^T + O(\epsilon^3) \\
 &= \epsilon \{\mathcal{E}^{(1)}\} + \epsilon^2 \{\mathcal{E}^{(2)}\} + O(\epsilon^3)
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\{\mathcal{Q}\} = \{\mathcal{Q}_1 \ \mathcal{Q}_2 \ \mathcal{Q}_3\}^T$$

$$\begin{aligned}
&= \varepsilon \{ \Omega_1^{(1)} \Omega_2^{(1)} \Omega_3^{(1)} \}^T + \varepsilon^2 \{ \Omega_1^{(2)} \Omega_2^{(2)} \Omega_3^{(2)} \}^T + O(\varepsilon^3) \\
&= \varepsilon \{ \Omega^{(1)} \} + \varepsilon^2 \{ \Omega^{(2)} \} + O(\varepsilon^3)
\end{aligned} \tag{2.5}$$

여기서,  $\{\mathcal{E}^{(1)}\}$  와  $\{\mathcal{Q}^{(1)}\}$  는 각각 부체의 1차 병진 운동벡터와 회전 운동벡터이고,  $\{\mathcal{E}^{(2)}\}$  와  $\{\mathcal{Q}^{(2)}\}$  는 각각 부체의 2차 병진 운동벡터와 회전 운동벡터이다. 또,  $\Phi$  가 선형 편미분 방정식인 Laplace 방정식을 만족하므로, 각각  $\Phi^{(1)}, \Phi^{(2)}$  등도 Laplace 방정식을 만족한다. 즉,

$$\begin{aligned}
\nabla^2 \Phi &= 0 \\
\nabla^2 (\varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} + \dots) &= 0 \\
\nabla^2 \Phi^{(1)} = 0, \quad \nabla^2 \Phi^{(2)} = 0, \quad \dots
\end{aligned} \tag{2.6}$$

### 2.2.1 자유표면 경계조건

Bernoulli의 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{\rho} P = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi - gZ \tag{2.7}$$

여기서,  $\rho$  는 유체의 밀도이고, 자유표면의 방정식을  $Z = \zeta(X, Y, t)$  로 두면, 자유표면에서 다음의 식이 성립한다.

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi - gZ &= \frac{1}{\rho} P_0 = 0 \\
gZ + \Phi_t + \frac{1}{2} (\Phi_x^2 + \Phi_y^2 + \Phi_z^2) &= 0 \quad \text{on } Z = \zeta(X, Y, t)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

여기서,  $P_0$  는 대기압으로서 자유표면의 유체입자에 항상 일정하게 작용하므로 0 으로 둘 수 있으며, 자유표면에서의 자유표면의 법선방향 속도와 그 표면에서의 유체입자의 법선방향 속도가 같다는 운동학적 조건과 자유표면의 압력이 일정하다는 동역학적 조건을 만족해야 한다. 이 조건들은 자유표면에서의 압력의 전미분이 0 이 되어

야 한다는 다음의 식(2.9)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} &= \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial X} \frac{\partial}{\partial X} + \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \frac{\partial}{\partial Y} + \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \frac{\partial}{\partial Z} \right) \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi + gZ \right) \\
&= \Phi_{tt} + g\Phi_Z + 2[\Phi_X \Phi_{Xt} + \Phi_Y \Phi_{Yt} + \Phi_Z \Phi_{Zt}] \\
&\quad + \Phi_X^2 \Phi_{XX} + \Phi_Y^2 \Phi_{YY} + \Phi_Z^2 \Phi_{ZZ} + 2(\Phi_X \Phi_Y \Phi_{XY} + \Phi_Y \Phi_Z \Phi_{YZ} + \Phi_Z \Phi_X \Phi_{ZX}) \\
&= \Phi_{tt} + g\Phi_Z + \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi] + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla (\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi) \\
&= 0 \quad \text{on } Z = \zeta(X, Y, t) \tag{2.9}
\end{aligned}$$

여기서,  $\Phi(X, Y, Z, t)$  는 입사파, 방사파, 산란파 및 이들의 상호간섭에 의한 속도포텐셜이고,  $\zeta(X, Y, t)$  는 자유표면의 수면변위이며,  $g$  는 중력가속도이다. 속도포텐셜과 수면변위를 미소 파라미터  $\epsilon$  에 대해 섭동전개하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
\Phi(X, Y, Z, t) &= \epsilon \Phi^{(1)}(X, Y, Z, t) + \epsilon^2 \Phi^{(2)} + \epsilon^3 \Phi^{(3)} + \dots \\
\zeta(X, Y, t) &= \epsilon \zeta^{(1)}(X, Y, Z, t) + \epsilon^2 \zeta^{(2)} + \epsilon^3 \zeta^{(3)} + \dots \tag{2.10}
\end{aligned}$$

식(2.8)을  $Z=0$  에서 Taylor전개하고, 식(2.4)를 대입하여 차수별로 정리하면, 다음과 같이 1차 및 2차 수면변위가 얻어진다.

$$\text{1st order : } \zeta^{(1)} = -\frac{1}{g} \Phi_t^{(1)} \quad \text{on } Z=0 \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned}
\text{2nd order : } \zeta^{(2)} &= -\frac{1}{g} \Phi_t^{(2)} - \frac{1}{2g} (\Phi_X^{(1)2} + \Phi_Y^{(1)2} + \Phi_Z^{(1)2}) + \frac{1}{g^2} \Phi_t^{(1)} \Phi_{tZ}^{(1)} \\
&\quad \text{on } Z=0 \tag{2.12}
\end{aligned}$$

또, 식(2.9)를  $Z=0$  에서 Taylor전개하고 식(2.10)에 대입하여 차수별로 정리하면, 다음과 같이 1차 및 2차 자유표면 경계조건이 얻어진다..

$$\text{1st order : } \Phi_{tt}^{(1)} + g\Phi_Z^{(1)} = 0 \quad \text{on } Z=0 \tag{2.13}$$

2nd order :

$$\begin{aligned}\Phi_{tt}^{(2)} + g\Phi_Z^{(2)} &= -\frac{\partial}{\partial t}(\Phi_X^{(1)2} + \Phi_Y^{(1)2} + \Phi_Z^{(1)2}) + \frac{\Phi_t^{(1)}}{g} \frac{\partial}{\partial Z}(\Phi_{tt}^{(1)} + g\Phi_Z^{(1)}) \\ &= Q^{(2)}(X, Y, t) \quad \text{on } Z=0\end{aligned}\quad (2.14)$$

### 2.2.2 물체표면 경계조건

물체표면의 방정식을  $S_H(X, Y, Z, t) = 0$  으로 두고, 물체표면에서의 단위 법선벡터를  $\{n\} = \{n_1 \ n_2 \ n_3\}^T$  라 하면, 물체표면에서의 유체의 법선방향 속도와 물체의 법선방향 속도가 같다는 물체표면 경계조건은 다음과 같이 된다.

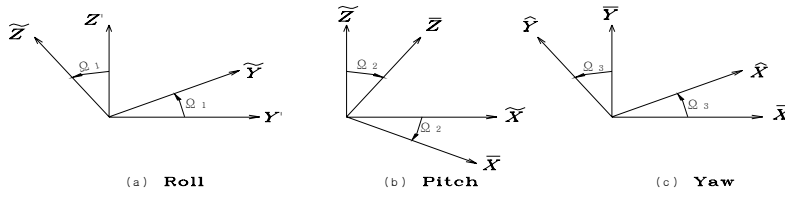
$$\frac{\partial}{\partial n} \Phi = \{n\} \cdot \nabla \Phi = V_n = \{n\} \cdot \{V\} \quad \text{on } S_H \quad (2.15)$$

여기서,  $V_n$  과  $\{V\}$  는 각각 물체표면에서의 물체의 법선방향 속도 및 물체의 속도 벡터이다. 공간고정 좌표계  $O-XYZ$ , 물체고정 좌표계  $\hat{O}-\hat{X}\hat{Y}\hat{Z}$  및 공간고정 좌표계와 평행한 물체고정 좌표계  $O'-X'Y'Z'$  로 표현되는 임의점의 위치벡터를 각각  $\{X\} = \{X \ Y \ Z\}^T$ ,  $\{\hat{X}\} = \{\hat{X} \ \hat{Y} \ \hat{Z}\}^T$  및  $\{X'\} = \{X' \ Y' \ Z'\}^T$  라 하면, 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned}\{\hat{X}\} &= [R](\{X\} - \{E\}) = [R]\{X'\} \\ \{X\} &= [R]^T\{\hat{X}\} + \{E\} \\ \{X'\} &= [R]^T\{\hat{X}\}\end{aligned}\quad (2.16)$$

여기서,  $[R]^T$  는  $[R]$  의 전치행렬이고,  $[R]$  은 좌표 변환행렬로서 직교행렬의 특성을 가지므로 다음의 관계가 성립한다.





(a)Roll                      (b)Pitch                      (c)Yaw

Fig 2.2 Transformation of Coordinations

$$[R][R]^T = [R][R]^{-1} = [I]$$

변환행렬  $[R]$  은  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$  의 순으로 Fig.2.2와 같이 회전하는 것으로 하면, 다음과 같이 얻어진다.

$$\{\tilde{X}\} = [A]\{X'\}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Omega_1 & \sin\Omega_1 \\ 0 & -\sin\Omega_1 & \cos\Omega_1 \end{bmatrix}$$

$$\{\bar{X}\} = [B]\{\tilde{X}\}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \cos\Omega_2 & 0 & -\sin\Omega_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Omega_2 & 0 & \cos\Omega_2 \end{bmatrix}$$

$$\{\hat{X}\} = [C]\{\bar{X}\}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \cos\Omega_3 & \sin\Omega_3 & 0 \\ -\sin\Omega_3 & \cos\Omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[R] = [C][B][A]$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\Omega_3 & \sin\Omega_3 & 0 \\ -\sin\Omega_3 & \cos\Omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Omega_2 & 0 & -\sin\Omega_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Omega_2 & 0 & \cos\Omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Omega_1 & \sin\Omega_1 \\ 0 & -\sin\Omega_1 & \cos\Omega_1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \Omega_2 \cos \Omega_3 & \cos \Omega_1 \sin \Omega_3 + \sin \Omega_1 \sin \Omega_2 \cos \Omega_3 & \sin \Omega_1 \sin \Omega_3 - \cos \Omega_1 \sin \Omega_2 \cos \Omega_3 \\ -\cos \Omega_2 \sin \Omega_3 & \cos \Omega_1 \cos \Omega_3 - \sin \Omega_1 \sin \Omega_2 \sin \Omega_3 & \sin \Omega_1 \cos \Omega_3 + \cos \Omega_1 \sin \Omega_2 \sin \Omega_3 \\ \sin \Omega_2 & -\sin \Omega_1 \cos \Omega_2 & \cos \Omega_1 \cos \Omega_2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

또,  $\{\Omega\}$  는 미소량이므로  $\sin \Omega_1$  과  $\cos \Omega_1$  을 Maclaurin 급수 전개하여, 식(2.5)를 고려하면, 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \sin \Omega_1 &= \Omega_1 - \frac{\Omega_1^3}{3!} + \frac{\Omega_1^5}{5!} - \dots = \varepsilon \Omega_1^{(1)} + \varepsilon^2 \Omega_1^{(2)} + O(\varepsilon^3) \\ \cos \Omega_1 &= 1 - \frac{\Omega_1^2}{2!} + \frac{\Omega_1^4}{4!} - \dots = 1 - \frac{\varepsilon^2 \Omega_1^{(1)2}}{2} + O(\varepsilon^3) \end{aligned} \quad (2.18)$$

식(2.18)을 식(2.17)에 대입하여 변환행렬  $[R]$  을  $\varepsilon$  에 대해 정리하면, 다음과 같다.

$$[R] = [R^{(0)}] + \varepsilon [R^{(1)}] + \varepsilon^2 [R_1^{(2)}] + \varepsilon^2 [R_2^{(2)}] + O(\varepsilon^3) \quad (2.19)$$

따라서 식(2.16)의 두 번째 식, 세 번째 식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \{X\} &= [R]^T \{\widehat{X}\} + \{\mathcal{E}\} \\ &= ([R^{(0)}]^T + \varepsilon [R^{(1)}]^T + \varepsilon^2 [R_1^{(2)}]^T + \varepsilon^2 [R_2^{(2)}]^T) \{\widehat{X}\} \\ &\quad + \varepsilon \{\mathcal{E}^{(1)}\} + \varepsilon^2 \{\mathcal{E}^{(2)}\} + O(\varepsilon^3) \\ &= \{\widehat{X}\} + \varepsilon (\{\mathcal{E}^{(1)}\} + \{\Omega^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) \\ &\quad + \varepsilon^2 (\{\mathcal{E}^{(2)}\} + \{\Omega^{(2)}\} \times \{\widehat{X}\} + [H] \{\widehat{X}\}) + O(\varepsilon^3) \\ &= \{X^{(0)}\} + \varepsilon \{X^{(1)}\} + \varepsilon^2 \{X^{(2)}\} + O(\varepsilon^3) \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \{X'\} &= [R]^T \{\widehat{X}\} \\ &= \{\widehat{X}\} + \varepsilon (\{\Omega^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) + \varepsilon^2 (\{\Omega^{(2)}\} \times \{\widehat{X}\} + [H] \{\widehat{X}\}) + O(\varepsilon^3) \end{aligned}$$

$$= \{X'^{(0)}\} + \varepsilon\{X'^{(1)}\} + \varepsilon^2\{X'^{(2)}\} + O(\varepsilon^3) \quad (2.21)$$

식(2.20)을 이용하여 물체표면 상에서의 물체의 속도벡터를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \{V\} &= \{\dot{X}\} \\ &= \varepsilon(\{\dot{E}^{(1)}\} + \{\dot{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) \\ &\quad + \varepsilon^2(\{\dot{E}^{(2)}\} + \{\dot{Q}^{(2)}\} \times \{\widehat{X}\} + [\dot{H}]\{\widehat{X}\}) + O(\varepsilon^3) \\ &= \varepsilon\{V^{(1)}\} + \varepsilon^2\{V^{(2)}\} + O(\varepsilon^3) \end{aligned} \quad (2.22)$$

또,  $O-X'Y'Z'$  좌표계에 대한 물체표면상의 법선벡터  $\{n\}$  과  $\widehat{O}-\widehat{X}\widehat{Y}\widehat{Z}$  좌표계에 대한 법선벡터  $\{\widehat{n}\}$  의 관계도 변환행렬  $[R]$  을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \{n\} &= ([R^{(0)}]^T + \varepsilon[R^{(1)}]^T + \varepsilon^2[R_1^{(2)}]^T + \varepsilon^2[R_2^{(2)}]^T)\{\widehat{n}\} + O(\varepsilon^3) \\ &= \{\widehat{n}\} + \varepsilon(\{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{n}\}) + \varepsilon^2(\{\mathcal{Q}^{(2)}\} \times \{\widehat{n}\} + [H]\{\widehat{n}\}) + O(\varepsilon^3) \\ &= \{n^{(0)}\} + \varepsilon\{n^{(1)}\} + \varepsilon^2\{n^{(2)}\} + O(\varepsilon^3) \end{aligned} \quad (2.23)$$

또, 회전운동에 대한 법선벡터  $\{X'\} \times \{n\} = \{n_4 \ n_5 \ n_6\}^T$  는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \{X'\} \times \{n\} &= \{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\} + \varepsilon[\{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\})] \\ &\quad + \varepsilon^2[\{\mathcal{Q}^{(2)}\} \times (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) + [H](\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\})] + O(\varepsilon^3) \\ &= \{N^{(0)}\} + \varepsilon\{N^{(1)}\} + \varepsilon^2\{N^{(2)}\} + O(\varepsilon^3) \end{aligned} \quad (2.24)$$

물체표면  $S_H$  상의 경계조건도 자유표면 경계조건과 마찬가지로 평균위치에서의 물체의 침수표면  $S_m$  상의 경계조건으로 변환할 수 있으며, Taylor 전개에 의해  $\nabla\Phi$  를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \nabla\Phi(X, Y, Z, t)|_{S_H} &= \nabla\Phi|_{S_m} + [(\{X\} - \{\widehat{X}\}) \cdot \nabla] \nabla\Phi|_{S_m} + \dots \\ &= \varepsilon \nabla\Phi^{(1)}|_{S_m} + \varepsilon^2 \nabla\Phi^{(2)}|_{S_m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + [\varepsilon(\{\mathcal{E}^{(1)}\} + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) \cdot \nabla](\varepsilon \nabla \Phi^{(1)}|_{S_m}) + O(\varepsilon^3) \\
\nabla \Phi(X, Y, Z, t) = & \varepsilon \nabla \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \{ \nabla \Phi^{(2)} + [(\{\mathcal{E}^{(1)}\} + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) \cdot \nabla] \nabla \Phi^{(1)} \} \\
& + O(\varepsilon^3) \tag{2.25}
\end{aligned}$$

식(2.22), 식(2.23) 및 식(2.25)를 식(2.15)에 대입하여 차수별로 정리하면, 다음과 같이 1차 및 2차 물체표면 경계조건이 얻어진다.

$$\begin{aligned}
\text{1st order : } \{\widehat{n}\} \cdot \nabla \Phi^{(1)} &= \{\widehat{n}\} \cdot [(\{\mathcal{E}^{(1)}\} + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) \\
&= \{\widehat{n}\} \cdot \{V^{(1)}\} \quad \text{on } S_m \tag{2.26}
\end{aligned}$$

2nd order :

$$\begin{aligned}
\{\widehat{n}\} \cdot \nabla \Phi^{(2)} &= \{\widehat{n}\} \cdot \{(\{\mathcal{E}^{(2)}\} + \{\mathcal{Q}^{(2)}\} \times \{\widehat{X}\} + [\dot{H}]\{\widehat{X}\}) \\
&\quad - [(\{\mathcal{E}^{(1)}\} + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) \cdot \nabla] \nabla \Phi^{(1)} \\
&\quad + (\{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{n}\}) \cdot [(\{\mathcal{E}^{(1)}\} + \{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{X}\}) - \nabla \Phi^{(1)}] \\
&= \{\widehat{n}\} \cdot \{(\{\mathcal{E}^{(2)}\} + \{\mathcal{Q}^{(2)}\} \times \{\widehat{X}\}) \\
&\quad + \{\widehat{n}\} \cdot [[\dot{H}]\{\widehat{X}\} - (\{X^{(1)}\} \cdot \nabla) \nabla \Phi^{(1)}] \\
&\quad + (\{\mathcal{Q}^{(1)}\} \times \{\widehat{n}\}) \cdot (\{\dot{X}^{(1)}\} - \nabla \Phi^{(1)}) \quad \text{on } S_m \tag{2.27}
\end{aligned}$$

### 2.2.3 경계치 문제와 유체력

자유표면 경계조건과 물체표면 경계조건 이외에 해저 경계조건 및 무한원방 경계조건을 만족하도록 지배방정식인 Laplace 방정식의 해를 구하는 것에 의해 1차 및 2차 속도포텐셜을 구할 수 있다. 이상의 결과를 1차와 2차의 경계치 문제로 분리할 수 있다.

[1차 radiation 경계치 문제]

$$\nabla^2 \phi_{jk}^{(1)} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2.28)$$

$$-\omega_k^2 \phi_{jk}^{(1)} + g(\phi_{jk}^{(1)})_{z=0} = 0 \quad \text{on } Z=0 \quad (2.29)$$

$$(\phi_{jk}^{(1)})_n = \widehat{n}_j \quad \text{on } S_m \quad (2.30)$$

$$(\phi_{jk}^{(1)})_n = (\phi_{jk}^{(1)})_{z=0} \quad \text{on } S_B \quad (2.31)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left( \frac{\partial \phi_{jk}^{(1)}}{\partial R} - ik \phi_{jk}^{(1)} \right) = 0 \quad \text{on } S_R \quad (2.32)$$

[1차 diffraction 경계치 문제]

$$\nabla^2 \phi_{Dk}^{(1)} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2.33)$$

$$-\omega_k^2 \phi_{Dk}^{(1)} + g(\phi_{Dk}^{(1)})_{z=0} = 0 \quad \text{on } Z=0 \quad (2.34)$$

$$(\phi_{Dk}^{(1)})_n = -(\phi_{Ik}^{(1)})_n \quad \text{on } S_m \quad (2.35)$$

$$(\phi_{Dk}^{(1)})_n = (\phi_{Dk}^{(1)})_{z=0} \quad \text{on } S_B \quad (2.36)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left( \frac{\partial \phi_{Dk}^{(1)}}{\partial R} - ik \phi_{Dk}^{(1)} \right) = 0 \quad \text{on } S_R \quad (2.37)$$

[2차 radiation 경계치 문제]

$$\nabla^2 \phi_{ikl}^{\pm(2)} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2.38)$$

$$-(\omega_k \pm \omega_l)^2 \phi_{ikl}^{\pm(2)} + g(\phi_{ikl}^{\pm(2)})_{z=0} = 0 \quad \text{on } Z=0 \quad (2.39)$$

$$(\phi_{ikl}^{\pm(2)})_n = \widehat{n}_j \quad \text{on } S_m \quad (2.40)$$

$$(\phi_{ikl}^{\pm(2)})_n = (\phi_{ikl}^{\pm(2)})_{z=0} \quad \text{on } S_B \quad (2.41)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left( \frac{\partial \phi_{ikl}^{\pm(2)}}{\partial R} - ik \phi_{ikl}^{\pm(2)} \right) = 0 \quad \text{on } S_R \quad (2.42)$$

[2차 diffraction 경계치 문제]

$$\nabla^2 \phi_{Dkl}^{\pm(2)} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2.43)$$

$$-(\omega_k \pm \omega_l)^2 \phi_{Dkl}^{\pm(2)} + g(\phi_{Dkl}^{\pm(2)})_{z=0} = q_{Dkl}^{\pm(2)}(X, Y) \quad \text{on } Z=0 \quad (2.44)$$

$$(\phi_{Dkl}^{\pm(2)})_n = -(\phi_{Ikkl}^{\pm(2)})_n + b_{kl}^{\pm(2)}(X, Y, Z) \quad \text{on } S_m \quad (2.45)$$

$$(\phi_{Dkl}^{\pm(2)})_n = (\phi_{Dkl}^{\pm(2)})_{z=0} \quad \text{on } S_B \quad (2.46)$$

$$\text{out-going condition} \quad \text{on } S_R \quad (2.47)$$

1차 경계치문제는 3차원 특이점분포법을 이용함으로써 부유식 해양구조물에 대해 신뢰성 있는 해가 구해지고 있으며, 2차 radiation 문제는 1차의 경우와 같은 방법으로 풀 수 있으며, 2차 diffraction 문제는 통상 고차 경계요소법을 도입하여 풀고 있다.

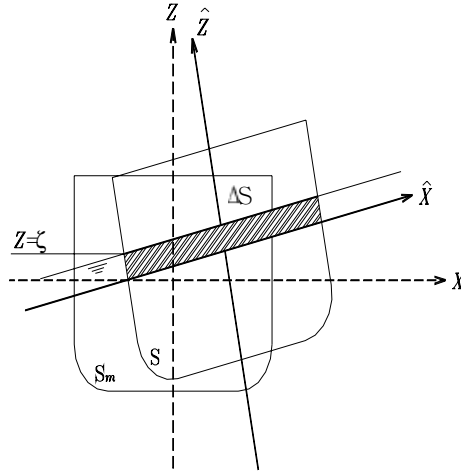


Fig. 2.3 Relationship between S and S<sub>m</sub>

압력에 의한 유체력을 계산하기 위해 압력  $P$ 를 평균위치에 대하여 Taylor 전개하고, 식(2.20)을 이용하면 다음과 같이 된다.

$$P = P_m^{(0)} + \epsilon P_m^{(1)} + \epsilon^2 [P_m^{(2)} + \{X^{(1)}\} \cdot \nabla P_m^{(1)}] + O(\epsilon^3) \quad (2.48)$$

여기서,  $P$ 는 Fig.2.3에서의 순간 침수표면  $S_H$ 에 대한 압력이고,  $P_m$ 은 평균위치에서의 침수표면  $S_m$ 에 대한 압력을 나타낸다.

식(2.20)을  $\{X\}$ 의 성분  $Z$ 로 나타내고 경계치문제에서 얻어지는 속도포텐셜을 고려해서 정리하면 다음과 같이 표현된다.

$$P(X, Y, Z, t) = -\rho g \hat{Z} - \epsilon \rho [\Phi_t^{(1)} + gZ^{(1)}] - \epsilon^2 [\rho \Phi_t^{(2)} + \frac{\rho}{2} |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho \{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)} + \rho g Z^{(2)}] + O(\epsilon^3)$$

$$= P^{(0)} + \epsilon P^{(1)} + \epsilon^2 P^{(2)} + O(\epsilon^3) \quad (2.49)$$

여기서,

$$\begin{aligned} P^{(0)} &= -\rho g \widehat{Z} \\ P^{(1)} &= -\rho \Phi_t^{(1)} - \rho g Z^{(1)} \\ P^{(2)} &= -\rho \Phi_t^{(2)} - \frac{\rho}{2} |\nabla \Phi^{(1)}|^2 - \rho \{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)} - \rho g Z^{(2)} \end{aligned} \quad (2.50)$$

이 압력에 의한 유체력은 다음의 식에 의해 구해진다.

$$\{F_k(t)\} = - \int \int_{S_H} P(X, Y, Z, t) \{n_k\} dS, \quad (k = 1 \sim 6) \quad (2.51)$$

#### 2.2.4 파강제력과 전달함수

인장계류식 해양구조물에 작용하는 파강제력과 모멘트는 섭동진개에 의해 얻어지는 1차 및 2차항을 취하여 1차 파강제력과 모멘트 및 2차 파강제력과 모멘트를 구할 수 있다. 파랑중 물체에 작용하는 유체력과 모멘트는  $O' - X'Y'Z'$  좌표계에 대하여, 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$\{F\} = - \int \int_{S_H} P \{n\} dS \quad (2.52)$$

$$\{M\} = - \int \int_{S_H} P (\{X'\} \times \{n\}) dS \quad (2.53)$$

여기서,  $S_H$ 는 물체의 순간 침수표면이고,  $\{n\}$ 은 물체의 표면요소  $dS$ 의 단위 법선벡터이다. 또, 침수표면  $S_H$ 는 Fig.2.3에서와 같이 정수면 이하의 부분  $S_m$ 과 물체 표면상의 파면과 정수면 사이에 발생하는 변동부분  $\Delta S$ 로 나눌 수 있으며, 식(2.49)와 식(2.23)을 식(2.52)에 대입하고,  $\Delta S$ 상에서는  $P^{(0)}$ 가 0임을 고려하면, 식(2.52)의 유체력은 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{F\} &= - \int \int_{S_m} [P^{(0)} + \varepsilon P^{(1)} + \varepsilon^2 P^{(2)} + O(\varepsilon^3)] [\{n^{(0)}\} + \varepsilon \{n^{(1)}\} + \varepsilon^2 \{n^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)] dS \\
&\quad - \int \int_{\Delta S} [\varepsilon P^{(1)} + \varepsilon^2 P^{(2)} + O(\varepsilon^3)] [\{n^{(0)}\} + \varepsilon \{n^{(1)}\} + \varepsilon^2 \{n^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)] dS \\
&= \{F^{(0)}\} + \varepsilon \{F^{(1)}\} + \varepsilon^2 \{F^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)
\end{aligned} \tag{2.54}$$

또, 식(2.49)과 식(2.35)를 식(2.53)에 대입하면, 유체력에 의한 모멘트는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{M\} &= - \int \int_{S_m} [P^{(0)} + \varepsilon P^{(1)} + \varepsilon^2 P^{(2)} + O(\varepsilon^3)] [\{N^{(0)}\} + \varepsilon \{N^{(1)}\} + \varepsilon^2 \{N^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)] dS \\
&\quad - \int \int_{\Delta S} [\varepsilon P^{(1)} + \varepsilon^2 P^{(2)} + O(\varepsilon^3)] [\{N^{(0)}\} + \varepsilon \{N^{(1)}\} + \varepsilon^2 \{N^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)] dS \\
&= \{M^{(0)}\} + \varepsilon \{M^{(1)}\} + \varepsilon^2 \{M^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)
\end{aligned} \tag{2.55}$$

$\{F^{(0)}\}, \{M^{(0)}\}$ 는 평균 침수표면  $S_m$ 에 작용하는 정수압에 의한 정적 부력과 모멘트이고,  $\{F^{(1)}\}, \{M^{(1)}\}$ 은 파랑과 같은 주기로 작용하는 1차 유체력 및 모멘트를 나타낸다. 또,  $\{F^{(2)}\}, \{M^{(2)}\}$ 는 평균 침수표면  $S_m$ 상에서의 압력과 법선벡터의 곱에 의한 2차 유체력과 모멘트 및 변동부분  $\Delta S$ 에서의 압력을 적분함으로써 생기는 2차 유체력과 모멘트이다. 먼저,  $\{F^{(0)}\}, \{M^{(0)}\}$ 는 평균위치에서의 부체의 수선면적  $A_w$ 에서  $\hat{Z}=0$ 이므로 Gauss 정리를 적용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{F^{(0)}\} &= - \int \int_{S_m} P^{(0)} \{n^{(0)}\} dS = \rho g \int \int_{S_m} \hat{Z} \{\hat{n}\} dS \\
&= \rho g \int \int \int_V \nabla \hat{Z} dV = \rho g V \{k\} = \{0 \ 0 \ \rho g V\}^T
\end{aligned} \tag{2.56}$$

$$\begin{aligned}
\{M^{(0)}\} &= - \int \int_{S_m} P^{(0)} \{N^{(0)}\} dS = \rho g \int \int_{S_m} \hat{Z} (\{\hat{X}\} \times \{\hat{n}\}) dS \\
&= - \rho g \int \int \int_V \nabla \times [\hat{Z} \{\hat{X}\}] dV = \rho g \int \int \int_V (\hat{Y}\{i\} - \hat{X}\{j\}) dV \\
&= \rho g V (\hat{Y}_B\{i\} - \hat{X}_B\{j\}) = \{\hat{X}_B\} \times \{0 \ 0 \ \rho g V\}^T
\end{aligned} \tag{2.57}$$



여기서,  $\nabla = \{i\} \frac{\partial}{\partial \widehat{X}} + \{j\} \frac{\partial}{\partial \widehat{Y}} + \{k\} \frac{\partial}{\partial \widehat{Z}}$ ,  $V$ 는 평균 침수체적이며,  $\{\widehat{X}_B\}$ 는 부체의 부심벡터로서 다음과 같다.

$$\{\widehat{X}_B\} = \frac{1}{V} \int \int \int_V \{\widehat{X}\} dV \quad (2.58)$$

$\{F^{(1)}\}$ 과  $\{M^{(1)}\}$ 은 평균 침수 폐곡면  $S_m + A_w$ 에 대한 적분을 Gauss 정리를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{F^{(1)}\} &= \rho \int \int_{S_m} \Phi_t^{(1)} \{\widehat{n}\} dS - \rho g \int \int_{A_w} (\mathcal{E}_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)} \widehat{Y} - \Omega_2^{(1)} \widehat{X}) \{k\} d\widehat{X} d\widehat{Y} \\ &= \rho \int \int_{S_m} \Phi_t^{(1)} \{\widehat{n}\} dS - \rho g A_w (\mathcal{E}_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)} \widehat{Y}_f - \Omega_2^{(1)} \widehat{X}_f) \{k\} \\ &= \{F_I^{(1)}\} + \{F_D^{(1)}\} + \{F_R^{(1)}\} + \{F_{HS}^{(1)}\} \end{aligned} \quad (2.59)$$

여기서,  $(\widehat{X}_f, \widehat{Y}_f)$ 는 물체고정 좌표계에 있어서의 평형위치의 부면심으로서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \widehat{X}_f &= \frac{1}{A_w} \int \int_{A_w} \widehat{X} d\widehat{X} d\widehat{Y} \\ \widehat{Y}_f &= \frac{1}{A_w} \int \int_{A_w} \widehat{Y} d\widehat{X} d\widehat{Y} \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \{M^{(1)}\} &= - \int \int_{S_m} (P^{(1)} \{N^{(0)}\} + P^{(0)} \{N^{(1)}\}) dS \\ &= - \int \int_{S_m} P^{(1)} \{\widehat{N}\} dS + \{\Omega^{(1)}\} \times \{M^{(0)}\} \\ &= \rho \int \int_{S_m} \Phi_t^{(1)} (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\rho g \left\{ \begin{array}{l} A_W \widehat{Y}_f \mathbf{E}_3^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) \Omega_1^{(1)} - S_{12} \Omega_2^{(1)} - \widehat{X}_B V \Omega_3^{(1)} \\ -A_W \widehat{X}_f \mathbf{E}_3^{(1)} - S_{12} \Omega_1^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{11}) \Omega_2^{(1)} - \widehat{Y}_B V \Omega_3^{(1)} \\ 0 \end{array} \right\} \\
& = \{M_I^{(1)}\} + \{M_D^{(1)}\} + \{M_R^{(1)}\} + \{M_{HS}^{(1)}\} \tag{2.61}
\end{aligned}$$

여기서,  $S_{kl}$ 은 수선면 2차 모멘트로서 다음과 같이 정의된다.

$$S_{kl} = \int \int_{A_w} \widehat{X}_k \widehat{X}_l d\widehat{X} d\widehat{Y} \tag{2.62}$$

여기서,

$$\{\widehat{X}_1 \ \widehat{X}_2 \ \widehat{X}_3\}^T = \{\widehat{X} \ \widehat{Y} \ \widehat{Z}\}^T$$

식(2.59) 및 식(2.60)은 각각 파강제력, 동유체력 및 정적 유체반력을 모두 포함하는 1차 유체력 및 모멘트이고, 1차 파강제력  $\{F_{ex}^{(1)}\}$  과 모멘트  $\{M_{ex}^{(1)}\}$  는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
\{F_{ex}^{(1)}\} &= \{F_I^{(1)}\} + \{F_D^{(1)}\} \\
&= \rho \int \int_{S_m} (\boldsymbol{\Phi}_{It}^{(1)} + \boldsymbol{\Phi}_{Dt}^{(1)}) \{\widehat{n}\} dS \tag{2.63}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{M_{ex}^{(1)}\} &= \{M_I^{(1)}\} + \{M_D^{(1)}\} \\
&= \rho \int \int_{S_m} (\boldsymbol{\Phi}_{It}^{(1)} + \boldsymbol{\Phi}_{Dt}^{(1)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \tag{2.64}
\end{aligned}$$

식(2.63)과 식(2.64)의 1차 파강제력과 모멘트를 2성분 입사파에 대한 1차 전달함수로 표현하기 위해,  $\boldsymbol{\Phi}_{It}^{(1)}$  과  $\boldsymbol{\Phi}_{Dt}^{(1)}$ 는 다음과 같이 된다.

$$\boldsymbol{\Phi}_{It}^{(1)} = Re \sum_{k=1}^2 [a_k^{(1)} (-i\omega_k) \phi_{Ik}^{(1)} e^{-i\omega_k t}]$$

$$\Phi_{Dt}^{(1)} = Re \sum_{k=1}^2 [ a_k^{(1)} (-i\omega_k) \phi_{Dk}^{(1)} e^{-i\omega_k t} ] \quad (2.65)$$

식(2.65)를 식(2.63)와 식(2.64)에 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \{F_{ex}^{(1)}\} &= Re \sum_{k=1}^2 [ a_k^{(1)} \left( \rho \int \int_{S_m} -i\omega_k (\phi_{Ik}^{(1)} + \phi_{Dk}^{(1)}) \{\hat{n}\} dS \right) e^{-i\omega_k t} ] \\ &= Re \sum_{k=1}^2 [ a_k^{(1)} \{f_{Fk}^{(1)}\} e^{-i\omega_k t} ] \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \{M_{ex}^{(1)}\} &= Re \sum_{k=1}^2 [ a_k^{(1)} \left( \rho \int \int_{S_m} -i\omega_k (\phi_{Ik}^{(1)} + \phi_{Dk}^{(1)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\hat{n}\}) dS \right) e^{-i\omega_k t} ] \\ &= Re \sum_{k=1}^2 [ a_k^{(1)} \{f_{Mk}^{(1)}\} e^{-i\omega_k t} ] \end{aligned} \quad (2.67)$$

여기서,  $\{f_{Fk}^{(1)}\}$  와  $\{f_{Mk}^{(1)}\}$  는 각각 파 주파수  $\omega_k$  인 1차 파강제력과 파강제모멘트의 전달 함수로서 다음과 같다.

$$\{f_{Fk}^{(1)}\} = -i\rho\omega_k \int \int_{S_m} (\phi_{Ik}^{(1)} + \phi_{Dk}^{(1)}) \{\hat{n}\} dS \quad (2.68)$$

$$\{f_{Mk}^{(1)}\} = -i\rho\omega_k \int \int_{S_m} (\phi_{Ik}^{(1)} + \phi_{Dk}^{(1)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\hat{n}\}) dS \quad (2.69)$$

$\{F^{(2)}\}$ ,  $\{M^{(2)}\}$ 는 각 좌표계, 물체표면, 회전 벡터들의 관계를 고려하고 침수표면적에 대한 압력의 적분을 통해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{F^{(2)}\} &= - \int \int_{S_m} (P^{(1)}\{n^{(1)}\} + P^{(2)}\{\hat{n}\} + P^{(0)}\{n^{(2)}\}) dS - \int \int_{\Delta S} P^{(1)}\{\hat{n}\} dS \\ &= -\frac{1}{2} \rho g \int_{WL} \zeta_R^{(1)2} \{\hat{n}\} dl + \{\Omega^{(1)}\} \times \{F^{(1)}\} \\ &\quad + \int \int_{S_m} \left[ \frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho \Phi_t^{(2)} + \rho (\{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)}) \right] \{\hat{n}\} dS \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \rho g \int \int_{A_w} [\mathcal{E}_3^{(2)} + \mathcal{Q}_1^{(2)} \widehat{Y} - \mathcal{Q}_2^{(2)} \widehat{X} + \mathcal{Q}_1^{(1)} \mathcal{Q}_3^{(1)} \widehat{X} + \mathcal{Q}_2^{(1)} \mathcal{Q}_3^{(1)} \widehat{Y}] \{k\} d\widehat{X} d\widehat{Y} \\
& = \{F_I^{(2)}\} + \{F_D^{(2)}\} + \{F_Q^{(2)}\} + \{F_R^{(2)}\} + \{F_{HS}^{(2)}\} \tag{2.70}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{M^{(2)}\} & = - \int \int_{S_m} (P^{(1)} \{N^{(1)}\} + P^{(2)} \{\widehat{N}\} + P^{(0)} \{N^{(2)}\}) dS - \int \int_{\mathcal{A}S} P^{(1)} \{\widehat{N}\} dS \\
& = - \frac{1}{2} \rho g \int_{WL} \zeta_R^{(1)^2} (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dl + \{\Omega^{(1)}\} \times \{M^{(1)}\} \\
& \quad + \int \int_{S_m} \left[ \frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho \Phi_t^{(2)} + \rho (\{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)}) \right] (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \\
& - \rho g \left\{ \begin{array}{l} -(\widehat{X}_B V \mathcal{Q}_2^{(1)} - S_{12} \mathcal{Q}_3^{(1)}) \mathcal{Q}_1^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) \mathcal{Q}_2^{(1)} \mathcal{Q}_3^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{Y}_B V (\mathcal{Q}_3^{(1)^2} - \mathcal{Q}_1^{(1)^2}) \\ -(\widehat{Z}_B V + S_{11}) \mathcal{Q}_1^{(1)} \mathcal{Q}_3^{(1)} - S_{12} \mathcal{Q}_2^{(1)} \mathcal{Q}_3^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{X}_B V (\mathcal{Q}_2^{(1)^2} - \mathcal{Q}_3^{(1)^2}) \\ \widehat{Y}_B V \mathcal{Q}_1^{(1)} \mathcal{Q}_3^{(1)} - \widehat{X}_B V \mathcal{Q}_2^{(1)} \mathcal{Q}_3^{(1)} \end{array} \right\} \\
& - \rho g \left\{ \begin{array}{l} A_w \widehat{Y}_f \mathcal{E}_3^{(2)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) \mathcal{Q}_1^{(2)} - S_{12} \mathcal{Q}_2^{(2)} - \widehat{X}_B V \mathcal{Q}_3^{(2)} \\ -A_w \widehat{X}_f \mathcal{E}_3^{(2)} - S_{12} \mathcal{Q}_1^{(2)} + (\widehat{Z}_B V + S_{11}) \mathcal{Q}_2^{(2)} - \widehat{Y}_B V \mathcal{Q}_3^{(2)} \\ 0 \end{array} \right\} \\
& = \{M_I^{(2)}\} + \{M_D^{(2)}\} + \{M_Q^{(2)}\} + \{M_R^{(2)}\} + \{M_{HS}^{(2)}\} \tag{2.71}
\end{aligned}$$

식(2.70)과 식(2.71)은 각각 파강제력, 동유체력 및 정적 유체반력을 모두 포함하는 전체 2차 유체력 및 모멘트이고, 2차 파강제력  $\{F_{ex}^{(2)}\}$  과 모멘트  $\{M_{ex}^{(2)}\}$  는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
\{F_{ex}^{(2)}\} & = \{F_I^{(2)}\} + \{F_D^{(2)}\} + \{F_Q^{(2)}\} \\
& = - \frac{1}{2} \rho g \int_{WL} \zeta_R^{(1)^2} \{\widehat{n}\} dl + \{\Omega^{(1)}\} \times \{F^{(1)}\} \\
& \quad + \int \int_{S_m} \left[ \frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho (\Phi_{It}^{(2)} + \Phi_{Dt}^{(2)}) + \rho (\{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)}) \right] \{\widehat{n}\} dS
\end{aligned}$$

$$- \rho g A_w \Omega_3^{(1)} (\Omega_1^{(1)} \widehat{X}_f + \Omega_2^{(1)} \widehat{Y}_f) \{k\} \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} \{M_{ex}^{(2)}\} &= \{M_I^{(2)}\} + \{M_D^{(2)}\} + \{M_Q^{(2)}\} \\ &= -\frac{1}{2} \rho g \int_{WL} \zeta_R^{(1)^2} (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dl + \{\Omega^{(1)}\} \times \{M^{(1)}\} \\ &\quad + \int \int_{S_m} \left[ \frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho (\Phi_{Ht}^{(2)} + \Phi_{Dt}^{(2)}) \right. \\ &\quad \left. + \rho (\{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) \right] dS \\ &\quad - \rho g \left\{ \begin{aligned} &-(\widehat{X}_B V \Omega_2^{(1)} - S_{12} \Omega_3^{(1)}) \Omega_1^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) \Omega_2^{(1)} \Omega_3^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{Y}_B V (\Omega_3^{(1)^2} - \Omega_1^{(1)^2}) \\ &-(\widehat{Z}_B V + S_{11}) \Omega_1^{(1)} \Omega_3^{(1)} - S_{12} \Omega_2^{(1)} \Omega_3^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{X}_B V (\Omega_2^{(1)^2} - \Omega_3^{(1)^2}) \\ &\widehat{Y}_B V \Omega_1^{(1)} \Omega_3^{(1)} - \widehat{X}_B V \Omega_2^{(1)} \Omega_3^{(1)} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (2.73)$$

식(2.72)와 식(2.73)에서 마지막 항은 1차 회전운동의 곱에 의한 2차 파랑강제력과 모멘트 성분을 나타내며, 식(2.72)와 식(2.73)의 2차 파랑강제력과 모멘트를 2성분 입사파에 대한 합주파수 성분과 차주파수 성분의 전달함수로 나누어 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\{F_{ex}^{(2)}\} = Re \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 [ a_k^{(1)} a_l^{(1)} \{f_{Fkl}^{+(2)}\} e^{-i(\omega_k + \omega_l)t} + a_k^{(1)} a_l^{(1)*} \{f_{Fkl}^{-(2)}\} e^{-i(\omega_k - \omega_l)t} ] \quad (2.74)$$

$$\{M_{ex}^{(2)}\} = Re \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 [ a_k^{(1)} a_l^{(1)} \{f_{Mkl}^{+(2)}\} e^{-i(\omega_k + \omega_l)t} + a_k^{(1)} a_l^{(1)*} \{f_{Mkl}^{-(2)}\} e^{-i(\omega_k - \omega_l)t} ] \quad (2.75)$$

식(2.72)와 식(2.73)을 물리적 성분별로 분류하여 각 성분별 2차 파랑강제력과 모멘트의 전달함수를 구하여 더해줌으로써 최종적으로 식(2.74)와 식(2.75)의 2차 파랑강제력과 모멘트의 2차 전달함수를 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{f_{Fkl}^{+(2)}\} &= \{f_{Fkl}^{+(2)}\}^I + \{f_{Fkl}^{+(2)}\}^{II} + \{f_{Fkl}^{+(2)}\}^{III} + \{f_{Fkl}^{+(2)}\}^{IV} + \{f_{Fkl}^{+(2)}\}^V + \{f_{Fkl}^{+(2)}\}^{VI} \\
&= -\frac{1}{4} \rho g \int_{WL} a_{R_k}^{(1)}(l) a_{R_l}^{(1)}(l) \{\widehat{n}\} dl \\
&\quad + \frac{1}{4} [(\{a_k^{(1)}\} \times \{f_l^{(1)}\}) + (\{a_l^{(1)}\} \times \{f_k^{(1)}\})] \\
&\quad + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} (\nabla \phi_k^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)}) \{\widehat{n}\} dS \\
&\quad + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} [\{x_k^{(1)}\} \cdot (-i\omega_l \nabla \phi_l^{(1)}) \\
&\quad + \{x_l^{(1)}\} \cdot (-i\omega_k \nabla \phi_k^{(1)})] \{\widehat{n}\} dS \\
&\quad - \frac{1}{4} \rho g A_W [a_{3k}^{(1)}(\alpha_{1l}^{(1)} \widehat{X}_f + \alpha_{2l}^{(1)} \widehat{Y}_f) + a_{3l}^{(1)}(\alpha_{1k}^{(1)} \widehat{X}_f + \alpha_{2k}^{(1)} \widehat{Y}_f)] \{k\} \\
&\quad - i\rho(\omega_k + \omega_l) \int \int_{S_m} (\phi_{Ikl}^{+(2)} + \phi_{Dkl}^{+(2)}) \{\widehat{n}\} dS \tag{2.76}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{f_{Fkl}^{-(2)}\} &= \{f_{Fkl}^{-(2)}\}^I + \{f_{Fkl}^{-(2)}\}^{II} + \{f_{Fkl}^{-(2)}\}^{III} + \{f_{Fkl}^{-(2)}\}^{IV} + \{f_{Fkl}^{-(2)}\}^V + \{f_{Fkl}^{-(2)}\}^{VI} \\
&= -\frac{1}{4} \rho g \int_{WL} a_{R_k}^{(1)}(l) a_{R_l}^{(1)*}(l) \{\widehat{n}\} dl \\
&\quad + \frac{1}{4} [(\{a_k^{(1)}\} \times \{f_l^{(1)*}\}) + (\{a_l^{(1)*}\} \times \{f_k^{(1)}\})] \\
&\quad + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} (\nabla \phi_k^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)*}) \{\widehat{n}\} dS \\
&\quad + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} [\{x_k^{(1)}\} \cdot (i\omega_l \nabla \phi_l^{(1)*}) \\
&\quad + \{x_l^{(1)*}\} \cdot (-i\omega_k \nabla \phi_k^{(1)})] \{\widehat{n}\} dS \\
&\quad - \frac{1}{4} \rho g A_W [a_{3k}^{(1)}(\alpha_{1l}^{(1)*} \widehat{X}_f + \alpha_{2l}^{(1)*} \widehat{Y}_f) + a_{3l}^{(1)*}(\alpha_{1k}^{(1)} \widehat{X}_f + \alpha_{2k}^{(1)} \widehat{Y}_f)] \{k\}
\end{aligned}$$

$$-i\rho(\omega_k - \omega_l) \int \int_{S_m} (\phi_{Ikl}^{-(2)} + \phi_{Dkl}^{-(2)}) \{\widehat{n}\} dS \quad (2.77)$$

$$\begin{aligned} \{f_{Mkl}^{+(2)}\} &= \{f_{Mkl}^{+(2)}\}^I + \{f_{Mkl}^{+(2)}\}^{II} + \{f_{Mkl}^{+(2)}\}^{III} + \{f_{Mkl}^{+(2)}\}^{IV} + \{f_{Mkl}^{+(2)}\}^V + \{f_{Mkl}^{+(2)}\}^{VI} \\ &= \frac{1}{4} \rho g \int_{WL} a_{R_k}^{(1)}(l) a_{R_l}^{(1)}(l) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dl \\ &\quad + \frac{1}{4} [(\{\alpha_k^{(1)}\} \times \{m_l^{(1)}\}) + (\{\alpha_l^{(1)}\} \times \{m_k^{(1)}\})] \\ &\quad + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} (\nabla \phi_k^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \\ &\quad + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} [\{x_k^{(1)}\} \cdot (-i\omega_l \nabla \phi_l^{(1)}) \\ &\quad + \{x_l^{(1)}\} \cdot (-i\omega_k \nabla \phi_k^{(1)})] (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \\ &\quad - \frac{1}{4} \rho g \\ &\quad \cdot \left[ \begin{aligned} &-(\widehat{X}_B V a_{2k}^{(1)} - S_{12} a_{3k}^{(1)}) a_{1l}^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) a_{2k}^{(1)} a_{3l}^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{Y}_B V (a_{3k}^{(1)} a_{3l}^{(1)} - a_{1k}^{(1)} a_{1l}^{(1)}) \\ &-(\widehat{Z}_B V + S_{11}) a_{1k}^{(1)} a_{3l}^{(1)} - S_{12} a_{2k}^{(1)} a_{3l}^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{X}_B V (a_{2k}^{(1)} a_{2l}^{(1)} - a_{3k}^{(1)} a_{3l}^{(1)}) \\ &\quad \widehat{Y}_B V a_{1k}^{(1)} a_{3l}^{(1)} - \widehat{X}_B V a_{2k}^{(1)} a_{3l}^{(1)} \end{aligned} \right] \\ &\quad + \left[ \begin{aligned} &-(\widehat{X}_B V a_{2l}^{(1)} - S_{12} a_{3l}^{(1)}) a_{1k}^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) a_{2l}^{(1)} a_{3k}^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{Y}_B V (a_{3l}^{(1)} a_{3k}^{(1)} - a_{1l}^{(1)} a_{1k}^{(1)}) \\ &-(\widehat{Z}_B V + S_{11}) a_{1l}^{(1)} a_{3k}^{(1)} - S_{12} a_{2l}^{(1)} a_{3k}^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{X}_B V (a_{2l}^{(1)} a_{2k}^{(1)} - a_{3l}^{(1)} a_{3k}^{(1)}) \\ &\quad \widehat{Y}_B V a_{1l}^{(1)} a_{3k}^{(1)} - \widehat{X}_B V a_{2l}^{(1)} a_{3k}^{(1)} \end{aligned} \right] \\ &\quad - i\rho(\omega_k + \omega_l) \int \int_{S_m} (\phi_{Ikl}^{+(2)} + \phi_{Dkl}^{+(2)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \quad (2.78) \end{aligned}$$

$$\{f_{Mkl}^{-(2)}\}_T = \{f_{Mkl}^{-(2)}\}^I + \{f_{Mkl}^{-(2)}\}^{II} + \{f_{Mkl}^{-(2)}\}^{III} + \{f_{Mkl}^{-(2)}\}^{IV} + \{f_{Mkl}^{-(2)}\}^V + \{f_{Mkl}^{-(2)}\}^{VI}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{4} \rho g \int_{WL} a_{R_k}^{(1)}(l) a_{R_l}^{(1)*}(l) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dl \\
&\quad + \frac{1}{4} [(\{\alpha_k^{(1)}\} \times \{m_l^{(1)*}\}) + (\{\alpha_l^{(1)*}\} \times \{m_k^{(1)}\})] \\
&\quad + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} (\nabla \phi_k^{(1)} \cdot \nabla \phi_l^{(1)*}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \\
&\quad + \frac{1}{4} \rho \int \int_{S_m} [\{x_k^{(1)}\} \cdot (i\omega_l \nabla \phi_l^{(1)*}) \\
&\quad + \{x_l^{(1)*}\} \cdot (-i\omega_k \nabla \phi_k^{(1)})] (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \\
&\quad - \frac{1}{4} \rho g \\
&\quad \cdot \left[ \begin{aligned} &-(\widehat{X}_B V a_{2k}^{(1)} - S_{12} a_{3k}^{(1)}) a_{1l}^{(1)*} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) a_{2k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*} - \frac{1}{2} \widehat{Y}_B V (a_{3k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*} - a_{1k}^{(1)} a_{1l}^{(1)*}) \\ &-(\widehat{Z}_B V + S_{11}) a_{1k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*} - S_{12} a_{2k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*} - \frac{1}{2} \widehat{X}_B V (a_{2k}^{(1)} a_{2l}^{(1)*} - a_{3k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*}) \\ &\quad \widehat{Y}_B V a_{1k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*} - \widehat{X}_B V a_{2k}^{(1)} a_{3l}^{(1)*} \end{aligned} \right] \\
&\quad + \left[ \begin{aligned} &-(\widehat{X}_B V a_{2l}^{(1)*} - S_{12} a_{3l}^{(1)*}) a_{1k}^{(1)} + (\widehat{Z}_B V + S_{22}) a_{2l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{Y}_B V (a_{3l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)} - a_{1l}^{(1)*} a_{1k}^{(1)}) \\ &-(\widehat{Z}_B V + S_{11}) a_{1l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)} - S_{12} a_{2l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)} - \frac{1}{2} \widehat{X}_B V (a_{2l}^{(1)*} a_{2k}^{(1)} - a_{3l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)}) \\ &\quad \widehat{Y}_B V a_{1l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)} - \widehat{X}_B V a_{2l}^{(1)*} a_{3k}^{(1)} \end{aligned} \right] \\
&\quad - i \rho (\omega_k - \omega_l) \int \int_{S_m} (\phi_{Ikl}^{-(2)} + \phi_{Dkl}^{-(2)}) (\{\widehat{X}\} \times \{\widehat{n}\}) dS \quad (2.79)
\end{aligned}$$

여기서, 로마숫자로 표현된 윗첨자의 의미는 다음과 같다.

- I : 1차 상대 수면변위에 의한 2차 파강제력과 모멘트 성분
- II : 1차 회전운동과 1차 유체력의 곱에 의한 2차 파강제력 및 1차 회전운동과 1차 파강제력에 의한 모멘트의 곱에 의해 발생하는 2차 파강제력에 의한 모멘트 성분
- III : 1차 속도의 제곱에 비례하는 2차 파강제력과 모멘트 성분



- IV : 1차 운동과 1차 압력구배의 내적에 의한 2차 과강제력과 모멘트 성분
- V : 1차 회전운동의 곱에 의한 2차 과강제력과 모멘트 성분
- VI : 2차 속도포텐셜에 의한 2차 과강제력과 모멘트 성분

### 2.2.5 운동방정식

부체의 운동이 입사파의 주파수와 조화인 것으로 가정하고 있으므로, 어떤 임의의 운동 기준점의 좌표  $(x_m, y_m, z_m)$  주위의 운동 방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\sum_{l=1}^6 [ -\omega^2 (M_{kl} + \mu_{kl}) - i\omega\nu_{kl} + (C_{kl} + C_{kl}') ] U_l = F_k \quad , \quad (k=1 \sim 6) \quad (2.80)$$

여기서,  $M_{kl}$ 은 부체의 관성력 계수,  $C_{kl}$ 은 정수압에 의한 복원력 계수,  $C_{kl}'$ 는 계류계에 의한 복원력 계수이다. 부체의 관성력 계수를 구체적으로 표시하면 다음과 같다.

$$M_{kk} = m \quad (k=1 \sim 3)$$

$$M_{15} = -m(Z_m - Z_G) \quad , \quad M_{16} = m(Y_m - Y_G)$$

$$M_{24} = m(Z_m - Z_G) \quad , \quad M_{26} = -m(X_m - X_G)$$

$$M_{34} = -m(Y_m - Y_G) \quad , \quad M_{35} = m(X_m - X_G)$$

$$M_{42} = M_{24} \quad , \quad M_{43} = M_{34}$$

$$M_{44} = I_{XX} + m(Y_m - Y_G)^2 + m(Z_m - Z_G)^2$$

$$M_{45} = -I_{XY} - m(X_m - X_G)(Y_m - Y_G)$$

$$M_{46} = -I_{XZ} - m(X_m - X_G)(Z_m - Z_G)$$

$$M_{51} = M_{15} \quad , \quad M_{53} = M_{35} \quad , \quad M_{54} = M_{45}$$

$$M_{55} = I_{YY} + m(X_m - X_G)^2 + m(Z_m - Z_G)^2$$

$$M_{56} = -I_{YZ} - m(Y_m - Y_G)(Z_m - Z_G)$$

$$M_{61} = M_{16} \quad , \quad M_{62} = M_{26} \quad , \quad M_{64} = M_{46} \quad , \quad M_{65} = M_{56}$$

$$M_{66} = I_{ZZ} + m(X_m - X_G)^2 + m(Y_m - Y_G)^2$$

상기 이외의 성분은  $M_{kl} = 0$  이다.

여기서,  $(X_G, Y_G, Z_G)$ 는 부체의 무게중심,  $m$  는 부체의 질량이고,  $I$ 는 관성모멘트이다. 또, 정수압에 의한 복원력 계수는 다음과 같이 표현된다.

$$C_{33} = \rho g \int_{A_w} dA$$

$$C_{34} = \rho g \int_{A_w} (Y - Y_G) dA - \rho g (Y_m - Y_G) \int_{A_w} dA$$

$$C_{35} = -\rho g \int_{A_w} (X - X_G) dA + \rho g (X_m - X_G) \int_{A_w} dA$$

$$C_{44} = \rho g V (Z_B - Z_G) + \rho g \int_{A_w} (Y - Y_G)^2 dA$$

$$-2\rho g (Y_m - Y_G) \int_{A_w} (Y - Y_G) dA + \rho g (Y_m - Y_G)^2 \int_{A_w} dA$$

$$C_{45} = -\rho g \int_{A_w} (X - X_G)(Y - Y_G) dA + \rho g(X_m - X_G) \int_{A_w} (Y - Y_G) dA \\ + \rho g(Y_m - Y_G) \int_{A_w} (X - X_G) dA - \rho g(X_m - X_G)(Y_m - Y_G) \int_{A_w} dA$$

$$C_{46} = -\rho g V(X_B - X_G)$$

$$C_{43} = C_{34}, \quad C_{53} = C_{35}, \quad C_{54} = C_{45}$$

$$C_{55} = \rho g V(Z_B - Z_G) + \rho g \int_{A_w} (X - X_G)^2 dA \\ - 2\rho g(X_m - X_G) \int_{A_w} (X - X_G) dA + \rho g(X_m - X_G)^2 \int_{A_w} dA$$

$$C_{56} = -\rho g V(Y_B - Y_G)$$

상기 이외의 성분은  $C_{kl} = 0$  이다.

여기서,  $V$ 는 배수용적,  $(X_B, Y_B, Z_B)$ 는 부체의 부력중심,  $\int_{A_w} dA$ 는 수선면적이다.

## 2.3 시간영역에서의 응답 해석

### 2.3.1 시간영역에서의 파강제력

불규칙파중에서의 파강제력을 계산할 때, Hsu[68]는 임의의 불규칙파의 시간이력(time history)에서 zero cross점을 찾아 반파장마다 주파수영역의 파강제력을 이용하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 계산시간을 단축시키는 잇점이 있지만, 파형이 급격히 변화하거나 변동 표류력을 고려하는 경우에는 파강제력을 정확하게 평가할 수 없다. 그래서 본 논문에서는 파강제력과 모멘트의 시간이력(time history)을 주파수영역에서 구해지는 파강제력과 모멘트의 주파수 응답함수를 Fourier 변환함으로써 얻어지는 임펄스 응답함수를 콘볼루션 적분하여 구한다. 먼저, 파강제력  $\{F_w(t)\}$ 와 모멘트  $\{M_w(t)\}$ 를 Volterra급수로 표현하여 2차항까지 취하면, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
& \{F_{ex}(t)\} \\
&= \{F_{ex}^{(1)}(t)\} + \{F_{ex}^{(2)}(t)\} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(1)}(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2
\end{aligned} \tag{2.81}$$

$$\begin{aligned}
& \{M_{ex}(t)\} \\
&= \{M_{ex}^{(1)}(t)\} + \{M_{ex}^{(2)}(t)\} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(1)}(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2
\end{aligned} \tag{2.82}$$

식(2.81)과 식(2.82)를 1차 및 2차 파강제력과 모멘트로 분리하면, 다음과 같다.

$$\{F_{ex}^{(1)}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(1)}(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau \tag{2.83}$$

$$\{F_{ex}^{(2)}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \tag{2.84}$$

$$\{M_{ex}^{(1)}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(1)}(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau \tag{2.85}$$

$$\{M_{ex}^{(2)}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \tag{2.86}$$

또,  $\{h_F^{(1)}(\tau)\}$ ,  $\{h_F^{(2)}(\tau)\}$  및  $\{h_M^{(1)}(\tau)\}$ ,  $\{h_M^{(2)}(\tau)\}$ 는 각각 1차 및 2차 파강제력과 모멘트의 임펄스 응답함수로서 다음과 같이 표현된다.

$$\{h_F^{(1)}(\tau)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{H_F^{(1)}(\omega)\} e^{-i\omega\tau} d\omega \tag{2.87}$$

$$\{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\{H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\} e^{-i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)}] d\omega_1 d\omega_2 \quad (2.88)$$

$$\{h_M^{(1)}(\tau)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{H_M^{(1)}(\omega)\} e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (2.89)$$

$$\{h_M^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\{H_M^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\} e^{-i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)}] d\omega_1 d\omega_2 \quad (2.90)$$

여기서,  $\{H_F^{(1)}(\omega)\}, \{H_M^{(1)}(\omega)\}$ 는 각각 1차 파강제력과 모멘트의 전달함수이고,  $\{H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\}, \{H_M^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\}$ 는 각각 2차 파강제력과 모멘트의 전달함수이며, Fourier 변환에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\{H_F^{(1)}(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(1)}(\tau)\} e^{i\omega\tau} d\tau \quad (2.91)$$

$$\{H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} e^{i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)}] d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.92)$$

$$\{H_M^{(1)}(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(1)}(\tau)\} e^{i\omega\tau} d\tau \quad (2.93)$$

$$\{H_M^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\{h_M^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} e^{i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)}] d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.94)$$

2.2.4절에서 설명한 방법으로 파강제력과 모멘트의 전달함수가 구해지면, 식(2.87) ~ 식(2.90)의 Fourier 역변환에 의해 파강제력과 모멘트의 임펄스 응답함수를 계산할 수 있고, 식(2.83) ~ 식(2.86)에 의해 임펄스 응답함수와 수면변위의 시간이력의 곱을 적분함으로써 파강제력과 모멘트의 시간이력을 구할 수 있다.

먼저, 2개의 규칙파로 구성된 입사파의 1차 수면변위는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\zeta^{(1)}(t) &= Re \sum_{k=1}^2 [ a_k^{(1)} e^{-i\omega_k t} ] \\
&= |a_1^{(1)}| \cos(\omega_1 t - \varepsilon_1) + |a_2^{(1)}| \cos(\omega_2 t - \varepsilon_2) \\
&= \frac{1}{2} |a_1^{(1)}| (e^{-i(\omega_1 t - \varepsilon_1)} + e^{i(\omega_1 t - \varepsilon_1)}) + \frac{1}{2} |a_2^{(1)}| (e^{-i(\omega_2 t - \varepsilon_2)} + e^{i(\omega_2 t - \varepsilon_2)})
\end{aligned} \tag{2.95}$$

식(2.87),식(2.95)를 식(2.83)에 대입하면, 1차 파강제력은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
\{F_{ex}^{(1)}(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(1)}(\tau)\} \zeta(t - \tau) d\tau \\
&= Re [ |a_1^{(1)}| \{H_F^{(1)}(\omega_1)\} e^{-i(\omega_1 t - \varepsilon_1)} + |a_2^{(1)}| \{H_F^{(1)}(\omega_2)\} e^{-i(\omega_2 t - \varepsilon_2)} ] \\
&= Re \sum_{k=1}^2 [ a_k^{(1)} \{H_F^{(1)}(\omega_k)\} e^{-i\omega_k t} ]
\end{aligned} \tag{2.96}$$

또, 식(2.88)과 식(2.95)를 식(2.84)에 대입하면, 2차 파강제력은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
\{F_{ex}^{(2)}(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t - \tau_1) \zeta(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
&= \frac{1}{2} Re \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 [ |a_k^{(1)}| |a_l^{(1)}| \{H_F^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\} e^{-i[(\omega_k + \omega_l)t - (\varepsilon_k + \varepsilon_l)]} \\
&\quad + |a_k^{(1)}| |a_l^{(1)}| \{H_F^{(2)}(\omega_k, -\omega_l)\} e^{-i[(\omega_k - \omega_l)t - (\varepsilon_k - \varepsilon_l)]} ] \\
&= \frac{1}{2} Re \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 [ a_k^{(1)} a_l^{(1)} \{H_F^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\} e^{-i(\omega_k + \omega_l)t} \\
&\quad + a_k^{(1)} a_l^{(1)*} \{H_F^{(2)}(\omega_k, -\omega_l)\} e^{-i(\omega_k - \omega_l)t} ]
\end{aligned} \tag{2.97}$$

같은 방법으로, 2차 파강제력에 의한 모멘트는 다음과 같이 표현된다.

$$\{M_{ex}^{(1)}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(1)}(\tau)\} \zeta(t - \tau) d\tau$$

$$\begin{aligned}
&= \text{Re} [ |a_1^{(1)}| \{H_M^{(1)}(\omega_1)\} e^{-i(\omega_1 t - \varepsilon_1)} + |a_2^{(1)}| \{H_M^{(2)}(\omega_2)\} e^{-i(\omega_2 t - \varepsilon_2)} ] \\
&= \text{Re} \sum_{k=1}^2 [ a_k^{(1)} \{H_M^{(1)}(\omega_k)\} e^{-i\omega_k t} ] \tag{2.98}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{M_{ex}^{(2)}(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_M^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t - \tau_1) \zeta(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
&= \frac{1}{2} \text{Re} \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 [ a_k^{(1)} a_l^{(1)} \{H_M^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\} e^{-i(\omega_k + \omega_l)t} \\
&\quad + a_k^{(1)} a_l^{(1)*} \{H_M^{(2)}(\omega_k, -\omega_l)\} e^{-i(\omega_k - \omega_l)t} ] \tag{2.99}
\end{aligned}$$

식(2.96)과 식(2.66) 및 식(2.98)과 식(2.67)의 1차 파강제력 및 모멘트를 비교해 보면, 1차 파강제력과 모멘트의 전달함수  $\{H_F^{(1)}(\omega_k)\}$  와  $\{f_F^{(1)}(\omega_k)\}$  및  $\{H_M^{(1)}(\omega_k)\}$  와  $\{f_M^{(1)}(\omega_k)\}$  사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned}
\{H_F^{(1)}(\omega_k)\} &= \{f_F^{(1)}(\omega_k)\} = \{f_{Fk}^{(1)}\} \\
\{H_M^{(1)}(\omega_k)\} &= \{f_M^{(1)}(\omega_k)\} = \{f_{Mk}^{(1)}\} \tag{2.100}
\end{aligned}$$

또, 식(2.97)의 2차 파강제력과 식(2.74)의 2차 파강제력을 비교해 보면, 2차 파강제력 전달함수  $\{H_F^{(2)}(\omega_k, \pm\omega_l)\}$  와  $\{f_F^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\}$  사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned}
\{H_F^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\} &= 2\{f_F^{+(2)}(\omega_k, \omega_l)\} = 2\{f_{Fkl}^{+(2)}\} \\
\{H_F^{(2)}(\omega_k, -\omega_l)\} &= 2\{f_F^{-(2)}(\omega_k, \omega_l)\} = 2\{f_{Fkl}^{-(2)}\} \tag{2.101}
\end{aligned}$$

마찬가지로, 식(2.96)과 식(2.75)의 2차 파강제모멘트를 비교해 보면, 2차 파강제모멘트의 전달함수  $\{H_M^{(2)}(\omega_k, \pm\omega_l)\}$  와  $\{f_M^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\}$  사이에도 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned}
\{H_M^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\} &= 2\{f_M^{+(2)}(\omega_k, \omega_l)\} = 2\{f_{Mkl}^{+(2)}\} \\
\{H_M^{(2)}(\omega_k, -\omega_l)\} &= 2\{f_M^{-(2)}(\omega_k, \omega_l)\} = 2\{f_{Mkl}^{-(2)}\} \tag{2.102}
\end{aligned}$$

그러므로 1차항의 조합으로 발생하는 각 성분마다의 2차 파강제력과 모멘트의 전달함

수가 구해지면, 이것들을 각각 2배하여 더해줌으로써 1차항의 조합으로 발생하는 전체의 2차 파강제력과 모멘트의 전달함수  $\{H_F^{(2)}(\omega_k, \pm\omega_l)\}$  와  $\{H_M^{(2)}(\omega_k, \pm\omega_l)\}$  가 구해지며, 계산된 2차 전달함수를 식(2.88)과 식(2.90)에 대입하면, 1차항의 조합으로 발생하는 전체 2차 파강제력과 모멘트의 임펄스 응답함수를 구할 수 있고, 2차 임펄스 응답함수가 구해지면, 식(2.84)와 식(2.86)에 의해 1차항의 조합으로 발생하는 2차 파강제력과 모멘트의 시간이력이 구해진다.

또,  $\zeta(t)$  가 one-side 스펙트럼  $S_\zeta$ 를 가지는 random파인 것으로 하면, Rice]는  $\zeta(t)$  를 다음과 같이 표현하였다.

$$\begin{aligned}\zeta(t) &= \int_0^\infty \cos(\omega t - \varepsilon) \sqrt{2S_\zeta(\omega)} d\omega \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \{e^{-i(\omega t - \varepsilon)} + e^{i(\omega t - \varepsilon)}\} \sqrt{2S_\zeta(\omega)} d\omega\end{aligned}\quad (2.103)$$

여기서,  $\varepsilon$  은  $0 \sim 2\pi$  에 걸쳐 균일 분포하는 random 위상이다. 식(2.103)을 식(2.83)에 대입하고 Fourier 변환에 의해 다음의 1차 파강제력이 구해진다.

$$\begin{aligned}\{F_{ex}^{(1)}(t)\} &= \int_{-\infty}^\infty \{h_F^{(1)}(\tau)\} \zeta(t - \tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^\infty \{h_F^{(1)}(\tau)\} \left[ \frac{1}{2} \int_0^\infty \{e^{-i[\omega(t-\tau) - \varepsilon]} + e^{i[\omega(t-\tau) - \varepsilon]}\} \sqrt{2S_\zeta(\omega)} d\omega \right] d\tau \\ &= \int_0^\infty \{ |H_F^{(1)}(\omega)| \} \cos(\omega t - \varepsilon - \{\theta^{(1)}\}) \cdot \sqrt{2S_\zeta(\omega)} d\omega \\ &= \int_0^\infty \cos(\omega t - \varepsilon - \{\theta^{(1)}\}) \cdot \sqrt{2\{ |H_F^{(1)}(\omega)|^2 \} S_\zeta(\omega)} d\omega\end{aligned}\quad (2.104)$$

여기서,

$$\{H_F^{(1)}(\omega)\} = \{ |H_F^{(1)}(\omega)| \} e^{i\theta^{(1)}(\omega)} = \begin{pmatrix} |H_{1F}^{(1)}(\omega)| e^{i\theta_1^{(1)}(\omega)} \\ |H_{2F}^{(1)}(\omega)| e^{i\theta_2^{(1)}(\omega)} \\ |H_{3F}^{(1)}(\omega)| e^{i\theta_3^{(1)}(\omega)} \end{pmatrix}$$



$$\{H_F^{(1)*}(\omega)\} = \{|H_F^{(1)}(\omega)|\} e^{-i\{\theta^{(1)}(\omega)\}} = \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(1)}(\omega)| e^{-i\theta_1^{(1)}(\omega)} \\ |H_{2F}^{(1)}(\omega)| e^{-i\theta_2^{(1)}(\omega)} \\ |H_{3F}^{(1)}(\omega)| e^{-i\theta_3^{(1)}(\omega)} \end{Bmatrix} \quad (2.105)$$

또, 식(2.103)을 식(2.84)에 대입하고 식(2.92)의 관계를 이용하면, 다음과 같이 2차 파 강제력이 구해진다.

$$\begin{aligned} \{F_{ex}^{(2)}(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t - \tau_1) \zeta(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \{\theta^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\}] \\ &\quad \cdot \sqrt{\{|H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)|^2\} S_{\zeta}(\omega_1) S_{\zeta}(\omega_2) d\omega_1 d\omega_2} \\ &+ \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - \{\theta^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)\}] \\ &\quad \cdot \sqrt{\{|H_F^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)|^2\} S_{\zeta}(\omega_1) S_{\zeta}(\omega_2) d\omega_1 d\omega_2} \end{aligned} \quad (2.106)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \{H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\} &= \{|H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)|\} e^{i\{\theta^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\}} \\ &= \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)| e^{i\theta_1^{(2)}(\omega_1, \omega_2)} \\ |H_{2F}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)| e^{i\theta_2^{(2)}(\omega_1, \omega_2)} \\ |H_{3F}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)| e^{i\theta_3^{(2)}(\omega_1, \omega_2)} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{H_F^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)\} &= \{|H_F^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)|\} e^{i\{\theta^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)\}} \\ &= \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)| e^{i\theta_1^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)} \\ |H_{2F}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)| e^{i\theta_2^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)} \\ |H_{3F}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)| e^{i\theta_3^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\{H_F^{(2)*}(\omega_1, \omega_2)\} &= \{|H_F^{(2)}(\omega_1, \omega_2)|\} e^{-i\{\theta^{(2)}(\omega_1, \omega_2)\}} \\
&= \begin{pmatrix} |H_{1F}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)| e^{-i\theta_1^{(2)}(\omega_1, \omega_2)} \\ |H_{2F}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)| e^{-i\theta_2^{(2)}(\omega_1, \omega_2)} \\ |H_{3F}^{(2)}(\omega_1, \omega_2)| e^{-i\theta_3^{(2)}(\omega_1, \omega_2)} \end{pmatrix} \\
\{H_F^{(2)*}(\omega_1, -\omega_2)\} &= [|H_F^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)|] e^{-i\{\theta^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)\}} \\
&= \begin{pmatrix} |H_{1F}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)| e^{-i\theta_1^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)} \\ |H_{2F}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)| e^{-i\theta_2^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)} \\ |H_{3F}^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)| e^{-i\theta_3^{(2)}(\omega_1, -\omega_2)} \end{pmatrix} \quad (2.107)
\end{aligned}$$

### 2.3.2 시간영역 운동방정식

시간영역에서의 파강제력 및 모멘트가 구해지면, 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\sum_{k=1}^6 [ \{M_{kl} + \mu_{kl}(\infty)\} \ddot{U}_l(t) + \int_{-\infty}^t K_{kl}(t-\tau) \dot{U}_l(\tau) d\tau + C_{kl} U_l(t) ] = f_k(t) \quad (k = 1 \sim 6) \quad (2.108)$$

- 여기서,  $U_l$  : 부체의 각 방향 변위  
 $M_{kl}$  : 부체 고유의 질량  
 $m_{kl}(\infty)$  : 무한 주파수에서의 부가질량  
 $K_{kl}(t)$  : 메모리 영향함수  
 $C_{kl}$  : 중력, 정수압 및 계류력에 의한 복원력 계수  
 $f_k(t)$  : 파강제력

식(2.108)과 같이 미분-적분 방정식으로 표현되는 운동방정식을 수치적으로 푸는 방법은 여러가지가 있지만, 본 논문에서는 Newmark- $\beta$ 법을 사용하여 각 시간단계에서

의 값들을 계산한다. 수치계산의 흐름을 간단히 설명하기 위해 운동방정식을 다음과 같이 나타낸다.

$$M\ddot{u} + \int_{-\infty}^t K_{kl}(t-\tau)\dot{u}(\tau) d\tau + Cu = f \quad (2.109)$$

(1) 먼저 유체력을 무시하고, 각 응답의 초기치를 이용하여 다음 단계의 초기 가속도를 다음의 식에 따라 계산한다.

$$\begin{aligned} \ddot{u}(t+\Delta t) = & \{M + \beta(\Delta t)^2 C\}^{-1} [f(t+\Delta t) \\ & - C\{u(t) + (\Delta t\dot{u}(t) + (\frac{1}{2} - \beta)(\Delta t)^2)\ddot{u}(t)\}] \end{aligned} \quad (2.110)$$

(2) 식(2.110)의 결과를 사용하여 속도  $\dot{u}(t+\Delta t)$  와 변위  $u(t+\Delta t)$  를 다음의 식으로 계산한다.

$$\begin{aligned} \dot{u}(t+\Delta t) = & \dot{u}(t) + (\frac{-\Delta t}{2})\{\ddot{u}(t) + \ddot{u}(t+\Delta t)\} \\ u(t+\Delta t) = & u(t) + \frac{\Delta t}{1!}\dot{u}(t) + \frac{(\Delta t)^2}{2!}\ddot{u}(t) + \beta(\Delta t)^3 \frac{\ddot{u}(t+\Delta t) - \ddot{u}(t)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (2.111)$$

(3) 식(2.111)의  $\dot{u}$  를 이용하여 콘볼루션 적분을 계산한다.

(4) 이 값을 식(2.109)에 대입하여  $\ddot{u}(t+\Delta t)$  을 다음의 식에 의해 구한다.

$$\ddot{u}(t+\Delta t) = M^{-1} \left[ f(t+\Delta t) - \int_{-\infty}^t K_{kl}(t-\tau)\dot{u}_{t+\Delta t}(\tau) d\tau - Cu(t+\Delta t) \right] \quad (2.112)$$

(5)  $\ddot{u}$  가 수렴할 때까지 (2) ~ (4) 의 단계를 반복한다.

이상과 같은 방법으로 각 시간마다의 변위, 속도, 가속도를 수치적으로 구할 수 있지만, 외력의 평균주파수를 고려하여 반복계산에서 만족할만한 수렴을 위해 적당한 시간증분을 취할 필요가 있다.

## 2.4 계류력의 해석

인장 계류계에 있어서의 계류부재에는 커다란 초기 장력이 존재하기 때문에 계류력을 단순히 평가할 수 없으며, 여기서는 정지상태에서의 계류점에 원점을 갖고 계류부재의 인장방향을  $z^j$  축의 음의 방향으로 취하는 공간고정 국소좌표계  $o^j-x^jy^jz^j$ , 계류점을 상부구조물의 요소로 간주하는 물체고정 좌표계  $\hat{o}^j-\hat{x}^j\hat{y}^j\hat{z}^j$ , 그리고 계류부재에 고정인 물체고정 좌표계  $\hat{o}_T^j-\hat{x}_T^j\hat{y}_T^j\hat{z}_T^j$ 를 설정하며, 이 좌표계들은 정지시에는 모두 일치하게 된다.

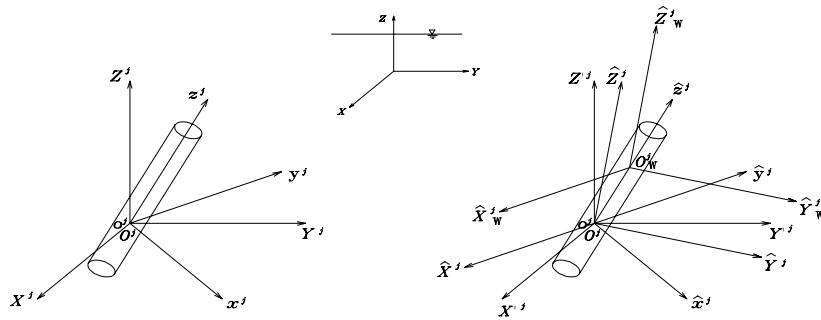


Fig. 2.4 Coordinate Systems

계류력은 초기장력  $T_b^j$ 와 계류부재의 축방향 ( $\hat{z}_T^j$ )의 변위 즉, 伸縮에 의한 축강성에 기인하는 장력변동을 더함으로서 평가할 수 있다. 그러므로 계류부재 고정 좌표계에서의 계류력 벡터  $\{\hat{f}_T^j\}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\{\hat{f}_T^j\} = \left\{ 0 \quad 0 \quad -T_b^j - \frac{EA_t^j}{L^j} \xi^j \right\}^T \quad (2.113)$$

여기서,  $EA_t^j$ 와  $L^j$ 는 계류 부재의 축강성과 초기길이를 나타낸다. 축방향 이외의 병진변위에 의해 계류부재는 하단부를 중심으로 미소회전을 하므로 계

류부재의 장력에 대한 벡터를 공간고정 좌표계로 표현하기 위하여 다음과 같이 변환행렬  $[C_t^j]^T$ 를 정의한다.

$$[C_t^j]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \xi_1^j/L^j \\ 0 & 1 & \xi_2^j/L^j \\ -\xi_1^j/L^j & -\xi_2^j/L^j & 1 \end{bmatrix} \quad (2.114)$$

여기서,  $\xi_1^j, \xi_2^j$ 는 각각  $x^j, y^j$ 방향의 병진변위 성분이다.

계류점의 물체고정 국소좌표계  $\hat{o}^j - \hat{x}^j \hat{y}^j \hat{z}^j$ 는 변환행렬  $[C_t^j]^T$ 에 의해 공간고정 국소좌표계로 변환되고,  $[C_s^j]^T$ 에 의해 공간고정 전체좌표계와 평행이 되도록 변환한다. 따라서 계류력은 다음과 같이 산정된다.

$$\{F_T^j\} = [C_s^j]^T [C_t^j]^T \{\hat{f}_T^j\}$$

미소변위의 고차항을 무시하면 다음과 같이 된다.

$$\{F_T^j\} = [C_s^j]^T \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T^j \end{Bmatrix} - [C_s^j]^T \begin{bmatrix} T_b^j/L^j & 0 & 0 \\ 0 & T_b^j/L^j & 0 \\ 0 & 0 & EA_t^j/L^j \end{bmatrix} [C_s^j] \{E^j\} \quad (2.115)$$

계류점은 핀 결함을 가정하여 모멘트는 발생하지 않는 것으로 한다.

$$\{M_T^j\} = \{0\} \quad (2.116)$$

## 2.5 이론계산 결과

### 2.5.1 규칙파중의 파강제력

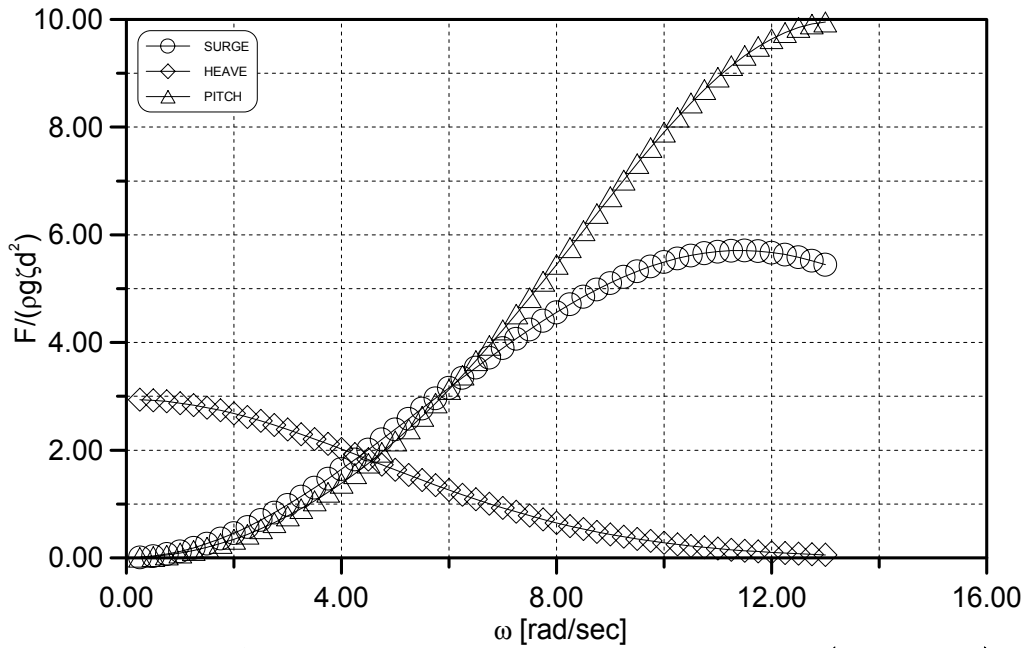


Fig. 2.5 Calculated Wave Exciting Force & Moment(Diffraction)

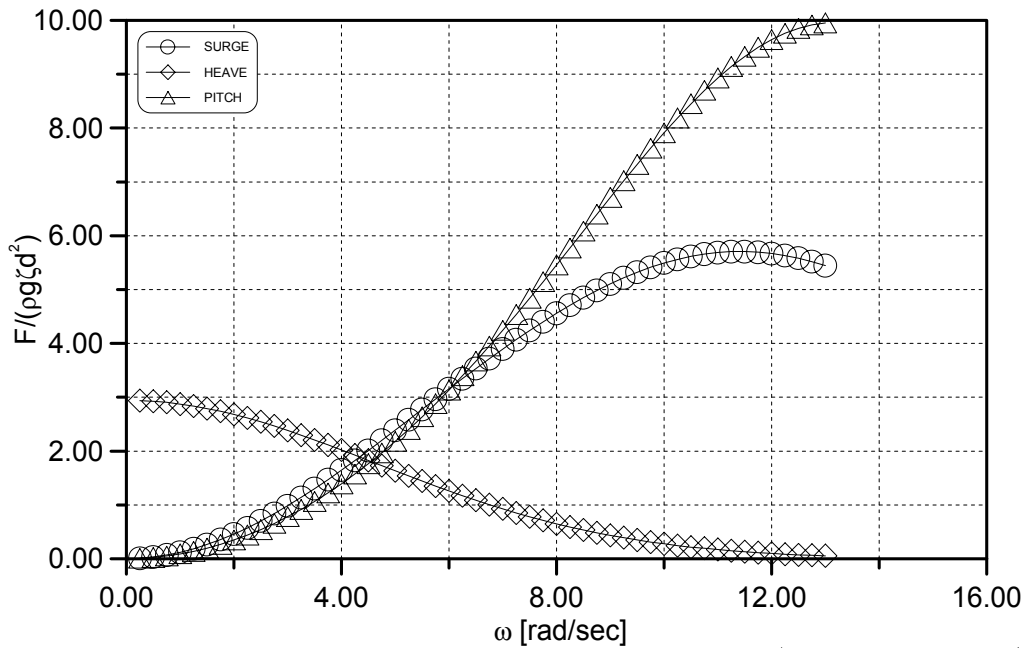


Fig. 2.6 Calculated Wave Exciting Force & Moment(Haskind Relation)

### 2.5.2 각 운동 모드에 대한 임펄스 응답함수

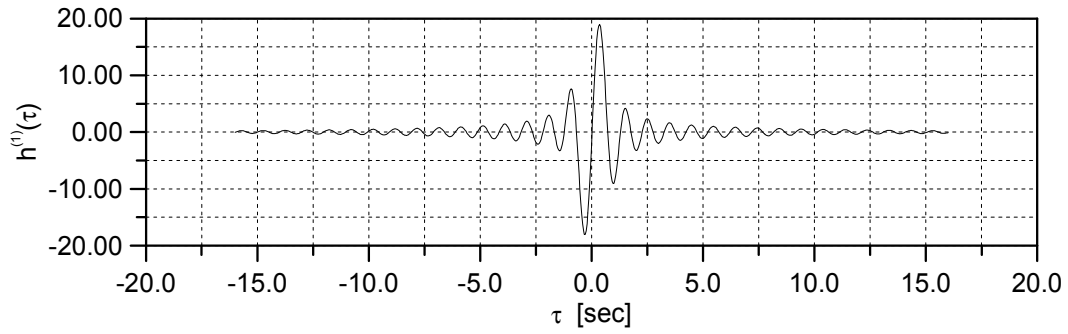


Fig. 2.7 Impulse Response Funtion(Surge Mode)

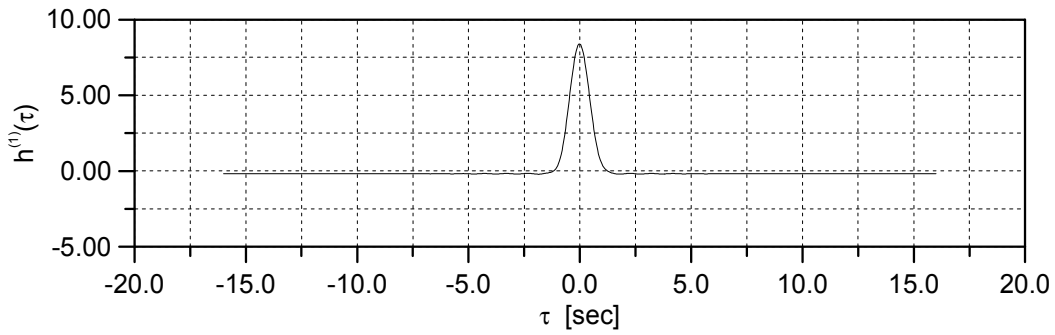


Fig. 2.8 Impulse Response Funtion(Heave Mode)

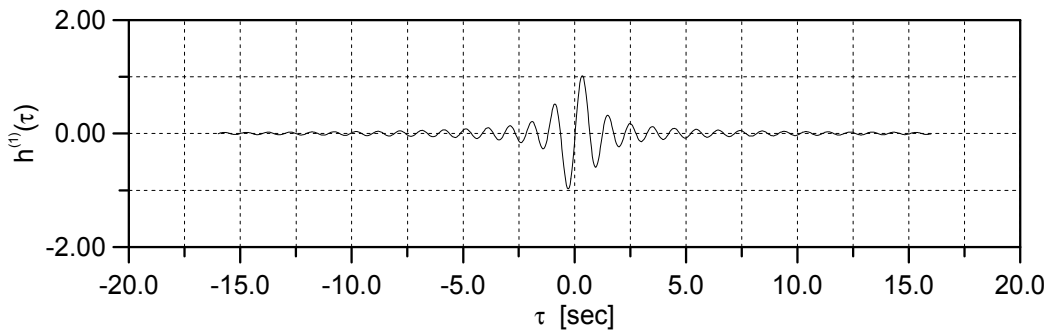


Fig. 2.9 Impulse Response Funtion(Pitch Mode)

### 2.5.3 불규칙 파중의 파강제력

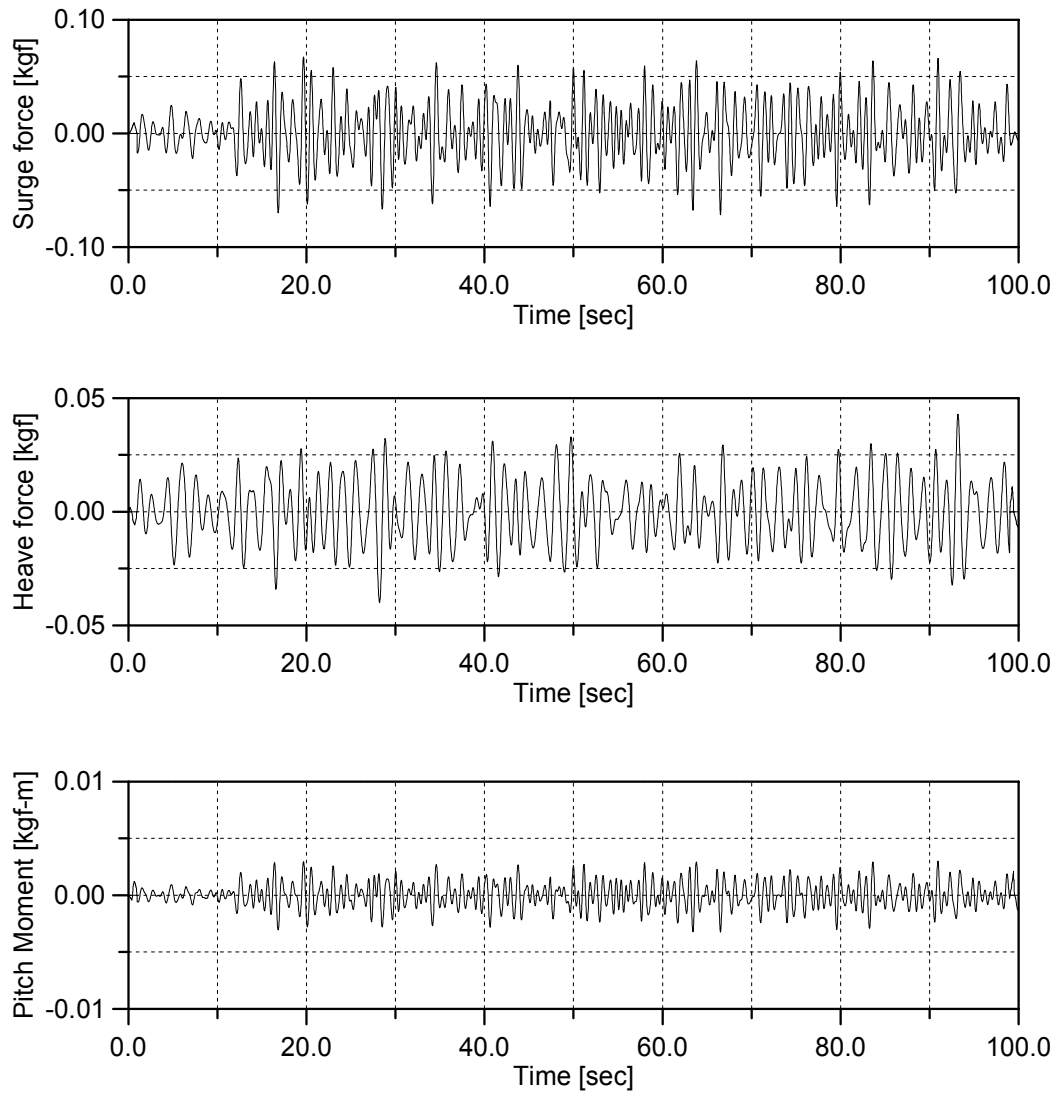


Fig. 2.10 Calculated Wave Exciting Force in Irregular Waves  
[ C model, T = 1.2 sec,  $H_{1/3} = 2\text{cm}$  ]



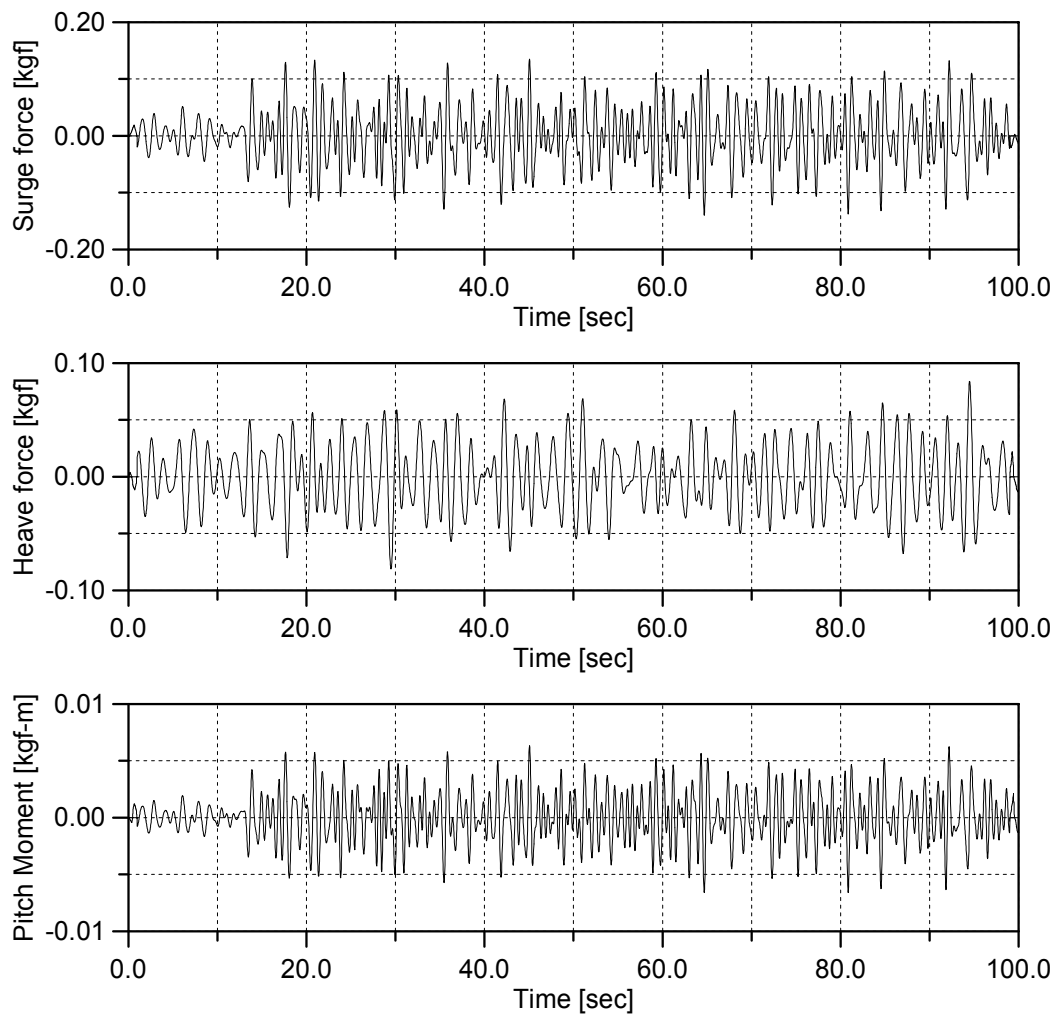


Fig. 2.11 Calculated Wave Exciting Force in Irregular Waves  
 [ C model,  $T = 1.2$  sec,  $H_{1/3} = 2$ cm ]

### 2.5.4 과도수파중의 파강제력

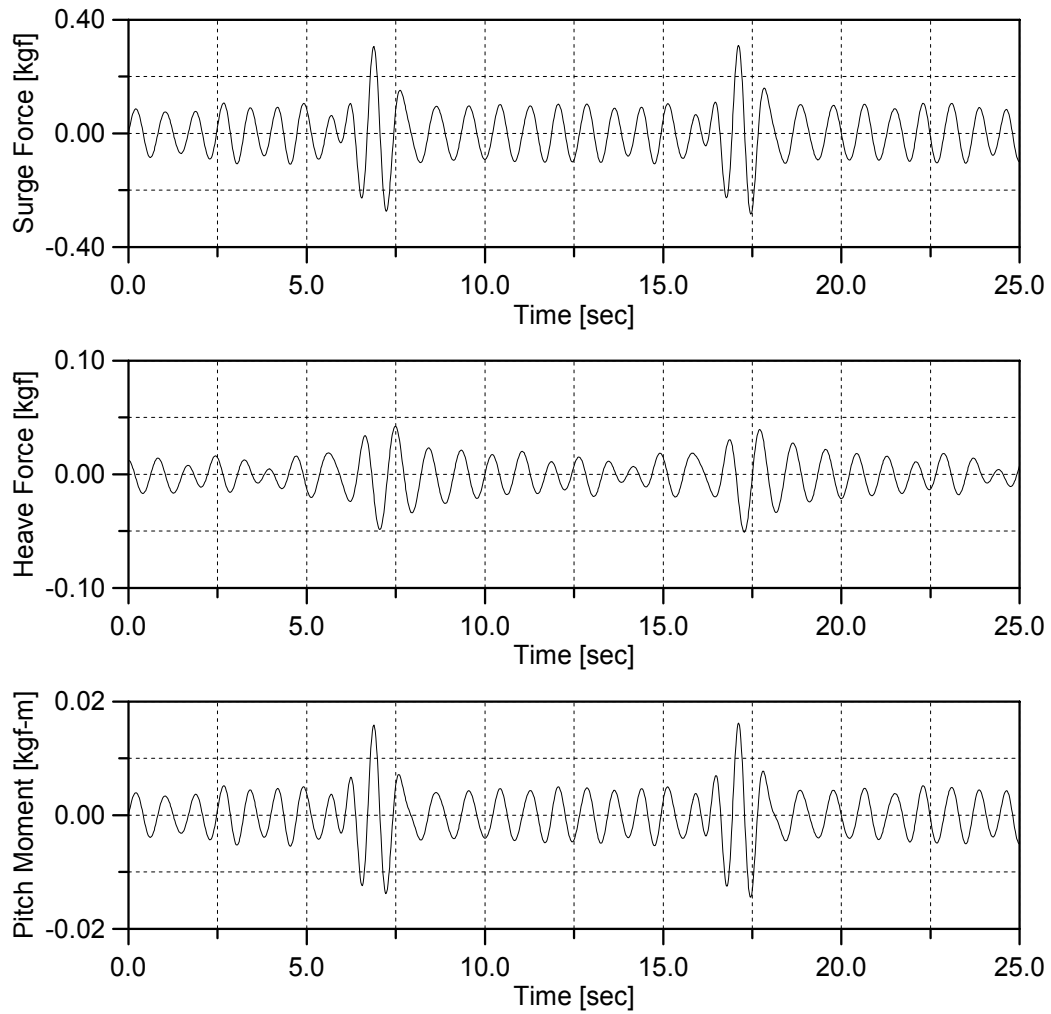


Fig. 2.12 Calculated Wave Exciting Force in Transient Waves  
[ Case I ]

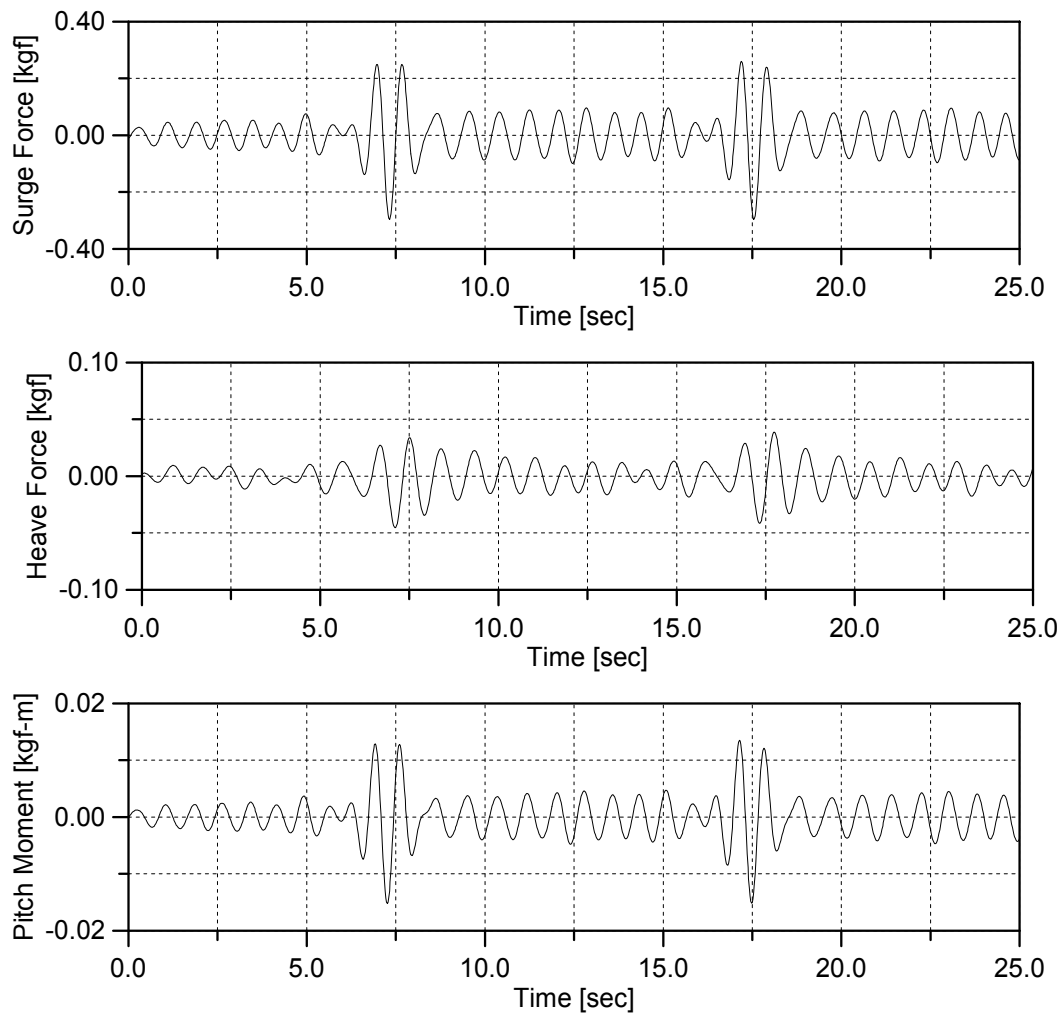


Fig. 2.13 Calculated Wave Exciting Force in Transient Waves  
[ CaseIV ]

### 3. 실험 및 TLC 모델

#### 3.1 실험방법 및 조건

인장계류된 원통형 실린더(TLC, Tension-Legged Circular Cylinder)에 작용하는 파 강제력의 계측을 위해 6분력계(6 axis loadcell)을 이용하였다. 구조물의 동적 거동 해석을 위해 구조물의 상단부 수직선상에 위치하는 계측점 두 곳에 적외선 발광다이오드(LED) 타겟을 부착하고 수광(light-receiving)요소로써 반도체 위치 감광장치(PSD: semiconductor position sensitive detector)를 사용하는 광점위치계측장치(light spot position detector)를 이용해 X, Y방향의 위치정보를 얻는다. 이렇게 계측된 위치정보의 처리작업을 통해 2차원 운동응답을 해석하였다.

**Table 3.1 Regular Wave Characteristics for Model Test**

H [m]	0.02								0.04							
T [sec]	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3

**Table 3.2 Irregular Wave Characteristics for Model Test**

H <sub>1/3</sub> [m]	0.02				0.04			
T [sec]	1.0		1.2		1.0		1.2	

**Table 3.3 Transient Wave Characteristics for Model Test**

Maximum wave slope	0.130	0.120	0.110	0.100
Number of wave	7	7	7	7

**Table 3.4 Spring Stiffness of Tether**

Case	A	B	C
k (kgf/m)	2.5	6.34	10.71

계류삭(tether)의 변동장력은 수중에서 사용할 수 있는 방수형 1축 로드셀을 사용하였으며, 파고의 계측에는 서보식 파고계를 이용하였다. Table 3.1~3.3은 TLC 모형 실험에 대한 파랑조건을 나타내고 있다. 불규칙파는 유의파고( $H_{1/3}$ , significant wave height)와 평균주기(T, mean period)에 대한 두가지 변수의 ISSC 스펙트럼을 사용하여 생성하였다. 실험에서는 각각 다른 스프링 강성(spring stiffness)를 갖는 인장계류삭(tether)을 설치하여 그에 따른 동적 응답 및 변동장력(tension variation)을 해석하였다. Table 3.4는 각 tether의 스프링강성을 보여주고 있다.

### 3.2 TLC 모델

본 연구의 실험에서는 6분력계에 적용하기 위한 원통형 실린더 모델(Fig.3.1)과 실제 수조에 설치하기 위한 인장계류삭이 설치된 원통형 실린더를 각각 제작하였다. 정도 높은 실험 데이터의 계측을 위해 반사파의 영향을 최소화하고 선형적인 입사파의

Table 3.5 Principal Dimensions of TLC

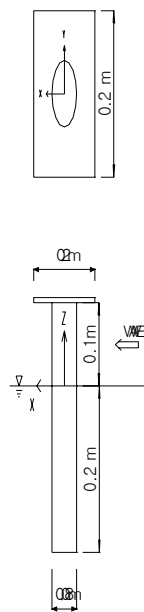


Fig. 3.1 Configuration of Model

Designation		TLC Model	Unit
Length overall	L	0.3	M
Breadth	B	0.08	M
Draft	T	0.2	M
Displacement		0.00100	M <sup>3</sup>
center of gravity	VCG	0.0752	M
	LCG	0	M
Metacentric height	GM <sub>L</sub>	0.0267	M
	GM <sub>T</sub>	0	M
Mass moments of Inertia	I <sub>XX</sub>	0.000250	kgm <sup>2</sup>
	I <sub>YY</sub>	0.000250	kgm <sup>2</sup>
	I <sub>ZZ</sub>	0.0000419	kgm <sup>2</sup>

구현이 가능한 해양공학 수조의 중앙부에서 TLC 모델을 설치하고 제반 실험을 수행하였다 Table3.5는 모델의 주요제원을 나타내고 있다. Fig.3.2는 원통형 실린더 하부면의 중심점에 테더모형을 인장계류시킨 TLC모델의 설치개념도이며, Table4. 는 설치된 모형의 제특성치이다.

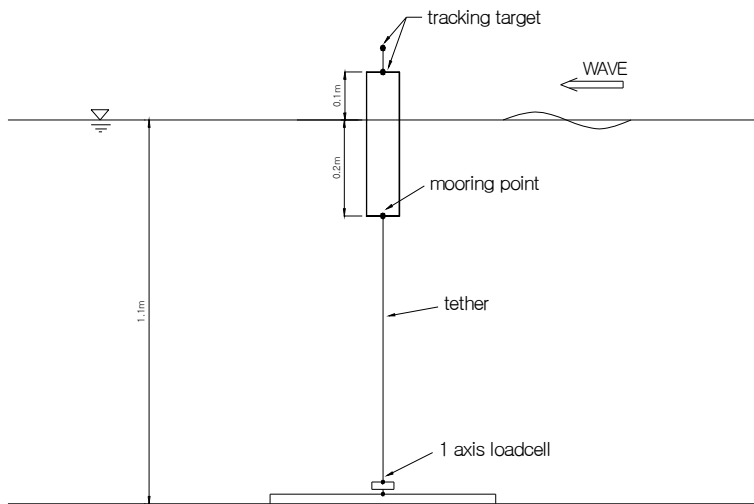


Fig. 3.2 Configuration of Model Installation

Table 3.6 Particulars of TLC

Draft	0.2 m
Center of Gravity	0.125 m (from the free surface)
Weight	0.710 kgf
Displacement	1.004 kgf
Pre-Tension	0.294 kgf

### 3.3 실험장면

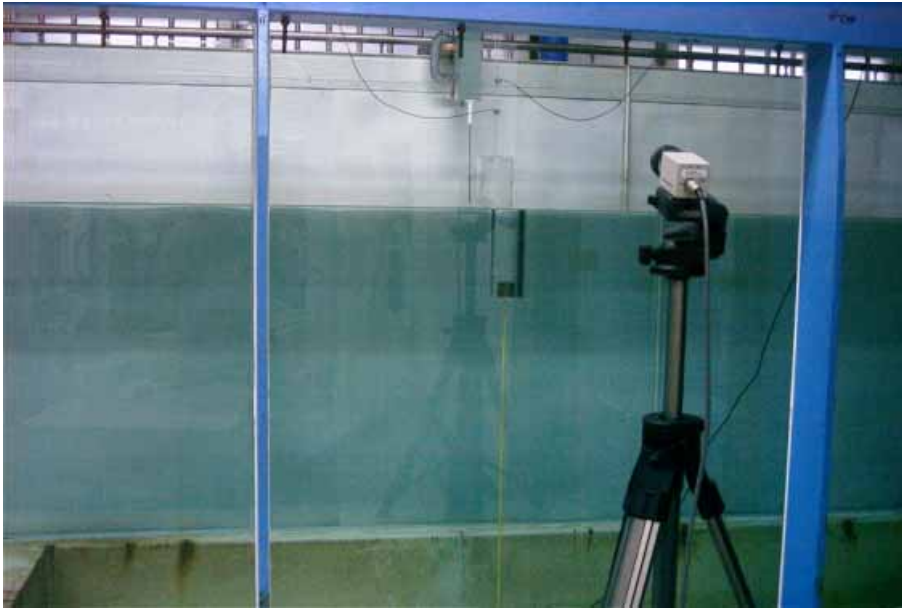


Fig. 3.3 Photo of TLC Model Installation in Ocean Engineering Basin

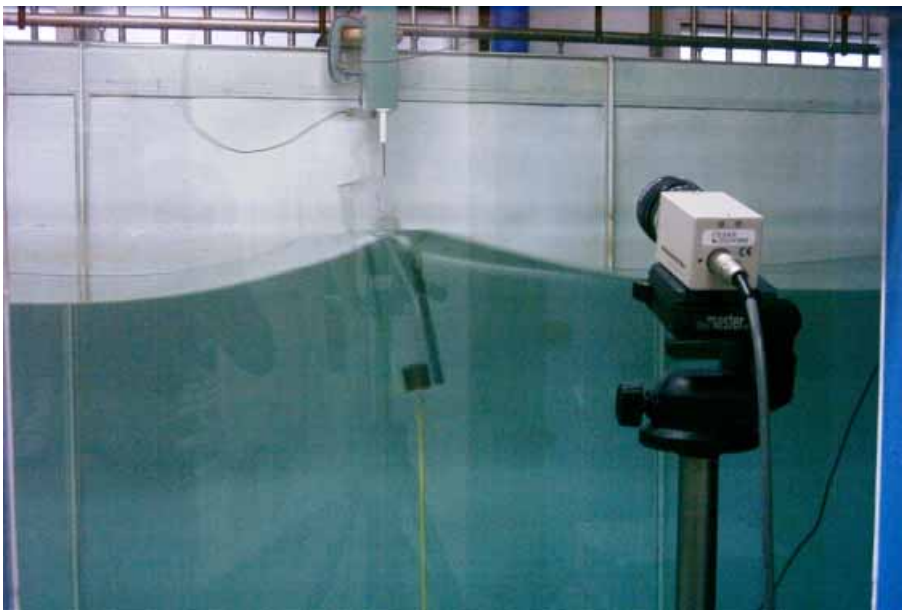


Fig. 3.4 Photo of TLC Model Test in Waves( I )



Fig. 3.5 Photo of TLC Model Test in Waves(II)

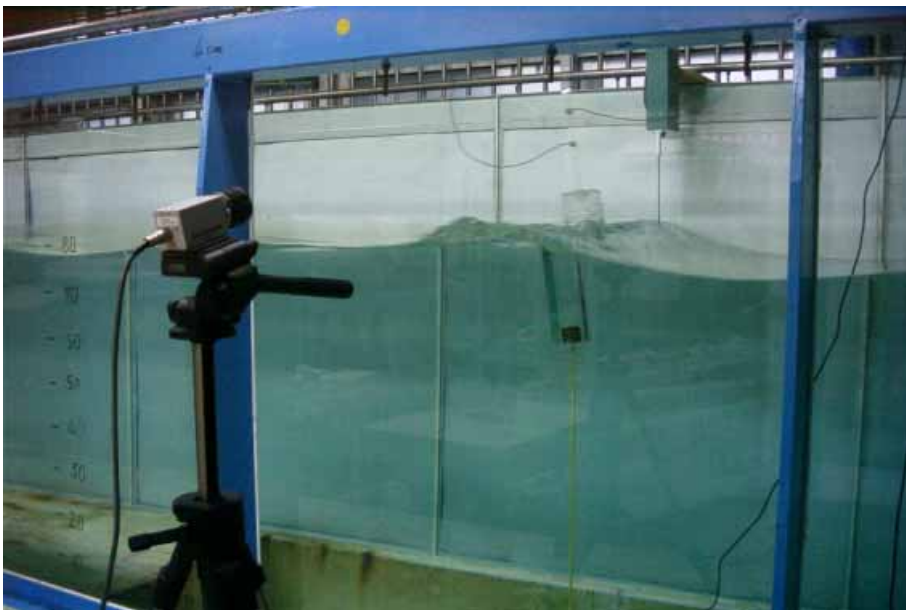


Fig. 3.6 Photo of TLC Model Test in Waves(III)



### 3.4 실험 데이터의 계측 및 처리

TLC 모델에 작용하는 파랑강제력을 산정하고 동적 응답, 장력 응답의 해석을 위하여 아래와 같은 일련의 데이터를 계측, 처리, 제작하였다. 아래의 그래프들은 테더의 스프링 강성이 10.71kgf/m, 유의파고 4cm, 평균주기 1sec인 불규칙파중에서 수행된 실험에서 계측된 데이터들이다. 우선 해양공학 수조의 캘리브레이션(calibration)을 통해 ISSC 스펙트럼을 이용한 조파기에 입력될 Input signal(Fig.3.6)를 만들고, 파랑중에서 파고(Fig.3.7)와 파력(Fig.3.8~10), 2개의 Tracking target의 2차원 변위(Fig.3.11~12) 그리고 변동 장력응답(Fig.3.13)을 동시에 계측한다. 그리고 Tracking target의 변위 데이터를 처리함으로써 최종적으로 Surge, Heave, Pitch 모드의 운동응답을 구할 수 있다.(Fig. 3.14~16).

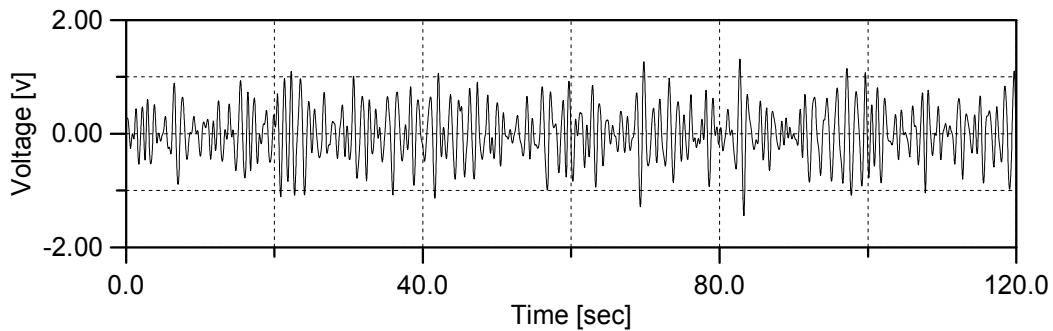


Fig. 3.7 Time History of Input Signal for Wave Maker

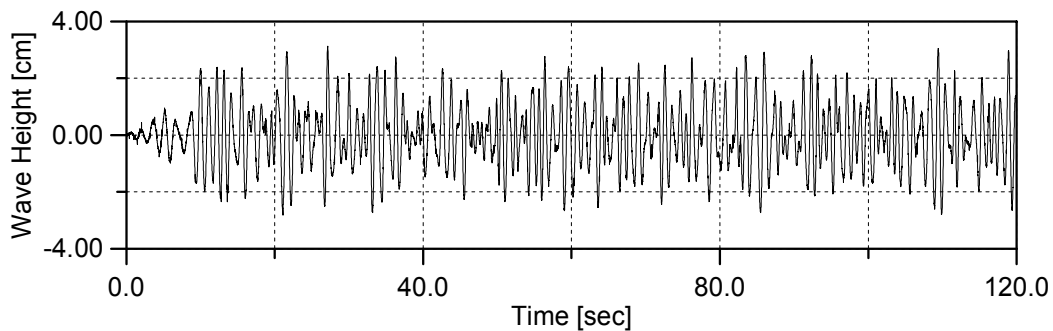


Fig. 3.8 Time History of Wave Height

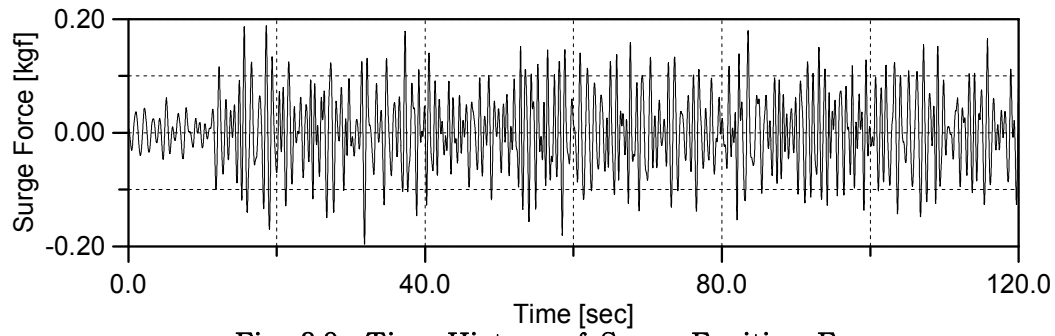


Fig. 3.9 Time History of Surge Exciting Force

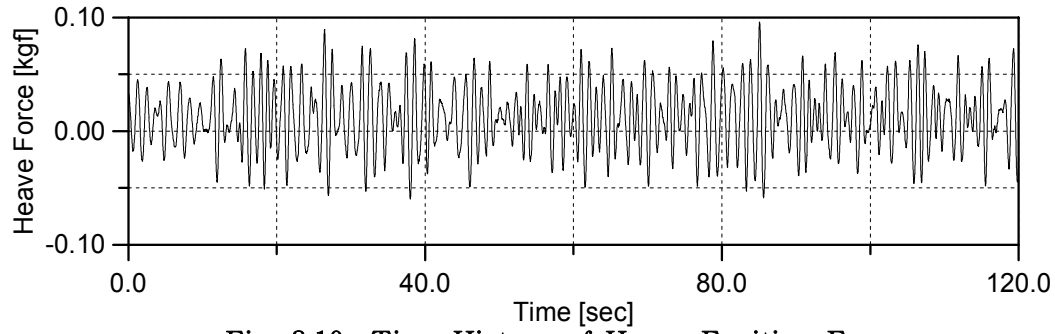


Fig. 3.10 Time History of Heave Exciting Force

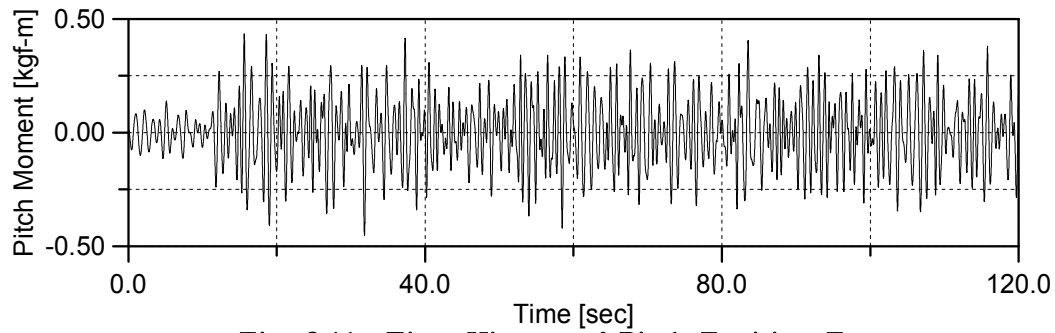


Fig. 3.11 Time History of Pitch Exciting Force

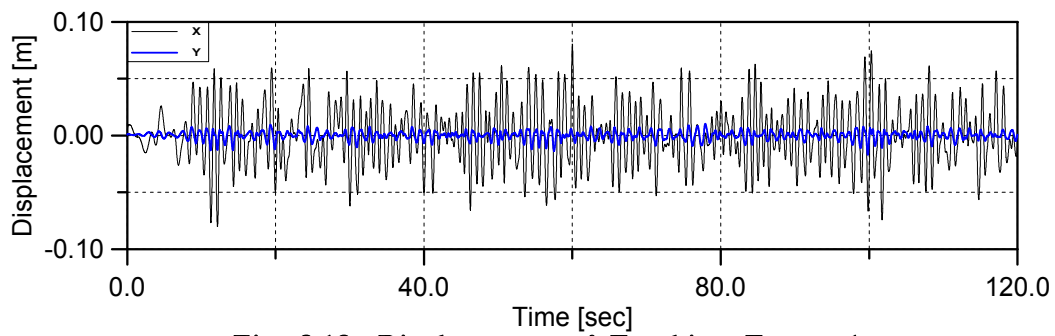


Fig. 3.12 Displacement of Tracking Target 1

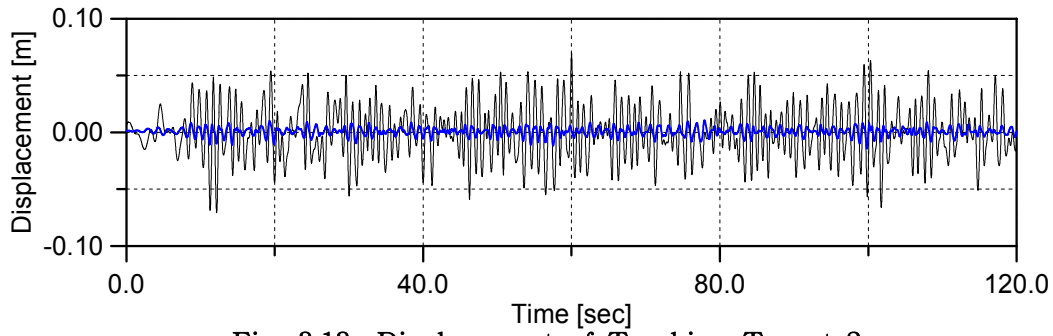


Fig. 3.13 Displacement of Tracking Target 2

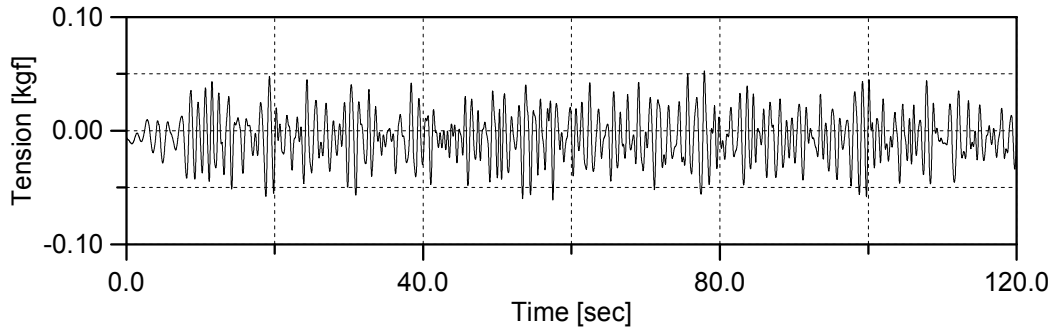


Fig. 3.14 Time History of Tension Variation

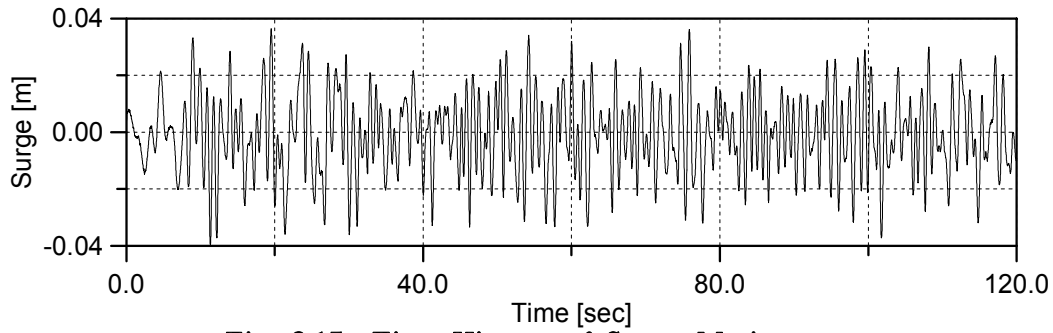


Fig. 3.15 Time History of Surge Motion

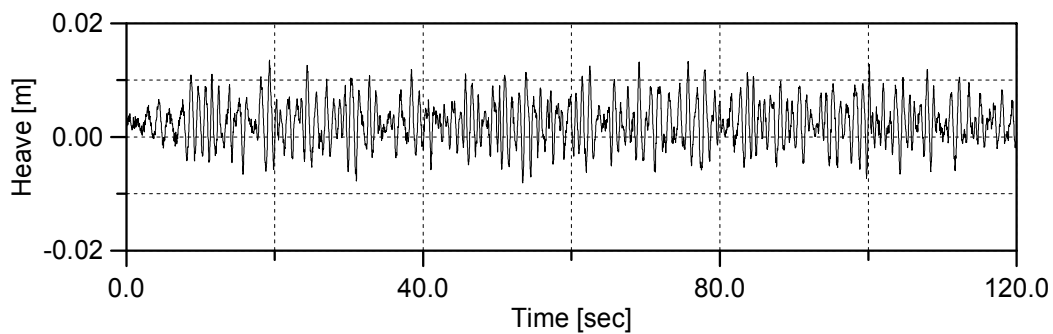


Fig. 3.16 Time History of Heave Motion

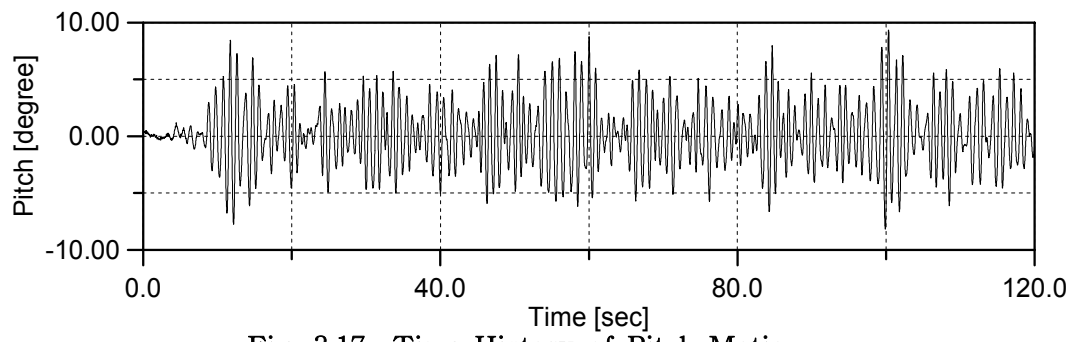


Fig. 3.17 Time History of Pitch Motion

#### 4. 실험결과 및 고찰

동적 거동특성의 파악을 위하여 위하여 우선 해양공학 수조내에 설치된 TLC 모델의 각 운동모드별 고유주기를 계측하였다. Fig.4.1은 테더강성(Tether Spring Stiffness) A의 경우 자유감쇠실험(Free Decay Test)을 통해 얻은 시계열 계측신호의 결과이다. Table4.1은 A, B, C 경우의 모델별 고유주기를 나타내고 있다. 본 연구의 실험에 사용된 모형은 원통형 실린더 하부면의 중심점에 테더모형을 인장계류 시켰기 때문에 테더 강성의 변화에 따른 Heave 고유주기는 변화가 있으나 Surge, Pitch 모드의 고유주기는 거의 변화가 없는 것을 확인할 수 있다.

Table 4.1 Natural Period of models

Case Mode	A	B	C
Surge	4.10	4.09	4.10
Heave	0.61	0.56	0.49
Pitch	0.92	0.90	0.96

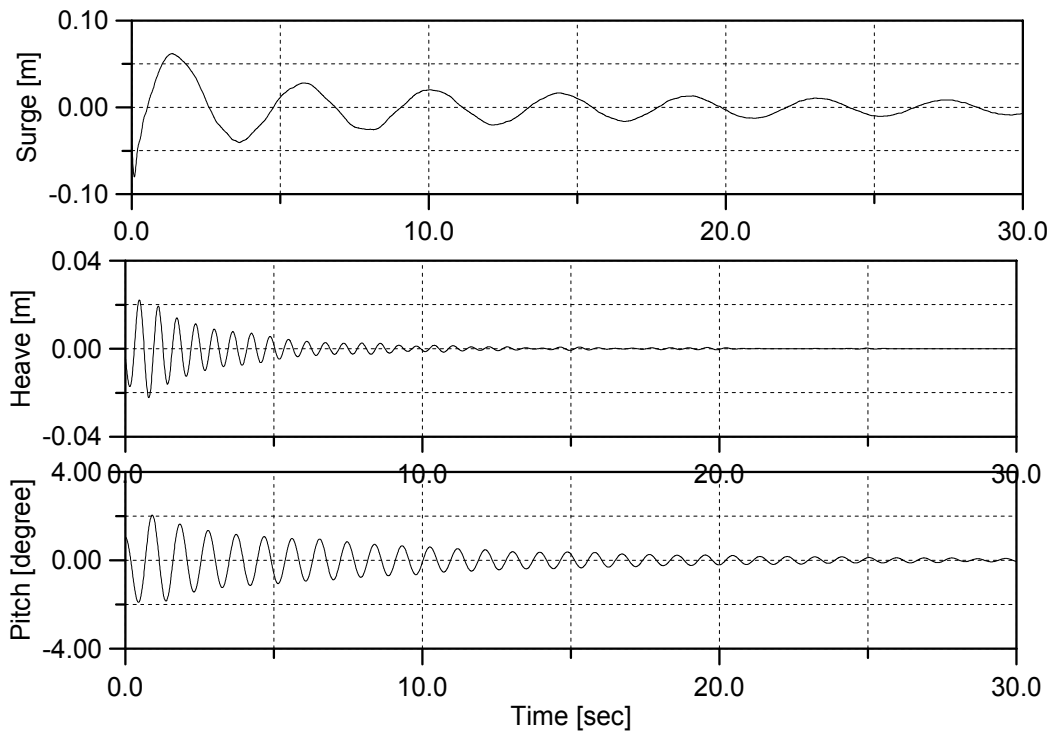


Fig. 4.1 Time Series of Free Decay Test (A Model)

## 4.1 규칙파중의 응답해석

Fig.4.2와 Fig.4.3은 각 운동 모드별로 특이점 분포법에 의해 계산된 파강제력과 실험에 의해 계측된 파강제력의 무차원 비교를 보여주고 있다. 전체적으로 잘 일치한다고 볼 수 있으나 Heave 모드의 경우는 이론치에 비해 실험치가 약간 높게 평가되고 있다. Fig.4.4 ~ Fig.4.6은 각각 테더의 강성을 변화시킨 A, B, C 경우의 Surge, Heave, Pitch 모드의 운동응답을 나타내고 있다. 여기서 Surge와 Heave는 입사파의 진폭으로, Pitch는 입사파의 진폭과 파수(wave number)로 무차원화 시켰다. 실험에 적용된 규칙파의 주기영역은 0.1초 간격으로 0.6초에서 1.3초까지인데 A모델의 경우 Heave(0.61), Pitch(0.92)의 고유주기가, B와 C모델은 Pitch 고유주기가 여기에 포함된다.

Fig.4.4에서 주기 0.6초와 0.7초사이에서 Heave 공진현상이 일어나는 것을 알 수 있다. 보다 정확한 분석을 위해 Fig.4.7에 주기 0.7초, 파고 4cm의 조건에서 계측된 tracking target의 X, Y변위의 시계열을 나타내었다. Pitch 모드의 경우에는 전 모델에서 공진현상이 나타나는 것을 볼 수 있다. 특히 C모델의 Peak치가 가장 높게 나타나고 있는데 이는 TLP의 설계시 테더 강성의 변화에 따라 양상이 달라지는 변동장력과 부유체의 동적 거동간의 상호간섭의 영향을 충분히 고려해야 한다는 것을 보여주고 있다. Fig.4.8은 모델 B의 주기 1.0초, 파고 4cm 조건에서 Heave 운동의 스펙트럼이다. 여기에서 비선형유체력( $2\omega$ ,  $3\omega$ )으로 인한 비선형 운동응답을 해석할 수 있다. 합주파수, 차주파수에 의한 비선형 유체력으로 인해 입사파의 주파수 보다 훨씬 더 빠르거나 느리게 응답하고 있다. 2차 파강제력에 의한 Ringing현상과 여러 연구자들에 의해 예측되고 있는 3차 파강제력에 의한 ringing현상보다 더 빠르게 응답하는 Singing현상 등을 규칙파중에서도 분석할 수 있다. 또한 규칙파중에서 비선형 동적 응답의 원인은 실험모델에 가해지는 입사파의 파강제력에 의한 Impact의 영향과 모델의 고유주기운동과의 합성으로 일어난다. 동일주파수에서 파고변화에 따른 운동응답의 차이는 미소한 것으로 나타났다.

Fig.4.9는 강성이 상이한 테더의 변동장력의 응답을 입사파의 주파수대별로 나타내고 있다. 변동장력의 응답은 수직운동응답과 유사하게 공진이 일어나는 실험조건에서 최대치가 나타났다. 전체 경우에서 최대응답치와 최소응답치의 차이는 0.1kgf 정도되며, 동일주파수에서 파고가 높을 경우에 그래프상에서 넓은 응답분포를 보이고 있다.

TLP의 동적 응답중, 특히 고주파수 수직모드(Stiff Mode)에서는 유기되는 파의 산란과 상호간섭효과(Diffraction & Interaction Effect), 공진(Resonance), 수평운동과 종운동의 연성효과 등에 의해 복잡한 응답특성을 보이며 이는 테더장력 변화에 영향을 미친다.

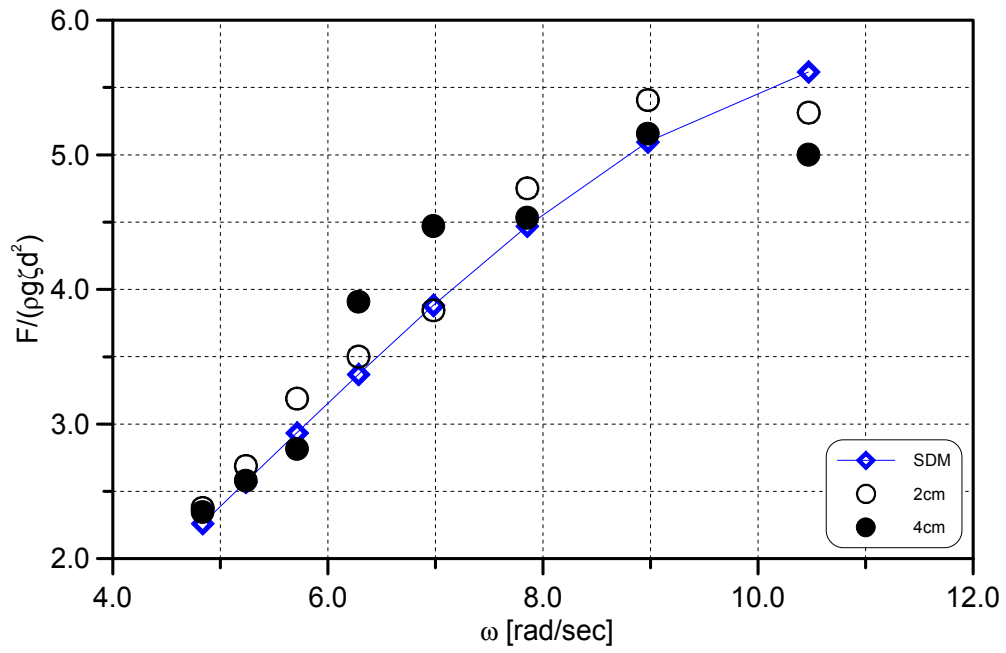


Fig. 4.2 Comparison between Measured & Calculated(surge)

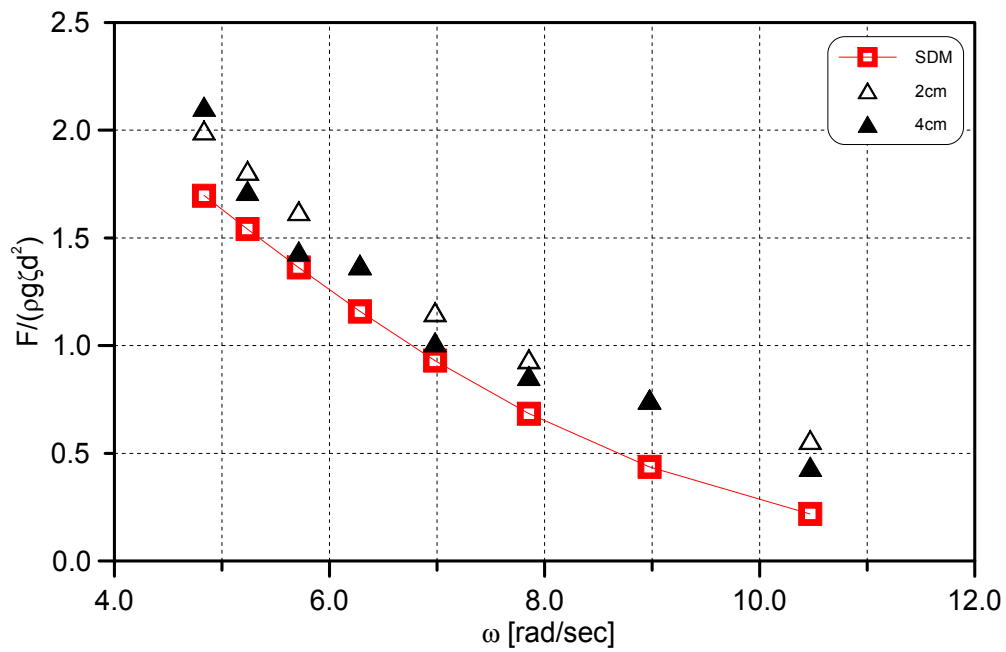


Fig. 4.3 Comparison between Measurement & Calculated(Heave)

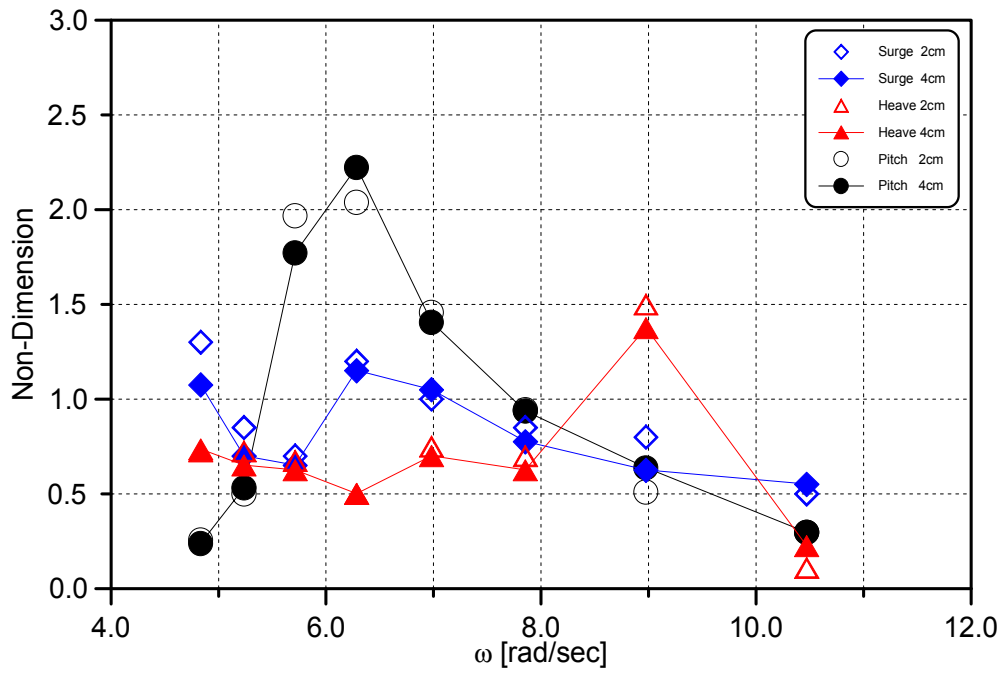


Fig. 4.4 Nondimensional Motion Response in Regular Waves(Case A)

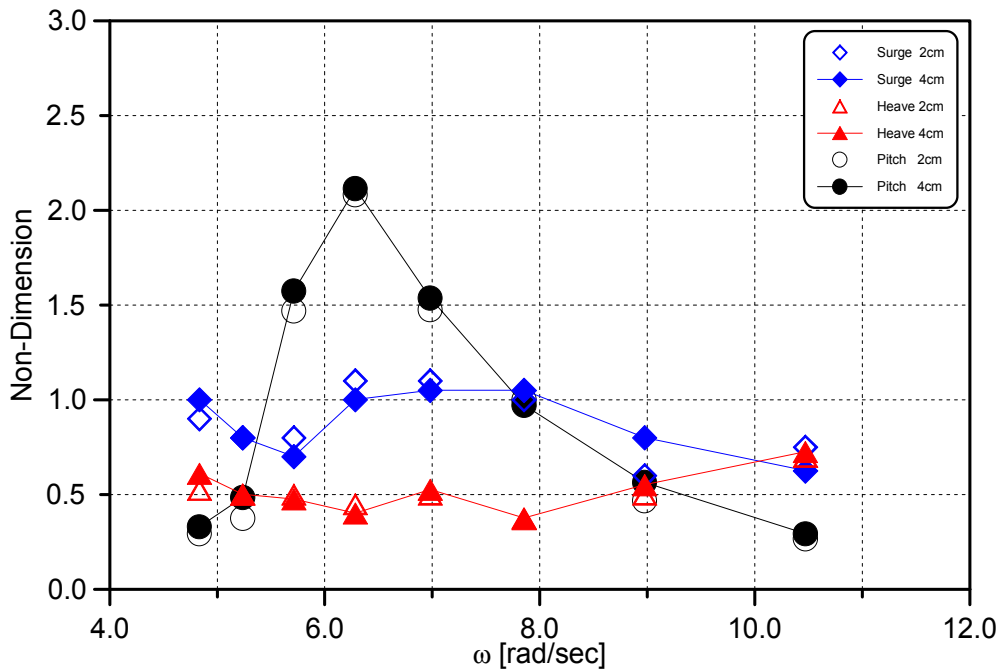


Fig. 4.5 Nondimensional Motion Response in Regular Waves(Case B)



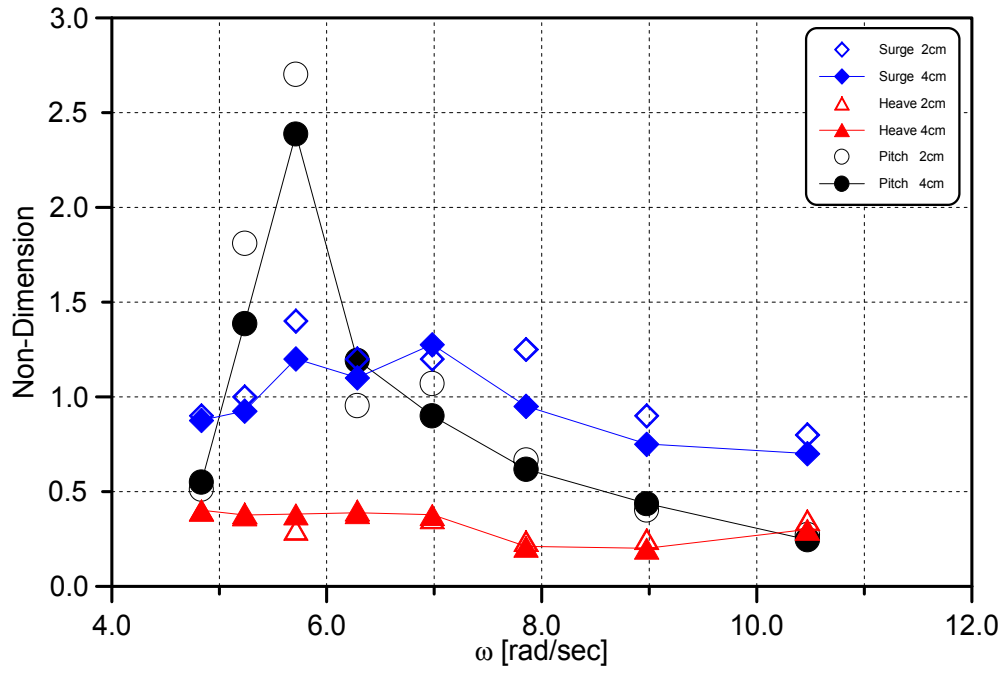


Fig. 4.6 Nondimensional Motion Response in Regular Waves (Case C)

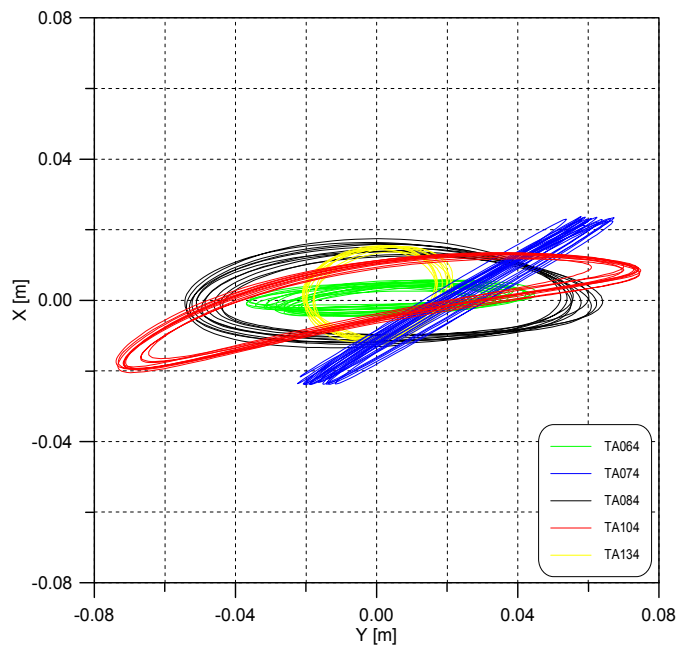


Fig. 4.7 Time History of X & Y Position  
 [ T = 0.7sec H = 4cm ]

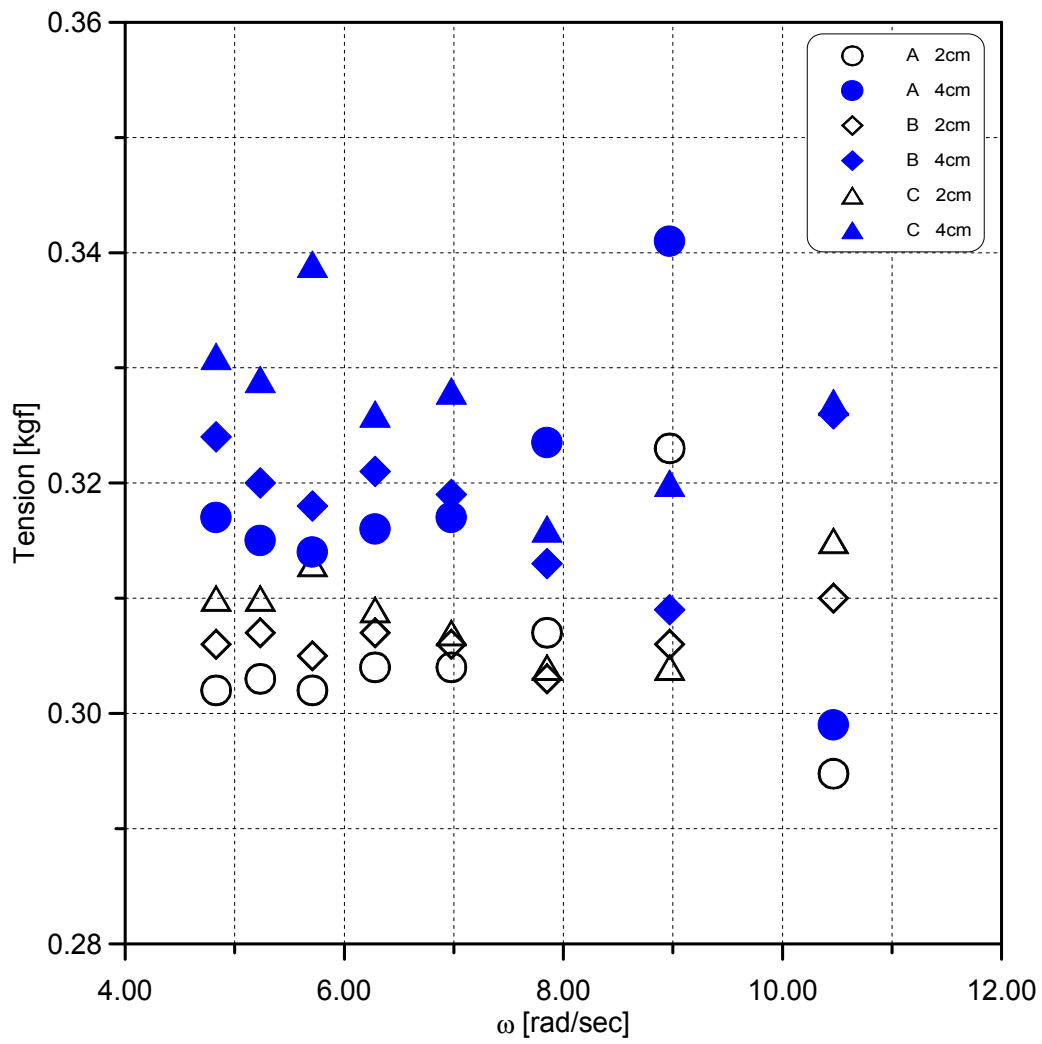


Fig. 4.8 Tension Response in Regular Waves

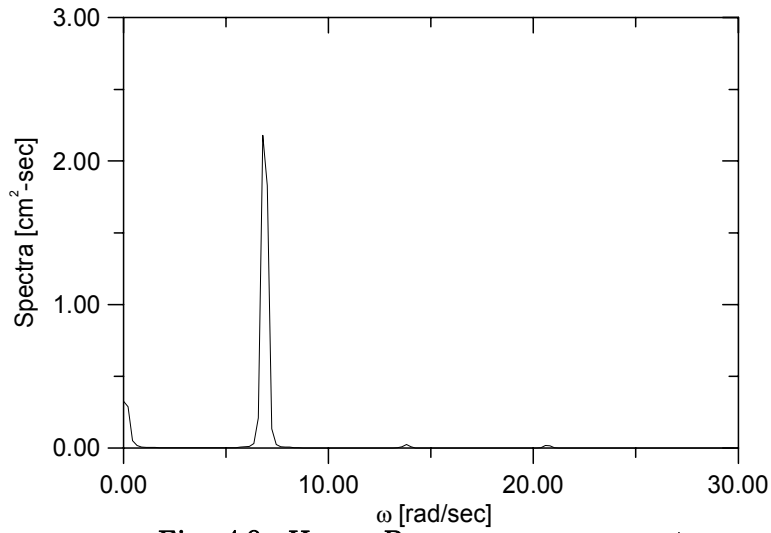


Fig. 4.9 Heave Response power spectra

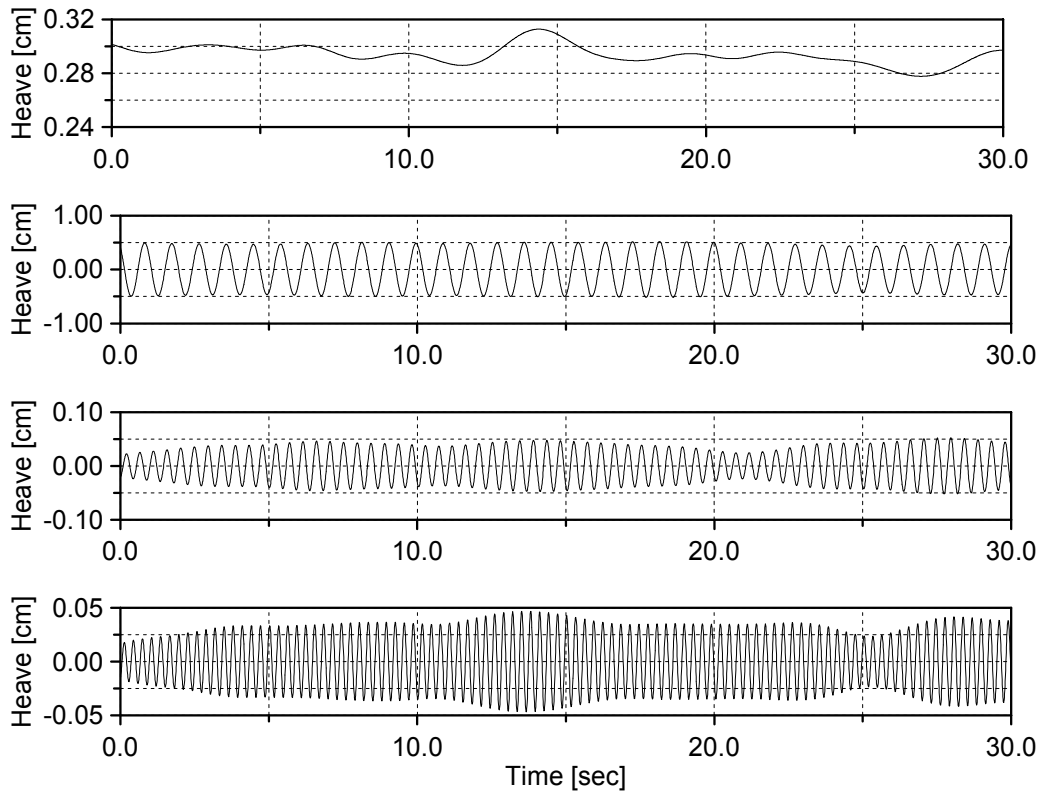


Fig.4.10 Nonlinear Heave Response in Regular Wave  
 [ B Model, T = 1.0sec, H = 4cm ]

## 4.2 불규칙파중의 응답해석

Fig.4.11와 Fig.4.12는 이론계산된 파력과 실제 계측된 파력의 스펙트럼의 비교를 보여 주고 있는데 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. Fig.4.13은 불규칙파 중에서 TLC의 유의운동진폭을 각 모드별로 나타내고 있다. 불규칙파중의 이론적인 운동응답의 산정은 아래의 수식과 같이 규칙파중의 운동 전달함수와 파 스펙트럼을 이용하여 산정할 수 있다.

$$\sigma = \sqrt{m_0} = \sqrt{\sum_{i=1}^n S_s(\omega_i) d\omega} = \sqrt{\sum_{i=1}^n [H(\omega_i)]^2 S_\zeta(\omega_i) d\omega} \quad (4.1)$$

여기서,  $\sigma$ 는 표준편차(standard deviation, rms)이고,  $m_0$ 는 분산(variance),  $S_s(\omega_i)$ 는 규칙파의 응답스펙트럼,  $S_\zeta(\omega_i)$ 는 입사파 스펙트럼,  $H(\omega_i)$ 는 실험모델의 운동 전달함수이다. Table 4.2는 TLC 실험을 통해 통계처리된 실험치의 RMS(Root Mean Square)결과를 나타내고 있다.

Fig.4.14, Fig.4.15은 C 모델의 평균주기 1.0초, 파고 4cm 조건에서 계측된 파고와 Surge 운동의 스펙트럼이다. 또한 Fig.4.16은 Surge 운동의 시간이력과 운동스펙트럼의 저주파수대에서 peak치를 보이는 영역을 다시 시계열로 변환하여 한 그래프에 표시한 것이다. 이 그래프의 분석을 통해 set down 등을 유발시키는 장주기현상을 분석할 수 있다. 인장계류식 구조물에 파가 입사하면 입사파의 주기를 가지는 파강제력 이외에 자유표면의 비선형성에 기인하는 두 개의 서로 다른 주파수를 가지는, 즉 입사파의 차주파수(difference frequency)와 합주파수(sum frequency)의 파가 존재하며, 차주파수(장주기)에서의 유체력은 표류력을 나타내는데, 이 표류력에 의한 해양구조물의 표류운동은 계류삭에 과대한 인장력을 유발시키며 조업조건을 악화시킨다. 변동장력의 유의치는 테더의 spring stiffness가 강할수록 높게 나타나고 있다.

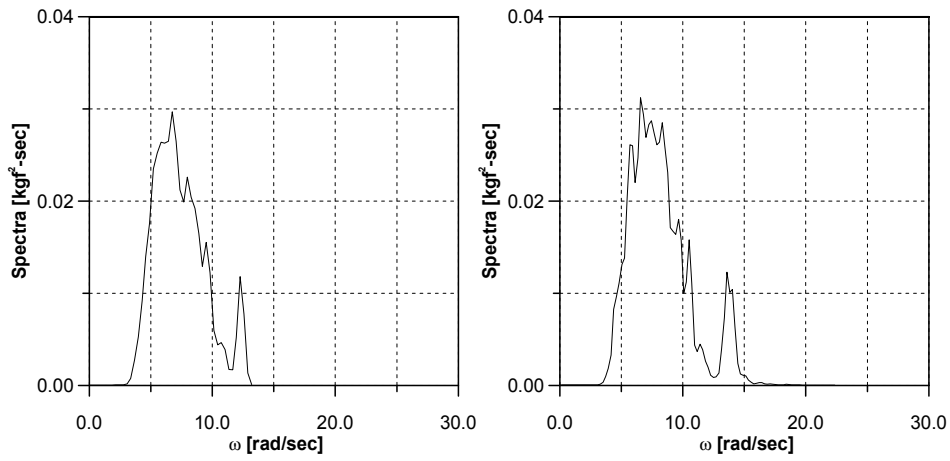


Fig. 4.11 Comparison between Measured(right) & Calculated(left) exciting Force Spectra

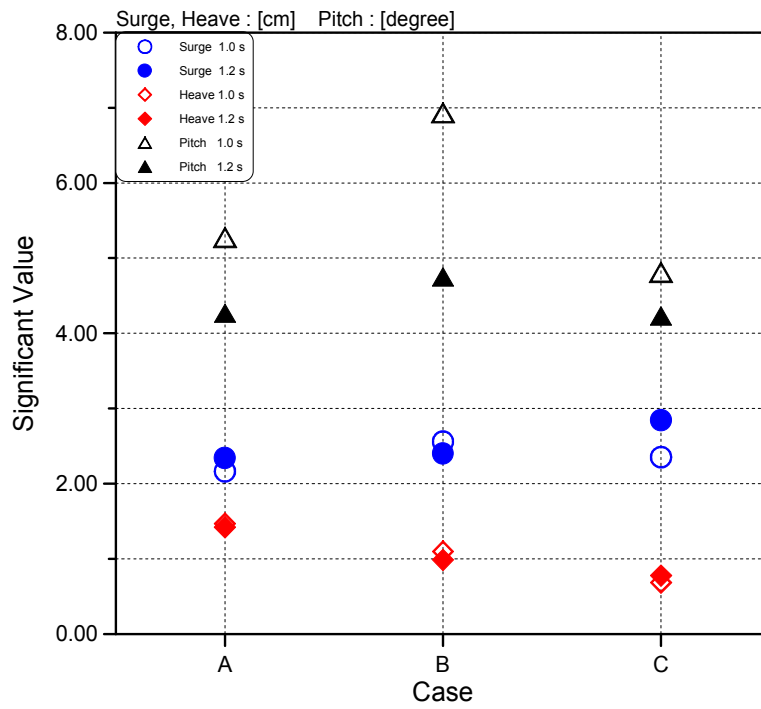


Fig. 4. 12 Significant Response Amplitudes

Table 4.2 RMS Values of Motion Response in Irregular Waves

T H <sub>1/3</sub>	Case	Mode	m <sub>0</sub>	$\sqrt{m_0}$	$2\sqrt{m_0}$
			Variance	RMS : Root Mean Square	Significant Value
1.0sec 4cm	A	Surge	1.169	1.081	2.162
		Heave	0.539	0.734	1.468
		Pitch	6.959	2.638	5.276
		Tension	184.091	13.568	27.136
	B	Surge	1.636	1.279	2.558
		Heave	0.301	0.549	1.097
		Pitch	12.020	3.467	6.934
		Tension	304.791	17.458	34.917
	C	Surge	1.383	1.176	2.352
		Heave	0.1172	0.342	0.684
		Pitch	5.789	2.406	4.812
		Tension	324.754	18.021	36.042
1.2sec 4cm	A	Surge	1.368	1.170	2.339
		Heave	0.503	0.709	1.418
		Pitch	4.549	2.133	4.266
		Tension	166.142	12.890	25.779
	B	Surge	1.440	1.200	2.400
		Heave	0.242	0.492	0.984
		Pitch	5.645	2.376	4.752
		Tension	236.056	15.364	30.728
	C	Surge	2.020	1.421	2.843
		Heave	0.1506	0.388	0.776
		Pitch	4.477	2.116	4.232
		Tension	423.360	20.576	41.151
Significant Value			Surge		[cm]
			Heave		[cm]
			Pitch		[degree]
			Tension Variation		[gf]

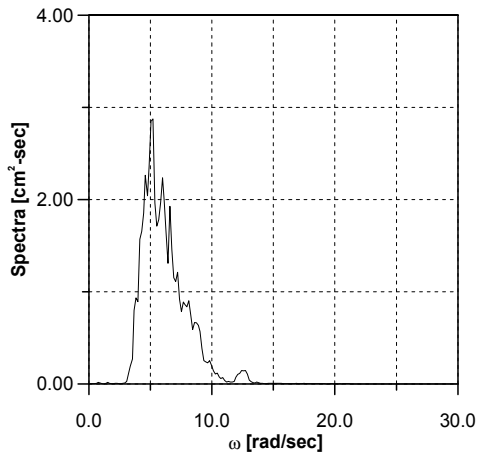


Fig. 4.13 Wave Spectra

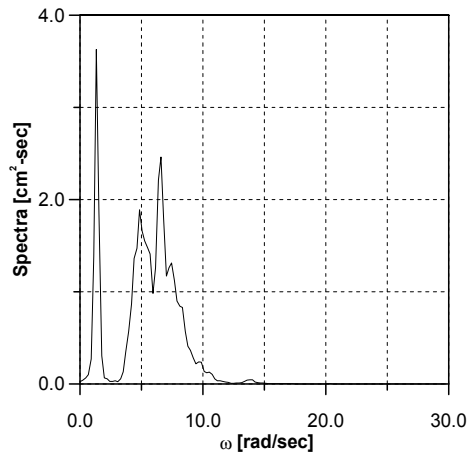


Fig. 4.14 Surge Response Spectra

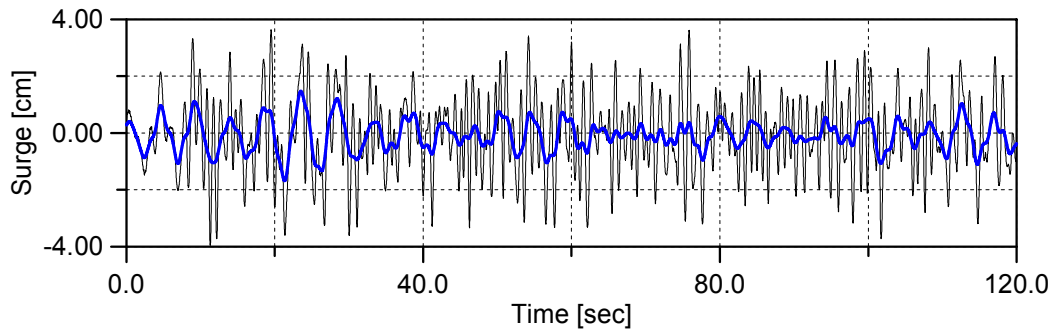


Fig. 4.15 Slow Drift Oscillation

## 4.3 과도수파중의 응답해석

### 4.3.1 과도수파의 재현

TLP와 같은 해양구조물이 받는 외력 중 가장 큰 영향을 미치는 인자는 파도에 의한 것이다. 미소 진폭에 의한 파력의 추정에는 포텐셜 이론의 계산에 따른 방법 등이 있으나 해양환경이 거칠게 되어 파랑의 파고가 구조물의 직경에 비해 상대적으로 커지게 되면 비선형성을 고려한 파력해석이 필요하게 된다. 그러나 이론적 계산에 있어서는 완전한 수식모델링의 어려움 때문에 완전 비선형 파력 산정법은 아직 정립되어 있지 않은 실정이다. 파력중 비선형 성분의 특성을 조사하기 위하여 수조에서 높은 파고를 가지는 파를 생성시킬 필요가 있다. 이를 위해서는 과도수파발생법을 이용한 집중파를 생성시키는 방법이 있다. 과도수파 발생법은 Takezawa가 주파수 영역에서 조파기의 전달함수와 성분파의 위상속도를 고려하여 발생시키는 방법이 주로 이용된다.

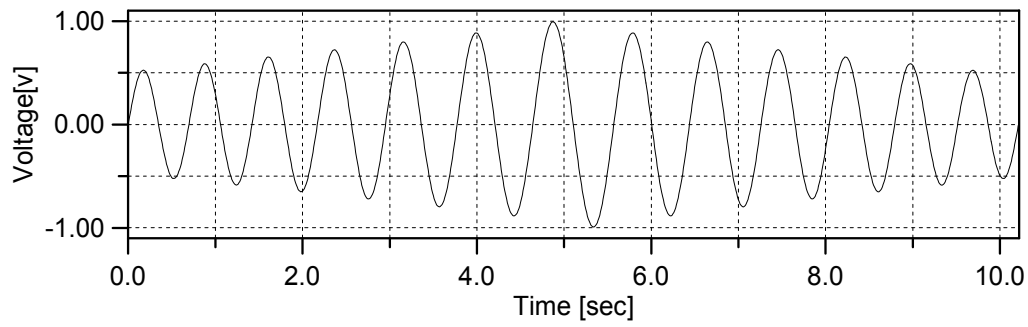
본 논문에서는 TLC 모델에 작용하는 비선형유체력, 특히 쇄파력의 특성을 조사하기 위하여, 수조시험에서 과도수파 발생법을 이용한 집중파를 재현하여 대과고 비선형 파랑중의 파력을 측정하였다. 쇄파에 따른 파력의 변화를 조사하기 위하여 파가 완전히 쇄파되는 상태(Case I), 쇄파 직전의 상태(Case II), 쇄파되지 않은 상태(Case III, IV)를 선정하여 각각의 경우에 대하여 실험을 수행하였다. 또한 파력의 시간영역 해석법을 이용한 이론해석에 의한 결과를 실험치와 비교하였다. Fig.4.17에서 Fig.4.20은 각 Case 별로 조파기가 보내 주는 파형이다

### 4.3.2 응답해석

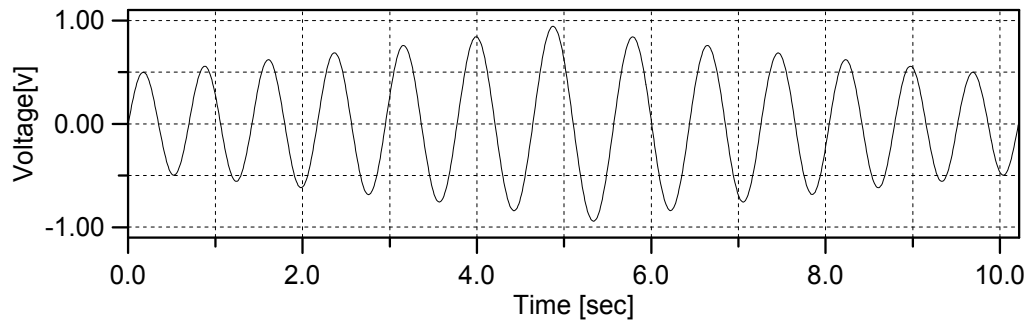
Fig.4.21과 Fig.4.22는 완전히 쇄파되는 Case I 과 쇄파되지 않는 Case IV의 파강제력에 대한 각 운동모드의 시간이력을 표시하고 있다. 두 경우 파력의 차이가 나는 것을 파악할 수 있고 시간이력의 양상이 변화하고 있다. 즉 Case I의 경우 파력의 피크치가 확연히 드러나고 있다. 이론계산 결과와 비교해 보면 Surge 모드는 거의 일치하고 있으며 Pitch 모드의 경우는 실험치가 약간 낮게 계측되었다.

Fig.4.23과 Fig.4.24는 테더 강성을 10.71kgf/m로 채택한 C모델의 경우 Case I 과 Case IV에서의 각 모드의 운동응답과 변동장력응답의 시간이력을 나타내고 있다. 각 항목들이 모두 Case I에서 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 그러나 Heave 운동응답은 다른 모드에 비해 미소하게 변화함을 알 수 있다. 이러한 Heave 응답의 영향으로 변동장력의 응답도 미소하게 변화하는 것을 파악할 수 있다.

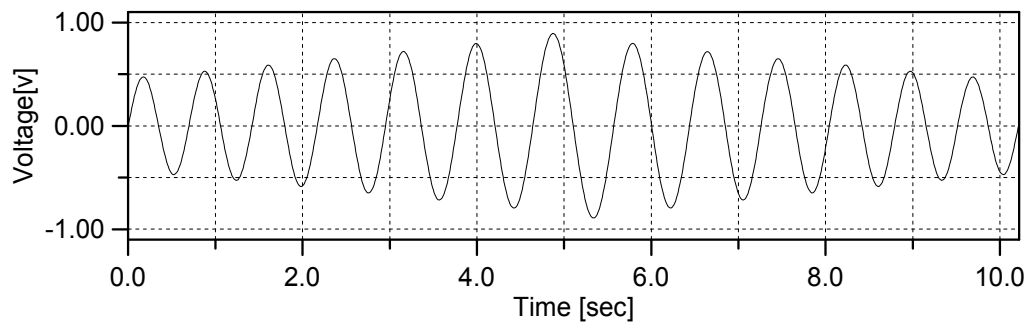




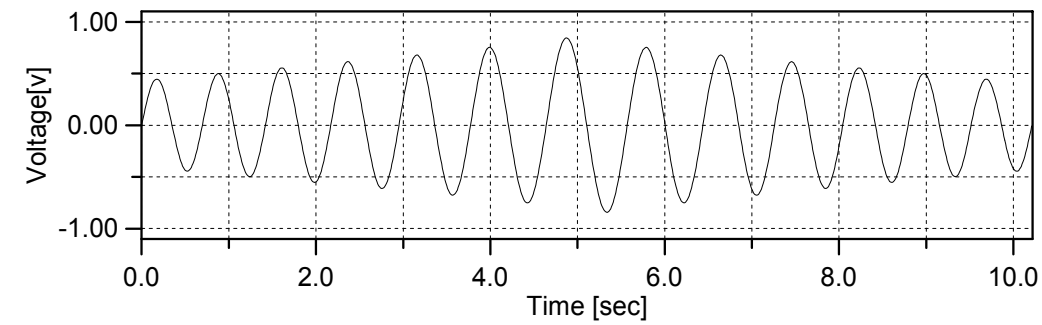
**Fig. 4.16 Input Wave Profile for Wave Maker ( Case I )**



**Fig. 4.17 Input Wave Profile for Wave Maker ( Case II )**



**Fig. 4.18 Input Wave Profile for Wave Maker ( Case III )**



**Fig. 4.19 Input Wave Profile for Wave Maker ( Case IV )**

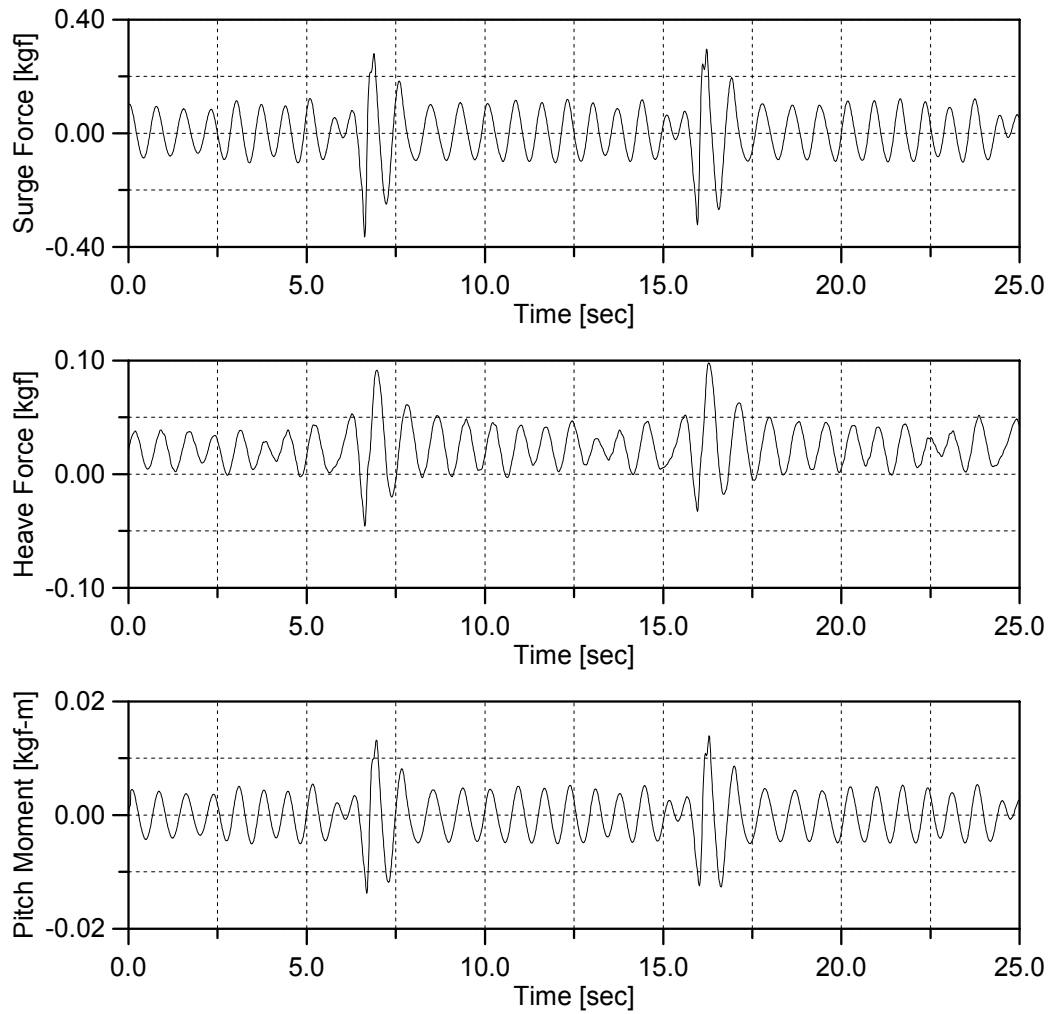


Fig. 4.20 Time Histories of Measured Wave Exciting Force in Transient wave [ C Model, Case I]

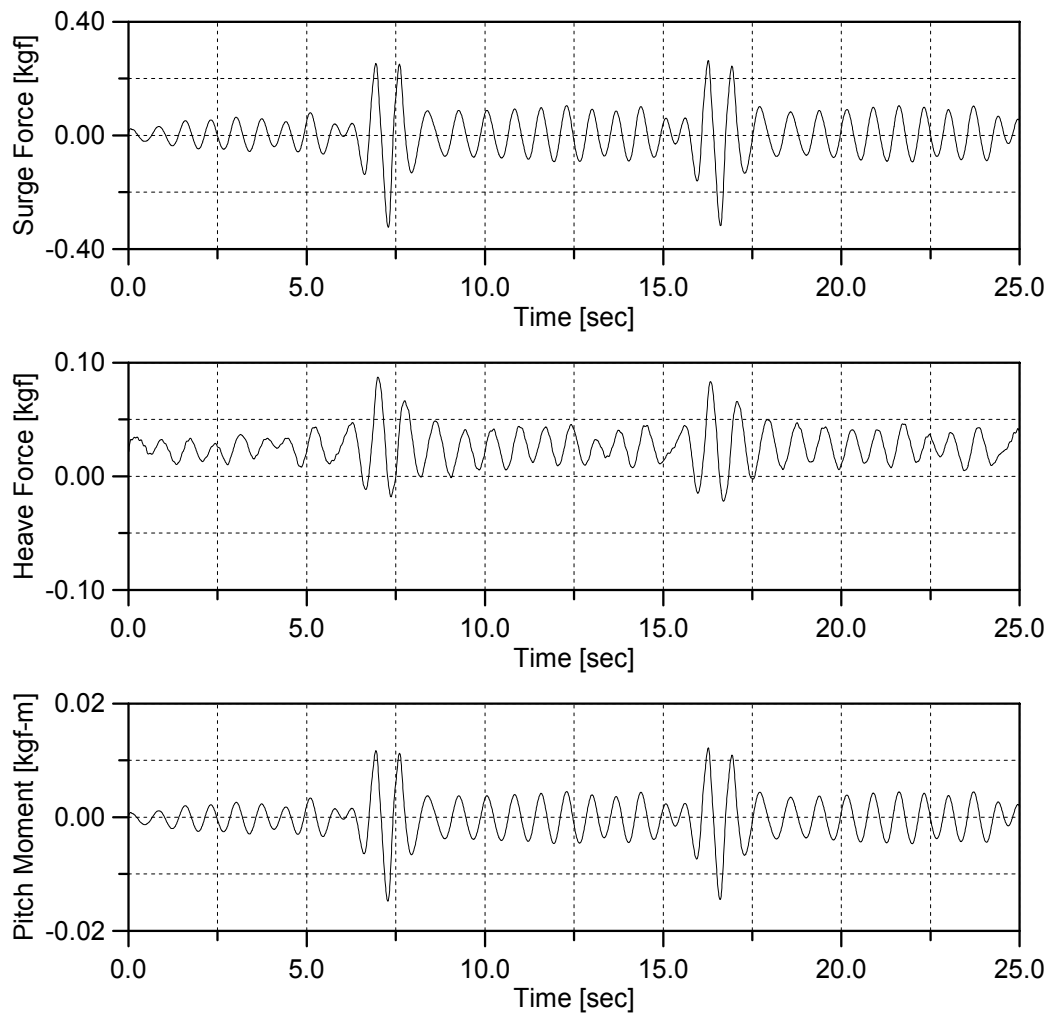


Fig. 4.21 Time Histories of Measured Wave Exciting Force in Transient waves [ C Model, Case IV]

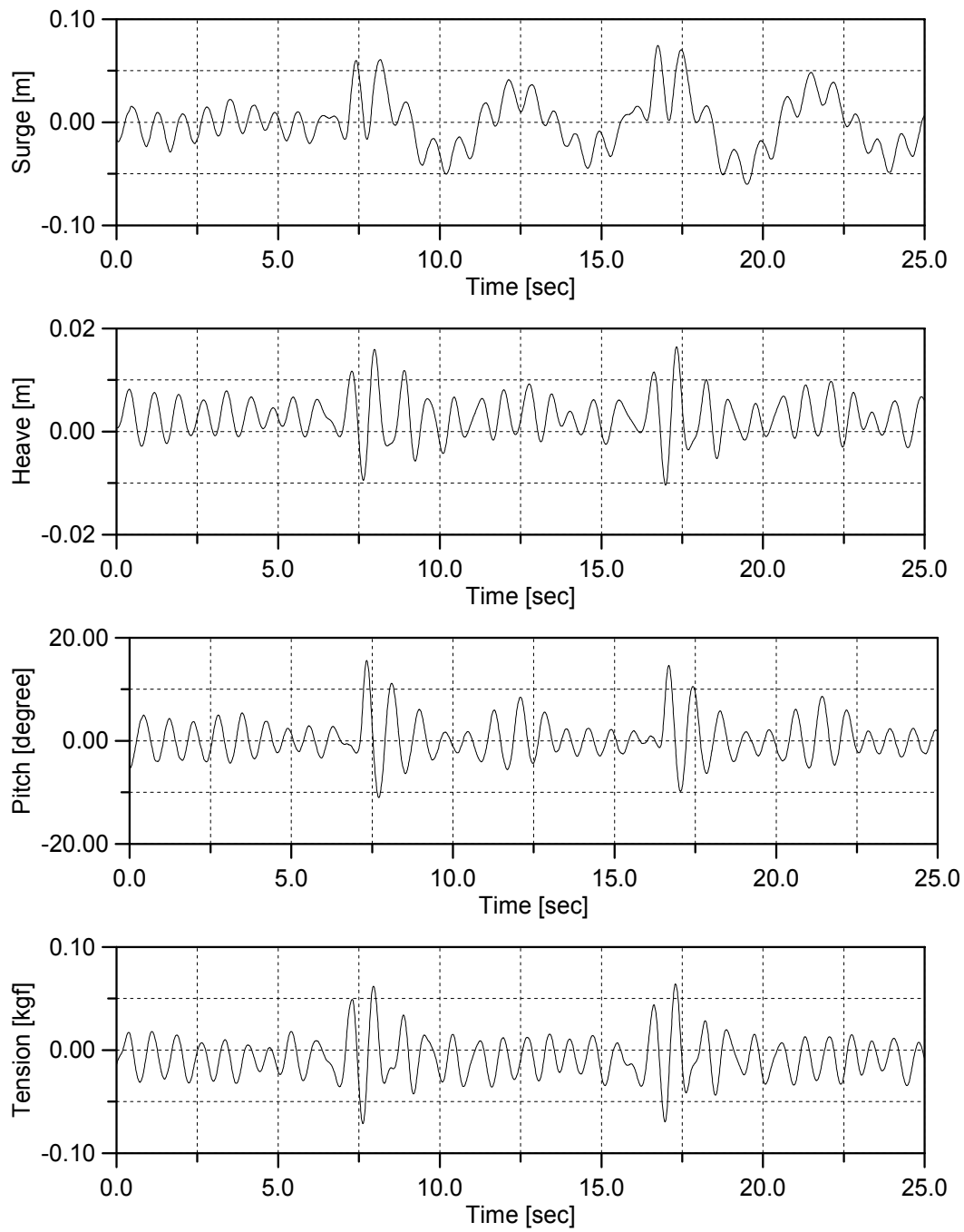


Fig. 4.22 Motion & Tension Response in Transient Waves  
[ C Model, Case I ]

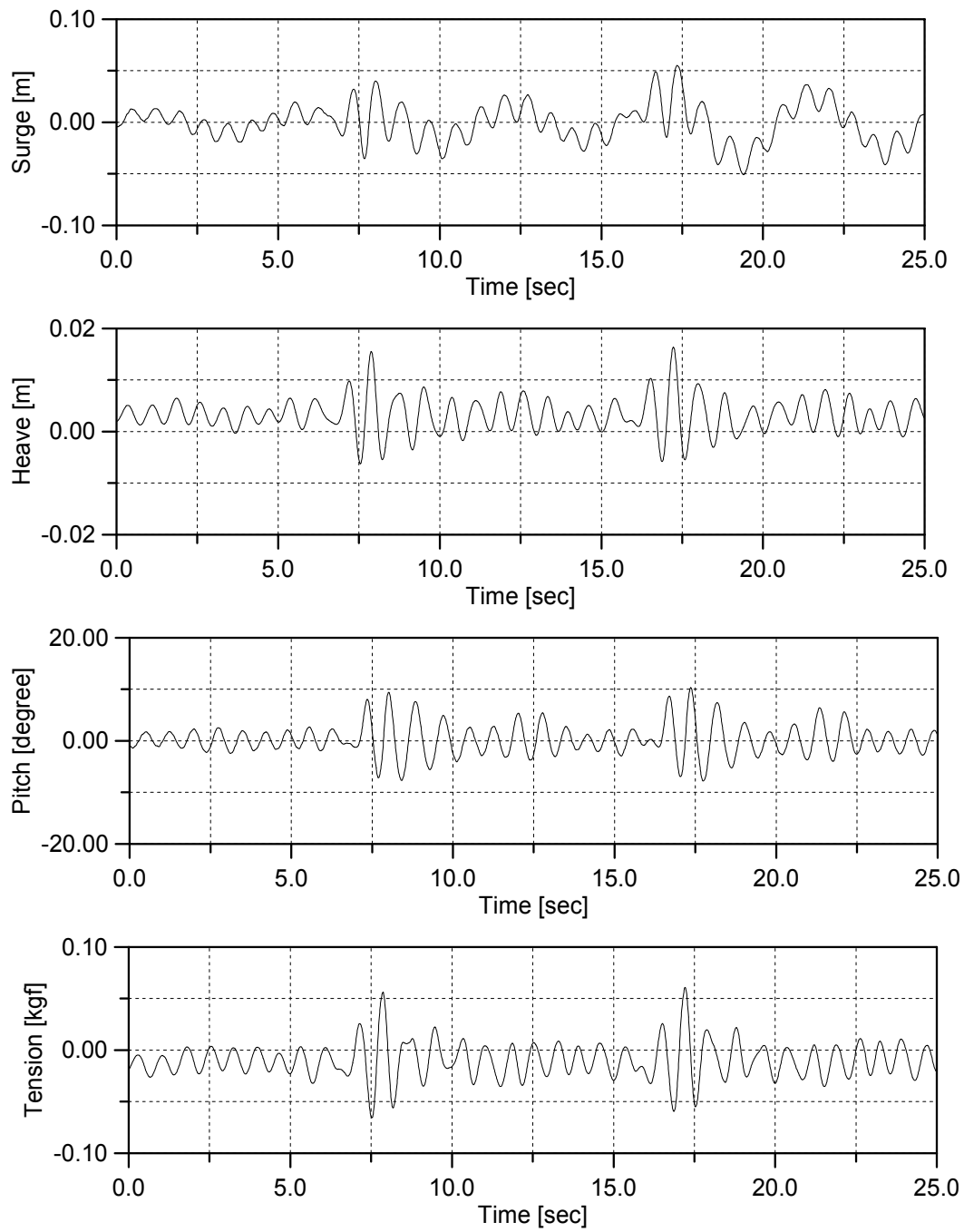


Fig. 4.23 Motion & Tension Response in Transient Waves  
[ C Model, Case IV ]

## 5. 결 론

인장계류된 원통형실린더의 동적 거동해석에 관한 일련의 연구수행 결과는 다음과 같다.

- 실린더형 부유체의 중심점을 인장계류시킨 새로운 개념의 부유식 구조물의 동적 거동 특성을 파악하였다.
- 규칙파에서도 부유체와 테더(tether), 입사파의 상호간섭으로 인한 운동특성을 해석하였다.
- 비선형유체력( $2\omega$ ,  $3\omega$ )으로 인한 비선형 운동응답 특성을 분석하였다.
- 테더강성(tether stiffness)의 결정에 있어서 부유체와의 상호간섭 효과 뿐만 아니라 고주파수 영역에서의 공진을 충분히 고려하여 결정해야 한다.
- 구조물의 설계시 Surge mode에서는 장주기 표류운동을 발생시키므로 Set down 등의 현상을 고려해야 한다.

## 참 고 문 헌

- [1] Mercier,J.A., Birell,N.D., Chivvis,J.C. and Hunter,A.F., “Tension Leg Platforms -Progress and Prospects”, SNAME Transactions, Vol.99, pp.249-279, 1991
- [2] 홍사영등, “심해 계류인장각 플랫폼의 모형시험 기법 개발”, 한국기계연구원 연구보고서, 1998
- [3] McDonald,R.D., “The Design and Field Testing of the ‘TRITON’ Tension Leg Platform and its Future Application for Petroleum Production and Processing in Deep Water”, Offshore Technology Conference 2104, 1974
- [4] Deep Oil Technology,Inc., “Tension Leg Platform System”, 1978
- [5] Chou,F.S.F, Ghosh,S. and Huang,E.W., “Conceptual Design Process of a Tension Leg Platform”, SNAME Transactions, Vol.91, pp.275-305, 1983
- [6] Kobayashi, M.,Shimada,K. and Fujihira,T., “Study on Dynamic Responses of a TLP in Waves”, OMAE, pp.29-35, 1985
- [7] Taylor,E.R. and Jefferys,E.R., “Variability of Hydrodynamic Load Predictions for a Tension Leg Platform”, Ocean Engineering, Vol.13, pp.449-490, 1986
- [8] Romagnoli,R. and Varvelli,R., “Load and Motion Prediction of Tension Leg Platforms in Directional Marine Environments”, Proceedings of the Eighth International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 1989
- [9] Jain,A.K., “Offshore Tension Leg Platform Behaviour under Wave and Wind Force”, Proceedings of the Sixth International Offshore and Polar Engineering Conference, Vol.1, pp.220-227, 1996
- [10] 金綱正夫, 關田欣治, 關本恒浩, 島田 潔, “TLP動的應答の實海域計測結果及び係留ラインの強度”, 日本造船學會論文集 第175號, pp.227-239, 1994
- [11] 金綱正夫, 日根野元裕, 島田 潔, 石田成幹, “1本カラム型TLP動的應答の海洋實驗”, 日本造船學會論文集 第176號, pp.213-221, 1994
- [12] 구자삼, 이창호, 홍봉기, “인장계류식 해양구조물의 동적응답 해석법의 개발”, 한국해양공학회지, 제7권 1호, 1993

- [13] 구자삼, 김진하, 이창호, “인장계류식 해양구조물의 동적응답 해석(I)”, 한국해양공학회지, 제9권 1호, 1995
- [14] 구자삼, 박찬후, 이창호, “인장계류식 해양구조물의 동적응답 해석(II)”, 한국해양공학회지, 제10권 1호, 1996
- [15] Goo,J.S., Lee,C.H., Park,C.H. and Kim,J.H., “A Dynamic Response Analysis of Tension Leg Platforms Including Hydrodynamic Interactions in Waves”, Proceedings of the fourth Pacific/Asia Offshore Mechanics Symposium, pp.9-18, 1996
- [16] 구자삼, 조효제, 이창호, “다방향 불규칙파중의 TLP의 동적응답해석(주파수영역 해석)”, 한국해양공학회지, 제8권 1호, 1994
- [17] Suyehiro,K., “On the Drift of Ship”, Trans.Institute of Naval Architects,66, 1924
- [18] Ogilvie,T.F., First and Second Order Forces on a Cylinder Submerged under a Free Surface”, Journal of Fluid Mechanics, vol.16, 1963
- [19] Salvesen,N., “Second Order Stead-state Forces and Moments on Surface Ships in Oblique Regular Waves”, Proc. of International Symposium on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, London, pp.212-216, 1974
- [20] Kim,C.H. and Dalzell,J.F., “An Analysis of the Quadratic Frequency Response for Lateral Drifting Force and Moment”, Journal of Ship Research, vol.25, 1981
- [21] Pinkster,J.A. and van Oortmerssen,G., “Computation of the First and Second Order Wave Forces on Oscillating Bodies in Regular Waves”, Proc. of Second International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, pp.136-159, 1977
- [22] Pinkster,J.A., “Low Frequency Second Order Wave Exciting Forces on Floating Structures”, Publication No.650 Netherlands Ship Model Basin, 1980
- [23] Ogilvie,T.F., “Second-Order Hydrodynamic Effects on Ocean Platforms”, Proc. of International Workshop on Ship and Platform Motions, Berkeley, 1983
- [24] Petrauskas,C. and Liu,S.V., “Springing Force Response of a Tension Leg Platform”, Offshore Technology Conference 5458, 1987
- [25] Kim,M.H. and Yue,D.K.P., “The Nonlinear Sum-Frequency Wave Excitation and Response of a Tension Leg Platform”, BOSS, 1988



- [26] Kim,M.H. and Yue,D.K.P., “The Second-Order Diffraction Solution for an Axisymmetric Body. Part I. Monochromatic Incident Waves”, Journal of Fluid Mechanics, Vol.200, 1989
- [27] Kim,M.H. and Yue,D.K.P., “The Second-Order Diffraction Solution for an Axisymmetric Body. Part II. Bichromatic Incident Waves and Body Motions”, Journal of Fluid Mechanics, Vol.211, 1990
- [28] Kim,M.H. and Yue,D.K., “Sum-and Difference-Frequency Wave Loads on a Body in Unidirectional Gaussian Seas”, Journal of Ship Research, vol.35, No.2, 1991
- [29] Liu,Y.H.,Kim,M.H. and Kim,C.H., “The Computation of Second-Order Mean and Double-Frequency Wave Loads on a Compliant TLP by HOBEM”, International Journal of Offshore and Polar Engineering, Vol.5, No.2, 1995
- [30] 加藤俊司, Teng,B., 齊藤昌勝, “緊張係留構造物(TLP)の不規則波中非線形応答 -2次を含めた高次の波力特性-”, 日本造船學會論文集, 第178號, pp.245-258, 1995
- [31] Faltinsen,O.M.,Newman,J.N. and Vinje,T., “Nonlinear Loads on Slender Vertical Cylinder”, Journal of Fluid Mechanics, Vol.289, pp.179-198, 1995
- [32] Malenica,S. and Molin,B., “Third-harmonic Wave Diffraction by a Vertical Cylinder”, Journal of Fluid Mechanics, Vol.302, pp.203-229, 1995
- [33] 加藤俊司, Teng,B., 安藤裕友, “緊張係留構造物(TLP)のリングング応答 -3次波力の解析-”, 日本造船學會論文集, 第180號, pp.175-192, 1996
- [34] A.D.Arnott and C.A.Greated, “An Investigation of Extreme Wave Behaviour Around a Model TLP”, International Journal of Offshore and Polar Engineering, pp.51-57, 1998
- [35] J.Zou, Y.Xu and C.H.Kim, “Ringing of ISSC TLP Due to Laboratory Storm Seas”, International Journal of Offshore and Polar Engineering, pp.81-89, 1998
- [36] J.Zou and E.W.Huang, “Nonlinear and Non-Gaussian Effects on TLP Tether Responses”, Proceedings of the Ninth-International Offshore and Polar Engineering Conference, pp.315-324
- [37] A.K. Jain, “Offshore Tension Leg Platform Behaviour Under Wave and Wind

- Forces", Proceeding of the Sixth-International Offshore and Polar Engineering Conference, pp.220-227, 1996
- [38] J.Zou, Y.Xu and C.H. Kim, "Time Domain Simulation of a TLP's Response Due to Laboratory-generated Asymmetric Irregular Waves", Proceeding of the Seventh-International Offshore and Polar Engineering Conference, pp.193-200, 1997
- [39] P. Teigen, "Experimental and Numerical Assessment of Mini TLP for Benign Environments", Proceedings of the Eighth-International Offshore and Polar Engineering Conference, pp.162-167, 1998
- [40] P. Teigen, "Experiments and Analysis with Fully Coupled Mini-TLP/Barge System", Proceedings of the Ninth-International Offshore and Polar Engineering Conference, pp.347-354, 1999
- [41] J.M.Niedzwecki, P.F.Liagre and L.E.Borgman, "Directional Sea Response of a Mini-TLP", Proceedings of the Eleventh-International Offshore and Polar Engineering Conference, pp.447-452, 2001
- [42] 小山健夫, 勝野正隆 and 前田久明 共著, "선체와 해양 구조물의 운동학", 연경 출판사, Chapter 3, 1990.
- [44] Seiji Takezawa, "Transient Water Wave 中における 船體運動の實測例 について", 日本造船學會春季講演會, 昭和 45年 5月
- [45] J.S.Reid, "The Sideband Instability and Onset of Wave Breaking", IUTAM Symposium Sydney, Australia, 1991
- [46] 이 창호, "불규칙파중의 인장계류식 해양 구조물의 비선형응답해석", 부경대학교 공학 박사 학위논문, page 208-224, 1998

## 감사의 글

학문적으로는 물론 참된 삶이 무엇인가를 일깨워 주신 조효제 교수님께 깊이 감사드립니다. 그리고 항상 따뜻한 미소로 격려해 주신 형록의 어머니에게도 감사드립니다.

또한 본 논문을 위해 세심한 심사를 해주신 박명규 교수님과 박주용 교수님께 감사 드리며, 학위과정중 여러 가지 도움과 격려를 주신 해양시스템공학부의 교수님들께 감사드립니다.

특히 늘 옆에서 함께하고 어려울 때마다 힘이 되었던 동생같은 선배 이상길 선배님과 해양시스템연구실의 태원, 병성, 영택에게도 고마운 마음을 전합니다.

끝으로, 오늘이 있기까지 격려와 사랑으로 보살펴 주신 부모님과 동생 재철, 재규에게 이 논문이 작은 선물이 되었으면 합니다.