



저작자표시-비영리-동일조건변경허락 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



동일조건변경허락. 귀하가 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공했을 경우에는, 이 저작물과 동일한 이용허락조건하에서만 배포할 수 있습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사 학위논문

도립진자 시스템의 안정화를 위한  
상태변수 조합 퍼지 제어기 설계

Design of Fuzzy Controller Based on State  
Variables Combination for Stabilizing Inverted  
Pendulum System



지도교수 소명옥

2013년 2월

한국해양대학교 대학원

메카트로닉스공학과

김종필

본 논문을 김종필의 공학석사 학위논문으로 인증함

위원장 공학박사 오 세 준 인

위 원 공학박사 정 병 건 인

위 원 공학박사 소 명 옥 인



2012년 12월 10일

한국해양대학교 대학원

메카트로닉스공학과

# 목 차

Abstract .....	iii
Nomenclature .....	iv
제 1 장 서론 .....	1
1.1 연구 배경 .....	1
1.2 연구 내용과 구성 .....	1
제 2 장 독립진자 시스템의 모델링 .....	3
2.1 독립진자 시스템의 비선형 모델 .....	3
2.2 구동부를 포함한 독립진자 시스템의 선형모델 .....	9
제 3 장 퍼지 제어 이론 .....	12
3.1 퍼지이론 .....	12
3.1.1 퍼지집합 .....	12
3.2 퍼지로지적 시스템 .....	17
제 4 장 퍼지 제어기 설계 .....	24
4.1 변수조합 퍼지 제어기 설계 .....	24
4.2 일반적인 퍼지 제어기 설계 .....	29
제 5 장 시뮬레이션 및 검토 .....	30
5.1 독립진자 시스템의 비선형 모델 .....	30
5.2 응답특성 .....	31
5.2.1 일반적인 퍼지 제어기 응답특성 .....	31
5.2.2 변수조합 퍼지 제어기 응답특성 .....	36
제 6 장 결 론 .....	49



# Stabilizing Inverted Pendulum System Using Fuzzy Controller Based on State Variables Combination

*Jong-Phil Kim*

*Department of Mechatronics, Graduate School  
Korea Maritime University*

## Abstract

The inverted pendulum system is a typical nonlinear unstable system because this system tend to fall down when its does not exert to proper force. Therefore inverted pendulum system is a common, interesting control problem that involves many basic elements of control theory. In the early, controls of stabilization for the inverted pendulum system were used classical methods like PD, PID controller. In recently, however, control methods based on modern and intelligent control theory are widely applied.

In particular, fuzzy logic controller which is often used in nonlinear control is a little too hard to design due to increasing fuzzy rules rapidly if the given system like inverted pendulum has many state variables. Also, in case the state variables is tied with two parts, two fuzzy controller is designed in the one control system. In this paper, therefore, propose **Fuzzy Controller based on State variables Combination(FCSC)** that applies only one of the fuzzy controller using the input variables as two new reorganized signals by combination properly for the four state variables of the inverted pendulum system. Proposed method apply to the inverted pendulum system and control performance is demonstrated through simulation.

## Nomenclature

$a_{ij}$	$i$ th row and $j$ th column element of matrix $\mathbf{A}$
$A, A'$	fuzzy sets
$A_1, A_2, \dots, A_n$	fuzzy sets
$A'_1, A'_2, \dots, A'_n$	fuzzy sets
$A_j^i$	fuzzy sets
$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$	matrices or fuzzy sets
$B_{eq}$	viscous damping coefficient at the motor pinion
$B_p$	viscous damping coefficient at the pendulum axis
$C, C'$	fuzzy sets
$C^1, \dots, C^i, C^r$	fuzzy sets
$F_c$	cart driving force produced by motor
$g$	gravitational acceleration constant
$I_p$	moment of inertia of pendulum
$J_m$	rotor moment of inertia of motor
$k, k_1, \dots, k_4$	scaling factor
$\tilde{K}$	scaling factor matrix
$K_g$	gear ratio in gear box
$K_m$	back E.M.F constant of motor
$K_t$	torque constant of motor
$L$	lagrangian operator
$l_p$	pendulum length
$M$	cart mass, including the possible extra weight
$M_c$	lumped mass of cart, including the rotor inertia
$M_p$	mass of pendulum
$Q_{x_c}$	coulomb friction force of the cart
$Q_\theta$	coulomb friction force of the pendulum
$R$	fuzzy relation
$R_m$	armature resistance of motor

$r_{mp}$	motor pinion radius
$S$	fuzzy relation
$T_c$	total kinetic energy of cart
$T_T$	total kinetic energy of system
$T_{ct}$	translational kinetic energy of cart
$T_{cr}$	rotational kinetic energy of driving motor
$T_{pt}$	translational kinetic energy of pendulum
$T_{pr}$	rotational kinetic energy of pendulum
$u$	control input
$V_T$	total potential energy of system
$w$	fuzzy relation
$x_c$	position of cart
$\dot{x}_c$	velocity of cart
$\mathbf{x}$	state vector
$x_1, x_2, x_3, x_4$	state variables
$x_p$	absolute x-coordinate of the pendulum center of gravity
$y_p$	absolute y-coordinate of the pendulum center of gravity
$\theta$	pendulum angle
$\dot{\theta}$	pendulum angular velocity
$\mu_{A_1(x_1)}, \mu_{A_2(x_2)}, \dots, \mu_{A_n(x_n)}$	fuzzy membership function



# 제 1 장 서 론

## 1.1 연구 배경

도립진자 시스템은 고차, 불안정성, 다변수, 비선형 그리고 강한 결합 특성[1]을 가지고 있으며 이족 로봇[2], 로켓 발사 등과 매우 유사한 특성을 갖는다. 또한 구조적으로 불안정하여 레일의 진동 또는 경사, 진자의 흔들림 등과 같은 외란이 발생하면 자체적으로는 안정화되지 못하는 결점을 갖고 있다. 이와 함께 복잡한 동특성과 비선형성 및 시변특성으로 인하여 정확한 모델을 파악하는 것 역시 쉽지 않다.

이러한 도립진자 시스템의 안정화는 초기조건이나 외란에 대하여 대차 위의 진자를 직립 상태로 유지시키는 것으로 이는 전형적인 비선형 제어 문제로 생각할 수 있다. 이와 같은 특성 때문에 도립진자는 비선형 시스템의 표본으로서 많은 연구자의 연구대상이 되어 왔으며 새로운 제어기법의 성능과 유효성을 검증하는 기준척도로서 빈번하게 사용된다.

초기에 도립진자 시스템의 안정화 제어는 PD, PID 등의 고전적인 방법이 주로 사용되었다. 그러나 초기 동조(tuning)가 잘 되었더라도, 부하나 제어대상의 파라미터 변동이 크면 제어기의 이득을 재조정해야 할 필요가 있어 최근에는 현대 제어 이론과 지능제어 기법을 이용한 방법이 주로 제안되어 왔다[3-7].

특히, 최근 비선형 제어에 종종 사용되는 퍼지제어기는 일반적으로 특정한 상태변수와 이의 변화율을 입력변수로 사용하는데 시스템의 상태 변수가 많으면 퍼지 규칙이 급격하게 증가되어 설계가 까다롭게 된다. 따라서 본 연구에서는 상태변수를 적절히 결합하는 변수조합 퍼지제어기를 설계하여 다루고자 한다.

## 1.2 연구 내용과 구성

본 논문에서 다루는 도립진자 시스템은 잘 알려진 대로 4개의 상태변수를 갖는다. 만약, 이 4개의 상태 변수 모두를 사용하여 하나의 퍼지제어기를 설계하면 퍼지규칙의 수는 256개가 되어 퍼지제어기의 적용이 사실상 불가능하게 된다.

이러한 이유로 대부분의 연구에서 독립진자의 각도와 각속도만을 퍼지제어기의 입력변수로 사용하거나[5], Sugeno 형식의 퍼지제어기를 설계하기도 하는데 정밀한 규칙이 도출되지 못하면 대차와 진자가 계속 헌팅을 일으키기도 한다[7]. 또는, 대차위치와 진자의 각도에 대해서 각각 퍼지제어기를 설계하고, 두 개의 퍼지제어기를 결합하는 방법도 있지만 이는 퍼지제어기를 두 개 사용해야 한다는 번거로움이 있다[8].

따라서 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 독립진자 시스템의 4개의 상태변수를 적절히 결합하여 새로운 2개의 신호로 재구성하고, 이를 퍼지 입력 변수로 사용하는 변수조합 퍼지 제어기를 제안하고자 한다.

이를 위해 먼저 라그랑지 방정식을 이용하여 독립진자 시스템의 비선형 운동방정식을 도출하고, 제어기 설계를 위한 시스템 모델을 유도한다. 다음으로 물리적인 의미에 따라 상태변수를 새롭게 조합하는 변수조합 퍼지 제어기를 설계한다. 제안한 제어기법은 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 일반적인 퍼지 제어기와 비교 검토하여 그 유효성을 확인한다.

본 논문은 6장으로 구성된다. 제2장에서는 독립진자 시스템의 비선형 운동방정식을 유도하고, 선형화하여 상태공간으로 표현한다. 제3장에서는 설계하고자 하는 변수조합 퍼지 제어기의 기초가 되는 퍼지이론과 퍼지로직 시스템에 대해 설명한다. 제4장에서는 독립진자 시스템을 제어하기 위해 일반적인 퍼지제어기와 본 논문에서 제안하는 상태변수 조합 퍼지제어기의 두 가지 형태로 각각 설계한다. 제5장에서는 제4장에서 설계한 각각의 퍼지 제어기를 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 그 유효성을 확인한다. 마지막으로 제6장에서는 본 논문의 결론을 제시한다.

## 제 2 장 독립진자 시스템의 모델링

독립진자 시스템은 독립된 상태의 막대를 넘어지지 않게 제어하는 것을 목적으로 하는 시스템이다. 독립진자 시스템의 안정된 제어기 설계를 위해서는 독립진자 시스템의 수학적 선형 모델을 필요로 한다. 이러한 선형 모델은 비선형 모델에서 공칭값(nominal value)으로부터 상태값(state value)의 단지 작은 편차에만 유효하다. 이러한 공칭값은 보통 평형점(equilibrium point)을 말하는데 본 논문에서의 평형점은 독립된 상태의 진자가  $0^\circ$ 이다. 따라서 본 장에서는 라그랑지 운동 방정식을 이용하여 구동부를 포함한 동역학적 비선형 모델을 구한 다음 이로부터 선형모델을 구하도록 한다.

### 2.1 독립진자 시스템의 비선형 모델

독립진자 시스템은 일반적으로 크게 병진운동 하는 대차, 독립진자, 구동부 모터로 구성된다. 또한, 이를 안정화 제어하기 위해서는 대차의 위치와 진자의 각도 등을 측정할 수 있는 센서와 구동부의 전력 증폭기, 신호변환기 및 제어기가 필요하다.

Fig. 2.1은 본 연구에서 제어대상으로 고려하는 독립진자 시스템의 동역학적 직교 좌표계를 단순화하여 표현한 것으로 각도  $\theta$ [rad]는 진자의 독립 위치를  $0^\circ$ 로 정의한다. 진자가 반시계방향으로 회전하면 양의 방향으로 증가하고, 시계방향으로 회전하면 감소한다.

시스템에서  $\theta$ [rad]는 독립진자의 수직에 대한 각도,  $\dot{\theta}$ [rad/s]는 각속도,  $x_c$ [m]는 대차의 수평방향 위치,  $\dot{x}_c$ [m/s]는 대차의 수평방향 속도이고  $M_p$ [kg]는 진자의 질량,  $M_c$ [kg]는 대차의 질량,  $l_p$ [m]는 진자의 길이,  $g$ [m/s<sup>2</sup>]는 중력가속도,  $F_c$ [N]는 대차에 가해지는 힘이다. 비선형 운동방정식을 유도하기 위해 중력의 영향에 있는 독립진자의 무게중심 좌표를 표현하면 다음과 같다.

$$x_p = x_c - l_p \sin\theta \quad (2.1)$$

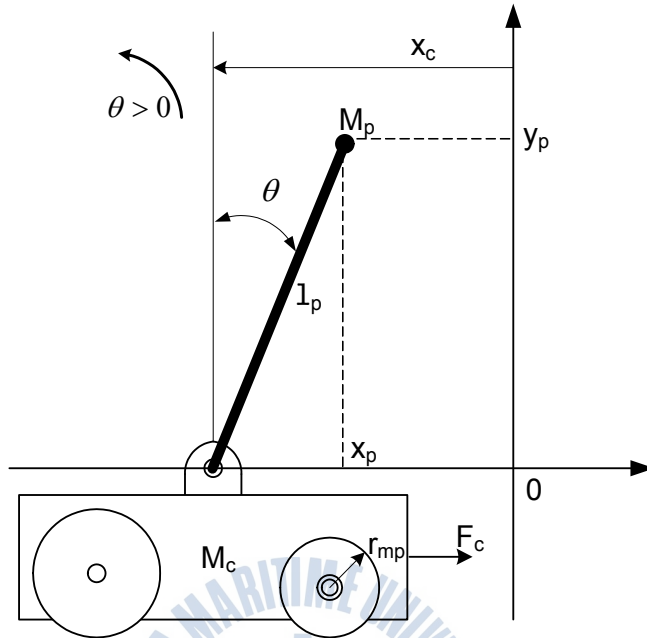


Fig. 2.1 An Inverted Pendulum System

$$y_p = l_p \cos \theta \quad (2.2)$$

도립진자 시스템의 총 위치에너지  $V_T$ 는 시스템 혹은 시스템 구성요소의 에너지 양으로 나타난다. 위치에너지는 일반적으로 기준점에서의 수직변위에 의한 중력 위치에너지와 스프링에 의한 탄성에너지가 있으나 여기서 탄성에너지 성분은 존재하지 않으므로 중력 위치에너지만 고려한다. 또한 대차의 동작은 수평적이고, 수직변위를 가지지 않으므로 시스템의 총 위치에너지로 막대의 중력 위치에너지만을 고려해 표현하면 다음과 같다.

$$V_T = M_p g l_p \cos \theta \quad (2.3)$$

도립진자 시스템의 총 운동에너지  $T_T$ 는 대차의 평행이동 운동에너지( $T_{ct}$ ), DC모터에 의한 회전 운동에너지( $T_{cr}$ ), 진자의 평행이동 운동에너지( $T_{pt}$ )와 회전 운동에너지( $T_{pr}$ )의 합으로 나타낼 수 있다.

첫째 대차의 평행이동 운동에너지  $T_{ct}$ 는 식(2.4)와 같다.

$$T_{ct} = \frac{1}{2} M \dot{x}_c^2 \quad (2.4)$$

여기서  $M$ 은 구동부를 제외한 대차의 질량을 의미한다.

둘째 대차에 있는 DC 모터에 의한 회전 운동에너지  $T_{cr}$ 은 식(2.5)와 같다.

$$T_{cr} = \frac{1}{2} J_m \left( \frac{K_g}{r_{mp}} \right)^2 \dot{x}_c^2 \quad (2.5)$$

여기서  $J_m$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]은 모터의 회전관성모멘트,  $r_{mp}$  [ $\text{m}$ ]는 모터의 피니언 반지름,  $K_g$ 는 기어박스의 기어비를 의미한다.

따라서 대차의 총 운동에너지는 식(2.4)와 식(2.5)의 합으로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} T_c &= T_{ct} + T_{cr} \\ &= \frac{1}{2} M \dot{x}_c^2 + \frac{1}{2} J_m \left( \frac{K_g}{r_{mp}} \right)^2 \dot{x}_c^2 = \frac{1}{2} \left( M + J_m \left( \frac{K_g}{r_{mp}} \right)^2 \right) \dot{x}_c^2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

단,  $M + J_m \left( \frac{K_g}{r_{mp}} \right)^2 = M_c$  이다.

진자의 무게를 무게중심(COG : Centre of Gravity)으로 고려하고 독립진자의 평행이동 운동에너지  $T_{pt}$ 와 회전 운동에너지  $T_{pr}$ 을 구한다.

우선 진자의 평행이동 운동에너지  $T_{pt}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$T_{pt} = \frac{1}{2} M_p \left( \sqrt{\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2} \right)^2 \quad (2.7)$$

여기서 X 좌표의  $\dot{x}_p$ 는  $\dot{x}_c - l_p \dot{\theta} \cos \theta$ 로 표현되고, Y 좌표의  $\dot{y}_p$ 는  $-l_p \dot{\theta} \sin \theta$ 로 표현된다.

다음으로 진자의 관성모멘트를  $I_p (= \frac{1}{12} M_p l^2)$ 라고 정의하고 진자의 회전

운동에너지  $T_{pr}$ 을 구하면 다음과 같다.

$$T_{pr} = \frac{1}{2}I_p \dot{\theta}^2 \quad (2.8)$$

그러므로 시스템의 전체적인 운동에너지는 식(2.6), 식(2.7) 그리고 식(2.8)로 표현되는 각각의 운동에너지 합으로 표현할 수 있다. 따라서 도립진자 시스템의 총 운동에너지  $T_T$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_T &= T_{ct} + T_{cr} + T_{pt} + T_{pr} \\ &= \frac{1}{2}(M_c + M_p)\dot{x}_c^2 - M_p l_p \dot{x}_c \dot{\theta} \cos\theta + \frac{1}{2}(l_p + M_p l_p^2)\dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

이제  $x_c$  와  $\theta$ 에 대한 라그랑지 방정식을 고려하면 라그랑지안과 방정식은 다음과 같다.

$$L(x_c, \dot{x}_c, \theta, \dot{\theta}) = T(x_c, \dot{x}_c, \theta, \dot{\theta}) - V(x_c, \theta)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_c} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_c} = Q_{x_c} \quad (2.10)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = Q_{\theta} \quad (2.11)$$

여기서  $Q_{x_c}$ 는  $x_c$ 에 대해 일반화된 힘이고,  $Q_{\theta}$ 는  $\theta$ 에 대해 일반화된 힘이다. Coulomb 마찰력과 진자 움직임에 의한 대차에 작용하는 힘을 무시하고 라그랑지안과  $Q_{x_c}$  및  $Q_{\theta}$ 을 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L &= T_T - V_T \\ &= \frac{1}{2}(M_c + M_p)\dot{x}_c^2 - M_p l_p \dot{x}_c \dot{\theta} \cos\theta + \frac{1}{2}(l_p + M_p l_p^2)\dot{\theta}^2 - M_p g l_p \cos\theta \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$Q_{x_c} = F_c - B_{eq} \dot{x}_c \quad (2.13)$$

$$Q_\theta = -B_p \dot{\theta} \quad (2.14)$$

여기서  $F_c$ 는 대차가 모터에 의해 구동되는 힘,  $B_{eq}$ 는 모터 피니언의 점성제동 계수,  $B_p$ 는 도립진자의 점성제동계수이다.

식(2.12), 식(2.13), 식(2.14)를 식(2.10)과 식(2.11)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$(M_c + M_p)\ddot{x}_c(t) - M_p l_p \ddot{\theta} \cos\theta + M_p l_p \dot{\theta}^2 \sin\theta = F_c - B_{eq} \dot{x}_c \quad (2.15)$$

$$-M_p l_p \ddot{x}_c \cos\theta + (I_p + M_p l_p^2) \ddot{\theta} - M_p g l_p \sin\theta = -B_p \dot{\theta} \quad (2.16)$$

식(2.15), 식(2.16)를  $\ddot{x}_c$ 와  $\ddot{\theta}$  대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\ddot{x}_c = \frac{-(I_p + M_p l_p^2) B_{eq} \dot{x}_c - (M_p^2 l_p^3 + I_p M_p l_p) \dot{\theta}^2 \sin\theta - M_p l_p B_p \dot{\theta} \cos\theta}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2 + M_p^2 l_p^2 - M_p^2 l_p^2 \cos^2\theta} + \frac{(I_p + M_p l_p^2) F_c + M_p^2 l_p^2 g \cos\theta \sin\theta}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2 + M_p^2 l_p^2 - M_p^2 l_p^2 \cos^2\theta} \quad (2.17)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(M_c + M_p) M_p g l_p \sin\theta - (M_c + M_p) B_p \dot{\theta} - M_p^2 l_p^2 \dot{\theta}^2 \sin\theta \cos\theta}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2 + M_p^2 l_p^2 - M_p^2 l_p^2 \cos^2\theta} + \frac{F_c M_p l_p \cos\theta - M_p l_p B_{eq} \dot{x}_c \cos\theta}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2 + M_p^2 l_p^2 - M_p^2 l_p^2 \cos^2\theta} \quad (2.18)$$

Table 2.1은 도립진자 시스템의 운동방정식에 사용된 파라미터 의미를 정리한 것이다

Table 2.1 Parameters of the SIP system

Parameters	Unit	Descriptions
$x_c$	m	position of cart
$\dot{x}_c$	m/s	velocity of cart
$\theta$	rad	pendulum angle
$\dot{\theta}$	rad/s	pendulum angular velocity
$M_c$	kg	lumped mass of cart, including the rotor inertia
$M_p$	kg	pendulum mass
$I_p$	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	pendulum moment of inertia
$l_p$	m	pendulum length
$g$	$\text{m}/\text{s}^2$	gravitational constant on earth
$B_p$	$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$	viscous damping coefficient at the pendulum axis
$B_{eq}$	$\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$	viscous damping coefficient at the motor pinion
$F_c$	N	cart driving force produced by motor



## 2.2 구동부를 포함한 도립진자 시스템의 선형모델

작동점(working point)에서의 선형화(linearization)는 앞 절에서 구한  $x_c$ 와  $\theta$ 에 대한 2차 비선형 미분방정식을 테일러 근사(Taylor approximation)로 선형화 할 수 있다. 평형점 주위의 작은 각도 편차에 대해서, 즉  $\theta$ 의 변화가 미소하다고 가정하여  $\theta \cong 0$  근방에서  $\sin\theta \cong \theta$ ,  $\cos\theta \cong 1$ ,  $\dot{\theta}^2 = 0$ 으로 근사화하고 정리하면 다음과 같다.[4, 9]

$$\ddot{x}_c = \frac{-(I_p + M_p l_p^2) B_{eq} \dot{x}_c - M_p l_p B_p \dot{\theta} + (I_p + M_p l_p^2) F_c + M_p^2 l_p^2 g \theta}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} \quad (2.19)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(M_c + M_p) M_p g l_p \theta - (M_c + M_p) B_p \dot{\theta} - M_p l_p B_{eq} \dot{x}_c + F_c M_p l_p}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} \quad (2.20)$$

대차를 구동시키는 힘  $F_c$  [N]와 구동 모터에 인가되는 전압  $u$  [V]의 관계를 정리하면 식(2.21), 식(2.22)으로 나타낼 수 있다. 여기서  $K_t$  [V/rad/s]는 모터의 토크상수,  $R_m$  [ $\Omega$ ]은 모터의 전기자 저항,  $r_{mp}$  [m]는 모터의 피니언 반지름,  $K_m$ 은 모터의 역기전력 상수를 의미한다.

$$u = \frac{R_m r_{mp}}{K_g K_t} F_c + \frac{K_g K_m}{r_{mp}} \dot{x}_c \quad (2.21)$$

$$F_c = \frac{K_g K_t}{R_m r_{mp}} u - \frac{K_g^2 K_m K_t}{R_m r_{mp}^2} \dot{x}_c \quad (2.22)$$

구동부를 포함한 전체 선형 운동방정식으로 표현하기 위해 식(2.19), 식(2.20)에 식(2.22)를 대입하여 정리하면 다음과 같은 2차 선형 미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\ddot{x}_c = \frac{M_p^2 l_p^2 g}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} \theta$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{-(I_p K_g^2 K_t K_m + I_p B_{eq} R_m r_{mp}^2 + M_p l_p^2 K_g^2 K_t K_m + M_p l_p^2 B_{eq} R_m r_{mp}^2)}{R_m r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} \dot{x}_c \\
& + \frac{-M_p l_p B_p}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} \dot{\theta} \\
& + \frac{K_g K_t (I_p + M_p l_p^2)}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} u
\end{aligned} \tag{2.23}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\theta} = & \frac{M_p g l_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} \theta + \frac{-M_p l_p (K_g^2 K_t K_m + B_{eq} R_m r_{mp}^2)}{R_m r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} \dot{x}_c \\
& + \frac{-B_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} \dot{\theta} \\
& + \frac{K_g K_t M_p l_p}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} u
\end{aligned} \tag{2.24}$$

선형으로 표현된 도립진자 시스템의 전체 운동방정식인 식(2.23), 식(2.24)에서  $x_1 = x_c$ ,  $x_2 = \dot{x}_c$ ,  $x_3 = \theta$ ,  $x_4 = \dot{\theta}$ 로 상태변수를 정의하고 1계 연립 미분방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{2.25}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_2 = & \frac{-(I_p K_g^2 K_t K_m + I_p B_{eq} R_m r_{mp}^2 + M_p l_p^2 K_g^2 K_t K_m + M_p l_p^2 B_{eq} R_m r_{mp}^2)}{R_m r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} x_2 \\
& + \frac{M_p^2 l_p^2 g}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} x_3 + \frac{-M_p l_p B_p}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} x_4 \\
& + \frac{K_g K_t (I_p + M_p l_p^2)}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} u
\end{aligned} \tag{2.26}$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \tag{2.27}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{-M_p l_p (K_g^2 K_t K_m + B_{eq} R_m r_{mp}^2)}{R_m r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} x_2 + \frac{M_p g l_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} x_3$$

$$+ \frac{-B_p(M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} x_4 + \frac{K_g K_t M_p l_p}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} u \quad (2.28)$$

식(2.25) ~ 식(2.28)까지를 상태 공간 형태로 표현하면 다음과 같다.[10]

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (2.29)$$

$$y = \mathbf{Cx}$$

$$\text{여기서, } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \text{ 이고}$$

$$a_{22} = \frac{-(I_p K_g^2 K_t K_m + I_p B_{eq} R_m r_{mp}^2 + M_p l_p^2 K_g^2 K_t K_m + M_p l_p^2 B_{eq} R_m r_{mp}^2)}{R_m r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)}$$

$$a_{23} = \frac{M_p l_p^2 g}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2}, \quad a_{24} = \frac{-M_p l_p B_p}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2},$$

$$a_{42} = \frac{-M_p l_p (K_g^2 K_t K_m + B_{eq} R_m r_{mp}^2)}{R_m r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)}, \quad a_{43} = \frac{M_p g l_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2}$$

$$a_{44} = \frac{-B_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2}$$

$$b_2 = \frac{K_g K_t (I_p + M_p l_p^2)}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)}, \quad b_4 = \frac{K_g K_t M_p l_p}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)}$$

이다.

## 제 3 장 퍼지 제어 이론

### 3.1 퍼지이론

퍼지이론은 인간의 언어 및 사고와 관련된 애매함(fuzziness)을 수리적으로 취급하는 것이 가능하며, 시스템의 특성이 복잡하여 정량적인 방법으로 해석하기 어렵거나 정보가 정성적이고 부정확한 경우에 유리하고, 전통적인 논리시스템보다 실제 현상의 근사적(approximate)이고 부정확한 성질(inexact nature)을 표현하는데 효과적이다.[11]

퍼지논리는 실제의 시스템에 대한 정확한 모델을 얻을 때 정확도에 있어서는 근사 방법을 택하면서 계산의 복잡도를 줄이는 절충 방안이 될 수 있다. 시스템의 제어 관점에서 복수개의 “IF-THEN” 형식으로 나타나는 서브시스템의 제어입력을 병렬로 퍼지추론하여 복잡한 입출력 관계를 실현하는 것이 가능하므로 선형제어만으로 제어가 어려울 때 효과적으로 이용될 수 있다.

퍼지이론의 장점은 다음과 같다.

- 퍼지이론의 배경이 되는 수학적 개념이 간단하다.
- 시스템에 대한 부가적인 기능을 추가하거나 문제해결이 비교적 쉬워 유연성이 있다.
- 부정확한 자료에 대해 허용적이며 강인하다.
- 임의의 복잡성을 가지는 비선형 함수를 모델링하기 쉽다.
- 전문가의 경험이나 애매한 현장 경험을 응용할 수 있다.
- 전통적인 제어기법과 혼합하여 사용할 수 있다.

#### 3.1.1 퍼지집합

보통집합(crisp set)은 원소의 소속이 명확한 집합으로서 일반적으로 원소나열법 또는 조건제시법으로 표시된다. 그러나 퍼지집합(fuzzy set)은 원소의 소속정도가 불분명한 집합이다. 즉, 어떤 집합에 속하는 것으로부터 속하지 않는 것에 이르기까지의 변화가 점진적인 것을 의미하며 그 특성은 퍼지집합의 소속함수(membership function)로 표현된다.

**정의 3.1** (퍼지집합과 소속함수)

X가 원소 x로 이루어진 전체집합(universe of discourse)이라면 X내에 정의되는 퍼지집합 A는 다음과 같은 순서쌍으로 표현된다.

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in X \}, \quad \mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1] \quad (3.1)$$

여기서  $\mu_A(x)$ 는 집합 A에 대한 x의 소속함수이고, 이것은 0과 1사이의 값을 가지며, 원소  $x \in X$ 가 집합 A에 소속되는 정도를 나타낸다. 만약 소속함수  $\mu_A(x)$ 의 값이 “0” 또는 “1” 중의 하나로 되면 보통집합이 된다. 전체집합이 X일 때, 일반적으로 퍼지집합 A는 다음과 같이 이산형과 연속형 중의 하나로 표현될 수 있다.

이산형 :

$$A = \sum_{x_j \in X} \mu_A(x_j) / x_j \quad (3.2)$$

연속형 :

$$A = \int_X \mu_A(x) / x \quad (3.3)$$

여기서 식(3.2), 식(3.3)의 문자 “ $\sum$ ”과 “ $\int$ ”는 쌍(x,  $\mu_A(x)$ )의 합이나 적분연산의 의미가 아니라 연결을 나타내며, “/”도 나눗셈 연산의 의미가 아니라 단지 소속함수와 원소를 구분하기 위한 분리기호이다.

퍼지제어에서 자주 사용되는 소속함수에는 삼각형, 사다리꼴, 가우스형, 범종형 및 시그모이드형 등이 있다.

**정의 3.2** (퍼지 부분집합)

전체집합 X 내에 있는 두 퍼지집합 A와 B의 소속함수가 각각  $\mu_A(x)$ 와  $\mu_B(x)$ 일 때, 모든 x에 대해 만약  $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ 이면 퍼지집합 A는 퍼지집합 B의 퍼지 부분집합(subset)이고, 기호로 다음과 같이 표현된다.

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x), \quad \forall x \in X \quad (3.4)$$

**정의 3.3** (여집합)

전체집합  $X$  내에 있는 퍼지집합  $A$ 의 소속함수가  $\mu_A(x)$ 일 때, 퍼지 여집합 (complement)  $\bar{A}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{A} = \{(x, \mu_{\bar{A}}(x)) \mid x \in X\} = \int_X \mu_{\bar{A}}(x)/x \quad (3.5)$$

$$\text{단, } \mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A$$

식(3.5)을 표준 여집합 함수라고 하며, 이 외에 Sugeno[12]의 여집합 ( $\mu_{\bar{A}}(x) = \frac{1 - \mu_A(x)}{1 + \lambda \mu_A(x)}$ , 단  $\lambda \in (-1, \infty)$ )과 Yager[13]의 여집합 ( $\mu_{\bar{A}}(x) = (1 - \mu_A^w(x))^{\frac{1}{w}}$ , 단  $w \in (0, \infty)$ )도 많이 사용된다.

**정의 3.4** (합집합)

전체집합  $X$  내에 있는 두 퍼지집합  $A$ 와  $B$ 의 소속함수가 각각  $\mu_A(x)$ 와  $\mu_B(x)$ 일 때, 퍼지 합집합(union)  $C = A \cup B$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$C = A \cup B = \{(x, \mu_{A \cup B}(x)) \mid x \in X\} = \int_X \mu_{A \cup B}(x)/x \quad (3.6)$$

$$\text{단, } \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$$

여기서  $\vee$ 는 maximum 연산자를 의미한다.

위와 같은 표준 합집합 이외에도 Yager( $\mu_{A \cup B}(x) = \min(1, (\mu_A^w(x) + \mu_B^w(x))^{\frac{1}{w}}$ , 단,  $w \in (0, \infty)$ )가 제안한 합집합 함수가 있다.

**정의 3.5** (교집합)

전체집합  $X$  내에 있는 두 퍼지집합  $A$ 와  $B$ 의 소속함수가 각각  $\mu_A(x)$ 와  $\mu_B(x)$ 일 때, 퍼지 교집합(intersection)  $C = A \cap B$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$C = A \cap B = \{(x, \mu_{A \cap B}(x)) \mid x \in X\} = \int_X \mu_{A \cap B}(x)/x \quad (3.7)$$

$$\text{단, } \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$$

여기서  $\wedge$  는 minimum 연산자이다.

교집합 함수도 Yager( $\mu_{A \cap B}(x) = 1 - \min[1, ((1 - \mu_A(x))^w + (1 - \mu_B(x))^w)^{\frac{1}{w}}]$ ) 가 제안한 교집합 함수가 있다.

또한, “t-norm”과 “t-conorm”을 사용하여 퍼지-AND와 퍼지-OR를 각각 여러 가지 형태로 정의할 수도 있다. “t-norm”은 퍼지집합의 AND에 대한 집합 연산자로, “t-conorm”은 퍼지집합의 OR에 대한 집합 연산자로 많이 사용된다[14].

### 정의 3.6 (곱집합)

전체집합  $X_1, X_2, \dots, X_n$  내에 있는 퍼지집합  $A_1, A_2, \dots, A_n$  의 소속함수가 각각  $\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n)$  일 때,  $A_1, A_2, \dots, A_n$  의 곱집합(cartesian product)은 다음과 같이 표현된다.

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n), \mu_{A_1}(x_1) \wedge \mu_{A_2}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(x_n) \mid \forall x_i \in X_i\} \quad (3.8)$$

### 정의 3.7 (퍼지관계)

전체집합  $X_1, X_2, \dots, X_n$  내에 있는 퍼지집합  $A_1, A_2, \dots, A_n$ 의 소속함수가 각각  $\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n)$ 이고,  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 의 곱집합이  $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ 이라면, n차원의 퍼지관계(fuzzy relation) R은 곱집합  $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ 의 퍼지 부분집합으로서 다음과 같이 표현된다.

$$R = \{(x_1, x_2, \dots, x_n), \mu_R(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid \forall x_i \in X_i\} \quad (3.9)$$

여기서  $\mu_R(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 은  $\mu_{A_1}(x_1) \dot{\ast} \mu_{A_2}(x_2) \dot{\ast} \dots \dot{\ast} \mu_{A_n}(x_n)$  또는  $\mu_{A_1}(x_1) \dot{+} \mu_{A_2}(x_2) \dot{+} \dots \dot{+} \mu_{A_n}(x_n)$ 로 R의 소속함수이고, 기호 “ $\dot{\ast}$ ”는 “t-norm”, “ $\dot{+}$ ”

는 “t-conorm”을 나타낸다.

**정의 3.8** (퍼지관계의 합성)

만약 R과 S가 각각  $X \times Y$ ,  $Y \times Z$ 에서 정의되는 퍼지관계라면 두 퍼지관계의 합성(composition)  $R \circ S$ 는 다음과 같이 W로 정의되며 퍼지관계가 된다.

$$\begin{aligned} R &\subseteq X \times Y = \{(x, y), \mu_R(x, y)\} \\ S &\subseteq Y \times Z = \{(y, z), \mu_S(y, z)\} \\ W = R \circ S &= \{(x, z), \mu_{R \circ S}(x, z) \mid x \in X, z \in Z\} \end{aligned} \quad (3.10)$$

단,  $\mu_{R \circ S}(x, z) = R(x, y) * S(y, z)$  또는  $R(x, y) \dot{+} S(y, z)$ 로서  $R \circ S$ 의 소속함수이다. “t-norm”을 sup-min으로 사용하면,  $\mu_{R \circ S}(x, z) = \bigvee_{y \in Y} \{\mu_R(x, y) \wedge \mu_S(y, z)\}$ 로 된다. 여기서  $\bigvee$ 는 max,  $\wedge$ 는 min을 의미하는 연산자이다.





### 3.2 퍼지로지 시스템

퍼지로지 시스템은 퍼지집합 이론, 퍼지 “IF-THEN” 규칙 및 퍼지추론을 기반으로 하는 시스템 표현 기법이다. 일반적으로 퍼지로지 시스템(fuzzy logic system)의 기본구조는 Fig. 3.1와 같이 퍼지화부(fuzzification interface), 지식베이스부(knowledge base), 퍼지추론부(fuzzy interface engine) 및 비퍼지화부(defuzzification interface)의 네 부분으로 이루어져 있으며 각각의 기능 및 특징을 살펴보면 다음과 같다.

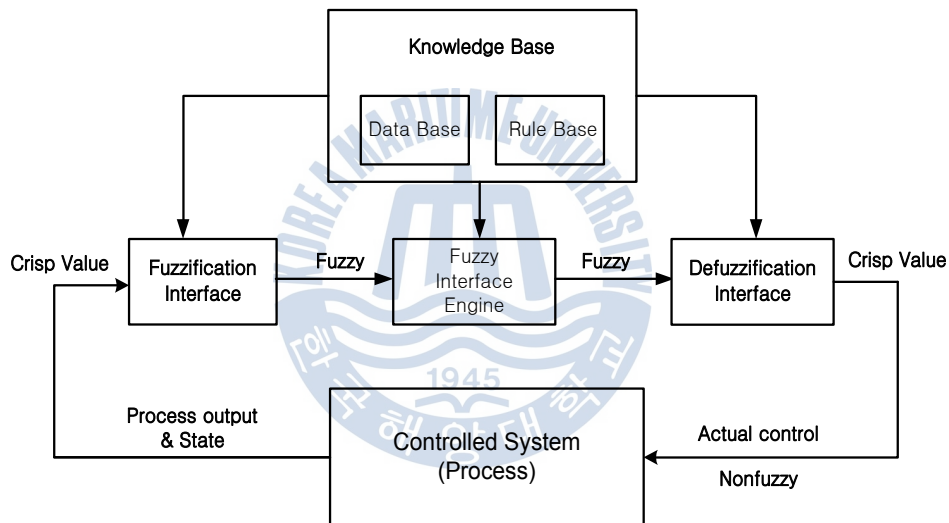


Fig. 3.1 Basic structure of fuzzy logic system

#### 1) 퍼지화부

퍼지화부는 실제 입력 데이터를 받아들여 대응되는 퍼지집합으로 변환하는 부분이다. 퍼지화는 실제 입력값을 대응되는 전체집합 내로 사상하기 위한 스케일링 맵핑(scaling mapping) 과정과 정규화된 입력값을 퍼지집합으로 변환하는 과정을 거친다. 즉, 시스템에서 측정된 데이터는 명확한(crisp) 값이고, 퍼지로지 시스템에서의 데이터 조작은 퍼지집합을 기반으로 이루어지므로 수치적인 입력값의 퍼지화가 필요하다. 이렇게 크기가 조절된 입력은 PB(Positive Big), ZE(Zero), NB(Negative Big) 등과 같은 퍼지집합의 라벨로

간주된 언어적 값으로 변환된다. 퍼지화 방법으로는 입력 데이터에 잡음이 없을 때 주로 사용하는 싱글톤퍼지화(singleton fuzzifier)와 잡음이 포함된 경우에 사용하는 가우시안 퍼지화(gaussian fuzzifier) 및 삼각형 퍼지화(triangular fuzzifier)가 있다[15].

## 2) 지식 베이스부

지식 베이스부는 데이터 베이스(data base)와 규칙 베이스(rule base)로 구성되어 있다. 데이터 베이스는 퍼지집합, 퍼지규칙을 정하는데 필요한 각종 데이터를 보관하는 곳으로 전체집합의 이산화 / 정규화, 입·출력 공간의 퍼지 분할(fuzzy partition), 규칙에 사용된 소속함수의 선택 등에 대한 정보를 포함하고 있다. 여기서 이산화는 연속적인 전체집합을 컴퓨터 구현에 적합한 이산적인 양으로 이산화하는 것이고, 정규화는 전체집합을 폐구간으로 변환하는 것이며, 퍼지분할은 전체집합에서 정의된 퍼지집합의 수를 결정하는 것이다. 그리고 각 퍼지집합은 수치적인 값으로 변환하기 위해 선정되는 소속함수의 종류와 형태에 따라 그 특성이 주어진다. 주로 사용되는 소속함수는 Table 3.1과 같은 삼각형(triangular type), 사다리꼴형(trapezoidal type), 가우시안형(gaussian type) 및 시그모이드형(sigmoid type)으로 소속함수의 선택과 그 중첩 정도는 설계자의 선호도 또는 실제적인 상황에 따라 많이 다르다.

Table 3.1 Membership functions of fuzzy logic system

삼각형 소속함수	사다리꼴 소속함수
$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$	$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$
가우스형 소속함수	시그모이드형 소속함수
$\mu_A(x) = e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ <p>단, m: mean σ: standard deviation</p>	$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$

규칙베이스는 퍼지 제어규칙에 대한 입·출력 변수의 선택과 언어적인 퍼지

제어규칙을 포함하고 있다. 일반적으로, 전형적인 퍼지제어기의 입·출력 관계는 규칙문장 “IF-THEN”의 집합에 의해 결정되며, 제어규칙의 퍼지조건문은 두 퍼지집합 A와 C간의 관계를 의미하므로 퍼지관계 R로, 또는 퍼지 조건함수의 기호 “ $\Rightarrow$ ”를 사용하여 식(3.11)과 같이 “ $A \Rightarrow C$ ”로 표현된다.

$$\begin{aligned} \text{IF } x \text{ is } A, \text{ THEN } z \text{ is } C &\triangleq A \Rightarrow C \\ &\triangleq R \end{aligned} \quad (3.11)$$

여기서  $x$ 와  $z$ 는 언어적 변수이고, A와 C는 각각 소속함수가  $\mu_A(x)$ 와  $\mu_C(z)$ 이며, 전체집합 X와 Z 내에 정의되는 “Small”, “Big”등과 같은 퍼지집합이다. “x is A”를 전건부(전제), “z is C”를 후건부(결론)라고 한다.

### 3) 퍼지추론부

퍼지추론부는 인간의 추론형태를 흉내 내는 퍼지로지 시스템의 핵심 부분으로, 퍼지조건과 합성규칙의 추론[16]을 사용한다. 규칙베이스의 퍼지 제어규칙을 이용하여 퍼지입력에 대한 퍼지출력을 추론하는 기능을 가지고 있다.

다입력-단일출력(Multiple Input Single Output : MISO) 퍼지로지 시스템의 경우에  $n$ 개의 전건부로 이루어진  $r$ 개의 퍼지 “IF-THEN” 규칙을 가진 퍼지 제어규칙  $R^i$ 는 다음과 같은 형태로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} R^i: \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i \text{ and } \cdots x_j \text{ is } A_j^i \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^i \\ \text{THEN } z \text{ is } C^i \text{ Also, } \quad i \in I, j \in J \end{aligned} \quad (3.12)$$

여기서  $I = \{1, 2, \dots, r\}$ ,  $J = \{1, 2, \dots, n\}$  이고,  $R^i (i \in I)$ 는  $i$ 번째의 퍼지 제어규칙을 나타내며,  $r$ 은 퍼지 제어규칙의 수이다. 그리고 문장 연결자 “Also”는 각 규칙들을 연결한다.  $x_j (j \in J)$ 와  $z$ 는 각각 논의영역  $X_j (j \in J)$  및  $Z$  내에 있는 값을 취하는 언어적 변수이며,  $A_j^i (i \in I, j \in J)$  및  $C^i (i \in I)$ 는 소속함수의 종류와 형태에 따라서 특성이 주어지는 언어적 변수의 퍼지집합이다.

◆ 추론법 1 :

n개의 퍼지 싱글톤 입력  $A'_1 = x_{10}, A'_2 = x_{20}, \dots, A'_n = x_{n0}$  가 주어질 때, 만약 Mamdani[17-19]의 min 연산과 sup-min 합성규칙을 사용하면  $C'$ 의 소속함수  $\mu_{C'}(z)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mu_{C'}(z) &= \bigcup_{i \in I} \{ [A_1^i(x_{10}) \Rightarrow C^i(z)] \wedge \dots \wedge [A_n^i(x_{n0}) \Rightarrow C^i(z)] \} \\ &= \bigvee_{i \in I} \{ [A_1^i(x_{10}) \wedge \dots \wedge A_n^i(x_{n0})] \wedge C^i(z) \} \\ &= \bigvee_{i \in I} \{ \rho^i \wedge C^i(z) \} \end{aligned} \quad (3.13)$$

여기서 규칙의 점호강도  $\rho^i = A_1^i(x_{10}) \wedge A_2^i(x_{20}) \wedge \dots \wedge A_n^i(x_{n0})$  는 출력에 대한 i번째 규칙의 적합도를 나타낸다.

Fig. 3.2은 두개의 명확한 입력  $x_{10}$ 와  $x_{20}$ 이 주어지고, 퍼지-AND와 퍼지-OR 연산자에 대하여 각각 min 연산과 max 연산을 사용하는 max-min 합성을 적용할 때, 추론법 1에 대한 2규칙 퍼지추론 시스템이 어떻게 퍼지추론 결과  $C'$ 를 결정하는지 도식적으로 보여주고 있다.

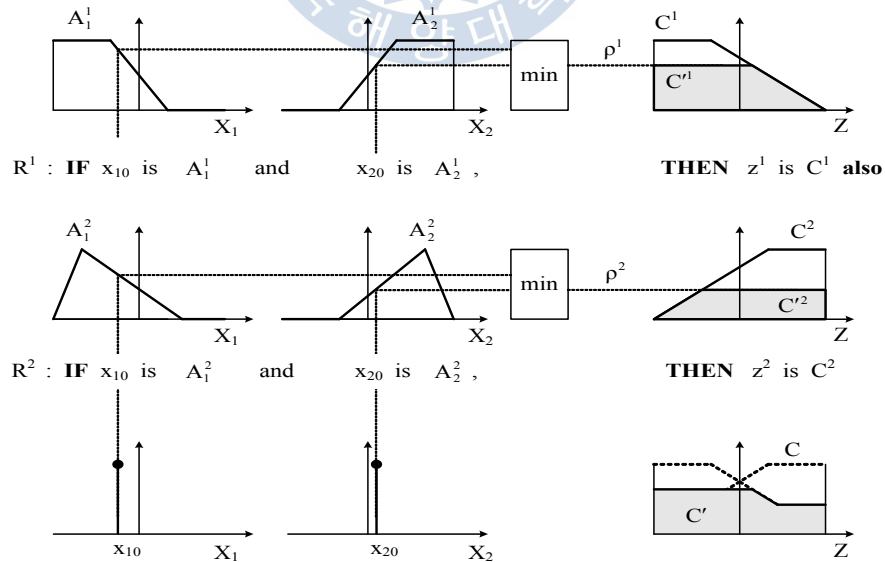


Fig. 3.2 Fuzzy inference process of method 1

◆ 추론법 2 :

n개의 퍼지 싱글톤 입력  $A'_1 = x_{10}, A'_2 = x_{20}, \dots, A'_n = x_{n0}$  가 있을 때, 만약 Larsen[20]의 product 연산과 sup-product 합성규칙을 사용하면  $C'$ 의 소속함수  $\mu_{C'}(z)$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$\mu_{C'}(z) = \bigvee_{i \in I} \{\rho^i \cdot C^i(z)\} \quad (3.14)$$

여기서 규칙의 강도  $\rho^i = A_1^i(x_{10}) \cdot A_2^i(x_{20}) \cdot \dots \cdot A_n^i(x_{n0})$ 는 출력에 대한 i번째 규칙의 적합도를 나타낸다. Fig. 3.3는 두개의 명확한 입력  $x_{10}$ 와  $x_{20}$ 이 주어지고, 퍼지-AND와 퍼지-OR 연산자에 대하여 각각 대수곱(product) 연산과 max 연산을 사용하는 max-product 합성을 적용할 때 추론법 2에 대한 2규칙 퍼지추론 시스템이 퍼지추론 결과  $C'$ 를 어떻게 결정하는지 보여준다.

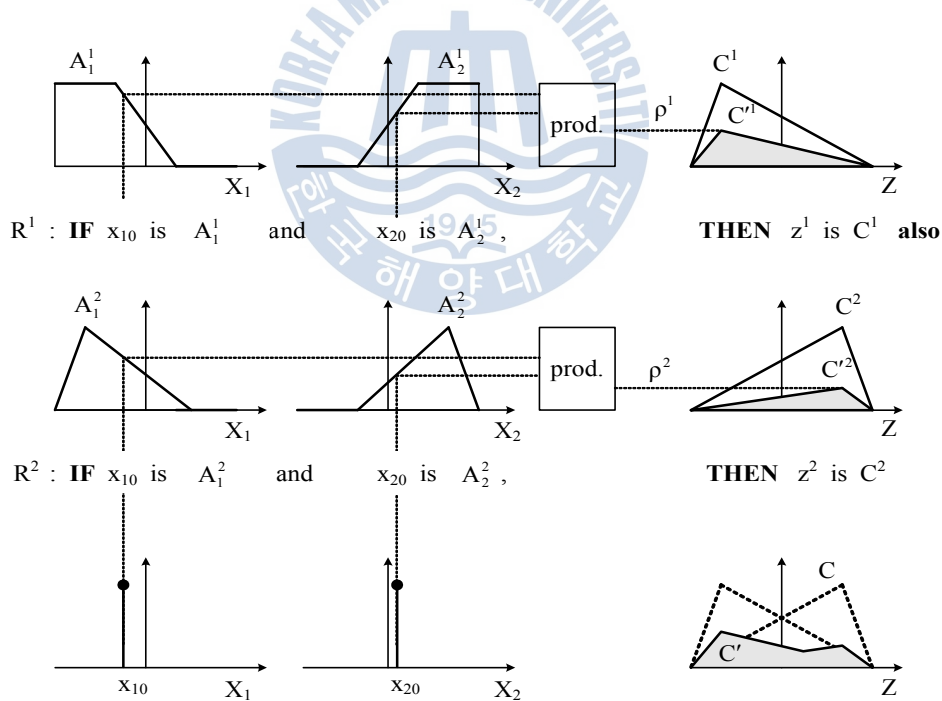


Fig. 3.3 Fuzzy inference process of method 2

#### 4) 비퍼지화부

비퍼지화부는 추론엔진에서 추론한 퍼지출력의 결과를 명확한 값으로 변환하는 부분이다. 추론법 1과 2를 사용하는 경우 최종적으로 추론된 결과  $C'$ 는 퍼지집합이다. 이러한 퍼지출력은 실제 시스템에 사용하기에는 적합하지 않으므로 비퍼지화를 통해 보통값으로 변환시켜야 한다.

퍼지출력에 대한 비퍼지화 방법에서 일반적으로 널리 사용되는 방법은 무게중심법(Center Of Gravity : COG)과 최대평균법(Mean Of Maximum : MOM)이다.

무게중심법은 최종 퍼지집합의 면적중심에 해당하는  $z$ 를 명확한 출력으로 환산하며, 식(3.15)와 같이 표현된다.

$$z = \frac{\sum_{i=1}^n z^i \cdot \mu_{C'}(z^i)}{\sum_{i=1}^n \mu_{C'}(z^i)} \quad (3.15)$$

여기서  $\mu_{C'}(z^i)(1 \leq i \leq n)$ 는 지지값(support value)  $z^i$ 의 소속값이고,  $n$ 은 출력 변수의 양자화 레벨의 개수이다.

최대평균법은 식(3.16)처럼  $C'$ 의 최대 소속정도를 나타내는 요소의 값을 평균하여 명확한 출력을 구하는 방법이다.

$$z = \frac{\sum_{i=1}^n z^i}{n} \quad (3.16)$$

여기서  $z^i(1 \leq i \leq n)$ 는 최종적으로 얻어진 퍼지추론 결과에서 최대 소속정도를 주는 지지값이고,  $n$ 은 이러한 지지값의 갯수이다.

이 이외에도 면적이분법(Bisector Of Area; BOA), 최대법(Largest Of Maximum; LOM) 및 최소법(Smallest Of Maximum; SOM) 등이 있으며, Fig. 3.4는 몇 가지의 비퍼지화 방법을 도시적으로 나타낸 것이다.

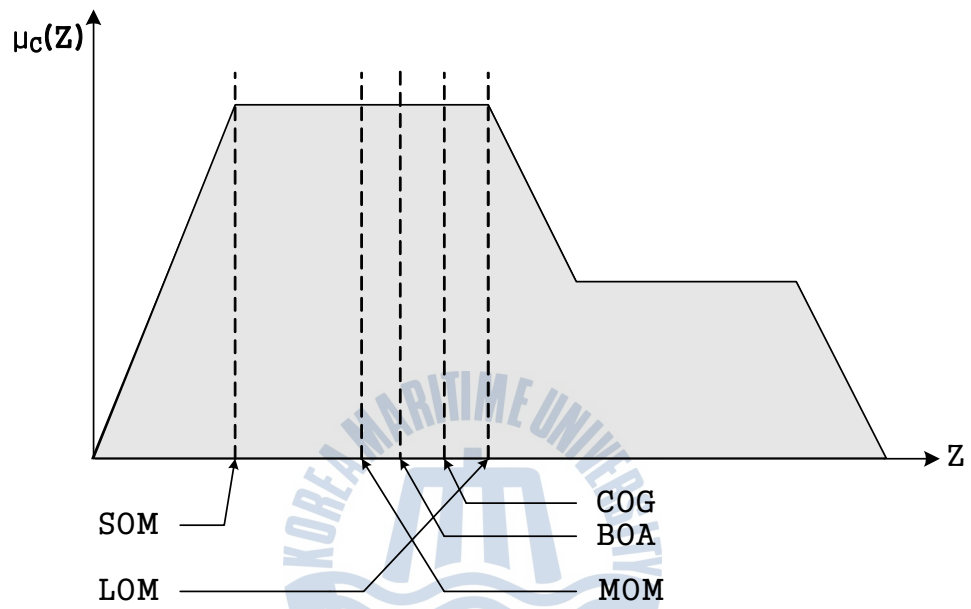


Fig. 3.4 Various schemes of defuzzification

## 제 4 장 퍼지 제어기 설계

일반적으로 퍼지제어는 불확실한 정보를 다룰 수 있고, 전문가의 지식을 직접 언어규칙으로 표현할 수 있으며, 제어대상의 수학적 모델을 요구하지 않는 장점 때문에 Mamdani에 의해 모형 증기기관의 제어에 직접 응용된 이후[21], 최근까지 제어분야에 널리 응용되어 왔다[22, 23].

전통적인 퍼지 제어기 구성은 오차와 오차의 변화율 신호를 입력으로 이용하는 2차원 퍼지제어를 채택하고 있다. 본 논문에서는 도립진자의 상태변수를 퍼지 제어기의 입력으로 하여 도립진자를 제어하는 퍼지 제어기를 설계하고자 한다. 도립진자의 상태는 대차의 위치, 속도, 진자의 각도, 각속도로 모두 4개의 상태변수를 가지는데 이를 모두 사용하여 하나의 퍼지제어기를 설계한다면 5개의 소속함수만 정의해도  $7^4 = 2401$ 개의 규칙이 발생하므로 서로 상쇄되는 규칙을 잘 선정해서 삭제해주는 작업을 거치지 않으면 퍼지 연산의 부담으로 퍼지 제어기 설계가 어렵게 된다[7].

따라서 본 논문에서는 이와 같은 단점을 해결하기 위해 4개의 상태변수를 2개의 새로운 신호로 조합(combination)한 변수조합 퍼지 제어기(Fuzzy Controller based on State variables Combination, FCSC) 설계 방법을 제안하고자 한다.

비교목적으로 앞에서 설명한 전통적인 형태의 퍼지 제어기도 함께 설계하여 도립진자 시스템에 적용하여 제어 성능을 확인해 본다.

### 4.1 변수조합 퍼지 제어기 설계

본 논문에서 제안하는 변수조합 퍼지 제어기는 4개의 상태변수를 2개의 새로운 신호로 조합하는 퍼지 제어기이며 이는 퍼지 제어기를 한 개만 사용하는 동시에 퍼지 규칙을 감소시킬 수 있는 장점을 갖는다.

도립진자 제어시스템에 널리 적용되는 상태피드백 제어입력 신호는 식(4.1)과 같다.

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x} = -\sum_{i=1}^n k_i x_i \quad (4.1)$$



여기서  $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]$  는 피드백 이득행렬이고,  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$  는 상태 변수이다.

실제 시스템에서 물리적인 의미에 따라 상태 변수를 구분할 수 있다면 상태변수는 다음과 같이 생각할 수 있다.

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}^1 \ \mathbf{x}^{p+1}]^T \quad (4.2)$$

단,  $\mathbf{x}^1 = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_p]^T$ ,  $\mathbf{x}^{p+1} = [x_{p+1} \ x_{p+2} \ \dots \ x_n]^T$  을 의미한다.

그러면 식(4.2)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= - \left\{ \sum_{i=1}^p k_i x_i + \sum_{j=p+1}^n k_j x_j \right\} \\ &= - \left\{ k_1 \sum_{i=1}^p \frac{k_i}{k_1} x_i + k_{p+1} \sum_{j=p+1}^n \frac{k_j}{k_{p+1}} x_j \right\} \\ &= - \{ \tilde{k}_1 \cdot \tilde{\mathbf{x}}_1 + \tilde{k}_2 \cdot \tilde{\mathbf{x}}_2 \} = F(\tilde{\mathbf{X}}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

여기서  $\tilde{k}_1 = k_1$ ,  $\tilde{k}_2 = k_{p+1}$ ,  $\tilde{\mathbf{x}}_1 = \sum_{i=1}^p \frac{k_i}{k_1} x_i$ ,  $\tilde{\mathbf{x}}_2 = \sum_{j=p+1}^n \frac{k_j}{k_{p+1}} x_j$  이고,  $F(\cdot)$  는 퍼지연산을 의미한다.

도립진자 시스템의 상태는 대차의 위치(x), 대차의 속도( $\dot{x}$ ), 진자의 각도( $\theta$ ), 진자의 각속도( $\dot{\theta}$ )이므로 대차에 관련된 변수와 진자에 관련된 변수 두 개로 구분할 수 있으므로  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}^1 : \mathbf{x}^2]^T = [x \ \dot{x} : \theta \ \dot{\theta}]^T$  와 같이 상태변수를 구성할 수 있다. 그러면 식(4.3)는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$u = F(- \{ k_1 x + k_2 \dot{x} : + k_3 \theta + k_4 \dot{\theta} \}) \quad (4.4)$$

식(4.4)에서 알 수 있듯이 상태 피드백 제어와 상태 변수 4개를 2개로 다시 조합한 퍼지 제어가 결합된 형태로 제어입력이 구성되며,  $F(\cdot)$  는 퍼지 연산을 의미한다.

변수조합 퍼지 제어기는 Table 4.1와 같은 조건으로 설정하고, 입출력 변수

의 소속함수는  $[-1, 1]$  사이로 정규화하여 사용한다. 소속함수를 정규화하면 환산계수(scaling factor)를 적절히 선정해야 하는데, 본 논문에서는 시행착오를 통해 선정하도록 한다.

Table 4.1 Construction of fuzzy controller

형식	Mamdani type
AND 연산	min
OR 연산	max
비퍼지화	무계중심법
입력변수	2개(소속함수 각각7개 사용)
입력변수 범위	$[-1, 1]$
출력변수	1개(소속함수 7개 사용)
출력변수 범위	$[-1, 1]$
퍼지규칙	49개

2개의 입력과 1개의 출력 변수에 사용한 소속함수는 ZO(Zero), PS(Positive Small), PM(Positive Medium), PB(Positive Big), NS(Negative Small), NM(Negative Medium), NB(Negative Big)의 7개로 정의하였으며, NB과 PB은 시그모이드(Sigmoid)형, 나머지는 가우시안(Gaussian)형 소속함수이다. Fig. 4.1는 입·출력 소속함수의 모양을 나타낸 것이다.

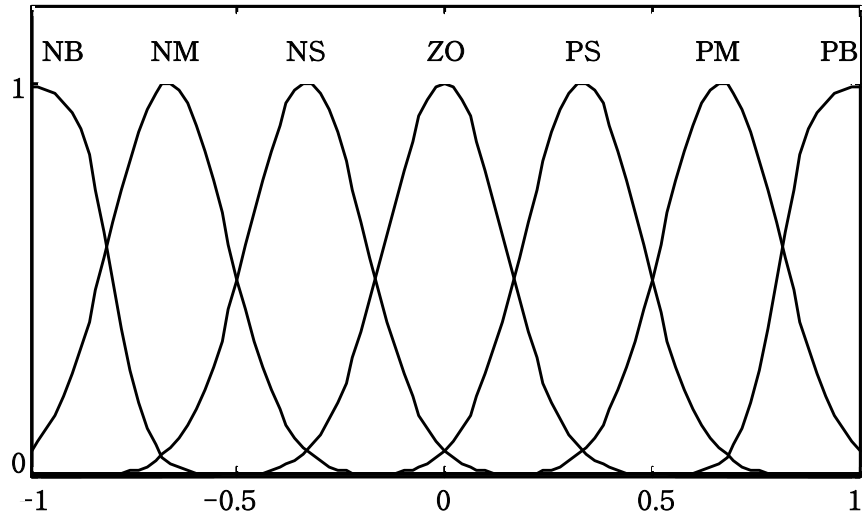


Fig. 4.1 Membership functions(Inputs and output)

본 논문에서 사용된 퍼지 규칙은 7개의 소속함수를 이용하여 Table 4.2과 같은 49개의 규칙으로 정의하였다.

Table 4.2 Construction of fuzzy controller

	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZO
NM	NB	NB	NB	NM	NS	ZO	PS
NS	NB	NB	NM	NS	ZO	PS	PM
ZO	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
PS	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB
PM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB	PB
PB	ZO	PS	PM	PB	PB	PB	PB

이렇게 설계한 변수조합 퍼지 제어기의 제어 시스템은 Fig. 4.2과 같고, 이때 제어표면은 Fig. 4.3와 같다.

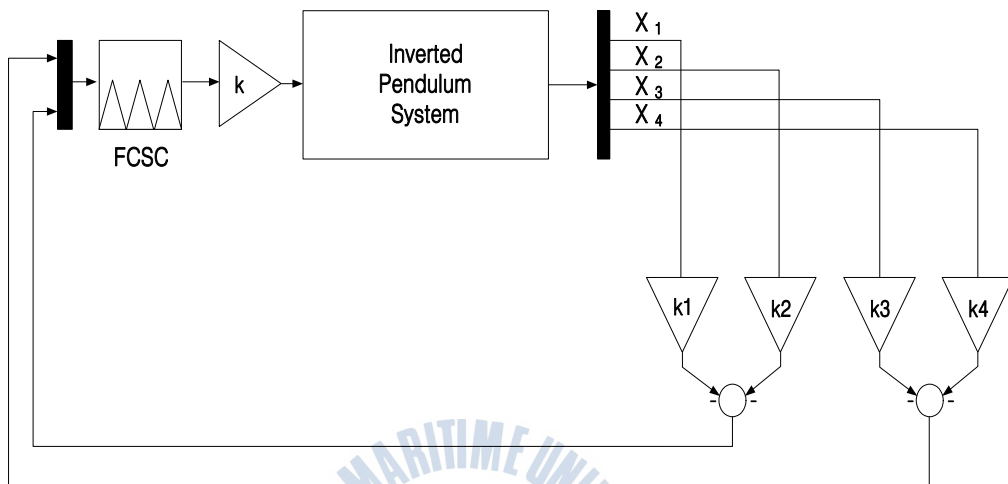


Fig. 4.2 Fuzzy controller based on state variables combination

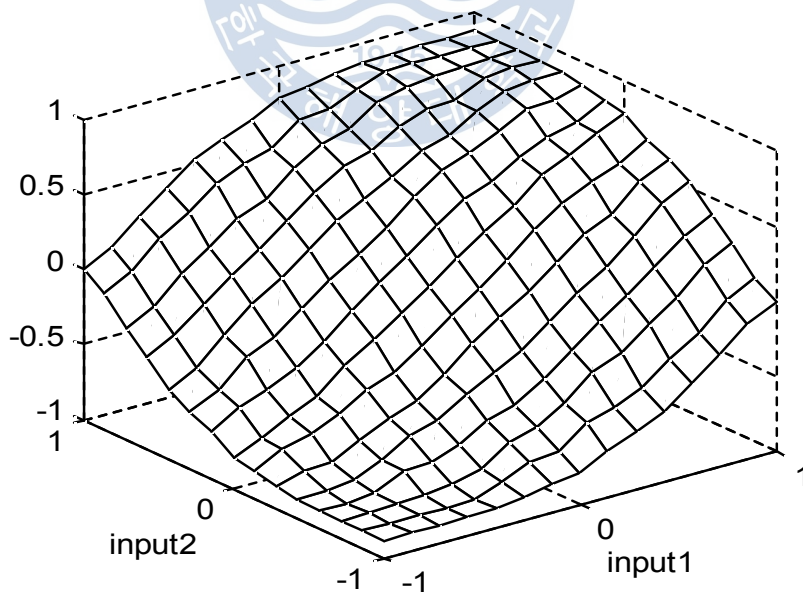


Fig. 4.3 Control surface

## 4.2 일반적인 퍼지 제어기 설계

일반적으로 사용되는 퍼지 제어기의 형태는 Fig. 4.4와 같이 대차의 위치와 속도를 입력으로 사용하는 FLC1과 진자의 각도와 각속도를 입력으로 받는 FLC2를 조합하여 사용한다. 이때 FLC1과 FLC2의 입·출력 변수의 소속함수 개수나 범위 등을 다르게 선택할 수도 있지만 여기서는 변수조합 퍼지 제어기에서 사용한 것과 동일하게 사용하기로 한다.

즉, 퍼지 제어기의 형식은 Table 4.1과 같이, 입·출력변수에 대한 소속함수는 Fig. 4.1, 그리고 퍼지규칙은 Table 4.2과 같이 정의하였다. 따라서 FLC1과 FLC2의 제어표면은 Fig. 4.3과 같다.

이와 같은 일반적인 퍼지 제어를 이용한 제어시스템은 Fig. 4.4와 같이 나타낼 수 있다. 그림에 나타난  $K, K_1, K_2, K_3, K_4$  는 입출력 변수의 정규화로 인해 고려해야하는 환산계수(Scaling factor)를 의미한다.

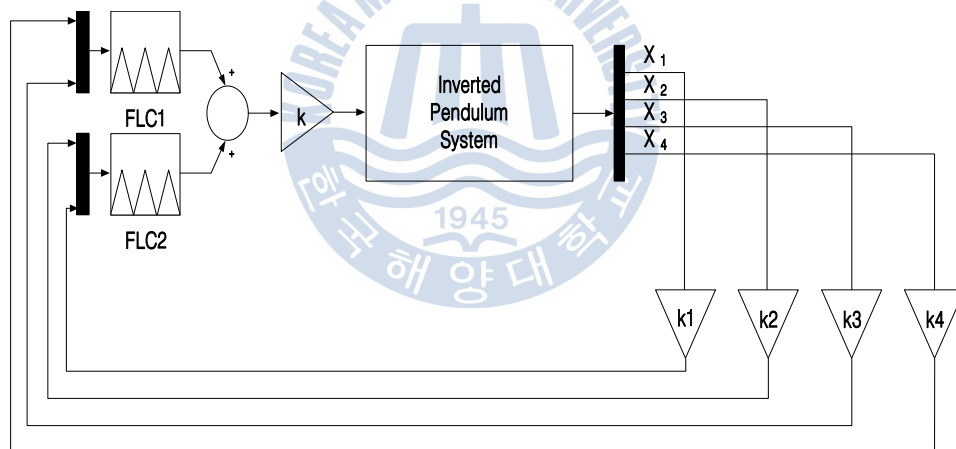


Fig. 4.4 Conventional fuzzy control system

## 제 5 장 시뮬레이션 및 검토

제2장에서는 본 논문의 제어대상인 독립진자 시스템의 비선형 모델과 이를 선형화한 선형 모델을 구하였다. 또한 4장에서는 독립진자 시스템을 제어하기 위해 기존의 퍼지 제어기가 갖고 있는 문제점을 개선한 변수조합 퍼지 제어를 설계하였다. 그리고 비교 목적으로 기존의 퍼지 제어기도 함께 설계하였다.

이제 제5장에서는 제2장에서 유도된 비선형 모델을 제4장에서 제안한 변수조합 퍼지 제어기에 적용하여 제안한 방법의 유효성을 검증하고, 비교 목적으로 설계한 일반적인 퍼지 제어기의 응답도 함께 살펴보기로 한다.

### 5.1 독립진자 시스템의 비선형 모델

본 논문의 독립진자 시스템의 비선형 모델은 'Quanser'사에서 제공하는 IP02 장치의 계수를 식(2.25)에서 식(2.28)에 대입하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다[24].

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (5.1)$$

여기서  $\mathbf{x} = [x_c \ \dot{x}_c \ \theta \ \dot{\theta}]^T$  는 상태벡터,  $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}) \ f_2(\mathbf{x}) \ f_3(\mathbf{x}) \ f_4(\mathbf{x})]^T$  는 함수벡터이고 다음과 같이 주어진다.

$$f_1(\mathbf{x}) = x_2$$

$$f_2(\mathbf{x}) = \left[ -0.1780 x_2 - 0.0025 x_4^2 \sin(x_3) \right. \\ \left. - 0.000182 x_4 \cos(x_3) + 0.0566 \cos(x_3) \sin(x_3) \right. \\ \left. + 0.033 F_c \right] / (0.0386 - 0.0058 \cos^2(x_3))$$

$$f_3(\mathbf{x}) = x_4$$

$$f_4(\mathbf{x}) = \left[ 0.8717 \sin(x_3) - 0.0028 x_4 \right. \\ \left. - 0.0058 x_4^2 \sin(x_3) \cos(x_3) - 0.4101 x_2 \cos(x_3) \right]$$

$$+ 0.0759 F_c \cos(x_3) ] / (0.0386 - 0.0058 \cos^2(x_3))$$

$$F_c = 1.7235 u - 7.7236 x_2 \quad (5.2)$$

Fig. 5.1는 모든 초기상태가 0인 상태의 단위계단 응답을 나타낸 것이다. 예상한 바와 같이 대차의 위치는 계속 커져가고, 진자는 아래 방향으로 넘어져 좌우로 심하게 흔들리고 있음을 확인할 수 있다.

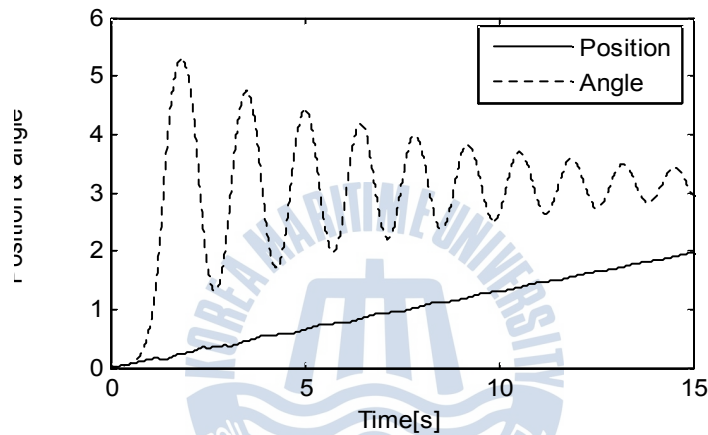


Fig. 5.1 Cart position and velocity

## 5.2 응답특성

### 5.2.1 일반적인 퍼지 제어기 응답특성

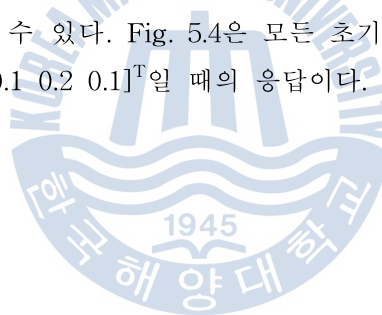
이제 최종적으로 설계된 일반적인 퍼지 제어기의 유효성을 알아본다. 5.1절의 비선형 모델을 안정화시키기 위해 대차의 위치와 속도를 입력으로 하는 퍼지제어기와 각도와 각속도를 입력으로 하는 퍼지 제어기를 각각 설계하였다. 이때 Fig. 4.4의 환산계수(Scaling factor)는 시행착오를 통해 식(5.3)와 같이 결정하였다. 퍼지 제어기의 형식은 Mamdani형이며, 2개의 입력변수에 대한 소속함수는 각각 7개, 49개의 규칙으로 정의하였고 1개의 출력변수에 대

해서도 동일 수의 소속함수와 규칙을 사용하였다. 비퍼지화 방법은 무게중심법을 적용하였다.

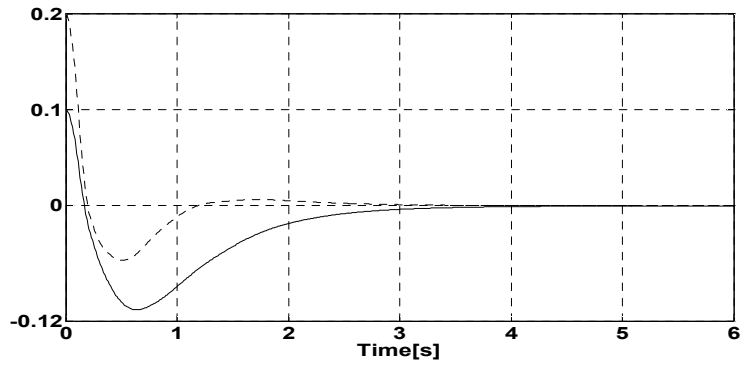
$$\begin{aligned}\tilde{K} &= [k \quad k1 \quad k2 \quad k3 \quad k4] \\ &= [12.0 \quad 1.99 \quad 2.97 \quad -9.02 \quad -1.98]\end{aligned}\tag{5.3}$$

Fig. 5.2 ~ Fig. 5.4은 서로 다른 3개의 초기상태에 대한 시뮬레이션 결과를 나타낸 것이다. 각 그림에서 (a)는 대차의 위치와 진자의 각도, (b)는 대차의 속도와 진자의 각속도, (c)는 구동 모터에 인가되는 전압을 보여준다.

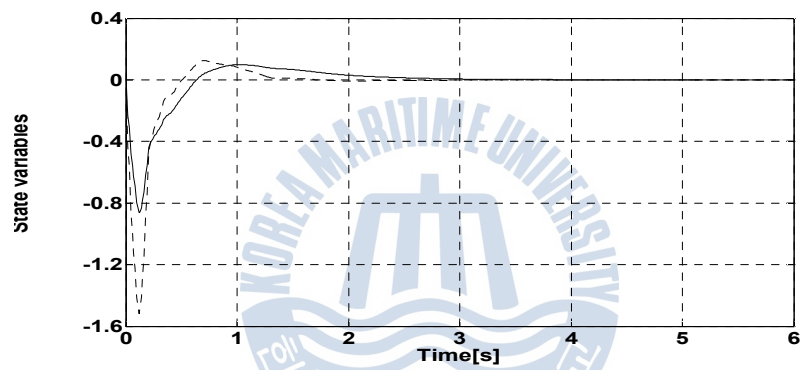
Fig. 5.2은 초기상태가  $\mathbf{x}(0)=[0.1 \ 0 \ 0.2 \ 0]^T$ 일 때의 응답으로 5.0초 이내에 대차와 진자 모두 안정화되는 것을 볼 수 있다. Fig. 5.3은 초기상태가  $\mathbf{x}(0)=[0.1 \ 0 \ -0.2 \ 0]^T$ 일 때로 Fig. 5.2에 대하여 대차의 위치는 동일하고, 진자의 위치만 정반대이다. 이 경우에도 5.0초 이내에 대차와 진자가 모두 안정화되는 것을 볼 수 있다. Fig. 5.4은 모든 초기값이 존재하는 형태로 초기상태가  $\mathbf{x}(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$ 일 때의 응답이다. 이 경우에도 안정한 응답 특성을 보이고 있다.



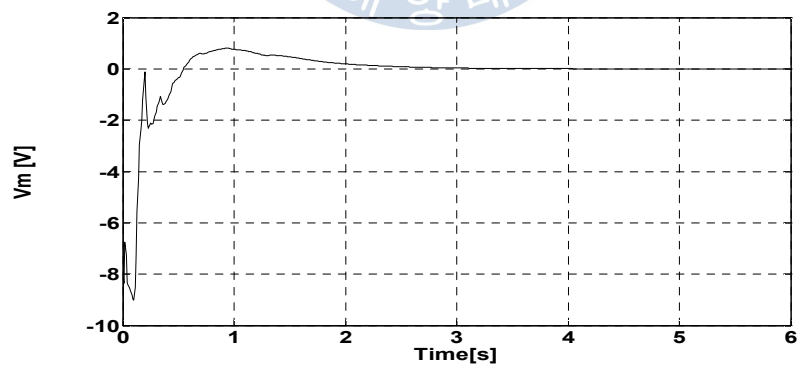




(a) Cart position(solid line) and angle(dotted line)

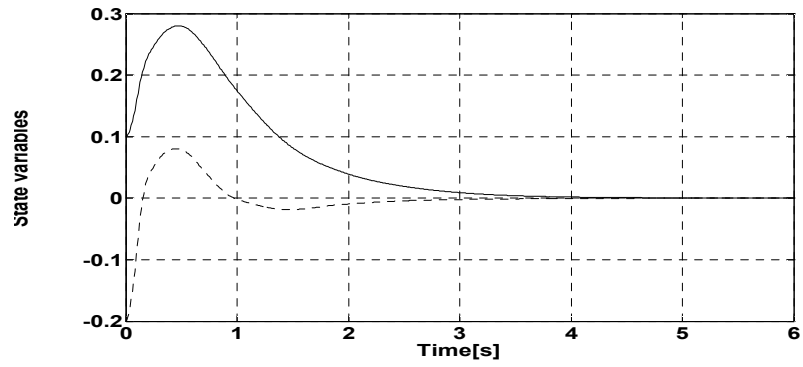


(b) Cart velocity(solid line) and angular velocity(dotted line)

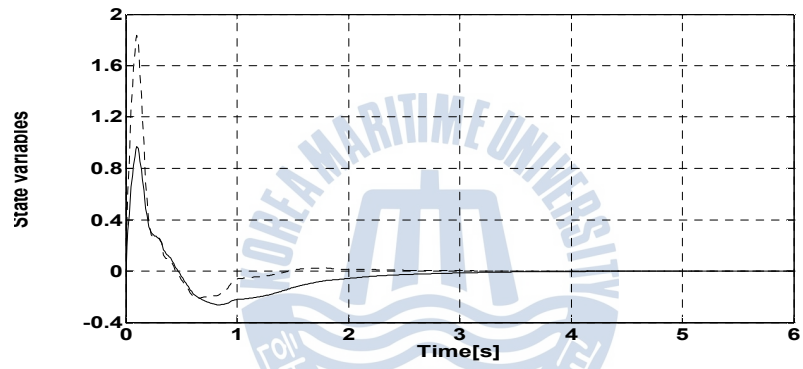


(c) Control input

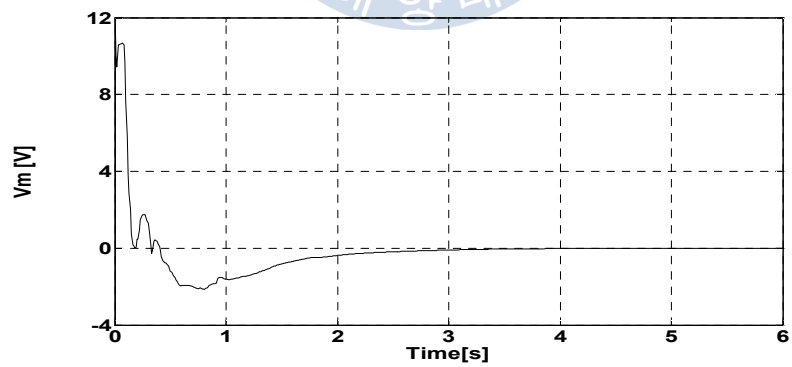
Fig. 5.2 Control response of FLC when  $\mathbf{x}(0)=[0.1 \ 0 \ 0.2 \ 0]^T$



(a) Cart position(solid line) and angle(dotted line)

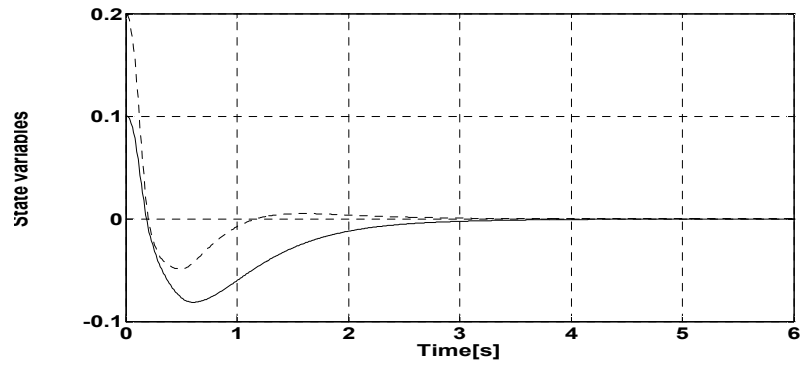


(b) Cart velocity(solid line) and angular velocity(dotted line)

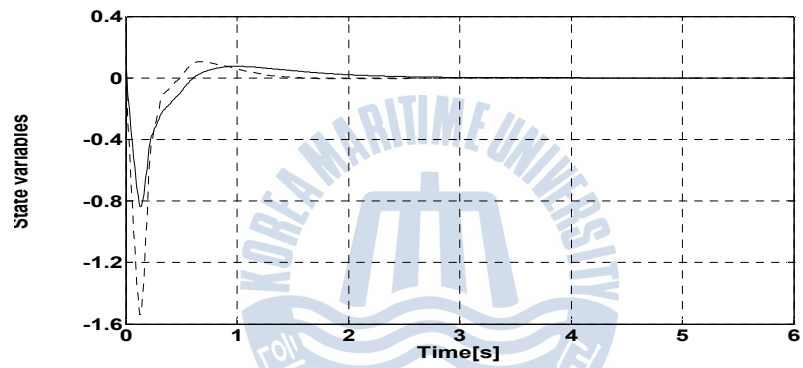


(c) Control input

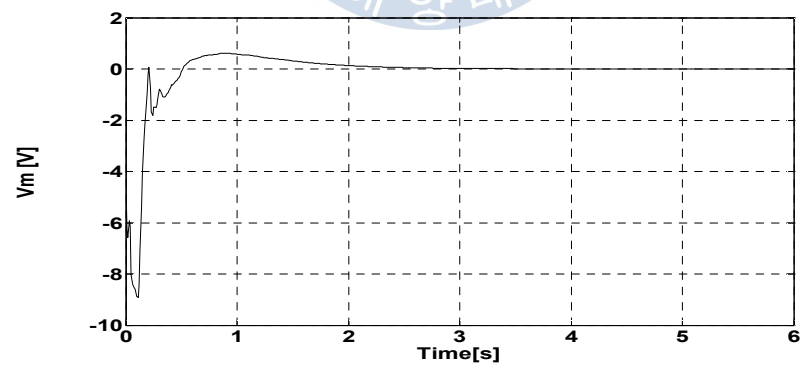
Fig. 5.3 Control response of FLC when  $x(0)=[0.1 \ 0 \ -0.2 \ 0]^T$



(a) Cart position(solid line) and angle(dotted line)



(b) Cart velocity(solid line) and angular velocity(dotted line)



(c) Control input

Fig. 5.4 Control response of FLC when  $x(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$

## 5.2.2 변수조합 퍼지 제어기 응답특성

다음으로 기존의 퍼지 제어기가 갖는 단점인 두 개의 퍼지 제어기가 있어야 하는 부분을 개선한 것으로 변수조합 퍼지 제어기의 응답특성을 살펴본다. 이때 사용되는 환산계수는 시행착오를 통해 식(5.4)와 같이 결정하였다. 퍼지 제어기의 규칙과 형식은 5.2.1절에서 적용한 방법과 동일하다.

$$\begin{aligned}\tilde{K} &= [k \quad k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4] \\ &= [12.0 \quad -1.94 \quad -2.67 \quad 8.06 \quad 1.71]\end{aligned}\tag{5.4}$$

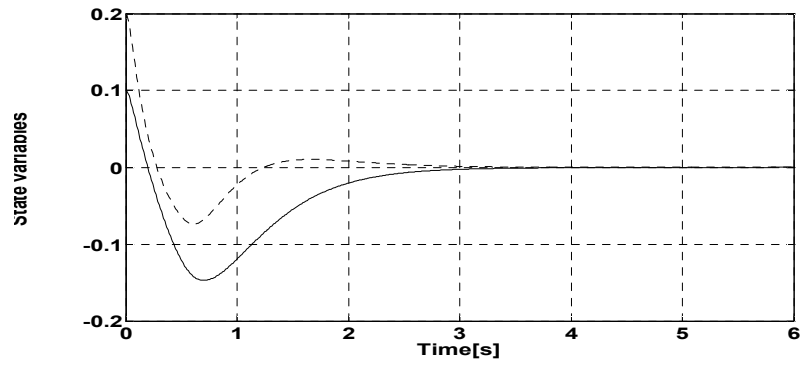
### 1) 초기상태 변화 및 외란 인가

제안한 변수조합 퍼지 제어기의 유효성을 확인하기 위해 우선 여러 초기조건에 대하여 시뮬레이션을 통해 확인한다. Fig. 5.5은 초기상태가  $\mathbf{x}(0)=[0.1 \ 0 \ 0.2 \ 0]^T$ 일 때의 응답으로 5.0초 이내에 대차와 진자 모두 안정화되는 것을 볼 수 있다. Fig. 5.6은 초기상태가  $\mathbf{x}(0)=[0.1 \ 0 \ -0.2 \ 0]^T$ 일 때로 이 경우에도 5.0초 이내에 대차와 진자가 모두 안정화되는 것을 볼 수 있다. Fig. 5.7은 모든 초기값이 존재하는 형태로 초기상태가  $\mathbf{x}(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$ 일 때의 응답이다. 이와 같은 초기상태는 대차가 오른쪽으로 위치해있으며, 동일한 방향으로 이동하는 속도가 있고, 진자의 각도도 오른쪽으로 기울어진 상태에서 그 방향으로 기울어지는 각속도가 존재하는 조건으로 제어하기 까다로운 상태이다. 이 경우에도 5.0초 이내에 안정한 응답특성을 보이고 있다.

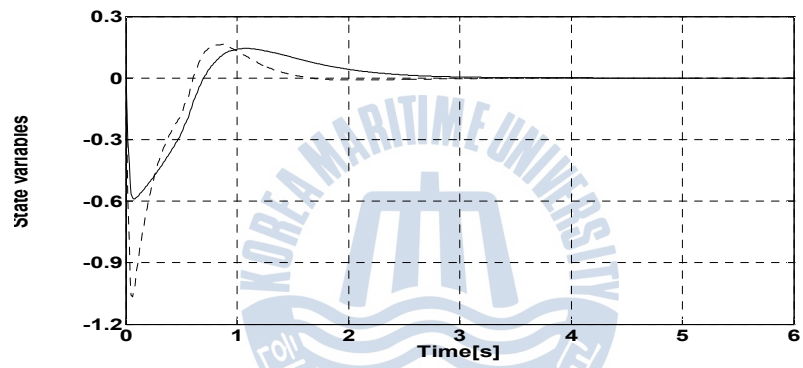
다음으로 과도상태 중에 진자 각도 외란에 대한 안정성을 확인하기 위해 Fig. 5.8와 같이 제어시작 0.4[s] 시점에 0.1[s]동안  $-0.2[\text{rad}]$ 의 외란을 가하였다. 또한 Fig. 5.9은 동일한 조건에서 0.2[rad]의 외란을 가하였다. 두 경우 모두 안정하게 제어됨을 알 수 있다.

한편, Fig. 5.10은 안정화된 상태인 5.0[s] 시점에  $-0.2[\text{rad}]$ 의 각도외란을 0.1[s]동안 인가한 경우이고, Fig. 5.11은 동일한 조건에서 0.2[rad]의 각도외란을 동일한 시간 동안 인가한 경우이다.

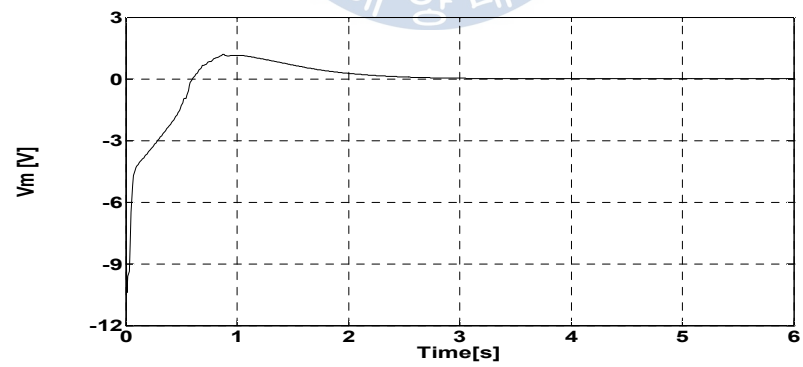
제어성능을 확인한 결과 두 경우 모두 진자가 안정하게 제어되며, 제어입력인 전압은 외란에 대응하기 위해 적절히 변경되고 있음을 확인할 수 있다.



(a) Cart position(solid line) and angle(dotted line)

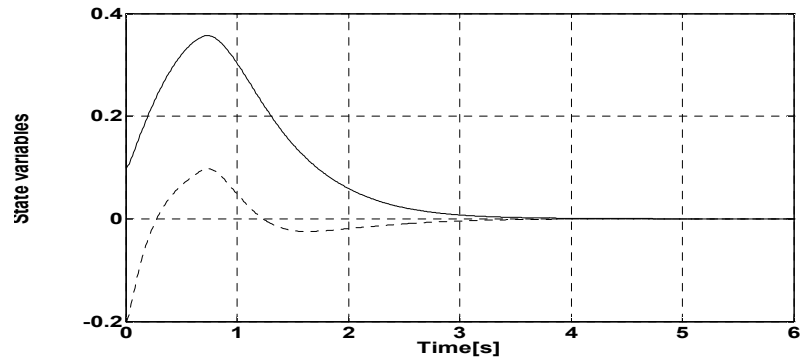


(b) Cart velocity(solid line) and angular velocity(dotted line)

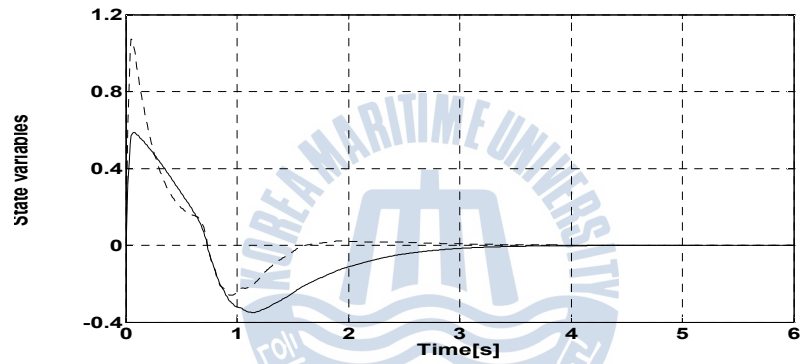


(c) Control input

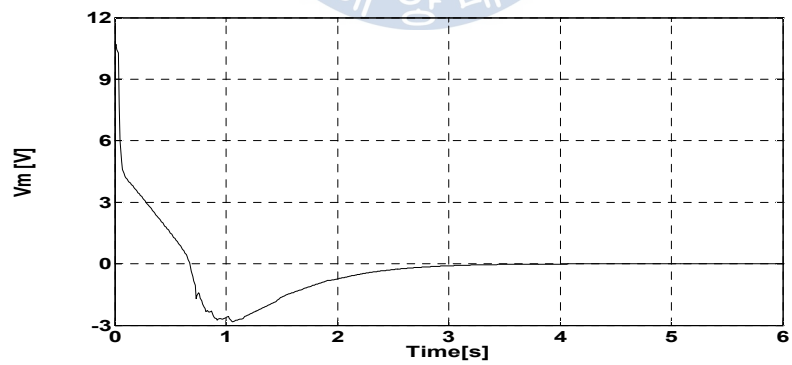
Fig. 5.5 Control response of FCSC when  $x(0)=[0.1 \ 0 \ 0.2 \ 0]^T$



(a) Cart position(solid line) and angle(dotted line)

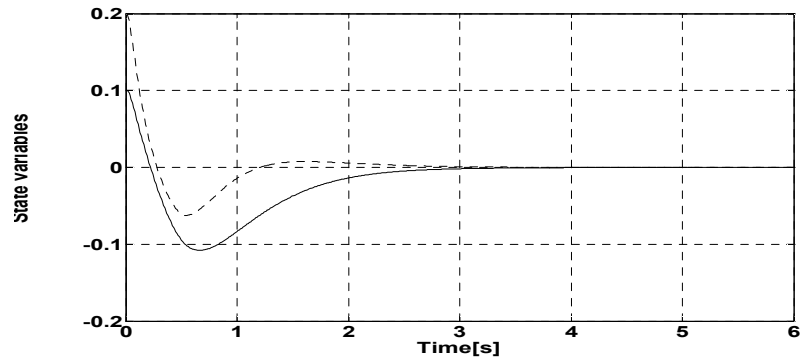


(b) Cart velocity(solid line) and angular velocity(dotted line)

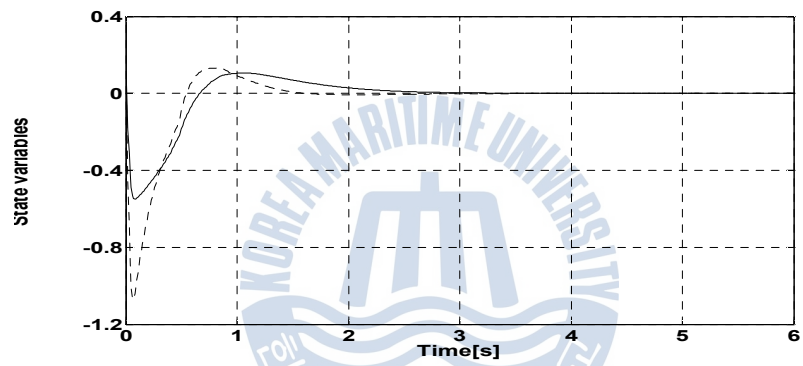


(c) Control input

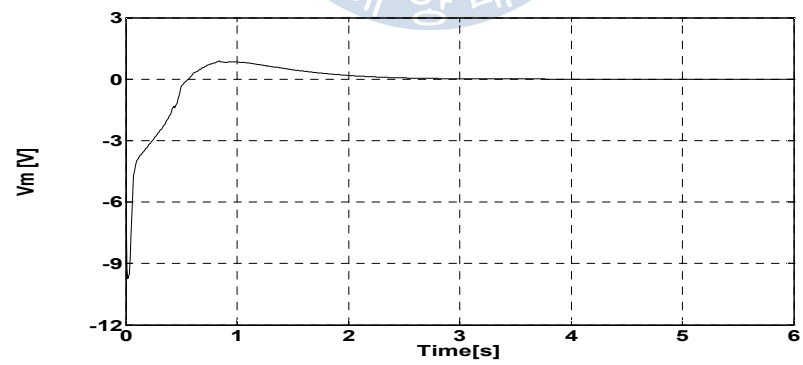
Fig. 5.6 Control response of FCSC when  $x(0)=[0.1 \ 0 \ -0.2 \ 0]^T$



(a) Cart position(solid line) and angle(dotted line)

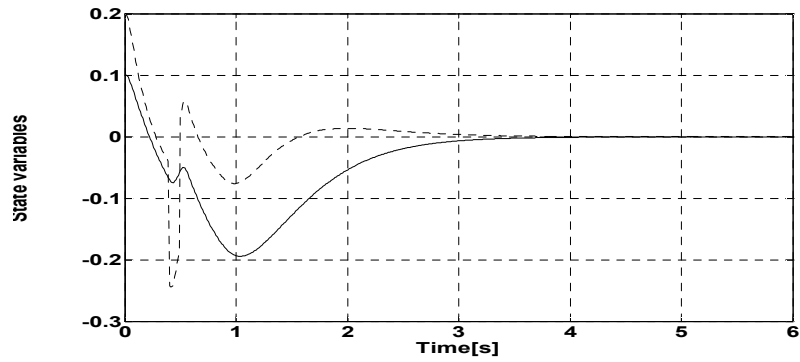


(b) Cart velocity(solid line) and angular velocity(dotted line)

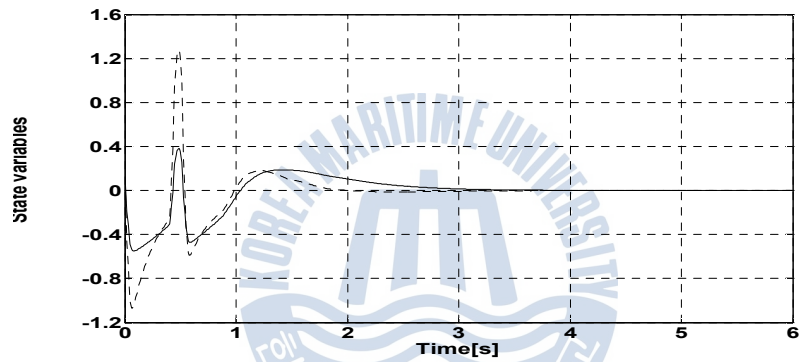


(c) Control input

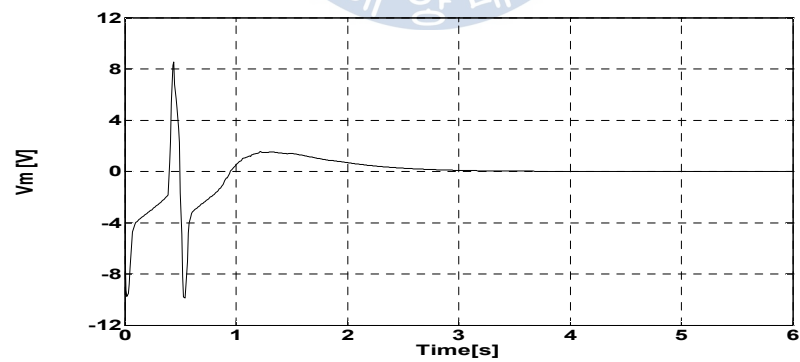
Fig. 5.7 Control response of FCSC when  $x(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$



(a) Cart position(solid line) and angle(dotted line)



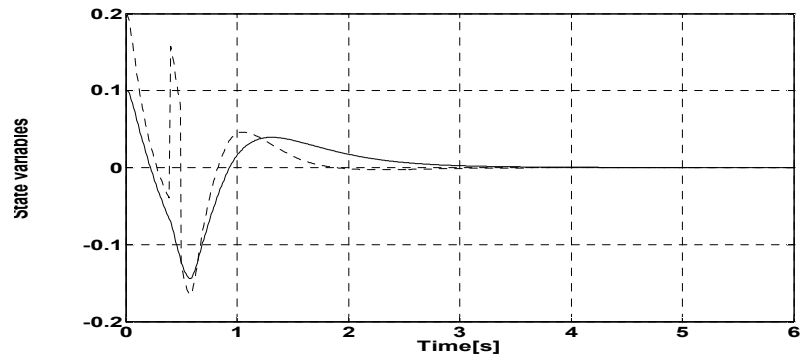
(b) Cart velocity(solid line) and angular velocity(dotted line)



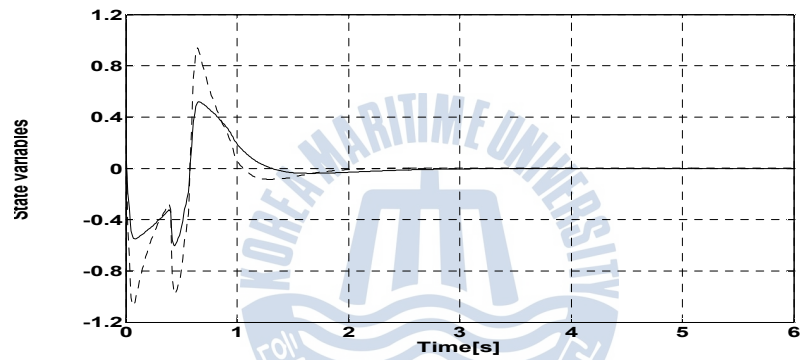
(c) Control input

Fig. 5.8 Control response of FCSC with disturbance about the angle when  $x(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$ (-0.2[rad] at 0.4[s], 0.2[rad] at 0.5[s])

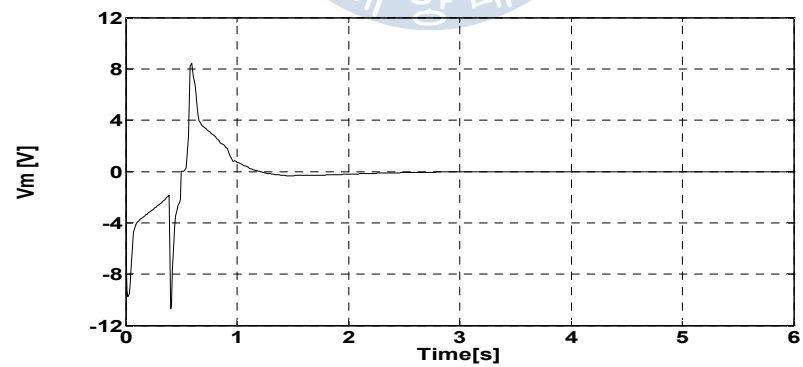




(a) Cart position(solid line) and angle(dotted line)

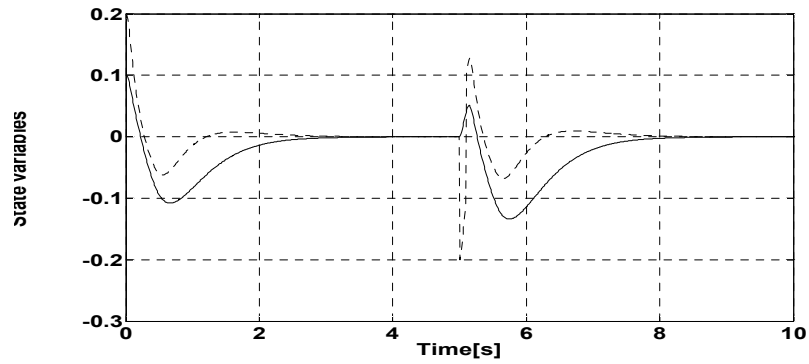


(b) Cart velocity(solid line) and angular velocity(dotted line)

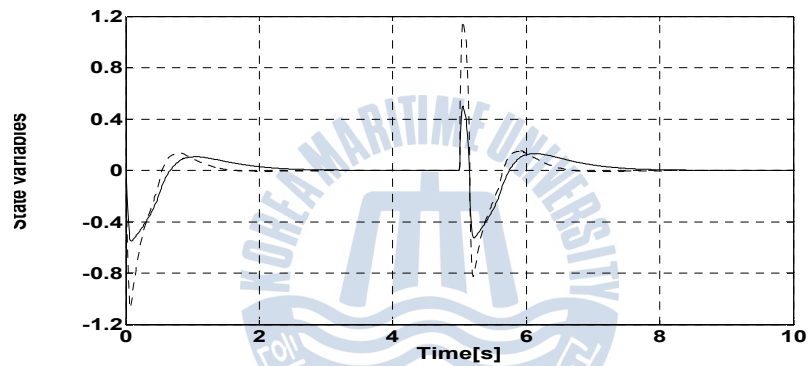


(c) Control input

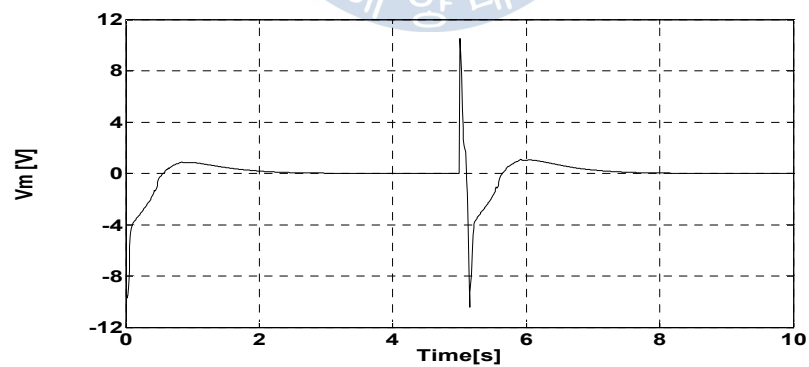
Fig. 5.9 Control response of FCSC with disturbance about the angle when  $x(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$  (0.2[rad] at 0.4[s], -0.2[rad] at 0.5[s])



(a) Cart position(solid line) and angle(dotted line)

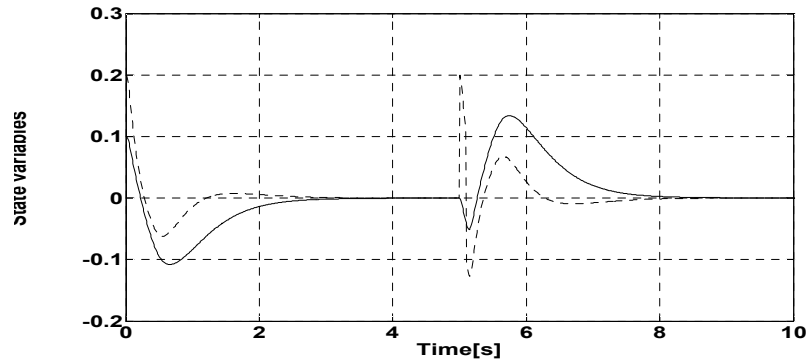


(b) Cart velocity(solid line) and angular velocity(dotted line)

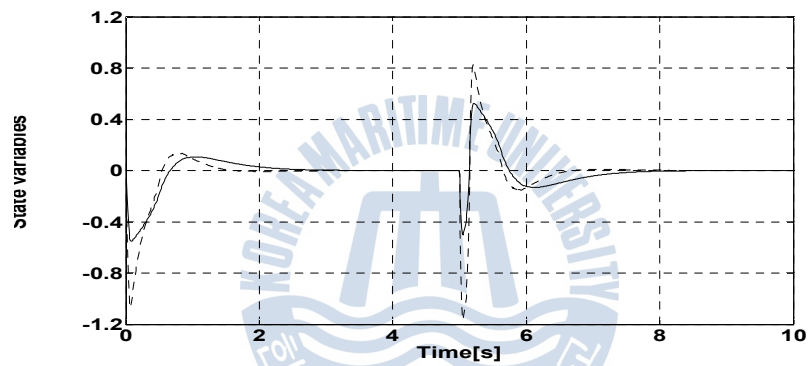


(c) Control input

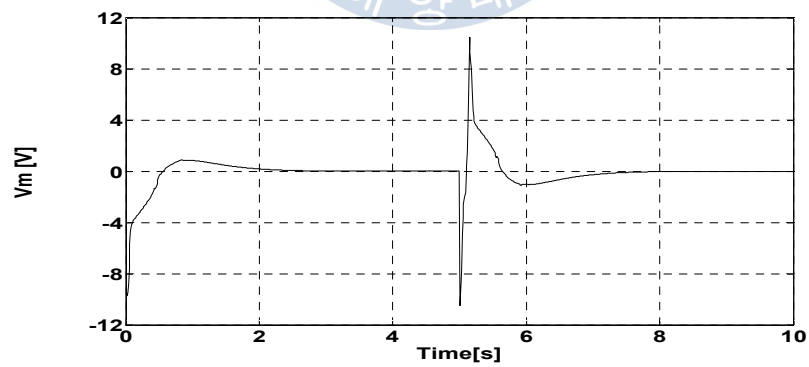
Fig. 5.10 Control response of FCSC with disturbance about the angle when  $x(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$  (-0.2[rad] at 5.0[s], 0.2[rad] at 5.1[s])



(a) Cart position(solid line) and angle(dotted line)



(b) Cart velocity(solid line) and angular velocity(dotted line)



(c) Control input

Fig. 5.11 Control response of FCSC with disturbance about the angle when  $x(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$  (0.2[rad] at 6.0[s], -0.2[rad] at 6.1[s])

## 2) 파라미터 변화 및 백색잡음 인가

퍼지 제어기의 강인성 확인과 시스템의 모델링 과정에서 발생할 수 있는 오차를 고려하기 위하여 도립진자 시스템의 파라미터  $M_p, M_c, l_p$ 이 모두  $\pm 30\%$ ,  $\pm 50\%$  변화한 것으로 가정하였다. Table 5.1은 변화된 파라미터를 나타낸다.

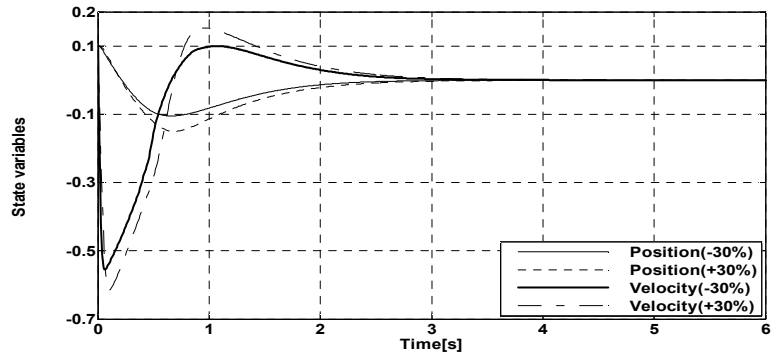
Table 5.1 Parameters change of system

Parameters	Unit	100 %	+ 30 %	+ 50 %	-30 %	-50 %
$M_p$	kg	0.2300	0.2990	0.3450	0.1610	0.1150
$M_c$	kg	0.9400	1.2220	1.4100	0.6580	0.4700
$l_p$	m	0.3302	0.4293	0.4953	0.2311	0.1651

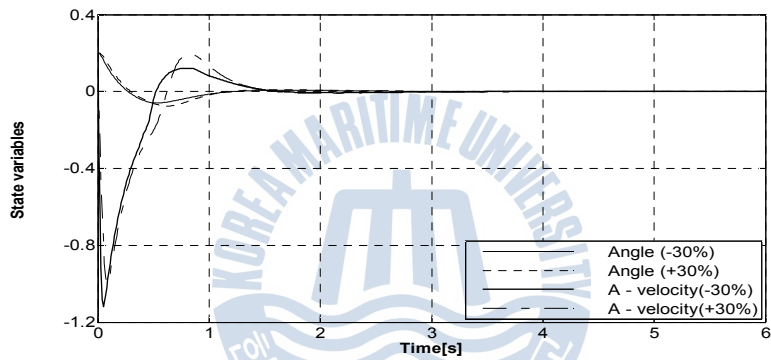
Fig. 5.12은 파라미터를  $\pm 30\%$  변화한 경우로 모든 초기값이 존재하는 형태로 초기상태가  $\mathbf{x}(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$ 일 때의 응답을 나타낸다. 또한 Fig. 5.13은 Fig. 5.12과 동일한 초기상태에서 파라미터를  $\pm 50\%$  변화한 경우의 응답이다. 그림을 통해 알 수 있듯이 두 경우 모두 5.0초 이내에 대차와 진자가 안정화되는 응답특성을 보이고 있으며 시스템의 모델 오차가 상당량 존재하는 경우에도 안정된 제어를 수행하고 있다.

다음으로 실제 실험 시 발생할 수 있는 백색잡음에 대한 강인성을 확인하기 위하여 시스템 모델의 오차가  $\pm 50\%$  존재하는 상황에서 대차의 위치와 진자의 각도에 백색잡음  $n(t)=N(0, 0.01^2)$ 을 인가하였다. 실험에 사용되는 도립진자 시스템은 통상적으로 대차의 위치와 진자의 각도 신호를 엔코더 등을 이용하여 측정하므로 위치와 각도에 백색잡음을 동시에 인가하여 그 응답을 살펴본다.

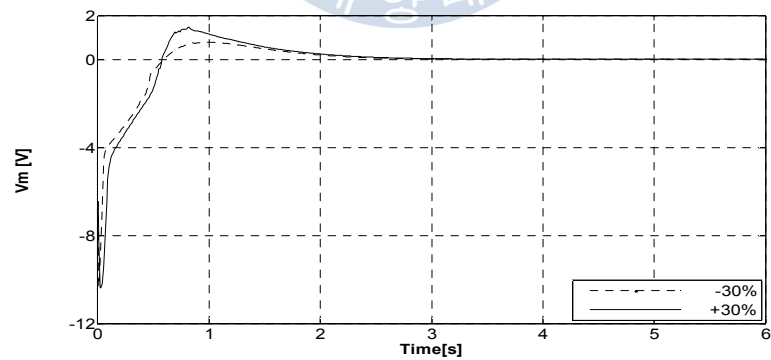
Fig. 5.14은 모델 오차 +50%인 경우로 초기상태가  $\mathbf{x}(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$ 일 때의 응답이다. Fig. 5.15은 5.14과 동일한 초기상태에서 모델 오차가 -50%인 경우이다. 두 경우 모두 잡음에 의한 영향은 나타나지만 안정하게 제어하고 있음을 확인할 수 있다.



(a) Cart position and velocity

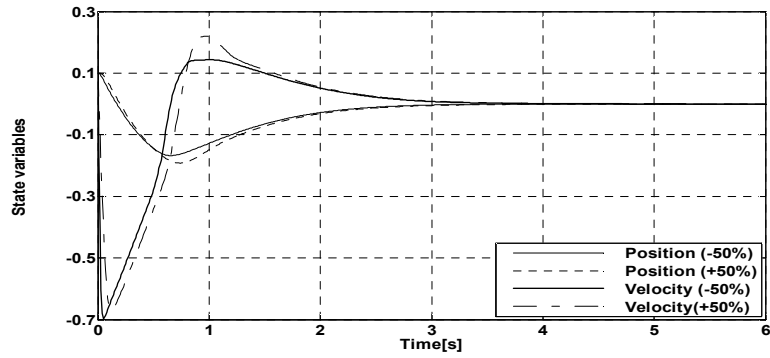


(b) Pole angle and angular velocity

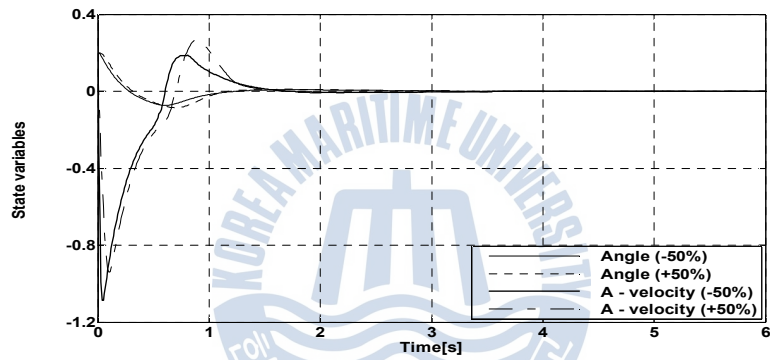


(c) Control input

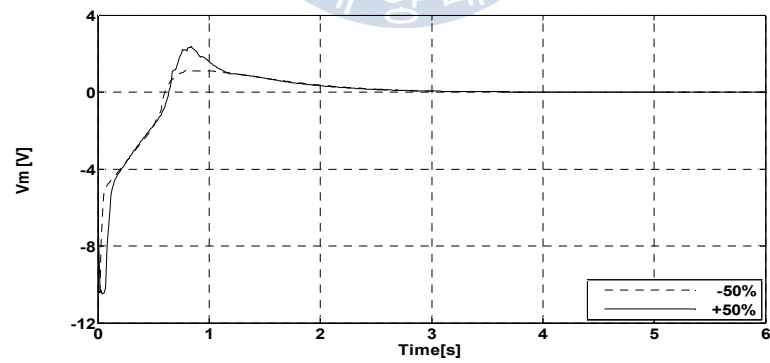
Fig. 5.12 Control response of FCSC with 파라미터 changes when  $x(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$  ( $M_p, M_c, I_p : \pm 30\%$ )



(a) Cart position and velocity

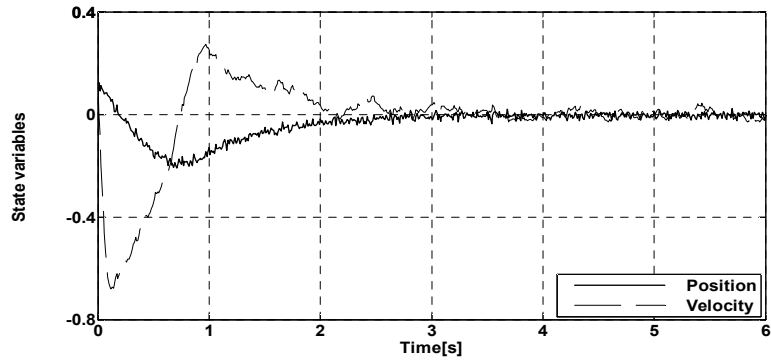


(b) Pole angle and angular velocity

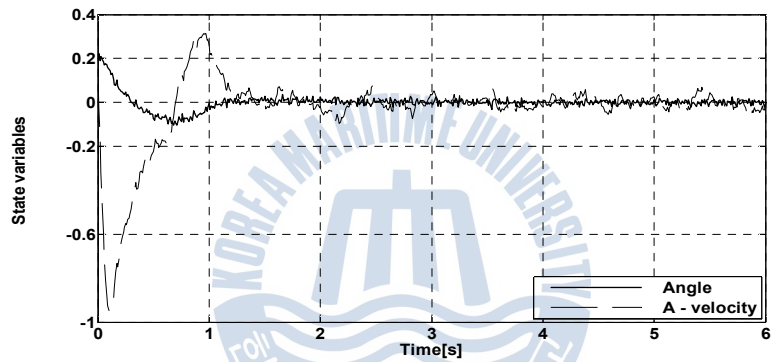


(c) Control input

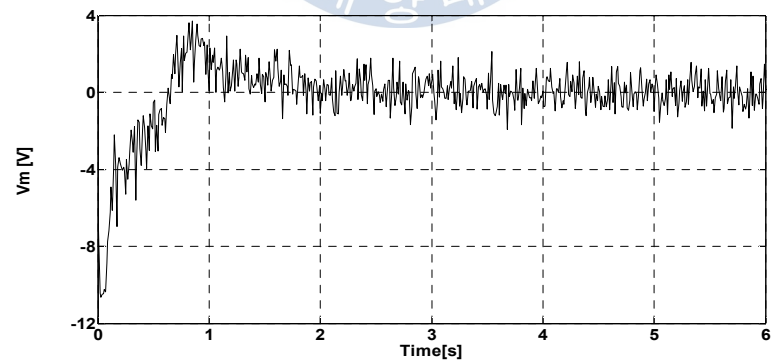
Fig. 5.13 Control response of FCSC with parameter changes when  $x(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T (M_p, M_c, l_p : \pm 50 \%)$



(a) Cart position and velocity

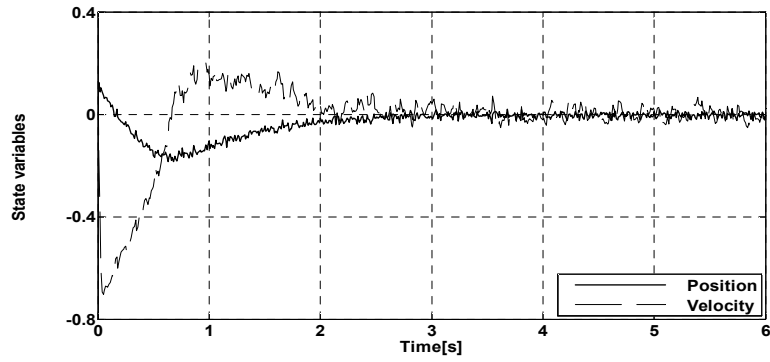


(b) Pole angle and angular velocity

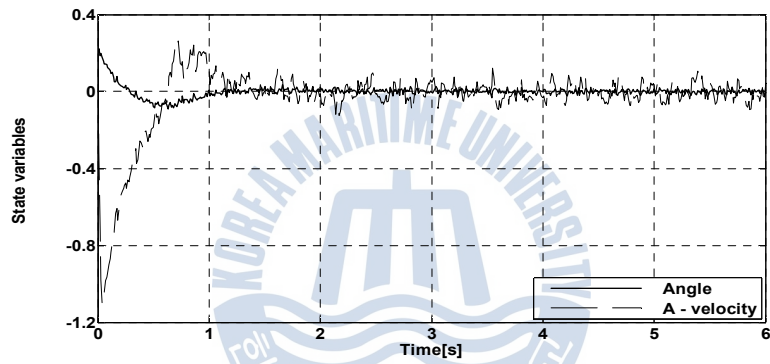


(c) Control input

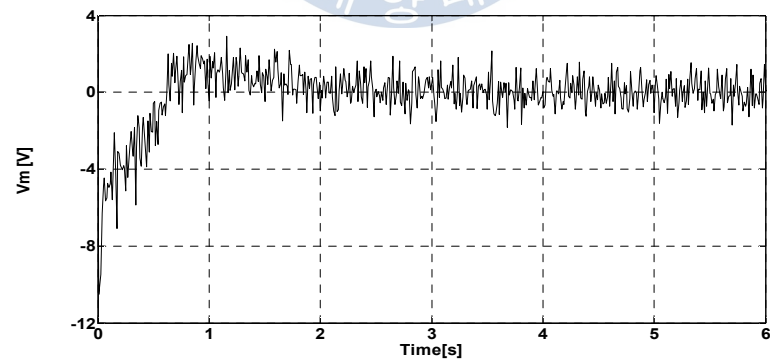
Fig. 5.14 Control response of FCSC with parameter changes and noise when  $x(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$  ( $M_p, M_c, l_p : +50\%$ )



(a) Cart position and velocity



(b) Pole angle and angular velocity



(c) Control input

Fig. 5.15 Control response of FCSC with parameter changes and noise when  $x(0)=[0.1 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T$  ( $M_p, M_c, l_p : -50\%$ )



## 제 6 장 결 론

본 논문에서는 독립진자 시스템의 안정화를 위해 상태변수를 물리적 의미에 따라 적절히 조합하는 상태변수 조합 퍼지 제어기를 제안하였다.

변수조합 퍼지 제어기를 설계하기 위해 필요한 비선형 운동방정식은 라그랑지 방정식을 이용하여 도출하였으며, 비교 목적으로 일반적인 퍼지 제어기도 함께 설계하였다. 일반적인 퍼지 제어기의 경우 상태변수 4개를 모두 사용하면 퍼지규칙의 증가로 인한 연산 부담 때문에 적용이 곤란하므로 독립진자 시스템의 상태변수 2개를 서로 다른 퍼지 제어기의 입력 변수로 사용하는 방법을 사용하였다.

제안한 퍼지 제어기를 설계하기 위해 우선 독립진자 시스템의 상태변수를 물리적 의미에 따라 대차의 위치와 속도, 진자의 각도와 각속도로 구분한 후, 이들을 상태피드백 제어기와 비교하여 환산계수를 갖는 새로운 형태의 상태변수 조합 퍼지 제어기로 구현하였다. 이를 통해 일반적인 퍼지 제어기에서 필요한 2개의 제어기를 하나로 대체할 수 있으며, 퍼지규칙 개수도 감소시켜 적용할 수 있는 장점을 갖는다.

상태변수 조합 퍼지 제어기의 유효성과 강인성을 검증하기 위하여 불안정하면서 비선형성이 강한 독립진자 시스템에 적용하여 시뮬레이션을 하였다. 시뮬레이션은 다양한 초기조건, 모델링 오차를 고려하기 위한 파라미터 변화, 외부 환경에 대해 강인성을 확인하기 위한 외란 및 잡음을 인가하였다.

시뮬레이션 결과 모든 조건에서 만족할 만한 제어성능을 보였다. 특히 제어하기 까다로운 초기조건이 주어진 경우, 모델링 오차가 상당부분 존재하는 경우, 실험환경을 고려하여 잡음이 존재하는 경우에도 우수한 성능을 확인할 수 있었다.

## 참 고 문 헌

- [1] W. H. Tao, "Control research for single rotation inverted pendulum", in Proceedings of the China Control Conference, China, pp. 616-619, 2006.
- [2] T. suji, K. A. Ohnishi, "Control of biped Robot which applies inverted pendulum mode with virtual supporting point", in 7th International Workshop on Advanced Motion Control, Yugoslavia, pp. 478-483, 2002.
- [3] M. S. Kim, J. W. Jung, S. G. Sung, H. C. Park, Y. J. Sim, J. T. Lee, "A study on stabilization control of inverted pendulum system using evolving neural network controller", Proceedings of the Korean Society of Marine Engineers Conference, pp. M-243-M247, 2001
- [4] 안종갑, 이윤형, 유희환, 소명옥, 진강규, " RCGA를 이용한 도립진자 시스템의 파라미터 추정 및 안정화 제어", 한국마린엔지니어링학회지, 제30권, 6호, pp.746-752, 2006.
- [5] Y. Liu, Z. Chen, D. Xue, X. Xu, "Real time controlling of inverted pendulum by fuzzy logic", Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics, China, pp. 1180-1183, 2009.
- [6] J. Y. Lee, B. R. Lee, C. H. Hyun, "Performance Verification of Optimal State Feedback Controller with The Inverted Pendulum", Journal of Korean Institute of Intelligent Systems, vol.20, no.6, pp. 768-773, 2010
- [7] A. Poorhossein, A. Vahidian-Kamyad, "Design and Implementation of Sugeno Controller for Inverted Pendulum on a Cart System", IEEE International Symposium on Intelligent Systems and Informations, Serbia, pp. 641-646, 2010.
- [8] S. Jung, Intelligent control, CNU Press, 2005
- [9] M. Bugeja, "Non-linear swing-up and stabilizing control of an inverted pendulum system", EUROCON 2003 Ljubljana, 2003.
- [10] Katsuhiko Ogata, Modern Control Engineering, 4th Edition, Prentice Hall, 2003.
- [11] 이윤형, "컨테이너 크레인을 위한 RCGA 기반의 퍼지제어기", 한국해양대학교 박사학위논문, 2007.
- [12] M. Sugeno, "Fuzzy Set Theory Versus Bayesian Statistics", IEEE Trans. Systems, Man. and Cybern., Vol. 7, No. 3, pp. 216-219, 1977.

- [13] R. R. Yager, "On a General Class of Fuzzy Connectives", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 4, No. 3, pp. 235-242, 1980.
- [14] D. Dubois, H. Prade, *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*, Academic Press, 1980.
- [15] L. X. Wang, *A Course in Fuzzy Systems and Control*, Prentice-Hall, 1997.
- [16] L. A. Zadeh, "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes", *IEEE Trans. Syst., Man and Cybern.*, Vol. 3, pp. 28-44, 1973.
- [17] E. H. Mamdani, "Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant", *IEE Proc. Control and Science*, Vol. 121, No. 12, pp. 1585-1588, 1974.
- [18] H. J. Zimmermann, *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [19] Y. F. Li and C. C. Lau, "Development of Fuzzy Servo Systems", *IEEE Control System Mag.*, pp. 65-72, 1989.
- [20] P. M. Larsen, "Industrial Application of Fuzzy Logic Control", *Int. J. Man Mach. Studies*, Vol. 12, No. 1, pp. 3-10, 1980.
- [21] E. H. Mamdani, "Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant", *IEE Proc. Control and Science*, Vol. 121, No. 12, pp. 1585-1588, 1974.
- [22] G. Jin, "Intelligent Fuzzy Logic Control of Processes with Time-Delays", PhD Thesis, University of Wales Cardiff, UK, 1996.
- [23] 소명옥, "뉴로-퍼지 技法을 利用한 非線型 시스템의 制御", 한국해양대학교 박사학위논문, 1997.
- [24] Quanser User Manual, *Linear Motion Servo Plants: IP01 and IP02*, 2005

## 감사의 글

지난 시간을 되돌아보며 배움의 즐거움과 무엇보다 노력과 인내가 중요하다는 것을 다시금 깨닫는 소중한 기간이었습니다. 부족한 저에게 항상 세심한 관심과 따뜻한 사랑으로 지도해 주신 소명옥 교수님께 진심으로 감사드립니다. 또한 논문 심사를 위해 아낌없는 지도 조언을 해주신 오세준 교수님과 정병건 교수님께 깊이 감사드립니다.

본 논문이 나올 수 있도록 도와준 고마운 분들이 너무나 많습니다. 항상 곁에서 가족처럼 많은 관심과 조언, 도움을 준 류기탁 교수, 이윤형 교수, 종갑이형, 그리고 자동제어 연구실 식구들에게 고마운 마음을 전하고자 합니다.

또한 논문을 완성하는 동안 함께 실습선에 근무하면서 많은 격려와 지원을 아끼지 않고 물심양면으로 도와주신 박용선 교수님, 박성호 교수님, 이창희 교수님, 이지웅 교수님, 이한중 교수님, 전재호 교관님, 그리고 언제나 제 일처럼 도와주신 우리 금요모임 멤버들, 힘들 때마다 큰 의지가 되어준 친구 이태훈, 한바다호·한나라호의 여러 교수님들과 승무원 분들께도 감사의 마음을 전합니다.

끝으로 항상 염려와 격려를 해주신 부모님과 장인·장모님, 부족한 남편에게 인내와 이해 그리고 큰 힘이 되어준 사랑하는 아내 희정이, 지금은 건강하지만 나면서부터 큰일을 치룬 딸 세인이와 함께 작은 결실의 기쁨을 나누고 싶습니다.