



공학석사 학위논문

시간 영역에서의 효율적인 표적반향음 연산 기법

Computationally Efficient Algorithm for Target Echoes



2016년 2월

한국해양대학교 대학원

해양공학과

김 동 현

본 논문을 김동현의 공학석사 학위논문으로 인준함.

위원장 공학박사 김 우 식 (인) 위 원 공학박사 하 승 현 (인) 위 원 공학박사 김 재 수 (인) 2016년 2월

한국해양대학교 대학원

해양공학과

김 동 현



목 차	i
List of Tables	iii
List of Figures	iv
Abstract ·····	vi

1.	서	론	L
	1.1	연구의 목적	L
	1.2	. 연구 동향 및 논문 구성	2

2.	Compact4
	2.1 거리공간 (이슬비 (2013, p. 58~59)) ~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
	2.2 open set과 closed set (이슬비 (2013, p. 58~59))
	2.3 bounded set (이슬비 (2013, p. 50))6
	2.4 Compact

3.	시간 영역 알고리즘
	3.1 주파수 응답 함수
	3.2 시간 영역에서의 응답함수
	3.3 시간 영역에서의 표적반향음
	3.4 두 영역에서의 연산 횟수 비교
	3.5 CW, LFM 신호를 통한 공식 검증16
	3.5.1 CW 신호
	3.5.2 LFM 신호
	3.6 Sampling Frequency에 따른 비교

4.	결과 및	분석 …	•••••	••••••	•••••		 27
	4.1 1개	격자를	이용한	표적반향음	신호	결과	 27



4.2 2개 격자를 이용한 표적반향음 신호 결과
4.3 평판을 이용한 표적반향음 신호 결과
4.4 잠수함 모델을 이용한 표적반향음 신호 결과
5. 결 론
참고문헌
Appendix45
A. flux (Halliday, et al. 2006)45
B. Gauss' law (Halliday, et al. 2006)
C. Cauchy's integral theorem (Kreyszig, et al. 2006)50
D. Kirchhoff approximation (Medwin & Clay, 1998)56
D.1 Theorems of Gauss and Green56
D.2 The Helmholtz - Kirchhoff integral
D.3 Kirchhoff approximation
D.4 Fresnel approximation 62
감사의 글 ~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~



List of Tables





List of Figures

Fig.	2.1 (a) open set (b) closed set
Fig.	3.1 Geometry
Fig.	3.2 도식화된 응답 함수 (a) 주파수 응답 함수 (b) 시간 응답 함수 ·· 9
Fig.	3.3 연산 횟수 알고리즘
Fig.	3.4 (a) 송신신호의 시계열 신호 (b) 송신신호의 스펙트럼16
Fig.	3.5 (a) 송신신호를 미분한 함수 (b) 시간 영역에서의 응답함수 (c)
	(a)와 (b)를 convolution한 결과
Fig.	3.6 주파수 대역에 따른 해상도 결과 비교 (a) 1.22Hz ~ 6.1Hz (b)
	1.22 <i>Hz</i> ~ 30.51 <i>Hz</i> (c) 모든 주파수 대역
Fig.	3.7 시간 영역 vs. 주파수 영역
Fig.	3.8 (a) 송신신호의 시계열 신호 (b) 송신신호의 스펙트럼 20
Fig.	3.9 (a) 송신신호를 미분한 함수 (b) 시간 영역에서의 응답함수 (c)
	(a)와 (b)를 convolution한 결과21
Fig.	3.10 주파수 대역에 따른 해상도 결과 비교 (a) 9.15Hz ~ 18.31Hz
	(b) 7.32 <i>Hz</i> ~ 22.89 <i>Hz</i> (c) 모든 주파수 대역
Fig.	3.11 시간 영역 vs. 주파수 영역
Fig.	3.12 sampling approximation method
Fig.	3.13 <i>f</i> _s 에 따른 상관계수
Fig.	3.14 (a) $f_s = 10f_{c'}$ (b) $f_s = 30f_{c'}$ (c) $f_s = 50f_{c'}$ (d) $f_s = 70f_c$ 26
Fig.	4.1 1개 격자 모델을 포함한 배치도
Fig.	4.2 1개 격자 모델에 따른 수신신호들
Fig.	4.3 2번 채널에 수신된 신호
Fig.	4.4 채널에 따른 상관계수
Fig.	4.5 2개 격자 모델을 포함한 배치도
Fig.	4.6 2개 격자 모델에 따른 수신신호들
Fig.	4.7 19번 채널에 수신된 신호 ··································



Fig.	4.8	채널에 따른 상관계수
Fig.	4.9	평판 모델을 포함한 배치도
Fig.	4.10	평판 모델에 따른 수신신호들
Fig.	4.11	채널에 따른 상관계수
Fig.	4.12	잠수함 모델을 포함한 배치도
Fig.	4.13	잠수함 모델
Fig.	4.14	잠수함 모델에 따른 수신신호들
Fig.	4.15	채널에 따른 상관계수
Fig.	A.1	Flux 45
Fig.	B.1	(a) 점전하가 Gauss 면 내부에 위치한 경우, (b) 점전하가 Gauss
		면 외부에 위치한 경우
Fig.	C.1	2가지의 단순 닫힌 경로와 1가지의 단순하지 않은 닫힌 경로의
		ଜା50
Fig.	C.2	단순 연결 영역, 이중 연결 영역, 삼중 연결 영역
Fig.	C.3	다중 연결 영역
Fig.	C.4	잘린 다중 연결 영역
Fig.	D.1	Geometry
		1945
		of of th



Computationally Efficient Algorithm for Target Echoes

Kim Dong Hyeon

Department of Ocean Engineering Graduate School of Korea Maritime and Ocean University

Abstract

In order to simulate the target echoes scattered from submerged underwater objects, Kirchhoff approximation is widely used for high frequency region. Since Kirchhoff integration is based on integrating the contributions from discretized boundary elements, the computation can be time-consuming especially for broadband pulses. In this thesis, a numerically efficient method for generating the scattered signal in time domain based on convolution is proposed and tested. It it shown that the computational time can be reduced by an order of 10~100 in typical cases.

KEY WORDS: Kirchhoff approximation, 표적반향음, compact

제1장서론

1.1 연구의 목적

수중에서 표적을 탐지하는 기술로는 대표적으로 수동소나를 이용한 탐 지시스템과 능동소나를 이용한 탐지시스템으로 나눌 수 있다. 수동소나 탐지시스템은 표적에서 방사되는 능동핑, 엔진에 의한 신호 등의 정보를 이용하여 표적을 탐지한다. 능동소나 탐지 시스템은 자함에 부착되어있는 송신기에서 신호를 보내고 표적에 의해 직접적으로 반사되는 신호 또는 기포항적에 의한 산란신호의 정보를 이용하여 표적을 탐지한다(최영호 (2004)).

수동탐지는 수중물체가 방사하는 신호를 분석하여 수중물체의 방향과 신호 성분을 알아내는 탐지방식이다. 하지만 기만기, 주변 환경, 그리고 센서 주위에 존재하는 어선들에 의한 신호가 표적이 방사한 신호에 혼합 됨으로써 표적의 존재 유무를 구분하는데 있어서 한계가 존재한다.

최근 들어 이를 보완하기 위해 적극적인 방법으로 능동소나를 이용한 표적을 탐지하는 연구가 많이 진행되고 있다. 능동탐지는 표적으로부터 반사되어 돌아오는 반향음의 특성을 통해 표적의 유무를 탐지하는 방식이 다. 즉, 표적을 탐지 및 식별하기 위해서는 먼저 표적으로부터 반사되어 돌아오는 반향음의 특성을 연구해야한다.

실제 환경에서는 주변 소음, waveguide의 영향, 그리고 복잡한 음속 구 조 등과 같은 다양한 변화요인이 존재하고 그로 인해 시간과 경제적 비용 이 많이 들기 때문에, 반향음의 특성을 연구하는 시스템을 개발하기에 앞 서서 주어진 형상에 대해 M&S(modeling and simulation)기법을 이용하 여 시스템의 성능을 검증한다(유승기 등(2014)).

M&S기법으로써 정확한 탐지를 위해 고주파수 수치해석 기법을 이용하 여 보다 정밀한 신호 모의하는 연구가 진행되고 있다. 하지만 이는 고주 파수에서 진행된다는 점과 수치해석을 진행할 격자가 많아진다는 점 때문 에 연산 시간의 측면에서 비효율적이라는 단점 또한 존재한다(김국현 (2008)).

본 논문에서는 표적 반향음을 모델링하는데 사용되는 고주파수 수치해 석 기법인 Kirchhoff approximation기법에 대해서 소개하고, 수학적인 성 질을 이용하여 기존의 기법을 연산 시간의 측면에서 효율적으로 변형한 알고리즘을 제안한다. 이를 수치 시뮬레이션을 통해 본 알고리즘의 분석 및 검증을 수행하였다.

1.2 연구 동향 및 논문 구성

표적 반향음을 모의하기 위한 연구로서 과거에는 표적의 대표반향점 분 포 모델(highlight distribution model)을 이용한 연구가 진행되었다. 표적 의 모든 면에 대한 정보를 이용하는 것이 아닌 표적의 전체 면적 중 반향 음의 세기가 큰 부분들을 찾아 대표반향점으로 두고, 이러한 대표반향점 들만 이용하여 신호를 간단하게 모의하였다(김부일 등(2000); 신기철 등 (2001); 유승기 등(2014)). 이 모델은 적은 개수의 대표반향점들만 이용하 기 때문에, 짧은 연산 시간으로 신호를 모의할 수 있지만 실제와 유사한 신호를 모의하기 어렵다는 단점이 존재한다.

최근에는 실제와 유사한 신호를 모의하기 위해 Kirchhoff approximation기법과 같은 고주파수 수치해석 기법을 이용한 연구가 진 행되었다(최영호(2004); 이태경(2005); 김국현 등(2008); 배호석 등(2014), 지 윤희(2014, 2015)). 수치해석 기법은 물체 형상에 격자를 생성하고, 각 격 자에 대해 주파수 응답 함수를 구하여 이를 신호에 적용시키는 방법으로





신호를 모의한다. 대표반향점 분포 모델과 달리 모든 면을 이용한다는 면 에서 실제와 유사한 신호를 모의할 수 있으나, 사용되는 주파수에 따라 나누는 격자의 개수가 많아지면 연산 시간이 크게 증가한다는 단점이 존 재한다.

따라서 연산 시간을 효과적으로 줄이면서 정확성을 높이는 표적 반향음 모델에 관한 지속적인 연구가 필요하다.

본 논문은 정확성이 높은 고주파수 수치해석 기법을 이용하면서 이를 변형하여 연산 시간에서도 효율적인 알고리즘을 고안하는 것에 대해 목적 을 두고 논의하였다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 알고리즘 을 변형하는데 필요한 수학적인 성질들에 관해 상세하게 설명하였다. 3장 에서는 기존의 주파수 응답 함수를 간단하게 설명하고, 이에 수학적인 성 질들을 적용하여 변형된 알고리즘에 대해서 소개한다. 마지막으로 이를 간단한 신호를 통해 알고리즘을 검증하였다. 4장에서는 변형된 알고리즘 을 1개 격자로 이루어진 기본적인 모델부터 복잡한 잠수함 모델까지 적용 하면서 두 가지 알고리즘에 의한 신호들 사이의 유사성을 검증을 수행하 였다.

1945



제 2장 Compact

2.1 거리공간 (이슬비 (2013, p. 58~59))

open set과 closed set을 정의하기 전에 정의에 필요한 거리공간에 대해 서 간단히 설명한다. 거리공간은 임의의 실수 집합 X의 원소 x, y, z에 대해 그리고 거리가 X와 X의 실수 곱집합을 나타내는 함수로서 아래 성 질들을 만족할 때, 집합과 함수를 묶어서 X를 거리공간이라고 정의한다. 거리공간은 (X,d)로서 간단하게 표현하기도 한다.

- $d(x,y) > 0 \text{ if } x \neq y$
- $d(x,y) = 0 \Leftrightarrow x = y$
- d(x,y) = d(y,x)

 $d(x,y) \le d(x,z) + d(z,y)$

(2.20)

여기서 d(x,y)는 유클리드 공간에서 흔히 알려진 두 점 x, y사이의 거 리를 의미한다.

1945

첫 번째 성질은 두 점이 같지 않을 경우 거리는 항상 0보다 큼을 의미 하고, 두 번째 성질은 두 점이 같을 경우 거리는 0임을 의미한다. 세 번째 성질은 두 점의 위치가 서로 바뀌어도 거리가 같음을 의미하고, 마지막 성질은 삼각 부등식으로서 삼각형의 성질로 생각하면 장변의 길이는 나머 지 두변의 길이의 합보다 작음을 의미한다.

거리공간인 X가 정의되고 점 p가 거리공간 내부의 한 점이라고 정의될 때, 점 p의 근방이라고 하는 공간은 X의 부분집합으로 d(p,q) < r

을 만족하는 모든 점 q를 의미하고 이 집합을 *E*라고 표현한다. 여기서 r은 반경을 의미한다.

2.2 open set과 closed set (이슬비 (2013, p. 58~59))

국한점의 정의를 통해 closed set과 open set를 표현할 수 있다. 극한점 은 집합 E에 달라붙어 있는 점들로써, E의 가장 바깥 점이라고 생각할 수 있다. 극한점이 집합 E에 들어갈 수도 있고 안 들어갈 수도 있는데, E의 모든 극한점이 E에 들어가면 E를 closed set이라고 한다. E의 모든 극한점이 E에 들어가지 않으면 E를 open set이라고 한다. 즉, open set은 임의의 근방의 점을 잡으면 근방이 E에 포함되는 점을 말한다.

Fig. 2.1 (a)는 open set을 표현하는 그림이고, Fig. 2.1 (b)는 closed set 을 표현한 그림이다. 이는 각각 open ball, closed ball이라고 표현할 수도 있으며, 수학적인 표현을 사용하면 다음과 같다.

$$B(p,r) = \{x \in X \mid d(p,x) < r\}$$

$$B(p,r) = \{x \in X \mid d(p,x) \le r\}$$
(2.22)
(2.23)

식 (2.22), 식 (2.23)은 각각 open set(open ball) closed set(closed ball)을 나타낸다.



(2.21)



Fig. 2.1 (a) open set (b) closed set

open set과 closed set을 직관적으로 생각하면 각각 개구간, 폐구간이라 고 생각할 수 있다.

2.3 bounded set (이슬비 (2013, p. 50))

실수 집합의 부분집합 S가 공집합이 아니라고 할 경우, 실수 β가 존재 하여 임의의 x∈S에 대하여 x ≤ β를 만족하면 S는 위로 유계라고 말하 며, β를 S의 "상계(upper bound)"라고 한다. 그리고 실수 α가 존재하여 임의의 x∈S에 대하여 α ≤ x를 만족하면 S는 아래로 유계라고 말하며, α 를 S의 "하계(lower bound)"라고 한다. 만약 S가 위로 유계이면서 아래 로 유계이면 S는 "유계 집합(bounded set)"이라고 한다.

bounded set을 직관적으로 생각하면 유한한 구간을 가지는 것이라고 생각할 수 있다. 즉, 증가 또는 감소하는 방향으로 극한 값을 가질 때를 의미한다.

2.4 Compact

위상수학의 거리공간 개념에서 Heine-Borel theorem은 closed set과 bounded set을 compact와 연관지어주는 중요한 정리다. 유클리드 공간 R^n 의 부분 공간 S에 대해 "S가 closed set과 bounded set을 만족한다면



S는 compact하다."라는 것이 Heine-Borel theorem이다.

3장에서 시간 영역에서의 표적반향음을 유도하기 위해서는 모델링을 위 한 송신신호가 compact라는 성질을 만족해야하는데, 이를 위해 송신신호 가 compact라는 성질을 만족하는지 판단하기로 한다.

일반적으로 사용되는 송신신호는 pulse 형태의 신호로써, 시간 축과 진 폭 축에서 유한한 구간을 갖게 된다. 또한 상용프로그램을 이용하여 신호 를 모의하거나 실험을 할 때, 프로그램 및 장비의 특성상 송신신호로써 continuous 신호를 모델링할 수 없다. 따라서 사용되는 송신신호는 2.3절 에 의해 bounded set을 만족하게 된다.

그리고 송신신호를 모델링할 때, 시간 영역에서의 각 sample에 진폭 값 을 입력해주므로 상계와 하계에 대해서도 특정 진폭 값을 가지게 된다. 즉, 개구간이 아닌 폐구간을 가지므로 송신신호는 closed set을 만족하게 된다.

따라서 신호를 모의하거나 실험에 사용되는 송신신호는 bounded set과 closed set을 모두 만족하므로, Heine-Borel theorem에 따라 compact란 성 질을 갖게 된다. 이러한 송신신호의 성질은 이어지는 3장에서 시간 영역 에서의 표적반향음을 유도하는 과정에서 가장 필요한 성질로써 사용될 것 이다.



제 3장 시간 영역 알고리즘

3.1 주파수 응답 함수

기존에는 실제와 유사한 표적반향음을 모의하기 위해 Kirchhoff approximation기법을 통한 주파수 응답 함수가 이용되고 있다. 주파수 응 답 함수의 공식은 식 (3.1)과 같이 표현된다. (Appendix D.에 주파수 응답 함수의 유도과정을 수록하였다.)



Fig. 3.1 Geometry

여기서 C_r , P_0 , R_0 는 각각 반사계수, 기본 음압, 기본 거리를 의미한다. 그리고 S_m 은 각 격자의 면적을, $R_{s,m}$, $R_{i,m}$ 은 송신기 및 수신기와 각 격 자사이의 거리를, $\phi_{s,m}$, $\phi_{i,m}$ 은 송신기 및 수신기와 각 격자사이의 입사각 및 반사각을 의미하고 이는 Fig. 3.1을 통해 확인할 수 있다.



주파수 응답 함수를 간단하게 도식화한다면 Fig. 3.2 (a)와 같이 나타낼 수 있다. Fig. 3.2에서 x, y, z축은 각각 격자 번호, 주파수, 진폭을 나타내 는 축이다. 그리고 붉은색 선들은 특정 격자 번호 및 주파수에서의 impulse들을 나타낸다. 주파수 응답 함수를 이용하여 연산할 때 모든 impulse들을 이용하게 되는데, 격자 개수가 증가할수록 또는 주파수가 높 아질수록 연산에 사용되는 impulse들의 개수는 비례해서 증가한다. 즉, 소요되는 연산 시간이 증가한다. 따라서 본 연구에서는 주파수 응답 함수 를 시간 응답 함수로 변환하여 연산량 및 연산 시간을 감소하고자 하였 다. Fig. 3.2 (b)는 Fig. 3.2 (a)의 각 격자 번호 축의 모든 주파수에 존재하 는 impulse들을 푸리에 변환하여 나타낸 그림이다. 푸리에 변환을 할 경 우 각 격자 번호와 시지연 값은 일대일 대응이므로 해당되는 시지연 값 위치에 impulse를 표현할 수 있다. 이를 통해 impulse들의 개수가 줄어드 는 것을 예측할 수 있으며, 이는 곧 연산량 및 연산 시간의 감소를 의미 하게 된다.



(a) (b) Fig. 3.2 도식화된 응답 함수 (a) 주파수 응답 함수 (b) 시간 응답 함수

3.2 시간 영역에서의 응답함수

본 절에서는 3.1절에서 언급한 변환을 수학적으로 표현하였다. 식 (3.1)

- 9 -





은 주파수 영역에서의 응답함수로서, 푸리에 변환 공식을 이용하면 시간 영역으로 변환할 수 있다. 먼저, 식 (3.1)을 풀어서 나타내면 아래와 같다.

$$P_{s} = H(k) = ik(AB_{1}e^{-ikx_{d,1}} + AB_{2}e^{-ikx_{d,2}} + \dots + AB_{M}e^{-ikx_{d,M}})$$
(3.2)

여기서 A,
$$B_m(m=1,2,\cdots,M)$$
 그리고 $x_{d,m}(m=1,2,\cdots,M)$ 은 각각 $-\frac{P_0R_0C_r}{4\pi}$, $\frac{\cos\phi_{s,m}+\cos\phi_{i,m}}{R_{s,m}R_{i,m}}\Delta S_i$ 그리고 $r_{s,m}+r_{i,m}$ 를 나타낸다.

식 (3.2)의 우변의 첫 번째 항을 이용하여 푸리에 변환 공식을 적용하면

$$ikAB_{1}e^{-ikx_{d,1}} = AB_{1}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{dx}(\delta(x-x_{d,1}))e^{-ikx}dx$$
$$\rightarrow AB_{1}\frac{d}{dx}(\delta(x-x_{d,1}))$$

이고, 이를 모든 항에 대하여 적용하면 식 (3.3)과 같다.

$$h(t) = AB_1 \frac{d}{dx} (\delta(x - x_{d,1})) + AB_2 \frac{d}{dx} (\delta(x - x_{d,2})) + \dots + AB_M \frac{d}{dx} (\delta(x - x_{d,M}))$$
(3.3)

3.3 시간 영역에서의 표적반향음

식 (3.3)에서 구한 응답함수와 송신신호를 convolution하면 표적반향음 신호를 구할 수 있다.



$$s(t) * h(t) = s(t) * \left(AB_1 \frac{d}{dx} (\delta(x - x_{d,1})) + \dots + AB_M \frac{d}{dx} (\delta(x - x_{d,M})) \right)$$

= $s(t) * AB_1 \frac{d}{dx} (\delta(x - x_{d,1})) + \dots + s(t) * AB_M \frac{d}{dx} (\delta(x - x_{d,M}))$ (3.4)

사용되는 송신 신호는 미분가능하기 때문에 smooth하고, closed set과 bounded set을 모두 만족하므로, Heine-Borel theorem에 의해 compact하 다(I. Kenig, et al. (2004)). 따라서 δ 의 성질 중 하나인 $\delta' * f = f' * \delta$ 를 적용할 수 있다. 식 (3.4)에 이러한 조건을 적용하면 최종 표적반향음을 유도할 수 있다.

$$s(t) * h(t) = s(t) * AB_{1} \frac{d}{dx} (\delta(x - x_{d,1})) + \dots + s(t) * AB_{M} \frac{d}{dx} (\delta(x - x_{d,M})) = s'(t) * AB_{1} (\delta(x - x_{d,1})) + \dots + s'(t) * AB_{M} (\delta(x - x_{d,M}))$$
(3.5)

3.4 두 영역에서의 연산 횟수 비교

두 영역에서의 연산 횟수를 비교하기 전에 FLOP의 개념을 먼저 정의하 기로 한다. FLOP란 FLoating-point OPeration의 약자로서, 필요한 연산의 횟수를 나타내는 단위이다. 이 단위는 단순히 횟수만을 측정함으로써 완 벽한 시간을 나타내는 지표는 될 수 없으나, 프로그램을 돌리기 전에 알 고리즘의 복잡성을 미리 체크하기 위해 주로 사용되는 단위이다. 본 절에 서 사용될 기본 연산의 FLOP을 정의하면 사칙연산은 1 FLOP, 자연 지수 함수(e^x) 연산은 4 FLOP, 복소수연산은 6 FLOP 그리고 FFT는 $2N_{\log_2}N$





FLOP에 해당한다. 여기서 N은 주파수 bin 개수를 의미한다. 또한 P₀, R₀, cos $\phi_{s,m}$ + cos $\phi_{i,m}$, $x_{d,m}$ 은 프로그램 내에서 공통요소로서 연산 횟수에 서 제외하고 M은 격자 개수를 의미한다. 이러한 기본 조건을 이용하여 각 영역에서의 연산 횟수를 비교하도록 한다.

면저 주파수 영역에서의 연산 횟수를 구하기 위한 과정을 간략하게 정 리하면 Fig. 3.3 (a)와 같다. ①번 과정의 ∑ 기호 내부의 연산 횟수를 계 산하면 자연 지수함수 연산 1번, 복소수 연산 1번, 사칙 연산 5번을 한다. 즉, 15 FLOP이 된다. 격자 개수만큼 앞의 연산을 진행하면 15*M* FLOP이 된다. 여기에 합 연산은 (격자 개수-1)번 진행하므로 식 (3.1)의 괄호 부분 의 전체 FLOP은 (16*M*-1) FLOP이 된다. 그리고 $\frac{i\omega}{4\pi}$ 가 곱해지면서 9 FLOP이 추가됨으로써, ①번 과정의 FLOP은 총 (16*M*+8) FLOP이다.

②번 과정은 ①번 과정을 주파수 bin/2개만큼 반복하므로 ②번 과정까 지의 FLOP은 총 N(8M+4) FLOP이다.

③번 과정은 복소수 범위에서 주파수 bin/2개의 요소를 곱을 하는 과정 이므로 6N/2=3N FLOP이 추가된다. 그리고 ④번 과정에서는 나머지 주 파수 bin 요소에 값을 넣는 과정으로서 N/2 FLOP이 추가된다. 마지막으 로 ④번 과정을 거쳐 구한 수신 신호를 inverse FFT를 진행함으로써 2Nlog₂N FLOP이 추가된다.

최종적으로, ①번 과정부터 ⑤번 과정까지 진행되면서 계산된 총 FLOP 은 아래와 같다.

$$N(8M+7.5+2\log_2 N) \tag{3.6}$$







Fig. 3.3 연산 횟수 알고리즘

시간 영역에서의 연산 횟수를 구하기 위한 과정을 간략하게 정리하면 Fig. 3.3 (b)와 같다. ①번 과정부터 ③번 과정까지의 연산은 격자 개수만 큼 진행이 된다. 그리고 각각 ①번 과정에서는 사칙 연산 1번, ②번 과정 에서는 사칙 연산 4번, ③번 과정에서는 사칙 연산 5번이 진행된다. 따라 서 ①번 과정부터 ③번 과정까지 10*M* FLOP 이다.

④번 과정은 시간 지연 값에 대해 인접한 시간 샘플링 위치에 대입하는 과정으로서 1번 진행 되고, 5번 과정을 통해 M번 반복되므로, ④번 과정 부터 5번 과정까지 M FLOP이다.

마지막으로 ⑥번 과정에서는 송신신호와 응답함수의 convolution을 진 행하는데, 구현 프로그램인 matlab 내에서의 convolution은 "고속 convolution 알고리즘"을 사용하고 있다. "고속 convolution 알고리즘"이 란 convolution을 진행하는 두 신호를 FFT하고, 주파수 영역에서의 곱을 한 후에, 마지막으로 다시 Inverse FFT를 진행하는 알고리즘이다(The MathWorks(2007)). 따라서 FFT 연산 3번과 복소수 연산 (2*N*-1)번이므로 ⑥번 과정에서의 FLOP은 3((2*N*-1)log₂(2*N*-1)+4*N*-2) FLOP이다.

최종적으로, ①번 과정부터 ⑥번 과정까지 진행되면서 계산된 총 FLOP 은 아래와 같다.



이를 가지고 식 (3.6)과 식 (3.7)의 비를 나타내면 다음과 같다. 고주파 신호를 사용할 경우 그에 따라 N과 M이 비례해서 증가한다. 즉, 2N-1 은 2N과 같다고 볼 수 있고, log(f(N))에 해당하는 항은 M에 비해 영향 이 낮아지게 된다. 그 결과 고주파 신호를 사용할 경우 주파수 영역에서 의 연산 횟수는 시간 영역에서의 연산 횟수에 비해 많음을 알 수 있다.



위 식은 복잡한 형태로 되어있어, 정확하게 판단하기가 어렵다. 따라서 특수한 경우를 예를 들어서 연산 횟수 차이를 비교하고자 한다. 만약 *N* 이 고정되어있고, *M* → ∞인 경우일 때, 위의 값을 계산한다면 아래와 같다.

$$\lim_{\substack{M \to \infty \\ N \to \text{fix}}} \frac{8M + 7.5 + 2\log_2 N}{3(2\log_2 N + 4) + 11\frac{M}{N}} = \frac{8N}{11}$$
(3.9)

이를 통해서도 주파수 영역에서의 연산 횟수가 시간 영역에서의 연산 횟수에 비해 많음을 알 수 있다.

아래 Table 3.1은 실제 모델링을 진행하였을 때 격자 개수에 따른 소요 되는 연산 시간을 나타낸 표이다. 모델링에 사용된 모델은 정사각형 평판 으로써, 가로 또는 세로의 격자 개수는 20개부터 200개까지 20개씩 증가 시켰다. 모델링을 진행하는 동안 격자 개수에 영향을 주는 요소인 주파수 bin의 개수는 2¹⁸개로 고정하였다.

격자 개수 (개)	주파수 영역 알고리즘 (초)	시간 영역 알고리즘 (초)
20^2	12.797	0.250
40^{2}	46.172	0.546
60^{2}	56.141	1.172
80^{2}	85.970	2.641
100^{2}	153.299	4.906
120^{2}	202.487	8.610
140^{2}	314.130	13.547
160^{2}	348.985 1945	19.114
180^{2}	431.349	28.388
200^{2}	448.167	41.437

Table 3.1 격자 개수에 따른 두 알고리즘의 연산 시간 비교

표에서도 알 수 있듯이 격자 개수가 증가할수록 두 알고리즘을 통해 소 요되는 연산 시간의 차이는 점점 커지게 된다. 즉, 격자 개수가 증가할수 록 주파수 영역 알고리즘을 통한 연산 시간이 시간 영역 알고리즘을 통한 연산 시간보다 커지는 것을 나타내는 식 (3.8)의 경향과 동일한 경향을 보 임을 알 수 있다. 하지만 두 연산 시간의 비는 식 (3.8)에 표현된 식에 격 자 개수와 주파수 bin 개수를 대입했을 때의 값과 다르게 나타나는데, 이 는 상용프로그램인 matlab의 내부적인 연산 처리 과정의 영향 또는 기본 연산들에서의 FLOP당 소요 시간의 불일치 때문에 생긴 차이라고 생각할 수 있다.

3.5 CW, LFM 신호를 통한 공식 검증

3.5.1 CW 신호

3.4절에서 구한 결과를 간단한 CW 신호를 이용하여 검증하기로 한다. Fig. 3.4는 검증을 위한 송신신호의 시계열 신호와 스펙트럼을 나타낸다. 사용된 송신신호는 중심주파수는 2*Hz*이고, 펄스 길이는 1초인 sin파이다. 또 시간 지연은 1초라고 설정하였다.



식 (3.5)에 위의 조건들을 적용하면 다음과 같이 전개할 수 있다. Fig. 3.5은 이러한 과정을 도식화하여 보여준다.

$$r(t) = s(t) * h(t)$$

$$= \sin 4\pi t * \frac{d}{dt} (\delta(t-1))$$

$$= 4\pi \cos 4\pi t * \delta(t-1)$$
(3.10)







(c) (a)와 (b)를 convolution한 결과

Fig. 3.5 (c)를 보면 (a)와 비교했을 때, 1초만큼 시간 지연된 것을 확인 할 수 있다.

다음으로 주파수 영역에서 수신신호를 구하기 위해, 식 (3.1)에 같은 조 건들을 적용하여 수신신호 r(t)를 구하면 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$R(\omega) = S(\omega) * H(\omega) \xrightarrow{} r(t)$$



이 때 연산에 사용되는 주파수 대역에 따라 해상도의 차이가 발생하는 데, 그에 따른 결과는 Fig. 3.6에 나타난다. 신호를 완전하게 생성하기 위 해서는 모든 에너지를 사용해야하지만 주파수 대역이 좁을수록 사용되는 에너지가 줄어들고, 그 결과 해상도에서 차이가 발생한다. 따라서 주파수 영역에서 수신신호를 생성하기 위해 연산에 사용되는 주파수 대역을 넓혀 야하고, 모든 주파수 대역을 다 사용할 경우 해상도가 가장 높을 것이다.

하지만, 만약 고주파의 송신신호를 사용한다면, 이에 따른 샘플링 주파 수는 높아지고, 연산에 사용되는 주파수 bin의 개수 또한 증가할 것이다. 그러므로 최종적으로 연산 시간이 증가할 것이다.

Fig. 3.5 (c)와 Fig. 3.6 (c)는 각각 시간 영역, 주파수 영역에서 구한 수 신 신호를 의미하고, 두 신호를 비교했을 때, 일치하는 것을 알 수 있다 (Fig. 3.7). 즉, 식 (3.1)을 변형하고, 식 (3.5)를 이용하여 수신 신호를 계산 할 수 있음을 나타낸다.









3.5.2 LFM 신호

3.4절에서 구한 결과를 간단한 LFM 신호를 이용하여 검증하기로 한다. Fig. 3.8는 검증을 위한 송신신호의 시계열 신호와 스펙트럼을 나타낸다. 사용된 송신신호의 주파수대역은 10~20*Hz*이고, 펄스 길이는 1초인 LFM 신호이다. 또 시간 지연은 1초라고 설정하였다.



식 (3.5)에 위의 조건들을 적용하면 다음과 같이 전개할 수 있다. Fig. 3.9은 이러한 과정을 도식화하여 보여준다.

$$r(t) = s(t) * h(t)$$

$$= \cos 2\pi (10t + 5t^{2}) * \frac{d}{dt} (\delta(t-1))$$

$$= -2\pi (10 + 10t) \sin 2\pi (10t + 5t^{2}) * \delta(t-1)$$
(3.11)



Fig. 3.9 (c)를 보면 Fig. 3.9 (a)와 비교했을 때, 1초만큼 시간 지연된 것 을 확인할 수 있다.

다음으로 주파수 영역에서 수신신호를 구하기 위해, 3.5.1절과 같은 과 정을 거쳐서 수신신호 r(t)를 구한다.



Fig. 3.9 (a) 송신신호를 미분한 함수 (b) 시간 영역에서의 응답함수 (c) (a)와 (b)를 convolution한 결과

이 때 CW 신호에서의 결과와 같이 연산에 사용되는 주파수 대역에 따 라 해상도의 차이가 발생하는데, 그에 따른 결과는 Fig. 3.10에 나타난다. 주파수 대역에 따른 신호의 해상도 차이는 3.5.1절에 언급한 내용과 동일



하고, 주파수 대역이 증가할수록 해상도가 좋아짐을 확인할 수 있다.

하지만, CW 신호와 마찬가지로 만약 고주파의 LFM 송신신호를 사용한 다면, 이에 따른 샘플링 주파수는 높아지고, 연산에 사용되는 주파수 bin 의 개수 또한 증가할 것이다. 그러므로 최종적으로 연산 시간이 증가할 것이다.









Fig. 3.11 시간 영역 vs. 주파수 영역



Fig. 3.9 (c)와 Fig. 3.10 (c)는 각각 시간 영역, 주파수 영역에서 구한 수 신 신호를 의미하고, 두 신호를 비교했을 때, 일치하는 것을 알 수 있다 (Fig. 3.11). 즉, 식 (3.1)을 변형하고, 식 (3.5)를 이용하여 수신 신호를 계 산할 수 있음을 나타낸다.

3.6 Sampling Frequency에 따른 비교

3.2, 3.3, 3.5절과 같은 방법으로 시간 영역 응답함수를 이용하는 방법은 convolution을 사용하기 때문에, 시간 지연 값이 시간 샘플간의 간격 사 이에 존재할 경우 구현하기가 어렵다. 따라서 Fig. 3.12와 같이 간격의 중 간 지점을 기준으로 가까운 샘플 위치를 시지연 값으로 지정하는 방법을 사용하고 있다. 샘플링 주파수(f_s)를 증가시킬수록 이러한 방법으로 인한 오차는 감소한다. f_s 에 따른 차이는 Fig. 3.14에 나타냈다. Fig. 3.14에서 (a)부터 (d)는 f_s 를 중심 주파수의 10배, 30배, 50배, 70배로 했을 때 모의 된 신호를 나타낸다. 왼쪽 그림들은 수신신호를 나타내는 그림이고, 오른 쪽 그림들은 왼쪽 그림에서 초록색 선으로 된 부분을 확대한 그림이다. 또한 파란색 실선은 주파수 응답 함수를 이용하여 구한 신호이고, 빨간색 실선은 시간 응답 함수를 이용하여 구한 신호를 나타낸다. 오른쪽 그림들 을 통해서 f_s 가 증가할수록 빨간색 실선이 파란색 실선에 점차 수렴해가 는 것을 확인할 수가 있다.

두 신호 간의 유사한 정도를 수치적으로 표현하기 위해 상관계수를 이 용하였다 (Fig. 3.13). 상관계수는 1에 수렴할수록 상관성이 높음을 의미한 다. Fig. 3.13을 통해 sampling 주파수와 중심 주파수의 비인 f_s/f_c 가 10 부터 90까지 증가할수록 1로 수렴함을 확인하였다. 중심 주파수의 10배, 30배, 50배, 70배인 경우 상관계수는 각각 0.204, 0.902, 0.963, 0.980이다. 수치적인 기준인 상관계수를 통해서도 f_s 가 증가할수록 오차가 감소함을



확인하였다.













제 4장 결과 및 분석

본 장에서는 2장에서 유도되고 3장에서 검증된 새로운 공식을 격자모델 에 적용하여 표적반향음 신호를 모델링한다. 시지연과 신호의 크기를 검 증하기 위해 1개의 격자부터 모델링을 진행한 후, 격자의 개수를 늘려가 며 최종적으로는 잠수함 모델을 이용하여 표적반향음 신호를 모델링한다. 모델링은 다중상태 소나시스템 환경에서 진행하였다.

4.1 1개 격자를 이용한 표적반향음 신호 결과

1개의 격자를 이용하여 먼저 모델링하기로 한다. 격자의 사이즈는 5mm x 5mm 이다. 격자의 꼭짓점 좌표는 왼쪽 위부터 시계방향으로 (-1, 0, 0.0025), (-0.995, 0, 0.0025), (-0.995, 0, -0.0025), (-1, 0, -0.0025) 이다. 이 격 자의 중심점은 (-0.9975, 0, 0)이다. 센서들은 원점으로부터 60m 거리에 있고, Fig. 4.1과 같이 5도 간격으로 배치되어있고, 19번 채널에는 송신기와 수신기가 모두 배치되어있다. 송신신호는 진폭이 √2 이고, 중심주파수가 30kHz인 10파장의 sin파를 사용하였다.




Fig. 4.1 1개 격자 모델을 포함한 배치도

송신신호를 이용하여 수신기에 수신된 신호를 채널별로 출력한 그림은 Fig. 4.2에 나타냈다. Fig. 4.2에서 세로축은 채널 번호를, 가로축은 시간을 의미한다. 빨간색 그림은 시간 영역 방법을 통한 모델링을, 파란색 그림은 주파수 영역 방법을 통한 모델링을 의미하고, 두 신호간의 오차가 거의 없음을 확인할 수 있다.

격자의 위치는 2번 채널보다 36번 채널에 더 가까이 배치되어 있기 때 문에, 2번 채널에서 36번 채널까지 진행되는 동안 시지연의 값은 감소하 게 된다. 이는 Fig. 4.2에서도 확인할 수 있다. 1번 채널의 경우 격자의 법 선벡터와 수신기와 격자 사이의 방향벡터가 정확히 90°를 이루기 때문에 후면으로 판단이 되어 신호가 들어오지 않는다.

신호의 크기 검증을 위해 대표적으로 2번 채널에 수신된 신호의 크기를 확인하도록 한다. 격자는 x-z축 상에 놓여있기 때문에, 격자의 법선벡터 \vec{n} 은 (0, -1, 0)이 된다. 그리고 2번 채널의 좌표는 (60cos5°, -60sin5°, 0)이 고, 송신기의 좌표는 (0, -60, 0)이다. 격자의 중심점부터 송신기 및 수신기 까지의 위치벡터를 각각 \vec{r}_{s} , \vec{r}_{r} 라고 하면 식 (4.1)과 같이 표현할 수 있다.

Collection

$$\vec{r}_{s} = (0.9975, -60, 0)m, \ \vec{r}_{r} = (60_{\text{COS}}5^{\circ} + 0.9975, -60_{\text{Sin}}5^{\circ}, 0)m$$

$$\vec{|r}_{s}| = r_{s} = \sqrt{0.9975^{2} + (-60)^{2} + 0} = 60.0083m$$

$$\vec{|r}_{s}| = r_{r} = \sqrt{(60_{\text{COS}}5^{\circ} + 0.9975)^{2} + (-60_{\text{Sin}}5^{\circ})^{2} + 0} = 60.9938m$$
(4.1)

여기서,
$$|\vec{r_s}|$$
, $|\vec{r_r}|$ 는 각각 $\vec{r_s}$, $\vec{r_r}$ 의 크기를 나타낸다.
 $\vec{r_s}$, $\vec{r_r}$ 을 크기로 나누어 방향벡터 $\vec{u_s}$, $\vec{u_r}$ 으로 표현하면 식 (4.2)와 같다.

$$\vec{u}_{s} = \frac{\vec{r}_{s}}{|\vec{r}_{s}|} = (0.0166, -0.9999, 0)$$

$$\vec{u}_{r} = \frac{\vec{r}_{r}}{|\vec{r}_{r}|} = (0.9963, -0.0857, 0)$$
(4.2)

격자의 법선벡터와 두 방향벡터사이의 내적을 각각 이용하면 입사각(θ_s) 과 반사각(θ_r)을 구할 수 있다.

$$\theta_s = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{n} \cdot \vec{u}_s}{|\vec{n}||\vec{u}_s|} \right) = 0.9525^\circ, \ \theta_r = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{n} \cdot \vec{u}_r}{|\vec{n}||\vec{u}_r|} \right) = 85.0817^\circ$$
(4.3)

1945

여기서, $|\vec{n}| = |\vec{u}_s| = |\vec{u}_r| = 1$ 이다.

2장에서 유도된 식을 이용하면 진폭의 크기는 아래와 같다. 진폭의 크 기를 구하는 데 사용된 정보는 입사각 및 반사각, 표적과 센서들까지의 거리, 격자의 면적, 중심주파수, 그리고 음속이다.



$$A = 1(C_r) \times 1(P_0) \times 1m(R_0) \times \sqrt{2} \frac{2\pi f_c}{4\pi c} \frac{(\cos\theta_s + \cos\theta_r)}{r_s r_r} S$$

= $\sqrt{2} \frac{30kHz}{2 \times 1500m/s} \frac{(\cos0.9525^\circ + \cos85.0817^\circ)}{60.0083m \times 60.9938m} (0.005m)^2$
= 1.0486×10^{-7}

반사계수 C_r , 기준거리 R_0 , 기준음압 P_0 는 각각 1로 가정하였다. 그리고 $\sqrt{2}$ 는 송신신호의 진폭을 의미한다.

Fig. 4.3은 Fig. 4.2에서 2번 채널에 해당하는 그림만 확대하여 표현한 그림이다. Fig. 4.3에 표현된 수신신호의 진폭 역시 1.0486×10⁻⁷임을 확인 할 수 있다. Fig. 4.4는 Fig. 4.2에 표현된 수신신호들을 채널 별로 상관계 수를 이용해 나타낸 그림이다. 채널에 따른 상관계수는 0.98이상의 값들로 써, 두 방법 간의 상관성이 높음을 알 수 있다. 하지만 채널에 따라 상관 계수가 랜덤하게 분포되어있는 것처럼 보인다. 채널의 위치를 제외한 다 른 변화 요인은 없기 때문에, 이는 곧 채널 위치 변화에 따른 각 격자에 대한 시지연 값들의 변화 때문에 발생했다고 할 수 있다. 변화된 시지연 값들이 시간 샘플들에 위치하지 않고 그 사이에 위치할 경우, 3.6절에 의 해 근사되고 이로 인해 상관계수가 낮아질 수 있다.



Fig. 4.2 1개 격자 모델에 따른 수신신호들





Fig. 4.4 채널에 따른 상관계수

4.2 2개 격자를 이용한 표적반향음 신호 결과

신호의 간섭현상을 확인하기 위해 2개의 격자를 이용하여 모델링하기로 한다. 2개의 격자는 앞 절에서 사용한 격자를 포함하여 y-z 평면에 대칭 인 위치에 격자를 추가로 설정하였다. 송신기 위치에 배치된 19번 채널의



수신기에는 격자들의 대칭 배치에 의해 신호가 2배 크게 들어옴을 예측할 수 있다.

두 격자의 중심점은 (-0.9975, 0, 0), (0.9975, 0, 0)이고, 법선벡터 n은 (0, -1, 0)으로 같다. 센서의 배치도와 송신신호는 앞 절에서 사용한 것과 동 일하게 사용한다. Fig. 4.5는 두 개의 격자가 있을 때의 배치도이다.



신호의 간섭현상을 가장 잘 확인할 수 있는 19번 채널을 이용하여 신호 의 크기를 계산한다. 송신기와 수신기의 좌표는 동일한 위치로서 (0, -60, 0)이다. 앞 절에서 사용된 방향벡터를 이용하면 송신기에서 두 격자 사이 의 방향벡터는 아래와 같다.

$$\vec{u}_{1} = \frac{\vec{r}_{1}}{|\vec{r}_{1}|} = (0.0166, -0.9999, 0)$$

$$\vec{u}_{2} = \frac{\vec{r}_{2}}{|\vec{r}_{2}|} = (-0.0166, -0.9999, 0)$$
(4.4)

여기서 첨자 1, 2는 격자 번호로써, 앞 절과 같은 위치에 놓은 격자를 1 번 격자로, 대칭인 위치에 추가된 격자를 2번 격자로 표기하기로 한다.

- 32 -



. , u₁, u₂는 송신기와 1, 2번 격자사이의 방향벡터를 의미한다. r₁, r₂는 1, 2 번 격자의 중심점으로부터 송신기까지의 위치벡터를 의미한다.

방향벡터와 법선벡터의 내적을 이용해 입사각과 반사각을 계산하면 다 음과 같다.

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left(\frac{\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{u}_1}{|\overrightarrow{n}||\overrightarrow{u}_1|} \right) = 0.9525^\circ = \cos^{-1} \left(\frac{\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{u}_2}{|\overrightarrow{n}||\overrightarrow{u}_2|} \right) = \theta_2$$

$$(4.5)$$

입사각과 반사각이 같으므로 θ 로 표현하였고, 첨자는 격자 번호를 의미 한다.

송신기로부터 각 격자까지의 거리가 동일하므로, 시지연 값도 같다. 따 라서 식 (3.4)에 의해 최종 진폭은 한 격자에 대한 진폭의 2배가 된다. 이 를 계산하는 과정은 다음과 같다.

$$\begin{split} A &= \sum_{i=1}^{2} \left\{ 1(C_{r}) \times 1(P_{0}) \times 1m(R_{0}) \times \sqrt{2} \frac{2\pi f_{c}}{4\pi c} \frac{(\cos\theta_{s,i} + \cos\theta_{r,i})}{r_{s,i}r_{r,i}} S \right\} \\ &= 2 \times \sqrt{2} \frac{30 k H z}{2 \times 1500 m / s} \frac{2\cos 0.9525}{(60.0083 m)^{2}} (0.005 m)^{2} \\ &= 3.9267 \times 10^{-7} \end{split}$$

Fig. 4.6는 모든 채널에 수신되는 신호를 출력한 그림이다. 두 개의 격 자가 대칭으로 배치되어있기 때문에, 수신된 신호 역시 대칭의 패턴을 가 지게 된다. Fig. 4.7은 송신기와 수신기의 위치가 같은 19번 채널에 대해 서 확대한 그림이다. Fig. 4.7에서도 알 수 있듯이 진폭이 위에서 계산된 값과 동일하다. 그리고 Fig. 4.8을 통해 이 모델에서도 두 가지 방법을 통 한 모델링된 신호가 상관성이 높음을 알 수 있다. 2개 격자 모델에 대해

- 33 -



서도 1개 격자 모델과 같은 이유로 상관계수가 랜덤하게 분포한다고 판단 할 수 있다. 또한 2개 격자 모델은 1개 격자 모델과 달리 상관계수가 19 번 채널을 기준으로 대칭이 되는 것을 확인할 수 있는데, 이는 2개의 격 자가 원점을 기준으로 대칭 상태에 있기 때문에 발생한 결과라고 판단 가 능하다.



Fig. 4.7 19번 채널에 수신된 신호





Fig. 4.8 채널에 따른 상관계수

4.3 평판을 이용한 표적반향음 신호 결과

2개 격자 모델을 확장하여 평판 모델에 대해서 모델링한 결과를 나타냈 다. 센서들의 배치와 송신 신호는 동일하다. 평판 격자는 정사각형 격자 18227개로 구성되어있다. 원점을 중심으로 사이즈가 0.5m x 0.5m인 평판 이다.

2개 격자일 때보다 대칭을 이루는 격자가 x축뿐만 아니라 z축을 따라 증가했기 때문에, Fig. 4.10을 통해 19번 채널에 수신되는 신호는 다른 채 널에 비해 상당히 커짐을 알 수 있다. 시지연들의 차이에서 발생하는 간 섭현상으로 인해 19번 채널을 제외한 다른 채널들은 신호가 상대적으로 감소하였다. 또한 2개의 격자와 같이 신호가 대칭임을 확인하였다. Fig. 4.11을 통해서 평판 모델에서도 역시 두 가지 방법을 통해 모델링된 신호 가 상관성이 높음을 알 수 있다.

시간 영역에서 모델링했을 때의 연산 시간은 약 6초가 소요되었다. 하 지만 주파수 영역에서 모델링했을 때의 연산 시간은 약 62초가 소요되었 다. 즉, 평판 모델에 대해서는 시간 영역에서 모델링했을 때 주파수 영역











Fig. 4.11 채널에 따른 상관계수

4.4 잠수함 모델을 이용한 표적반향음 신호 결과

일반적인 잠수함 모델을 이용하여 신호를 모델링하였다. 잠수함 모델을 좀 더 정밀하게 표현하기 위해 선미부의 격자는 다른 부분에 비해 작게 표현했다. 선수부와 잠수함의 body부분은 7.8mm 간격으로 격자를 나눈 반면, 선미부는 1~3mm 간격으로 격자를 나누었다. 센서 배치도와 송신신 호는 동일하게 구성하였다. Fig. 4.12는 원점을 중심으로 하는 잠수함 모 델을 포함한 배치도이다. 잠수함 모델은 Fig. 4.13에 나타냈고, 모델을 이 용해 수신된 신호는 Fig. 4.14에 나타냈다. Fig. 4.15를 통해서 잠수함 모델 에서도 역시 두 가지 방법을 통해 모델링된 신호가 상관성이 높음을 알 수 있다. 하지만 잠수함 모델의 경우 26번 채널부터 상관계수가 낮아지는 경향을 확인할 수 있다. 이는 잠수함 모델의 격자 사이즈의 의한 영향이 라고 판단할 수 있다. 이는 잠수함 모델의 격자 사이즈의 의한 영향이 라고 판단할 수 있다. 안서 언급한 것처럼 잠수함 모델을 상세하게 표현 하기 위해 선미부분은 다른 부분에 비해 작은 사이즈의 격자를 사용하였 는데, 이로 인해 선미 부분의 격자 사이의 거리는 짧아진다. 격자 사이의 거리가 짧아질수록 시지연 값의 차이도 작아지므로, 인접한 격자 사이의



로는 다른 시지연 값을 가지고 있지만 같은 값으로 표현될 가능성이 높기 때문에 상관계수가 낮아진다.

잠수함의 모델 배치에 따라 1번 채널 쪽에 가시면의 면적이 더 36번 채 널 쪽에 가시면의 면적보다 더 크다. 따라서 1번 채널 부근에 신호의 세 기가 상대적으로 크고 시지연이 짧은 신호가 들어오게 된다.



Fig. 4.13 잠수함 모델





Fig. 4.14 잠수함 모델에 따른 수신신호들



Fig. 4.15 채널에 따른 상관계수



제 5장 결 론

수중에서 운용되는 소나에는 수신신호의 정보를 이용한 수동소나 탐지 시스템과 송신기에서 신호를 보내고 수신기에서 반사되어 돌아오는 신호 의 정보를 이용한 능동소나 탐지시스템이 있다. 수동탐지는 기만기, 주변 환경, 그리고 다른 물체들에 의한 신호로 인해 구별이 쉽지 않다는 단점 이 있고, 이를 보완하기 위해 적극적인 방법인 능동소나를 능동소나 탐지 시스템에 관한 연구가 진행되고 있다. 능동탐지를 이용해 표적을 탐지 및 식별하기 위해서는 반향음의 특성이 먼저 연구되어야 하며, 연구 시스템 을 개발하기 전에 M&S기법을 이용하여 시스템의 성능을 검증한다. M&S 기법으로써 고주파수 수치해석 기법이 주로 이용되지만, 고주파수에서 진 행되고 수치해석을 위한 격자가 많아지기 때문에 연산 시간에 있어서 비 효율적이다.

본 논문에서는 고주파수 수치해석 기법에서 발생하는 비효율성을 보완 하고자 수학적인 성질들을 이용하여 기존에 널리 사용되고 있는 고주파수 수치해석 기법인 Kirchhoff approximation 기법의 알고리즘을 변형하였 다.

수신신호는 송신신호에 응답 함수를 적용하는 과정으로 구한다. 주파수 영역 관점에서는 송신신호의 스펙트럼과 주파수 응답 함수를 곱하고 이를 역 푸리에 변환하여 수신신호를 구하게 되고, 시간 영역 관점에서는 송신 신호와 시간 응답 함수를 convolution하여 수신신호를 구하게 된다.

기존의 알고리즘은 Kirchhoff approximation 기법을 이용하여 주파수 응답 함수를 구하고, 이를 송신신호와의 곱을 통해 수신신호를 구하였다.



하지만 도식화된 주파수 응답 함수에서 격자 개수 또는 주파수가 증가할 수록 연산에 사용되는 impulse의 개수가 증가한다. 이는 연산 시간의 증 가를 의미한다. 따라서 본 연구에서는 연산 시간을 줄이기 위해 푸리에 변환을 통해 시간 응답 함수를 구하고, 이를 적용한 변형 알고리즘을 제 안하였다.

주파수 응답 함수와 같이 ω와 시지연을 의미하는 e^{-iwt} 가 동시에 있는 함수를 푸리에 변환하기 위해서는 compact라는 수학적인 성질을 적용해 야한다. 시간 영역으로 푸리에 변환을 진행하면 δ의 미분 형태가 나타나 게 되는데, δ는 정의상 미분할 수 있는 함수가 아니다. 하지만 convolution되는 함수를 피 convolution 함수라고 표현하면, 피 convolution 함수가 compact한 성질을 만족할 경우 δ에 있는 미분 형태 를 피 convolution 함수로 옮겨줄 수가 있다.

이러한 과정을 신호의 관점으로 본다면 시간 응답 함수와 convolution 되는 것은 송신신호이므로 미분되는 것은 송신신호가 된다. 미분된 송신 신호 자체를 하나의 송신신호라고 생각하면 시지연만을 적용한 기본적인 알고리즘이 된다.

두 가지 알고리즘 사이의 연산 시간을 수치적으로 비교하기 위해 FLOP 라는 연산 횟수를 표현하는 개념을 도입하였다. FLOP을 이용하여 두 가 지 알고리즘의 연산 횟수 비를 나타낸 결과 복잡한 형태의 식이 나타난 다. 이 식을 간단하게 보기 위해 주파수를 고주파수로 고정하고, 격자의 개수가 무한히 큰 특수한 경우를 표현하였다. 이 때, 기존 알고리즘 연산 횟수가 새로운 알고리즘 연산 횟수의 $\frac{8N}{11}$ 배라는 결과를 도출하였다. 따라 서 Kirchhoff approximation 기법이 사용되는 고주파수 영역에서는 수치 적으로도 새로운 알고리즘이 기존의 알고리즘보다 연산 횟수가 많고, 연 산 시간에서 효율적임을 확인하였다. 하지만 특수한 경우가 아닌 일반적 인 경우에 대해서는 연산 횟수의 비는 주파수, 격자 개수 모두에 지배를 받기 때문에 상황에 따라 주파수 영역 알고리즘의 연산 횟수가 더 적거나



비슷할 수 있다.

시간 영역 알고리즘에서 사용되는 convolution 기법은 임의의 delay가 나타날 경우 이를 인접한 시간 샘플로 근사시켜야 한다는 단점이 있다. 즉, 시간 샘플간의 간격이 좁을수록 또는 샘플링 주파수가 클수록 근사로 인한 오차가 감소함을 예측할 수 있다. 따라서 이를 수치적으로 확인하기 위해 샘플링 주파수의 변화에 따른 두 알고리즘을 통한 신호들의 상관계 수의 변화를 확인하였다. 샘플링 주파수를 중심주파수의 10배 ~ 90배까지 증가함에 따라 상관계수는 1에 수렴하였다. 평판 모델을 사용했을 경우 샘플링 주파수가 중심 주파수의 25배 이상일 때 상관계수가 0.8보다 커짐 으로써 유사성이 높아짐을 확인하였다. 출력된 수신신호를 통해 시각적으 로 확인했을 때, 수신신호 역시 샘플링 주파수가 클수록 시간 영역 알고 리즘을 통한 신호가 주파수 영역 알고리즘을 통한 신호로 접근하는 것을 확인하였다.

두 가지 알고리즘을 여러 가지 격자에 대해서 적용함으로써 결과를 비 교하였다. 격자 모델은 1개의 격자를 가진 모델에서부터 잠수함 모델까지 사용되었으며, 두 가지 알고리즘을 통한 수신신호들 간의 상관성이 높음 을 확인하였다. 이 때 사용된 샘플링 주파수는 충분한 상관성이 확보되는 중심 주파수의 90배인 주파수를 사용하였다. 하지만 잠수함 모델의 경우 선미부 방향으로 향할수록 상관계수가 낮게 나타났다. 이는 잠수함 모델 을 격자화할 때 정밀한 표현을 위해 선미부의 격자 크기를 작게 표현하였 기 때문이다. 격자의 크기가 작다는 것은 격자 사이의 간격이 작음을 의 미하고, 이는 곧 격자 사이의 시지연 값의 차이가 작음을 의미한다. 결국 인접한 시간 샘플로의 근사에 의한 오차가 커지는 것으로 판단할 수 있 다. 연산 시간의 관점으로는 1개 격자를 가진 모델은 격자의 개수가 적어 연산 시간 차이가 크지 않지만, 잠수함 모델의 경우 약 12배 정도 연산 시간 차이가 발생함을 알 수 있었다.



참고문헌

- [1] 김국현, 조대승, 성우제, 2008. 수중표적의 시간영역 음파 후방산란 신호 모의.
 한국음향학회지, 27(3), pp. 140~148.
- [2] 김부일, 박명호, 권우현, 2000. 하이라이트 분포 모델에 의한 수중표적 에코신
 호 합성. 한국음향학회지, 19(7), pp. 15~22.
- [3] 배호석, 지윤희, 김완진, 김재수, 윤성응, 2014. 다중상태 소나시스템을 적용한
 표적반향음 연구 Part I. 한국해양공학회지, 28(5), pp. 429~439.
- [4] 신기철, 박재은, 김재수, 최상문, 김우식, 2001. 기하광학영역에서의 능동소나
 표적신호합성. 한국음향학회지, 20(3), pp. 91~97.
- [5] 유승기, 김선효, 최지응, 강돈혁, 정동민, 2014. 3차원 수중 표적의 반향특성
 모델링과 실험적 검증. 한국음향학회지, 33(3), pp. 174~183.
- [6] 이슬비, 2013. *맛있는 해석학*. 4판. (www.aliceinmathland.com)
- [7] 이태경, 2005. 보강재 효과 및 다중 반사를 고려한 몰수체의 표적강도 예측.
 석사 학위 논문. 서울대학교, 조선해양공학과.
- [8] 지윤희, 배호석, 변기훈, 김재수, 김우식, 박상윤, 2014. 다중상태 소나시스템을
 적용한 표적반향음 연구 Part Ⅱ. 한국해양공학회지, 28(5), pp. 440~451.
- [9] 지윤희, 2015. 다중상태 소나시스템의 표적반향음 수치해석 모델링과 실험적
 검증. 박사 학위 논문. 부산 : 한국해양대학교, 해양공학과.
- [10] 최영호, 2004. *수중물체에 대한 음향 표적강도의 수치혜석과 실험적 검증*. 석
 사 학위 논문. 부산 : 한국해양대학교, 해양공학과.
- [11] D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker, 2011. *Fundamentals of Physics*. 9th ed. Wiley:Hoboken, N.J.



- [12] E. Kreyszig, 2011. *Advanced Engineering Mathematics*. 10th ed. Wiley : Hoboken, N.J.
- [13] Heine-Borel Theorem [Online] (en.wikipedia.org/wiki/Heine_Borel_theorem)
- [14] Herman Medwin, Clarence S. Clay, 1998. Fundamentals of Acoustical Oceanography. Academic press : San Diego, CA.
- [16] The MathWorks, Inc., 2007. MATALB 7 : Function Reference





Appendix

A. flux (Halliday, et al. 2006)

flux는 전자기학에서 면을 통과하는 전하들의 흐름인 전기력선의 다발 을 의미하는 용어이다. 이를 유체의 관점으로 해석을 하면 면을 통과하는 유체의 다발 즉, 유체의 부피를 의미하는 유량으로 해석할 수 있다.



Fig. A.1 Flux

· F가 유체의 속도장을 나타내는 경우 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\vec{F}(x,y,z) = P(x,y,z)\vec{i} + Q(x,y,z)\vec{j} + R(x,y,z)\vec{k}$$
(A.1)



Fig. A는 임의의 곡면 S가 있을 때, 임의의 위치 O점에 대해 유체가 통과하는 속도 \vec{F} 와 법선 벡터 \vec{n} 을 나타낸다.

속도 F와 법선 벡터 n²을 다음과 같이 내적하면 이는 물리적으로 법선 방향으로의 유체의 속도를 나타낸다. 이에 대해 O점을 포함하는 미소 곡 면 △S을 곱하면 미소 곡면△S에 대해 단위시간당 통과하는 유체의 부피 를 나타낼 수 있다.

$$\frac{\Delta V}{t} = (Leon) \times (ueonus down) = (\vec{F} \cdot \vec{n}) \Delta S$$
(A.2)

식 (A.2)를 곡면의 모든 단면적에 대해서 적분을 수행하면 단위시간당 전체곡면 *S*를 통과하는 유체의 총 부피 즉, *S*를 통과하는 유량(flux)을 나 타내게 되고, 식 (A.3)을 통해 표현하였다.

$$flux = \frac{V}{s} = \int_{S} (\vec{F} \cdot \vec{n}) dS \tag{A.3}$$

여기서 V는 전체곡면 S를 통과하는 유체의 총 부피를 의미한다.

flux의 부호는 속도 F와 법선 벡터 n의 내적이 양, 음, 또는 0인가에 따라 결정된다. 유체가 곡면에 대해 나가는 방향이라면 양의 부호를 나타 내고, 들어오는 방향이라면 음의 부호를 나타낸다. 0이라면 곡면에 대해 알짜 유체의 흐름이 없음을 의미한다.

d Collection

B. Gauss' law (Halliday, et al. 2006)

flux와 마찬가지로 Gauss의 법칙은 전자기학에서 사용되는 용어이다. Gauss의 법칙을 설명하기에 앞서 Coulomb의 법칙을 먼저 설명하기로 한 다.

Coulomb의 법칙은 기준이 되는 위치(소스 위치)에서의 점전하 q에 의 해 전기장 영역 내에 임의의 위치에 있는 점전하 Q에 작용하는 전기력을 설명하는 전자기학에서의 기본적인 법칙이다. Coulomb의 법칙에 의한 전 기력의 크기는 다음과 같다.

$$\vec{F} = \frac{qQ\hat{r}}{r^2}$$
(B.1)여기서 $\hat{r} \in \vec{r}$ 의 방향벡터로서 \vec{r}/r 와 같다. 그리고 $\vec{r} \in$ 점전하 q 부터 점전하 Q 까지의 거리 및 방향을 나타내는 벡터이다. $\vec{F} = Q\vec{E}$ (B.2)

Coulomb의 법칙은 식 (B.2)를 이용하여 q에 의해 생성되는 전기장 *E*에 대해서 표현될 수 있다. 식 (B.2)를 식 (B.1)에 적용하면 다음과 같다.

(B.3)

 $\vec{E} = \frac{q\hat{r}}{r^2}$



ollection

점전하에 의한 전기력선은 구형으로 나가거나 들어오는 흐름을 띠게 된 다. 따라서 Fig. B (a)와 같이 Gauss 면 내부에 점전하가 위치할 경우 Gauss 면에 대해서 전기력선이 모두 나가거나 모두 들어오는 방향을 가 지게 된다. 하지만 Fig. B (b)와 같이 점전하가 Gauss 면 외부에 위치할 경우 Gauss 면의 한 쪽에 들어온 전기력선은 반대쪽으로 다시 나가게 된 다. 따라서 들어오고 나간 것이 서로 상쇄되어 기여를 하지 못하고, 알짜 전하 q_{total}은 0이 된다. 즉, 알짜전하 q_{total}은 Gauss 면 내부에 있는 총 전

알짜전하 q_{total}는 모든 양전하들과 음전하들의 합이며, flux와 동일하게 양수, 음수, 또는 0의 값을 가질 수 있다.

여기서 S는 Gauss 면을 의미한다.

 $q_{total} = \epsilon_0 \times flux$

 $\begin{array}{l} q_{total} = \epsilon_0 \times flux \\ = \epsilon_0 \int_{S} (\vec{E} \cdot \vec{n}) dS \end{array}$ 1945

여기서
$$\epsilon_0 (= 8.85 imes 10^{-12} C^2 / N \cdot m^2)$$
은 진공의 유전율을 의미한다. 그리
고 Gauss 면이란 전하분포를 포함하는 가상의 닫힌 폐곡면을 의미한다.

Guass의 법칙은 Gauss 면을 통과하는 전기력선의 다발과 Gauss 면으
로 둘러싸인 알짜전하
$$q_{total}$$
 사이의 관계를 나타내는 식으로서 다음과 같
다.

(B.4)

하량을 의미함을 알 수 있다. Gauss 면 내부에 하나의 점전하 q가 있다면 q_{total} 은 q와 같다.

또한, Gauss의 법칙은 전기장에서의 flux가 다음과 같은 관계를 만족함 을 설명할 수 있다.

$$\int_{S} (\vec{E} \cdot \vec{n}) dS = E \int_{S} (\hat{r} \cdot \vec{n}) dS \ (\because \vec{E} = \frac{q\hat{r}}{r^{2}} = E\hat{r})$$

$$= E \times 4\pi r^{2}$$

$$\equiv \begin{cases} 0, & q \not\in S \\ 4\pi q, & q \in S \end{cases}$$
(B.6)

여기서 S는 전하 q를 포함하거나 포함하지 않는 폐곡면을 의미하고, 결 과는 이 두 가지 경우에 따른 결과를 나타낸다.



 (a)
 (b)

 Fig. B.1 (a) 점전하가 Gauss 면 내부에 위치한 경우, (b) 점전하가

 Gauss 면 외부에 위치한 경우

Collection

C. Cauchy's integral theorem (Kreyszig, et al. 2006)

폐곡선 위에서의 선적분 계산을 용이하게 하는 정리로서 Cauchy's Integral Theorem이 있다. 이 정리를 정의하기 전에 필요한 용어들을 먼 저 설명하도록 한다.

단순 닫힌 경로는 Fig. C.1에 표현되는 것과 같이 경로 자체가 교차하거 나 만나지 않는 경로를 의미한다. 예를 들어, 원은 단순한 모양의 단순 닫 힌 경로이다. 하지만 8과 같은 모양의 곡선은 복잡한 모양의 단순 닫힌 경로이다. Fig. C.1은 단순 닫힌 경로의 다양한 예를 표현한 그림이다.



복소평면에서 단순 연결 영역 D는 D안에 있는 모든 단순 닫힌 경로가 오직 D의 점들로만 구성되는 영역이다. 즉, D의 내부에 빈 공간이 없는 경우를 의미한다. 예로는 원, 타원, 또는 임의의 단순 폐곡선의 내부 등이 있다. 다중 연결 영역은 단순 연결 영역이 아닌 영역을 의미하며, 0<|z|<1와 같은 영역과 환 형태의 영역 등이 그 예이다. Fig. C.2는 단 순 연결 영역과 다중 연결 영역의 다양한 예를 표현한 그림이다. 단순 연 결 영역과 다중 연결 영역에서 외부의 단순 닫힌 경로는 기본 방향(양의 방향)이 반시계방향이고, 다중 연결 영역에서 내부의 단순 닫힌 경로는 기본 방향이 시계방향이다.

반시계방향의 단순 닫힌 경로 *C*:*z* = *z*(*t*)(*a* ≤ *t* ≤ *b*)에 대해 함수 *f*가 *C* 의 안쪽과 그 위의 모든 점에서 해석적이라고 가정한다.

함수 f의 경로 C에서의 선적분은 매개변수 t를 이용해 다음과 같이 표 현할 수 있다.



여기서 함수 f와 z를 각각 f(z) = u(x,y) + iv(x,y), z(t) = x(t) + iy(t)라고 표현가능하고, 이를 이용하면 식 (C.1)의 피적분 함수는 식 (C.2)로 표현될 수 있다.

$$f(z)z'(t) = (u+iv)(x'+iy')$$

$$= ux' - vy' + i(uy'+vx')$$
(C.2)

여기서 u(x,y), v(x,y), x(t), y(t)는 각각u, v, x, y로 간단하게 표현하였다.



식 (C.2)를 식 (C.1)에 적용하여 전개하면 다음과 같다.

$$\oint_{C} f(z)dz = \int_{a}^{b} f(z(t))z'(t)dt$$

$$= \int_{a}^{b} (ux' - vy')dt + i \int_{a}^{b} (uy' + vx')dt$$

$$= \oint_{C} (udx - vdy) + i \oint_{C} (udy + vdx) \quad (\because dx = x'(t)dt, dy = y'(t)dt)$$
(C.3)

단순 연결 영역 D에서 f(z)가 해석적이기 때문에, D에서 f'(z)가 존재 한다. 그리고 f'(z)가 연속이라고 가정했기 때문에, u,v는 연속인 미분함 수를 가진다. 따라서 Green's Theorem을 적용할 수 있다. 식 (C.4)에 표현 된 Green's Theorem을 식 (C.3)에 적용한 결과는 다음과 같다.

$$\oint_{C} (F_{1}dx + F_{2}dy) = \iint_{D} (\frac{\partial F_{2}}{\partial x} - \frac{\partial F_{1}}{\partial y}) dA \ (cf.\,dA = dxdy) \tag{C.4}$$

$$\oint_{C} (udx - vdy) + i \oint_{C} (udy + vdx) = \iint_{D} (\frac{-\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}) dA + i \iint_{D} (\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}) dA \tag{C.5}$$

또한, 위에서 함수 *f*가 해석적이라면 Cauchy-Riemann equation을 만족 하기 때문에 식 (C.6)을 통해 식 (C.5)는 아래와 같이 전개된다. 식 (C.6) 은 Cauchy-Riemann equation을 나타내는 식이다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$
 (C.6)



$$\iint_{D} \left(\frac{-\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) dA + i \iint_{D} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) dA$$

$$= \iint_{D} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) dA + i \iint_{D} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) dA$$

$$= \iint_{D} 0 dA + i \iint_{D} 0 dA = 0$$
(C.7)

즉, 함수 *f*가 단순 연결 영역 *D*에서 해석적이면 *D*내에 놓여 있는 모든 단순폐곡선 *C*에 대해서

$$\oint_C f(z) = 0 \tag{C.8}$$

이 성립한다. Goursat가 증명한 f'(z)가 연속이라는 조건이 없는 경우에 대한 증명은 매우 복잡하므로 본 논문에서는 생략한다.

이를 다중 연결 영역에 대해서 확장하기 위해 가장 먼저 이중 연결 영역에 대해서 설명한다. 이중 연결 영역을 설명하기 위한 geometry는 Fig. C.3과 같다. C_1 은 외부 경계 폐곡선을, C_2 는 내부 경계 폐곡선을 의미한다.



Fig. C.3 다중 연결 영역



C₁와 C₂를 경계로 하고 그 두 폐곡선으로 둘러싸인 영역을 D라고 할
 때, 이 영역에서 f(z)가 해석적이라고 가정한다. C₃에 의해 D를 자르면
 단순 연결 영역이 된다.



C₁→C₃→C^{*}₂→C₃ 순으로 진행되는 경로를 *C*라고 하면, 위에서 정의한 단순 연결 영역에서의 Cauchy's Integral Theorem(식 (C.8))에 의해 다음 과 같은 식이 성립한다.

$$0 = \oint_{C} f(z)dz$$
(C.9)
=
$$\oint_{C_{1}} f(z)dz + \int_{C_{3}} f(z)dz + \oint_{C_{2}^{*}} f(z)dz + \int_{-C_{3}} f(z)dz$$

여기서 C_1 의 방향은 앞서 정의한 것처럼 반시계방향이고, 경로 상으로 C_2 를 따라가는 경로는 Fig. C.3과 반대 방향으로 진행해야하기 때문에 C_2^*



로 표현하고 이는 시계방향을 의미한다. 그리고 식 (C.9)에서 표현한 C_3 과 - C_3 방향은 단순 연결 영역을 위해 경로가 반대방향 때문에 생긴 부호 차 이의 결과다.

그에 따라 C_3 과 - C_3 방향으로 진행한 선적분은 서로 상쇄가 되고, C_2^* 에 의한 항을 Fig. C.3의 방향에 맞추면 식은 다음과 같이 전개된다.

$$\oint_{C_1} f(z)dz + \oint_{C_2} f(z)dz = 0 \Longrightarrow \oint_{C_1} f(z)dz = \oint_{C_2} f(z)dz$$
(C.10)

D 내부에 폐곡선이 N개 있을 때, 위와 같은 방법을 이용하여 전개하면 아래와 같은 식이 유도된다.

$$\oint_{C_1} f(z)dz = \sum_{k=2}^{N+1} \oint_{C_k} f(z)dz$$
(C.11)

즉, 다중 연결 영역에서의 Cauchy's Integral Theorem은 가장 바깥 폐 곡선에 대한 선적분 값이 내부의 폐곡선들에 대한 선적분의 합과 같다는 것을 의미한다.



D. Kirchhoff approximation (Medwin & Clay, 1998)

D.1 Theorems of Gauss and Green

Gauss's theorem은 부피 V를 둘러싸는 표면적 S를 통해 바깥으로 나가 는 총 유량은 부피 내부에 있는 소스의 발산의 합과 같음을 의미한다. 이 를 식으로 표현하면 식 (D.1)과 같다. 이 때, 여기에서 dS는 미소 면적을 나타내고 방향은 표면적의 수직이면서 안 쪽 방향이다 (Medwin & Clay (1998, p. 241~243)).

$$flux = \int_{S} \vec{F} \cdot \vec{dS} = \int_{V} (\nabla \cdot \vec{F}) dv$$
(D.1)
Green's theorem $\vec{F} = \vec{V}$ 쌍의 벡터들을 선택하고 아래와 특정한 처
리를 하여 대체함으로써 유도한다.
 $\vec{F} = (U_1 \nabla U_2) \text{ and } (U_2 \nabla U_1)$ (D.2)

이 때, U₁와 U₂는 파동방정식의 스칼라 해이다. 그리고 식 (D.2)를 Gauss's theorem에 대입하면

$$\int_{S} (U_1 \nabla U_2) \cdot \overrightarrow{dS} = \int_{V} [\nabla \cdot (U_1 \nabla U_2)] dv$$

$$\int_{S} (U_2 \nabla U_1) \cdot \overrightarrow{dS} = \int_{V} [\nabla \cdot (U_2 \nabla U_1)] dv$$
(D.3)



와 같은 결과를 얻을 수 있다.

식 (D.3)에서 첫 번째 방정식의 우변의 피적분함수를 전개하기 위해, 식 (D.4)에 표현된 del 연산자의 정의를 이용한다. 식 (D.4)를 이용하여 피적 분함수는 식 (D.5)와 같이 전개할 수 있다.

$$\begin{split} \nabla &= \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} \end{split} \tag{D.4}$$

$$\nabla \cdot (U_1 \nabla U_2) \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right) \cdot \left[U_1\left(\frac{\partial U_2}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U_2}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U_2}{\partial z}\vec{k}\right)\right] \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right) \cdot \left(U_1\frac{\partial U_2}{\partial x}\vec{i} + U_1\frac{\partial U_2}{\partial y}\vec{j} + U_1\frac{\partial U_2}{\partial z}\vec{k}\right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x}\left(U_1\frac{\partial U_2}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(U_1\frac{\partial U_2}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(U_1\frac{\partial U_2}{\partial z}\right) \\ &= \left[\frac{\partial U_1}{\partial x}\frac{\partial U_2}{\partial x} + U_1\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2}\right] + \left[\frac{\partial U_1}{\partial y}\frac{\partial U_2}{\partial y} + U_1\frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2}\right] + \left[\frac{\partial U_1}{\partial z}\frac{\partial U_2}{\partial z} + U_1\frac{\partial^2 U_2}{\partial z^2}\right] \\ &= \left(\frac{\partial U_1}{\partial x}\frac{\partial U_2}{\partial x} + \frac{\partial U_1}{\partial y}\frac{\partial U_2}{\partial y} + \frac{\partial U_1}{\partial z}\frac{\partial U_2}{\partial z}\right) + \left(U_1\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2} + U_1\frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2}\right) + U_1\frac{\partial^2 U_2}{\partial z^2}\right) \tag{D.5} \\ &= \nabla U_1 \cdot \nabla U_2 + U_1\nabla^2 U_2 \end{split}$$

식 (D.3)에서 두 번째 방정식의 우변의 피적분함수를 식 (2.5)와 같은 방 법으로 전개하면 식 (D.6)을 얻을 수 있다.

$$\nabla \cdot (U_2 \nabla U_1) = \nabla U_2 \cdot \nabla U_1 + U_2 \nabla^2 U_1 \tag{D.6}$$





식 (D.5)와 식 (D.6)을 식 (D.3)의 두 개의 방정식에 대입하고 빼면 식 (D.7)과 같다.

$$\int_{S} (U_{1} \nabla U_{2}) \cdot \overrightarrow{dS} = \int_{V} (\nabla U_{1} \cdot \nabla U_{2} + U_{1} \nabla^{2} U_{2}) dv$$
$$\int_{S} (U_{2} \nabla U_{1}) \cdot \overrightarrow{dS} = \int_{V} (\nabla U_{2} \cdot \nabla U_{1} + U_{2} \nabla^{2} U_{1}) dv$$
$$\Rightarrow \int_{S} [(U_{1} \nabla U_{2}) - U_{2} \nabla U_{1}] \cdot \overrightarrow{dS} = \int_{V} (U_{1} \nabla^{2} U_{2} - U_{2} \nabla^{2} U_{1}) dv$$
(D.7)

식 (D.7) 좌변에서 gradient 연산자들 즉,
$$\nabla U_1 \cdot d\vec{S}$$
와 $\nabla U_2 \cdot d\vec{S}$ 가 $d\vec{S}$ 에서의 법선벡터에 의해 대체된다면,
 $\nabla U_1 \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial U_1}{\partial n} dS, \nabla U_2 \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial U_2}{\partial n} dS$

와 같이 쓸 수 있고, 이를 식 (D.7)에 적용하면 그린 정리(식 (D.8))를 얻을 수 있다.

$$-\int_{S} \left(U_1 \frac{\partial U_2}{\partial n} - U_2 \frac{\partial U_1}{\partial n} \right) dS = \int_{V} (U_1 \nabla^2 U_2 - U_2 \nabla^2 U_1) dv$$
(D.8)

Geometry는 아래와 같다.

- 58 -





Fig. D.1 Geometry

D.2 The Helmholtz - Kirchhoff integral

Fig. D.1의 Q 에서 ω=kc를 만족하는 CW 신호를 방사한다. S' 표면으 로 Q가 둘러싸이면서 소스 특이점 Q의 영향은 제거되고, S와 S'사이의 부피 안에 특이점이 없어지기 때문에, Gauss 법칙에 의해 식 (D.7)의 우 변은 0이다(Medwin & Clay (1998, p. 243)).

그리고 Cauchy's integral theorem(Cauchy-Goursat 정리)에 의해 식 (D.9)가 성립한다.

$$\int_{S} \left(U_1 \frac{\partial U_2}{\partial n} - U_2 \frac{\partial U_1}{\partial n} \right) dS + \int_{S'} \left(U_1 \frac{\partial U_2}{\partial n} - U_2 \frac{\partial U_1}{\partial n} \right) dS' = 0$$
(D.9)

여기서 U_2 를 구형파의 파동방정식의 해, 즉 $U_2 = \frac{e^{-ikr}}{r}$ 으로 가정하고, Q로부터 표면 S까지의 거리를 R, 표면 S'의 반지름을 a라고 하면 식 (D.9)는 아래와 같이 쓸 수 있다. 이 때, 단순화를 위해 U_1 의 첨자는 뻰 다. 여기에서 k는 파수를 의미한다.



$$\int_{S} \left[U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikR}}{R} \right) - \frac{e^{-ikR}}{R} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS + \int_{S'} \left[U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ika}}{a} \right) - \frac{e^{-ika}}{a} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS' = 0$$
(D.10)

S'는 구의 표면이기 때문에, S'의 법선 방향 미뷴(이하 ∂/∂n)은 반지름 방향 미뷴(이하 ∂/∂a)과 같다(∂/∂n = ∂/∂a). 또한, 스테라디안을 이용하면 $dS' = a^2\Omega$ 이다. 이러한 두 조건을 식 (D.10)의 두 번째 항에 적용하면 아 래와 같은 과정이 진행된다.

$$\begin{split} &\int_{S'} \left[U \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{e^{-ika}}{a} \right) - \frac{e^{-ika}}{a} \frac{\partial U}{\partial a} \right] a^2 \Omega \\ &= \int_{S'} \left[U \left(-ik \frac{e^{-ika}}{a} - e^{-ika} \frac{1}{a^2} \right) - \frac{e^{-ika}}{a} \frac{\partial U}{\partial a} \right] a^2 \Omega \\ &= \int_{S'} \left[U \frac{e^{-ika}}{a} \left(-ik - \frac{1}{a} \right) - \frac{e^{-ika}}{a} \frac{\partial U}{\partial a} \right] a^2 \Omega \\ &= \int_{S'} \left[U e^{-ika} (-ika - 1) - a e^{-ika} \frac{\partial U}{\partial a} \right] \Omega \end{split}$$

위에서 나온 결과에서 a를 0에 가깝게 보낸다면, 식 (D.11)을 얻을 수 있다.

$$\begin{split} &\lim_{a \to 0} \int_{4\pi} \left[U e^{-ika} (-ika-1) - a e^{-ika} \frac{\partial U}{\partial a} \right] \Omega \\ &= \int_{4\pi} \left\{ \lim_{a \to 0} \left[U e^{-ika} (-ika-1) - a e^{-ika} \frac{\partial U}{\partial a} \right] \right\} \Omega \\ &= \int_{4\pi} - U \Omega \end{split}$$

$$= -4\pi U \tag{D.11}$$



식 (D.10)의 두 번째 항에 식 (D.11)을 적용하면 다음과 같다.

$$\int_{S} \left[U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikR}}{R} \right) - \frac{e^{-ikR}}{R} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS - 4\pi U = 0$$
$$\Rightarrow U = \frac{1}{4\pi} \int_{S} \left[U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikR}}{R} \right) - \frac{e^{-ikR}}{R} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS$$
(D.12)

식 (D.12)는 harmonic 소스에 대한 Helmholtz-Kirchhoff integral이다.

ME AND OCA

D.3 Kirchhoff approximation

 U_i를 표면이 존재하지 않는 경우에 표면이 존재해야하는 위치에서의 장

 이라고 하고, U를 반사장으로 정의한다. 따라서 U와 R은 각각U_s와 R_s로

 대체한다. 그리고 반사계수는 C_r로 정의하자(Medwin & Clay (1998, p.

 244~246)).

$$U_{s} = C_{r}U_{i} , \frac{\partial U_{s}}{\partial n} = -C_{r}\frac{\partial U_{i}}{\partial n}$$
(D.13)

식 (D.13)을 식 (D.12)에 대입하면, 아래처럼 정리할 수 있다.



$$\begin{split} U_{s} &= \frac{1}{4\pi} \int_{S} \left[U \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikR_{s}}}{R_{s}} \right) - \frac{e^{-ikR_{s}}}{R_{s}} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{S} \left[C_{r} U_{i} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikR_{s}}}{R_{s}} \right) + \frac{e^{-ikR_{s}}}{R_{s}} \frac{\partial U_{i}}{\partial n} \right] dS \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{S} C_{r} \frac{\partial}{\partial n} \left(U_{i} \frac{e^{-ikR_{s}}}{R_{s}} \right) dS \end{split}$$

만약 반사계수가 상수라면, 식 (D.14)를 얻을 수 있는데, 이 식을 Kirchhoff approximation이라고 한다. 이러한 기법은 Kirchhoff method라 고 불리기도 한다.

$$U_{s} = \frac{C_{r}}{4\pi} \int_{S} \frac{\partial}{\partial n} \left(U_{i} \frac{e^{-ikR_{s}}}{R_{s}} \right) dS$$
(D.14)
D.4 Fresnel approximation

모든 *U* 단위를 음압 *P* 단위로 대체하다. 그 결과, 소스로부터 *R*_i만큼 떨어진 곳에 있는 미소 표면 *dS*에서의 입사 음압은 식 (D.15)라고 할 수 있다. 여기에서 *P*₀는 거리 *R*₀에서의 소스 음압을 의미한다(Medwin & Clay (1998, p. 246)).

$$U_{i} = P_{i} = \frac{P_{0}R_{0}e^{-ikR_{i}}}{R_{i}}$$
(D.15)

식 (D.15)를 통해 식 (D.14)는 다음과 같이 나타난다.



$$P_{s} = \frac{C_{r}}{4\pi} \int_{S} \frac{\partial}{\partial n} \left(U_{i} \frac{e^{-ikR_{s}}}{R_{s}} \right) dS$$

$$= \frac{C_{r}}{4\pi} \int_{S} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{P_{0}R_{0}e^{-ikR_{i}}}{R_{i}} \frac{e^{-ikR_{s}}}{R_{s}} \right) dS$$

$$= \frac{P_{0}R_{0}C_{r}}{4\pi} \int_{S} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik(R_{i}+R_{s})}}{R_{i}R_{s}} \right) dS$$
(D.16)

 $\partial/\partial n$ 을 풀기 위해 small-slope approximation을 사용한다면, 식 (D.16) 의 $\partial/\partial n$ 내부에 있는 함수의 분모는 밖으로 나올 수 있다.

$$P_{s} = \frac{P_{0}R_{0}C_{r}}{4\pi} \int_{S} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ik(R_{i}+R_{s})}}{R_{i}R_{s}} \right) dS$$
(D.17)
$$= \frac{P_{0}R_{0}C_{r}}{4\pi} \int_{S} \frac{1}{R_{i}R_{s}} \frac{\partial}{\partial n} \left(e^{-ik(R_{i}+R_{s})} \right) dS$$

그리고 $\partial/\partial n$ 을 풀면 식 (D.18)을 얻는다.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial n} \left(e^{-ik(R_i + R_s)} \right) \\ &= e^{-ikR_s} \frac{\partial}{\partial n} \left(e^{-ikR_i} \right) + e^{-ikR_i} \frac{\partial}{\partial n} \left(e^{-ikR_s} \right) \\ &= e^{-ikR_s} \frac{\partial}{\partial R_i} \left(e^{-ikR_i} \right) \frac{\partial R_i}{\partial n} + e^{-ikR_i} \frac{\partial}{\partial R_s} \left(e^{-ikR_s} \right) \frac{\partial R_s}{\partial n} \\ &= -ike^{-ik(R_s + R_i)} \cos\phi_s - ike^{-ik(R_s + R_i)} \cos\phi_i \\ &= -ike^{-ik(R_s + R_i)} \left(\cos\phi_s + \cos\phi_i \right) \end{aligned}$$






식 (D.18)을 식 (D.17)에 적용하면 식 (D.19)와 같은 결과를 얻는데, 이 는 최종적인 Kirchhoff approximation을 이용한 주파수 응답함수이다.

$$P_{s} = \frac{P_{0}R_{0}C_{r}}{4\pi} \int_{S} \frac{1}{R_{s}R_{i}} \frac{\partial}{\partial n} \left(e^{-ik(R_{s}+R_{i})}\right) dS$$

$$= \frac{P_{0}R_{0}C_{r}}{4\pi} \int_{S} \left[\frac{-ike^{-ik(R_{s}+R_{i})}(\cos\phi_{i}+\cos\phi_{s})}{R_{s}R_{i}}\right] dS$$

$$= \frac{-ikP_{0}R_{0}C_{r}}{4\pi} \int_{S} \left[\frac{e^{-ik(R_{s}+R_{i})}(\cos\phi_{s}+\cos\phi_{i})}{R_{s}R_{i}}\right] dS$$

$$= \frac{-ikP_{0}R_{0}C_{r}}{4\pi} \sum_{m=1}^{M} \left[\frac{e^{-ik(R_{s,m}+R_{i,m})}(\cos\phi_{s,m}+\cos\phi_{i,m})}{R_{s,m}R_{i,m}}\right] \Delta S_{i}$$
(D.19)



감사의 글

석사과정 2년 동안 대학원 수업을 듣고, 출장을 다니고, 교수님과 대화 를 하며 가장 크게 느꼈던 점은 제가 많이 부족하다는 사실이었습니다. 많은 박사님들과 대화할 기회가 흔치 않은데 석사과정을 통해 이런 경험 을 하게 되고, 학부과정 동안 나름대로 열심히 하였지만 이를 통해 제 자 신이 많이 부족하다는 것을 뼈저리게 느꼈습니다. 이러한 영향 때문인지 교수님께서 하신 여러 말씀들 중에서 "석사과정은 문제가 발생했을 때 해 결해나가는 지혜를 배우는 시기"라는 말씀이 가장 와 닿았습니다. 이를 제대로 실천했는지 정확히는 모르겠지만, 실천하기 위해 최선을 다해 노 력을 한 것 같습니다. 하지만 도움을 주신 많은 분들이 없었다면 이러한 노력도 하지 못했을 것입니다.

가장 먼저 석사생활 2년 동안 저를 지도해주신 김재수 교수님께 감사드 립니다. 석사생활동안 교수님의 말씀과 행동을 통해 대학원생이 가져야할 마음가짐이 무엇인지를 비롯하여 많은 가르침을 배울 수 있었습니다. 수 업을 제외하고 교수님과 처음 대화를 했던 날이 학부과정 2학년 때, 진로 상담을 위해 찾아간 날이었던 것 같습니다. 아무런 예고 없이 찾아뵈어 놀라셨을 수도 있는데 이런저런 조언과 좋은 말씀을 많이 해주신 점 이 자리를 빌어서 너무나 감사드립니다. 그 날의 대화가 현재 제가 수중음향 연구실로 들어오게 된 결정적인 이유가 된 것 같습니다. 항상 감사드리고 건강하시길 바랍니다.

수업과 출장 등으로 바쁘신 데도 불구하고 흔쾌히 논문심사 및 논문지 도를 해주신 하승현 교수님께 감사드립니다. 국방과학연구소 과제를 맡아 서 진행하는 동안 개인적인 측면과 학업적인 측면으로 여러 가지 조언들



을 많이 해주시고, 바쁘신 와중에도 논문 심사를 해주신 김우식 박사님께 감사드립니다. 과제에서 제가 하는 부분을 직접적으로 관리 및 지도하시 면서 저로 인해 힘드신 점이 많으셨을 텐데, 배려도 많이 해주시고 여러 도움을 주신 배호석 박사님께 감사드립니다. 또한 제가 하는 부분을 맡지 는 않으셨지만 출장을 갈 때마다 편하게 해주시고, 좋은 얘기 많이 해주 신 김완진 박사님께도 감사드립니다.

그리고 석사생활을 하는 동안 같이 생활하였던 수중음향연구실 모든 사 람들에게 감사합니다. 저의 사수로서 같이 과제를 진행하고, 장난을 많이 주고받았지만 편하게 적응할 수 있도록 도와주시고, 입사 후에도 바쁘실 텐데 신경 써주신 윤희누나, 조용히 뒤에서 학업적인 방향 및 대학원 생 활과 관련된 말씀으로 도움을 주신 지성이형, 연구실에서 가장 많이 대화 하면서 저의 이런저런 얘기들을 잘 들어주시고 도움을 주셨던 기훈이형에 게 감사드립니다. 또한, 먼저 실험실에 들어온 선배이자 친구로서 적응에 도움을 주고 좋은 말을 많이 해준 민정이, 대학원에 같이 진학해서 모든 수업을 함께 듣고 이제 곧 더 넓은 곳으로 나가게 될 동기 기훈이, 수업 을 들은 것뿐만 아니라 많은 것을 공유하고 서로 조언과 충고를 하며 힘 이 되었던 동기 용화, 동기는 아니지만 같은 시기에 연구실을 들어와서 함께 고생한 동환이에게 고맙다고 전합니다. 마지막으로 험난하지만 재밌 고 가치 있을 석사 생활을 앞두고 있는 성일이, 정윤이, 민지, 희진이에게 도 1년 정도의 시간동안 잘 따라줘서 고맙다고 전합니다.

마지막으로 바로 사회에 나가 돈을 벌지 않아서 어떻게 보면 힘들 수도 또한 남들이 선호하지 않을 수도 있는 대학원 생활을 끝까지 믿고 지원해 주신 부모님과 가장 가까운 거리에서 저보다 먼저 대학원 생활을 하며 여 러 가지 잘못을 지적해주고 도움을 준 누나에게 이 자리를 빌어서 감사드 립니다.

비록 일일이 언급하지는 못하였지만, 힘들었을 때 위로해주고, 응원해줬 던 친구들 모두에게 감사하다는 말을 전합니다.



감사의 글을 적고 보니 많은 분들에게서 항상 도움만 받아 석사생활을 했던 것 같습니다. 이때의 도움들을 잊지 않고 조언들과 충고들을 바탕으 로 항상 열심히 하도록 하겠습니다.

본 논문은 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 대해 깊은 감사를 드립니다.



2016. 02

김 동 현

