工學碩士 學位論文

과도 수파중의
복합 실린더에 작용하는 쇄파력에 관한 연구

A Research about the Wave Force on Cylinders in Transient Waves

指導教授 趙 孝 濟

2001年 2月

韓國海洋大學校 大學院

造 船 工 學 科

李 相 吉

本 論文을 李相吉의 工學 碩士 學位論文으로 認准함

主審 工學博士 金 度三 (印)

副審 工學博士 玄 汎洙 (印)

副審 工學博士 趙 孝濟 (印)

2001年 2月

韓國海洋大學校 大學院

造 船 工 學 科

李 相 吉

A Research about Wave Force on Cylinders in Transient Waves

by

Sang-kil Lee

Department of Naval Architecture Graduate School
Korea Maritime University

ABSTRACT

When the very large offshore structures are constructed at sea, the site has a various wave in which the physical phenomena are very complicated. But most research on the wave force of the very large offshore structures are carried out on linear wave force. Because of the complexity of analysis and difficulties of measurement. To get more realistic estimations of force on offshore structures in real sea, it is necessary to consider the effects of nonlinear water waves. Some research has been carried out analysis of transient waves to consider breaking waves. However, almost all of the simulations to transient waves are very complicated and difficult because of taking measurements.

This paper first presents easier simulation to transient wave. Second, It compares wave force based on the 3-D source distribution method and measured in breaking waves. A numerical procedure is described for predicting the wave force of cylinders by the 3-D source distribution method. As well as, to analysis of irregular wave, carried out a convolution integral with a response impulse function which is to take inverse FFT the wave exciting force in frequency domain. And transient wave is solved from linear Airy wave theory and based on combining an energy transmission velocity and a wave phase velocity. This formula applies to any water depth, because this formula includes linear dispersion relationship.

when the 3-D source distribution method is used to calculate the wave force and generated by breaking wave meets the very large floating body, the resulting figures are smaller than the real wave force.

Contents

Nomenclature

A_w	부체의 수선 면적
σ	소오스의 강도
ε	미소 파라메터
$\{f_{Fk}^{(1)}\}$	파주파수 ω_k인 1차 파강제력의 전달함수
$\{F^{(0)}\}$	평균 침수표면 S_m에 작용하는 정수압에 의한 정적부력
$\{F^{(1)}\}$	파랑과 같은 주기로 작용하는 1차 유체력
G	그린함수
g	중력가속도
H_F	파강제력의 전달함수
$h_F(\tau)$	파강제력의 임펄스 응답함수
k	변수분리계수
k_k	k성분 입사파의 1차 수면변화의 파수
μ_{kj}	j 방향의 운동에 의한 k방향에의 부가 질량
$\{n\}$	물체 표면상의 단위 법선 벡터
ν_{kj}	j 방향의 운동에 의한 k방향에의 감쇠계수
$O-XYZ$	공간 고정 좌표계
$\hat{O}-\hat{X}\hat{Y}\hat{Z}$	물체와 함께 운동하는 물체 고정 좌표계
$O'-X'Y'Z'$	공간 고정 좌표계와 평행한 물체 고정 좌표계
$\{\Omega\}$	회전 변위벡터
$\{\dot{\Omega}\}$	회전 속도벡터
ω_k	k성분 입사파의 1차 수면변화의 주파수
P_0	대기압
P	순간 침수 표면 S_H에 대한 압력
P_m	평균위치에서의 침수표면 S_m에 대한 압력
Φ	속도 포텐셜
Φ_I	입사파에 대한 속도 포텐셜
Φ_D	회절에 의한 속도 포텐셜
Φ_R	방사에 의한 속도 포텐셜
$[R]$	좌표 변환행렬
r	임의의 위치에서 소오스까지의 거리
ρ	유체의 밀도
S_H	물체의 순간 침수표면

S_m	**평균위치에서의 침수표면 S_m**
V	**평균침수체적**
V_n	**물체표면에서의 물체의 법선 방향 속도**
$\{V\}$	**물체의 속도벡터**
(X_f, Y_f)	**부면심**
$\{\Xi\}$	**병진 변위벡터**
$\{\dot{\Xi}\}$	**병진 속도벡터**
Z	**자유표면 방정식**
$\zeta(X, Y, t)$	**자유표면의 수면변위**
$\zeta^{(1)}$	**기준 좌표계의 원점 $(X = Y = 0)$에서의 1차 수면 변화량**
ζ_R	**상대 수면변위**

List of Tables

List of Figures

1. 서론

1.1 연구 배경

해양은 인류가 생활하고 있는 지구의 약 70%를 덮고 있으며, 오래전부터 교통, 화물운송, 수산자원 확보의 장소로서 인류와 밀접한 관계를 유지해 왔다. 또한 최근의 심각한 에너지난, 지하자원의 고갈, 육상 공간 이용의 한계 등의 열악한 조건하에서 인류의 생존을 위해서는 해양으로의 과감한 진출이 불가피하게 되었다.

해양개발이 본격적으로 시작된 것은 불과 40-50년 정도이다. 이는 선박을 이용한 해양으로의 진출에 비하여 극히 짧은 것이며, 아직 미지의 분야가 많음으로 21세기에는 유망한 산업이 될 것이라 생각된다.

최근 들어 해양개발을 목적으로 여러 가지 형식의 해양구조물이 제안되어 설계, 건조되고 있다. 특히 심해저에서의 석유개발을 위한 부유식 해양구조물 뿐만 아니라 북해와 같은 빙해역을 가지는 열악한 해상조건에도 적응할 수 있는 대형 구조물들도 건설되고 있다. 미래에는 부유식 해양구조물이 해양 석유 개발을 위한 석유 시추선 뿐만 아니라 해상공항, 해양플랜트, 해양 레저시설 등에도 적용되어 이에 대한 중점적인 연구가 필요하다. 따라서, 각각의 주어진 기능을 성공적으로 수행할 수 있고 안전하게 가동될 수 있는 부유식 해양구조물의 설계를 위해서는 구조물에 미치는 외력을 정확하게 평가하는 것이 중요한 연구과제라고 생각된다[1].

이러한 해양구조물은 끊임없이 파도, 바람, 조류등의 외력을 받고 있으며, 이중에 해상 상태에서의 가장 큰 외력은 파도에 의한 것이다. 파도의 쇄파현상은, 해양구조물이 파도와 비선형적인 만남으로 인한 쇄파와, 파와 파 사이의 간섭에 의한 쇄파로 나눠지는데 이러한 일은 해상에서 종종 발생하며 해양구조물에 영향을 미치게 된다. 본 논문은 파와 파 사이의 간섭에 의한 쇄파, 즉 과도수파(transient wave)에 의해 쇄파된 파가 구조물에 어떠한 영향을 미치는가에 대하여 연구하고자 한다.

1.2 기존의 연구

미소 진폭에 의한 파력의 추정에는 포텐셜 이론의 계산에 따른 방법이나 해양구조물의 각 부재요소를 2차원 주상체로 취급하는 Hooft의 방법 등이 이용된다[2]. 하지만, 해양환경이 거칠게 되어 파랑의 파고가 구조물의 직경에 비해 상대적으로 커지게 되면 비선형성을 고려한 파력해석이 필요하게 된다. 일반적으로 해양구조물을 설계할 경우 50년 또는 100년 주기의 최대파를 설계파로 설정한다. 이와 같은 설계파는 대개 30m이상의 파고를 가지게 되어 비선형 특성이 두드러지게 된다. 따라서 해양구조물의 설계에는 비선형 파랑해석을 통한 파력산정이 필요하지만, 이론적 계산에 있어서는 완전한 수식모델링의 어려움 때문에 완전 비선형 파력 산정법은 아직 정립되어 있지 않은 실정이다.

그리고 파고의 급격한 상승에 의한 쇄파에 기인하는 파력에 대해서는 몇몇 연구자들에 의해 실험적 연구가 수행된 바가 있지만 정량적인 추정법으로 일반화 된 것은 그다지 없는 것으로 알려져 있다. 기존의 대부분의 연구에서는 쇄파현상을 실험적으로 재현하기 위하여 수

저바닥에 경사를 주거나 수면하에 임의의 구조물을 설치하는 방법을 채택하였다. 이러한 방법은 쇄파의 형상 재현이나 쇄파 지점의 판단에 다소 어려움이 있다. 따라서 임의 지점에서 각 성분파들을 중첩시키는 과도수파를 이용하여 쇄파현상을 재현하여 쇄파중에 구조물에 작용하는 파력을 계측하는 방법이 유효한 실험기법으로 적용될 수 있다.

과도수파를 수조에서 재현하는 방법으로는 Seiji Takezawa가 주파수 영역에서 조파기의 전달함수와 성분파의 위상속도를 고려한 과도수파 발생법을 제안하였다[3][4]. 그리고 J. S. Reid는 특정한 수조에 대한 실험식을 제안하고 이로부터 과도수파를 재현하고 있지만 이 방법은 실험식을 사용하고 있기 때문에 다른 수조에서 재현하기에는 어려움이 따른다[5]. Park 등은 지배방정식인 나비어스토크 방정식(Navier-Stokes equation)에 유한차분법을 적용하여 수치해석 함으로써 과도수파를 수치적으로 재현하고 있다[6].

1.3 연구의 내용

본 논문에서는 구조물에 작용하는 쇄파력의 특성을 조사하기 위하여 미소진폭파 이론을 기초로 하여 위상속도와 에너지 전달속도를 고려하여 과도수파를 2차원 조파 수조에서 재현하였다. 그리고 실험모델로는 단독 실린더와 정사각 지점에 네 개의 실린더를 설치한 것을 채택하였고, 각각에 대하여 파가 완전히 쇄파되는 상태, 쇄파 직전의 상태, 쇄파되지 않은 상태에 대하여 실험을 하였다.

파력의 주파수 응답함수의 산정을 위한 이론적인 추정법은 특이점분포법(SDM)을 사용하였다. 본 논문에서는 과도수파중의 파랑외력에 관심을 두고 있으므로 과도수파의 시간이력(time history)에 따른 외력의 시간영역 해석을 수행하였다. 시간 영역 해석방법으로는 파력의 주파수 응답함수를 퓨리에(Fourier)변환하여 파력에 대한 충격응답함수(impulse response function)를 얻고, 이를 파면의 상승량과 중첩적분(convolution integral)하여 파력의 시간영역 결과를 추정하는 방법을 이용하였다.

본 논문에서 채택한 이론 해석방법은 임의 파형에 대한 외력의 시간이력은 효율적으로 추정할 수 있지만 섭동이론을 이용한 약비선형의 가정을 유지하고 있으므로 비선형성이 강한 쇄파력을 추정할 수는 없다. 그러나 쇄파중의 실험치와 이론치를 비교함으로써 선형해석에 의한 파력에 비하여 쇄파력의 크기가 어떻게 변화하며, 쇄파됨으로 인한 비선형 파력에 대한 정량적인 크기의 추정에 목적을 두었다.

2. 해양구조물에 작용하는 비선형 유체력 해석

2.1 비선형 유체력 및 파강제력

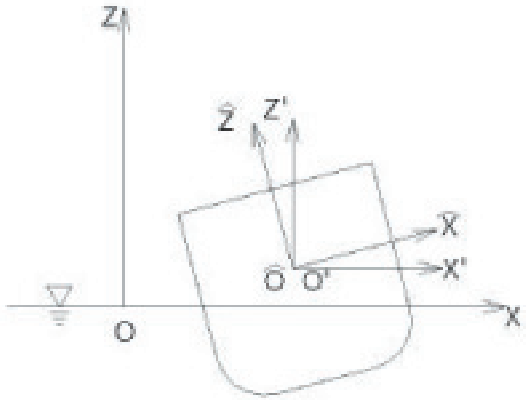


Fig 2.1 Coordinate Systems

불규칙파중에서 해양구조물을 강체로 가정하여 해양구조물에 작용하는 비선형 유체력 및 파 강제력을 평가하기 위해 섭동법 전개에 의한 전개식으로 경계치 문제를 풀어 포텐셜 이론을 적용한다. 먼저 이 이론의 정식화를 위하여 Fig2.1과 같이 정수면상에 원점 O를 가지고, Z축의 양의 방향이 상방으로 향하는 공간 고정 좌표계 $O-XYZ$, 물체와 함께 운동하는 물체 고정 좌표계 $\hat{O}-\hat{X}\hat{Y}\hat{Z}$와 공간 고정 좌표계와 평행한 물체 고정 좌표계 $O'-X'Y'Z'$를 사용한다. 섭동법을 적용하기 위하여 유속, 파고, 압력, 유체력, 물체의 운동 등을 미소 파라메타 ε에 대해 전개할 수 있는 것으로 가정하면, $O-XYZ$ 좌표계로 표현되는 정수면상의 원점 O에서의 부체의 병진 변위벡터 $\{\Xi\}=\{\Xi_1\ \Xi_2\ \Xi_3\}^T$와 회전 변위벡터 $\{\Omega\}=\{\Omega_1\ \Omega_2\ \Omega_3\}^T$는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\{\Xi\} &= \{\Xi_1\ \Xi_2\ \Xi_3\}^T \\
&= \varepsilon\{\Xi_1^{(1)}\ \Xi_2^{(1)}\ \Xi_3^{(1)}\}^T + \varepsilon^2\{\Xi_1^{(2)}\ \Xi_2^{(2)}\ \Xi_3^{(2)}\}^T + O(\varepsilon^3) \qquad (2.1) \\
&= \varepsilon\{\Xi^{(1)}\} + \varepsilon^2\{\Xi^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\{\Omega\} &= \{\Omega_1\ \Omega_2\ \Omega_3\}^T \\
&= \varepsilon\{\Omega_1^{(1)}\ \Omega_2^{(1)}\ \Omega_3^{(1)}\}^T + \varepsilon^2\{\Omega_1^{(2)}\ \Omega_2^{(2)}\ \Omega_3^{(2)}\}^T + O(\varepsilon^3) \qquad (2.2) \\
&= \varepsilon\{\Omega^{(1)}\} + \varepsilon^2\{\Omega^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)
\end{aligned}
$$

여기서, $\{\Xi^{(1)}\}$와 $\{\Omega^{(1)}\}$는 각각 부체의 1차 병진 운동 벡터와 회전 운동 벡터이고, $\{\Xi^{(2)}\}$와 $\{\Omega^{(2)}\}$는 각각 부체의 2차 병진 운동 벡터와 회전 운동 벡터이다. 또, Φ가 선형 편미분 방정식인 라플라스 방정식(Laplace equation)을 만족하므로, 각각의 $\Phi^{(1)}$, $\Phi^{(2)}$등도 라플라스 방정식을 만족한다. 즉,

$$
\begin{aligned}
&\nabla^2 \Phi = 0 \\
&\nabla^2 (\varepsilon \Phi^{(1)} + \varepsilon^2 \Phi^{(2)} + \ldots) = 0 \qquad (2.3)\\
&\nabla^2 \Phi^{(1)} = 0, \quad \nabla^2 \Phi^{(2)} = 0, \ldots
\end{aligned}
$$

2.2 자유 표면 경계 조건

베르누이 방정식(Bernoulli equation)은 다음과 같이 표현된다.

$$
\frac{1}{\rho} P = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi - gZ \qquad (2.4)
$$

여기서, ρ는 유체의 밀도이고, 자유 표면의 방정식을 $Z = \zeta(X, Y, t)$로 두면, 자유 표면에서 다음의 식이 성립한다.

$$
\begin{aligned}
&-\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi - gZ = \frac{1}{\rho} P_0 = 0 \\
&gZ + \Phi_t + \frac{1}{2} (\Phi_X^2 + \Phi_Y^2 + \Phi_Z^2) = 0 \qquad on\ Z = \zeta(X, Y, t)
\end{aligned} \qquad (2.5)
$$

여기서, P_0는 대기압으로서 자유 표면의 유체 입자에 항상 일정하게 작용하므로 0으로 둘 수 있으며, 자유 표면의 법선 방향 속도와 그 표면에서의 유체 입자의 법선 방향 속도가 같다는 운동학적 조건과 자유 표면의 압력이 일정하다는 동역학적 조건을 만족해야 한다. 이 조건들은 자유 표면에서의 압력의 완전미분이 0이 되어야 한다는 것으로부터 나타낼 수 있다.

$$
\begin{aligned}
-\frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} &= \Phi_{tt} + g\Phi_Z + \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi] + \frac{1}{2} \nabla \Phi \cdot \nabla (\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi) \\
&= 0 \qquad on\ Z = \zeta(X, Y, t)
\end{aligned} \qquad (2.6)
$$

여기서, $\Phi(X, Y, Z, t)$는 입사파, 방사파, 산란파을 포함하는 속도 포텐셜이고, $\zeta(X, Y, t)$는 자유 표면의 수면변위이며, g는 중력 가속도이다. 속도포텐셜과 수면변위를 미소 파라메터 ε에 대해 섭동전개하면 다음과 같이된다.

$$\Phi(X, Y, Z, t) = \varepsilon\Phi^{(1)} + \varepsilon^2\Phi^{(2)} + \varepsilon^3\Phi^{(3)} + \ldots.$$
$$\zeta(X, Y, t) = \varepsilon\zeta^{(1)} + \varepsilon^2\zeta^{(2)} + \varepsilon^3\zeta^{(3)} + \ldots \tag{2.7}$$

식(2.5)를 $Z=0$에서 테일러(Taylor)전개하고, 식(2.7)을 대입해서 이것을 차수별로 2차 항까지 정리하면, 다음과 같이 1차 및 2차 수면변위가 얻어진다.

$$[\varepsilon(g\zeta^{(1)} + \Phi_t^{(1)}) + \varepsilon^2(g\zeta^{(2)} + \Phi_t^{(2)} + \frac{1}{2}\Phi_X^{(1)^2} + \frac{1}{2}\Phi_Y^{(1)^2} + \frac{1}{2}\Phi_Z^{(1)^2} + \zeta^{(1)}\Phi_{tZ}^{(1)}) + O(\varepsilon^3)]\Big|_{Z=0} = 0$$

first order :

$$(g\zeta^{(1)} + \Phi_t^{(1)})\big|_{Z=0} = 0$$
$$\zeta^{(1)} = -\frac{1}{g}\Phi_t^{(1)} \qquad on \quad Z=0 \tag{2.8}$$

second order :

$$(g\zeta^{(2)} + \Phi_t^{(2)} + \frac{1}{2}\Phi_X^{(1)^2} + \frac{1}{2}\Phi_Y^{(1)^2} + \frac{1}{2}\Phi_Z^{(1)^2} + \zeta^{(1)}\Phi_{tZ}^{(1)})\Big|_{Z=0} = 0$$
$$\zeta^{(2)} = -\frac{1}{g}\Phi_t^{(2)} - \frac{1}{2g}(\Phi_X^{(1)^2} + \Phi_Y^{(1)^2} + \Phi_Z^{(1)^2}) + \frac{1}{g^2}\Phi_t^{(1)}\Phi_{tZ}^{(1)} \qquad on \quad Z=0 \tag{2.9}$$

여기서, $\zeta^{(1)}$은 기준 좌표계의 원점 $(X = Y = 0)$에서의 1차수면 변화량으로 표현할 수 있다.

$$\zeta^{(1)} = Re\sum_{k=1}^{N}[a_k^{(1)}e^{i(\{K_k\}\cdot\{r\} - \omega_k t)}] = Re\sum_{k=1}^{N}[a_k^{(1)}e^{-i\omega_k t}]$$
$$= \sum_{k=1}^{N}|a_k^{(1)}|\cos(\omega_k t - \varepsilon_k) \tag{2.10}$$

여기서,

$$a_k^{(1)} = |a_k^{(1)}|e^{i\varepsilon_k}$$
$$\{K_k\} = k_k\cos\beta\{i\} + k_k\sin\beta\{j\} = \{k_k\cos\beta \quad k_k\sin\beta \quad 0\}^T \tag{2.11}$$
$$\{r\} = X\{i\} + Y\{j\} = \{X \quad Y \quad 0\}^T$$

이고, $a_k^{(1)}$, k_k, ω_k, ε_k는 각각 k성분 입사파의 1차수면 변화의 복소 진폭, 파수, 주파수, 위상을 나타내고, β는 입사파의 입사각이다. 또, 식(2.6)을 Z=0 에서 테일러 전개해서 식(2.7)을 대입한 후 차수별로 정리하면, 다음과 같이 1차 및 2차 자유표면 경계조건이 얻어진다.

$$\text{first order}: \ \Phi^{(1)}_{tt} + g\Phi^{(1)}_{Z} = 0 \qquad on \ Z = 0 \tag{2.12}$$

second order :

$$\Phi^{(2)}_{tt} + g\,\Phi^{(2)}_{Z} + 2\Phi^{(1)}_{X}\Phi^{(1)}_{Xt} + 2\Phi^{(1)}_{Y}\Phi_{Yt} + 2\Phi^{(1)}_{Z}\Phi^{(1)}_{Zt} + \zeta^{(1)}\Phi^{(1)}_{ttZ} + g\,\zeta^{(1)}\Phi^{(1)}_{ZZ} = 0$$

$$\begin{aligned}\Phi^{(2)}_{tt} + g\,\Phi^{(2)}_{Z} &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\Phi^{(1)^2}_{X} + \Phi^{(1)^2}_{Y} + \Phi^{(1)^2}_{Z}\right) + \frac{\Phi^{(1)}_{t}}{g}\frac{\partial}{\partial Z}\left(\Phi^{(1)}_{tt} + g\,\Phi^{(1)}_{Z}\right)\\ &= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\Phi^{(1)}\cdot\nabla\Phi^{(1)}\right) + \frac{\Phi^{(1)}_{t}}{g}\frac{\partial}{\partial Z}\left(\Phi^{(1)}_{tt} + g\,\Phi^{(1)}_{Z}\right)\\ &= Q^{(2)}(X, Y, t)\end{aligned} \tag{2.13}$$

식(2.12)**에서** $\Phi^{(1)}$**은** 1**차 입사파의 속도 포텐셜**, **회절 포텐셜**(diffraction potential) **및 방사 포텐셜**(radiation potential)**을 포함하므로 다음처럼 나타낸다**.

$$\Phi^{(1)} = \Phi^{(1)}_{I} + \Phi^{(1)}_{D} + \Phi^{(1)}_{R} \tag{2.14}$$

2**성분 입사파에 대한** 1**차 속도 포텐셜 및** 1**차 입사파 포텐셜**, **회절 포텐셜**, **방사 포텐셜은 다음과 같이 표현된다**.

$$\begin{aligned}\Phi^{(1)} &= Re\sum_{k=1}^{2}[a^{(1)}_{k}\phi^{(1)}_{k}e^{-i\omega_k t}]\\ \Phi^{(1)}_{I} &= Re\sum_{k=1}^{2}[a^{(1)}_{k}\phi^{(1)}_{Ik}e^{-i\omega_k t}]\\ \Phi^{(1)}_{D} &= Re\sum_{k=1}^{2}[a^{(1)}_{k}\phi^{(1)}_{Dk}e^{-i\omega_k t}]\\ \Phi^{(1)}_{R} &= Re\sum_{k=1}^{2}[a^{(1)}_{k}\phi^{(1)}_{Rk}e^{-i\omega_k t}] = Re\sum_{j=1}^{6}\sum_{k=1}^{2}[-i\omega_k\eta^{(1)}_{jk}a^{(1)}_{k}\phi^{(1)}_{jk}e^{-i\omega_k t}]\end{aligned} \tag{2.15}$$

여기서 $\eta^{(1)}_{jk}$**과** $\phi^{(1)}_{jk}$**은 주파수** ω_k**인 단위진폭의 성분파가 입사했을 때의 부체의** j **방향 복소 운동진폭과 정수중에** j**방향 단위속도 진폭으로 주파수** ω_k**인 강제동요에 의한 방사 포텐셜이다**. **또 식**(2.14) **및 식**(2.15)**을** 1**차 자유 표면 경계 조건에 대입하면 다음과 같이 나타낼 수 가 있다**.

$$\begin{aligned}-\omega^2_k\phi^{(1)}_{Ik} + g(\phi^{(1)}_{Ik})_Z &= 0 \qquad on \ Z = 0\\ -\omega^2_k\phi^{(1)}_{Dk} + g(\phi^{(1)}_{Dk})_Z &= 0 \qquad on \ Z = 0\\ -\omega^2_k\phi^{(1)}_{jk} + g(\phi^{(1)}_{jk})_Z &= 0 \qquad on \ Z = 0\end{aligned} \tag{2.16}$$

2.3 물체표면 경계 조건

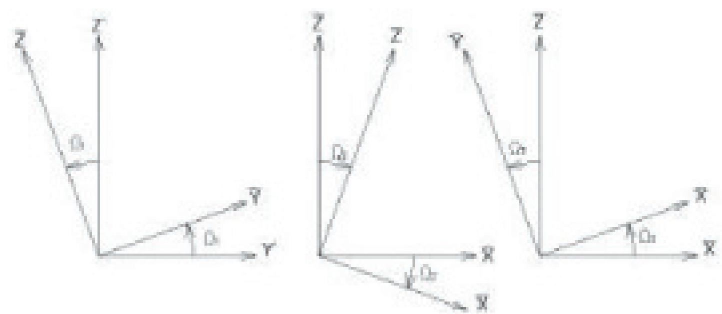
물체표면의 방정식을 $S_H(X, Y, Z, t) = 0$라하고, 물체 표면에서의 단위법선벡터를 $\{n\} = \{n_1, n_2, n_3\}^T$라 하면, 물체 표면에서의 유체의 법선 방향 속도와 물체의 법선 방향 속도가 같다는 물체표면 경계조건은 다음과 같이된다.

$$\frac{\partial}{\partial n}\Phi = \{n\}\cdot\nabla\Phi = V_n = \{n\}\cdot\{V\} \qquad on\ S_H \tag{2.17}$$

여기서, V_n과 $\{V\}$는 각각 물체 표면에서의 물체의 법선 방향 속도 및 물체의 속도 벡터이다. 공간 고정 좌표계 $O-XYZ$, 물체 고정 좌표계 $\hat{O}-\hat{X}\hat{Y}\hat{Z}$ 및 공간 고정 좌표계와 평행한 물체 고정 좌표계 $O'-X'Y'Z'$로 표현되는 임의점의 위치벡터를 각각 $\{X\} = \{X\ Y\ Z\}^T$, $\{\hat{X}\} = \{\hat{X}\ \hat{Y}\ \hat{Z}\}^T$ 및 $\{X'\} = \{X'\ Y'\ Z'\}$라 하면, 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \{\hat{X}\} &= [R](\{X\} - \{\Xi\}) = [R]\{X'\} \\ \{X\} &= [R]^T\{\hat{X}\} + \{\Xi\} \\ \{X'\} &= [R]^T\{\hat{X}\} \end{aligned} \tag{2.18}$$

여기서, $[R]^T$는 $[R]$의 전치행렬이고, $[R]$은 좌표 변환행렬이다.



(a) Roll (b) Pitch (c) Yaw

Fig 2.2 Transformation of Coordinates

변환행렬 $[R]$은 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$의 순으로 Fig2.2와 같이 회전하는 것으로 하면, 다음과 같이 얻어진다.

$$\{\hat{X}\} = [A]\{X'\}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Omega_1 & \sin\Omega_1 \\ 0 & -\sin\Omega_1 & \cos\Omega_1 \end{bmatrix}$$

$$\{\overline{X}\} = [B]\{\widehat{X}\}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \cos\Omega_2 & 0 & -\sin\Omega_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Omega_2 & 0 & \cos\Omega_2 \end{bmatrix}$$

$$\{\widehat{X}\} = [C]\{\overline{X}\}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \cos\Omega_3 & \sin\Omega_3 & 0 \\ -\sin\Omega_3 & \cos\Omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[R] = [C][B][A]$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\Omega_2\cos\Omega_3 & \cos\Omega_1\sin\Omega_3 + \sin\Omega_1\sin\Omega_2\cos\Omega_3 & \sin\Omega_1\sin\Omega_3 - \cos\Omega_1\sin\Omega_2\cos\Omega_3 \\ -\cos\Omega_2\sin\Omega_2 & \cos\Omega_1\cos\Omega_3 - \sin\Omega_1\sin\Omega_2\sin\Omega_3 & \sin\Omega_1\cos\Omega_3 + \cos\Omega_1\sin\Omega_2\sin\Omega_3 \\ \sin\Omega_2 & -\sin\Omega_1\cos\Omega_2 & \cos\Omega_1\cos\Omega_2 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

또 $\{\Omega\}$는 미소 량이므로 $\sin\Omega_1$과 $\cos\Omega_1$을 맥클로린(Maclaurin) 급수 전개하여, 식(2.2)를 고려하면, 다음과 같이된다.

$$\sin\Omega_1 = \Omega_1 - \frac{\Omega_1^3}{3!} + \frac{\Omega_1^5}{5!} - \ldots = \varepsilon\Omega_1^{(1)} + \varepsilon^2\Omega_1^{(2)} + O(\varepsilon^3)$$

$$\cos\Omega_1 = 1 - \frac{\Omega_1^2}{2!} + \frac{\Omega_1^4}{4!} - \ldots = 1 - \frac{\varepsilon^2\Omega_1^{(2)}}{2} + O(\varepsilon^3) \quad (2.20)$$

식(2.20)을 식(2.19)에 대입하여 변환 행렬 $[R]$을 ε에 대해 정리하면, 다음과 같이 된다.

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} 0 & \Omega_3^{(1)} & -\Omega_2^{(1)} \\ -\Omega_3^{(1)} & 0 & \Omega_1^{(1)} \\ \Omega_2^{(1)} & \Omega_1^{(1)} & 0 \end{bmatrix} + \varepsilon^2 \begin{bmatrix} 0 & \Omega_3^{(2)} & -\Omega_2^{(2)} \\ -\Omega_3^{(2)} & 0 & \Omega_1^{(2)} \\ \Omega_2^{(2)} & -\Omega_1^{(2)} & 0 \end{bmatrix}$$

$$- \frac{\varepsilon^2}{2} \begin{bmatrix} {\Omega_2^{(1)}}^2 + {\Omega_3^{(1)}}^2 & -\Omega_1^{(1)}\Omega_2^{(1)} & -2\Omega_1^{(1)}\Omega_3^{(1)} \\ 0 & {\Omega_1^{(1)}}^2 + {\Omega_3^{(1)}}^2 & -2\Omega_2^{(1)}\Omega_3^{(1)} \\ 0 & 0 & {\Omega_1^{(1)}}^2 + {\Omega_2^{(1)}}^2 \end{bmatrix} + O(\varepsilon^3)$$

$$= [R^{(0)}] + \varepsilon[R^{(1)}] + \varepsilon^2[R_1^{(2)}] + \varepsilon^2[R_2^{(2)}] + O(\varepsilon^3) \quad (2.21)$$

여기서 식(2.18)의 두 번째 식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{X\} = [R]^T\{\widehat{X}\} + \{\Xi\}$$

$$= ([R^{(0)}]^T + \varepsilon[R^{(1)}]^T + \varepsilon^2[R_1^{(2)}]^T + \varepsilon^2[R_2^{(2)}]^T)\{\widehat{X}\}$$

$$+ \varepsilon\{\Xi^{(1)}\} + \varepsilon^2\{\Xi^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)$$

$$= \{\hat{X}\} + \varepsilon(\{\Xi^{(1)}\} + \{\Omega^{(1)}\}\times\{\hat{X}\})$$

$$+ \varepsilon^2(\{\Xi^{(2)}\} + \{\Omega^{(2)}\}\times\{\hat{X}\} + [H]\{\hat{X}\}) + O(\varepsilon^3) \quad (2.22)$$

$$= \{X^{(0)}\} + \varepsilon\{X^{(0)}\} + \varepsilon^2\{X^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)$$

여기서,

$$\{X^{(0)}\} = \{\hat{X}\}$$

$$\{X^{(1)}\} = \{\Xi^{(0)}\} + \{\Omega^{(1)}\}\times\{\hat{X}\}$$

$$\{X^{(2)}\} = \{\Xi^{(2)}\} + \{\Omega^{(2)}\}\times\{\hat{X}\} + [H]\{\hat{X}\} \quad (2.23)$$

$$[H] = [R_2^{(2)}]^T = -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} \Omega_2^{(1)^2} + \Omega_3^{(1)^2} & 0 & 0 \\ -2\Omega_1^{(1)}\Omega_2^{(1)} & \Omega_1^{(1)^2} + \Omega_3^{(1)^2} & 0 \\ -2\Omega_1^{(1)}\Omega_3^{(1)} & 2\Omega_2^{(1)}\Omega_3^{(1)} & \Omega_1^{(1)^2} + \Omega_2^{(1)^2} \end{bmatrix}$$

(2.24)

식(2.18)의 세 번째 식도 같은 방법으로 적용할 수 있다. 또한 물체 표면상에서의 물체의 속도벡터도 유사한 방법으로 표시할 수 있다. 그리고, $O'-X'Y'Z'$ 좌표계에 대한 물체 표면상의 법선 벡터 $\{n\}$과 $\hat{O}-\hat{X}\hat{Y}\hat{Z}$ 좌표계에 대한 법선벡터 $\{\hat{n}\}$의 관계도 변환행렬 $[R]$을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{n\} = ([R^{(0)}]^T + \varepsilon[R^{(1)}]^T + \varepsilon^2[R_1^{(2)}]^T + \varepsilon^2[R_2^{(2)}]^T)\{\hat{n}\} + O(\varepsilon^3)$$

$$= \{\hat{n}\} + \varepsilon(\{\Omega^{(1)}\}\times\{\hat{n}\}) + \varepsilon^2(\{\Omega^{(2)}\}\times\{\hat{n}\} + [H]\{\hat{n}\}) + O(\varepsilon^3)$$

$$= \{n^{(0)}\} + \varepsilon\{n^{(1)}\} + \varepsilon^2\{n^{(2)}\} + O(\varepsilon^3)$$

(2.25)

$$\{n^{(0)}\} = \{\hat{n}\}$$

여기서 $$\{n^{(1)}\} = \{\Omega^{(1)}\}\times\{\hat{n}\} \quad (2.26)$$

$$\{n^{(2)}\} = \{\Omega^{(2)}\}\times\{\hat{n}\} + [H]\{\hat{n}\}$$

물체 표면 S_H상의 경계 조건도 자유 표면 경계조건과 마찬가지로 평균 위치에서의 물체의 침수 표면 S_m상의 경계 조건으로 변환할 수 있으며, 테일러 전개에 의해 $\nabla\Phi$를 쓸 수 있다. 물체의 속도벡터의 변환식과 식(2.26)와 S_m상에서의 테일러 전개한 식을 물체 표면 경계 조건에 대입한 후 이것을 차수별로 정리하면, 다음과 같이 1차 및 2차 물체 표면 경계 조건이 얻어진다.

$$\text{first order}: \quad \{\hat{n}\}\cdot\nabla\Phi^{(1)} = \{\hat{n}\}\cdot[\{\dot{\Xi}^{(1)}\}+\{\dot{\Omega}^{(1)}\}\times\{\hat{X}\}] = \{\hat{n}\}\cdot\{V^{(1)}\} \quad on \ S_m \tag{2.27}$$

second order :

$$\begin{aligned}\{\hat{n}\}\cdot\nabla\Phi^{(2)} =& \{\hat{n}\}\cdot\{(\{\dot{\Xi}^{(2)}\}+\{\dot{\Omega}^{(2)}\}\times\{\hat{X}\}+[\dot{H}]\{\hat{X}\})\\ &-[(\{\Xi^{(1)}\}+\{\Omega^{(1)}\}\times\{\Omega^{(1)}\})\cdot\nabla]\nabla\Phi^{(1)}\}\\ &+(\{\Omega^{(1)}\}\times\{\hat{n}\})\cdot[(\{\dot{\Xi}^{(1)}\}+\{\dot{\Omega}^{(1)}\}\times\{\hat{X}\})-\nabla\Phi^{(1)}]\\ =& \{\hat{n}\}\cdot(\{\dot{\Xi}^{(1)}\}+\{\dot{\Omega}^{(2)}\}\times\{\hat{X}\})\\ &+\{\hat{n}\}\cdot[[\dot{H}]\{\hat{X}\}-(\{X^{(1)}\}\cdot\nabla)\nabla\Phi^{(1)}]\\ &+(\{\Omega^{(1)}\}\times\{\hat{n}\})\cdot(\{\dot{X}^{(1)}\}-\nabla\Phi^{(1)})\\ =& \{\hat{n}\}[\{\dot{\Xi}^{(2)}\}+\{\dot{\Omega}^{(2)}\}\times\{\hat{X}\}]B^{(2)}(X,Y,Z,t) \quad on \ S_m\end{aligned} \tag{2.28}$$

여기서,

$$\begin{aligned}B^{(2)}(X,Y,Z,t) =& \{\hat{n}\}\cdot[[\dot{H}]\{\hat{X}\}-(X^{(1)}\cdot\nabla)\nabla\Phi^{(1)}]\\ &+(\{\Omega^{(1)}\}\times\{\hat{n}\})\cdot[\{\dot{X}^{(1)}\}-\nabla\Phi^{(1)}] \quad on \ S_m\end{aligned} \tag{2.29}$$

식(2.14)**을 식**(2.27)**에 대입하면, 다음과 같이 표현된다.**

$$\{\hat{n}\}\cdot(\nabla\Phi_I^{(1)}+\nabla\Phi_D^{(1)}+\nabla\Phi_R^{(1)}) = \{\hat{n}\}\cdot[\{\dot{\Xi}^{(1)}\}+\{\dot{\Omega}^{(1)}\}\times\{\hat{X}\}] \tag{2.30}$$

식 (2.30)**은 다음과 같이** 1**차 회절과 방사문제를 물체 표면 경계 조건 식으로 분리하여 표현할 수 있다.**

$$\{\hat{n}\}\cdot\nabla\Phi_D^{(1)} = -\{\hat{n}\}\cdot\nabla\Phi_I^{(1)} \quad on \ S_m \tag{2.31}$$

$$\{\hat{n}\}\cdot\nabla\Phi_R^{(1)} = \{\hat{n}\}\cdot[\{\dot{\Xi}^{(1)}\}+\{\dot{\Omega}^{(1)}\}\times\{\hat{X}\}] \quad on \ S_m \tag{2.32}$$

또 식(2.15)**을 식**(2.31)**에 대입하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.**

$$(\phi_{Dk}^{(1)})_n = -(\phi_{Ik}^{(1)})_n \tag{2.33}$$

식(2.32)**에서** 2**성분 입사파에 대한** 1**차 병진 속도 벡터와 회전 속도 벡터는 다음과 같이 표현된다.**

$$\{\dot{\Xi}^{(1)}\} = Re\sum_{k=1}^{2}[a_k^{(1)}(-i\omega_k)\{\xi_k^{(1)}\}e^{-i\omega_k t}]$$

$$\{\dot{\Omega}^{(1)}\} = Re \sum_{k=1}^{2} [a_k^{(1)} (-i\omega_k)\{a_k^{(1)}\} e^{-i\omega_k t}] \tag{2.34}$$

그러므로 식(2.15)**의 마지막 식과 식**(2.34)**를 식**(2.32)**에 대입하면**, **다음과 같이 쓸 수 있다**.

$$(\phi_{Rk}^{(1)})_n = -i\omega\{\hat{n}\}\cdot(\{\xi_k^{(1)}\} + \{a_k^{(1)}\}\times\{\hat{X}\}) \qquad on \quad S_m \tag{2.35}$$

또는, $$(\phi_{jk}^{(1)})_n = \widehat{n}_j, \qquad (j = 1\sim 6) \tag{2.36}$$

식(2.36)**은 식**(2.35)**로부터 다음의 관계가 성립하기 때문에 얻어진다**.

j=1 **일 때** $-\omega_k\{\xi_k^{(1)}\} = \{i\}, \quad \{a_k^{(1)}\} = \{0\}$

j=2 **일 때** $-\omega_k\{\xi_k^{(1)}\} = \{j\}, \quad \{a_k^{(1)}\} = \{0\}$

j=3 **일 때** $-\omega_k\{\xi_k^{(1)}\} = \{k\}, \quad \{a_k^{(1)}\} = \{0\}$

j=4 **일 때** $\{\xi_k^{(1)}\} = \{0\}, \quad -i\omega_k\{a_k^{(1)}\} = \{i\}$

j=5 **일 때** $\{\xi_k^{(1)}\} = \{0\}, \quad -i\omega_k\{a_k^{(1)}\} = \{j\}$

j=6 **일 때** $\{\xi_k^{(1)}\} = \{0\}, \quad -i\omega_k\{a_k^{(1)}\} = \{k\}$

$\{\hat{n}\}\cdot(\{i\}\times\{\hat{X}\}) = \widehat{n}_4$

$\{\hat{n}\}\cdot(\{j\}\times\{\hat{X}\}) = \widehat{n}_5$

$\{\hat{n}\}\cdot(\{k\}\times\{\hat{X}\}) = \widehat{n}_6$

2.4 경계치 문제와 유체력

2.2절과 2.3절에서 기술한 자유 표면 경계 조건과 물체 표면 경계조건 이외에 해저 경계조건 및 무한원방 경계조건을 만족하도록 지배 방정식인 라플라스방정식의 해를 구하는 것에 의해 1차 및 2차 속도 포텐셜을 구할 수 있다. 이것들을 1차와 2차의 경계치 문제로 분리할 수 있다.

(1차 radiation 경계치문제)

$$\nabla^2\phi_{jk}^{(1)} = 0 \qquad in \quad \Omega \qquad (2.37)$$

$$-\omega_k^2\phi_{jk}^{(1)} + g(\phi_{jk}^{(1)})_Z = 0 \qquad on \quad Z = 0 \qquad (2.38)$$

$$(\phi_{jk}^{(1)})_n = \widehat{n_j} \qquad on \quad S_m \qquad (2.39)$$

$$(\phi_{jk}^{(1)})_n = (\phi_{jk}^{(1)})_Z = 0 \qquad on \quad S_B \qquad (2.40)$$

$$\lim_{R\to\infty}\sqrt{R}\left(\frac{\partial\phi_{jk}^{(1)}}{\partial R} - ik\phi_{jk}^{(1)}\right) = 0 \qquad on \quad S_R \qquad (2.41)$$

(1차 diffraction 경계치 문제)

$$\nabla^2\phi_{Dk}^{(1)} = 0 \qquad in \quad \Omega \qquad (2.42)$$

$$-\omega_k^2\phi_{Dk}^{(1)} + g(\phi_{Dk}^{(1)})_Z = 0 \qquad on \quad Z = 0 \qquad (2.43)$$

$$(\phi_{Dk}^{(1)})_n = -(\phi_{Ik}^{(1)})_n \qquad on \quad S_m \qquad (2.44)$$

$$(\phi_{Dk}^{(1)})_n = (\phi_{Dk}^{(1)})_Z = 0 \qquad on \quad S_B \qquad (2.45)$$

$$\lim_{R\to\infty}\sqrt{R}\left(\frac{\partial\phi_{Dk}^{(1)}}{\partial R} - ik\phi_{Dk}^{(1)}\right) = 0 \qquad on \quad S_R \qquad (2.46)$$

(2차 radiation 경계치문제)

$$\nabla^2\phi_{ikl}^{\pm(2)} = 0 \qquad in \quad \Omega \qquad (2.47)$$

$$-(\omega_k \pm \omega_l)^2\phi_{ikl}^{(2)} + g(\phi_{ikl}^{(2)})_Z = 0 \qquad on \quad Z = 0 \qquad (2.48)$$

$$(\phi_{ikl}^{\pm(2)})_n = \widehat{n_j} \qquad on \quad S_m \qquad (2.49)$$

$$(\phi_{ikl}^{\pm(2)})_n = (\phi_{ikl}^{\pm(2)})_Z = 0 \qquad on \quad S_B \qquad (2.50)$$

$$\lim_{R\to\infty}\sqrt{R}\left(\frac{\partial\phi_{ikl}^{\pm(2)}}{\partial R} - ik\phi_{ikl}^{\pm(2)}\right) = 0 \qquad on \quad S_R \qquad (2.51)$$

(2차 diffraction 경계치 문제)

$$\nabla^2\phi_{Dkl}^{\pm(2)} = 0 \qquad in \quad \Omega \qquad (2.52)$$

$$-(\omega_k \pm \omega_l)^2\phi_{Dkl}^{(2)} + g(\phi_{Dkl}^{(2)})_Z = q_{Dkl}^{\pm(2)}(X, Y) \qquad on \quad Z = 0 \qquad (2.53)$$

$$(\phi_{Dkl}^{\pm(2)})_n = -(\phi_{Ikl}^{\pm(2)})_n + b_{kl}^{\pm(2)}(X, Y, Z) \qquad on \quad S_m \qquad (2.54)$$

$$(\phi_{Dkl}^{\pm(2)})_n = (\phi_{Dkl}^{\pm(2)})_Z = 0 \qquad on \quad S_B \qquad (2.55)$$

out-going condition $\qquad on \quad S_R \qquad (2.56)$

1차 경계치문제는 3차원 특이점 분포법을 이용함으로써 해양 구조물에서 좋은 해가 구해지고 있으며, 2차 방사문제는 1차의 경우와 같은 방법으로 풀 수 있으며, 2차 회절문제는 통상 고차 경계요소법을 도입하여 풀고 있다. 본 논문에서는 1차 포텐셜인 경우만을 고려하고 있으며 1차 조합에 의한 포텐셜과 2차 포텐셜에 기인하는 비선형 항은 무시하기로 한다. 압력에 의한 유체력을 계산하기 위해 P를 평균 위치에 대하여 테일러 전개하고, 식(2.22)을 이용하면 다음과 같이된다.

$$P = P_m^{(0)} + \varepsilon P_m^{(1)} + \varepsilon^2 [P_m^{(2)} + \{X^{(1)}\} \cdot \nabla P_m^{(1)}] + O(\varepsilon^3) \qquad (2.57)$$

여기서, P는 Fig2.3 에서의 순간 침수 표면 S_H에 대한 압력이고, P_m은 평균 위치에서의 침수표면 S_m에 대한 압력을 나타낸다.

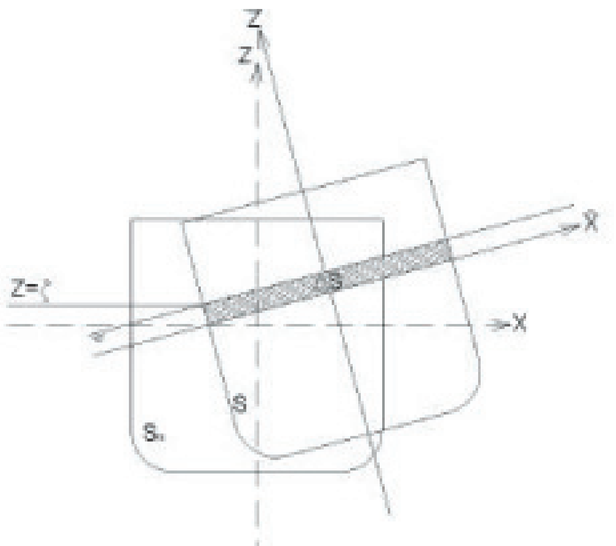


Fig 2.3 Relationship between S and Sm

식(2.22)을 {X}의 성분 Z로 나타내고 경계치 문제에서 얻어지는 속도포텐셜을 고려해서 식을 정리하면 다음과 같이된다.

$$\begin{aligned} P(X, Y, Z, t) = & -\rho g \hat{Z} - \varepsilon \rho [\Phi_t^{(1)} + g Z^{(1)}] \\ & - \varepsilon^2 [\rho \Phi_t^{(2)} + \frac{\rho}{2} |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho \{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)} + \rho g Z^{(2)}] + O(\varepsilon^3) \\ = & \ P(0) + \varepsilon P^{(1)} + \varepsilon^2 P^{(2)} + O(\varepsilon^3) \end{aligned}$$

(2.58)

여기서,

$$P^{(0)} = -\rho g \hat{Z}$$
$$P^{(1)} = -\rho \Phi_t^{(1)} - \rho g Z^{(1)} \qquad (2.59)$$
$$P^{(2)} = -\rho \Phi_t^{(2)} - \frac{\rho}{2} |\nabla \Phi^{(1)}|^2 - \rho \{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)} - \rho g Z^{(2)}$$

이 압력에 의한 유체력은 면적분에 의해 구해진다.

$$\{F_k(t)\} = -\int\int_{S_H} P(X, Y, Z, t)\{n_k\} dS, \qquad (k = 1 \sim 6) \qquad (2.60)$$

2.5 파랑강제력과 전달함수

해양 구조물에 작용하는 파랑강제력는 섭동전개에 의해 얻어지는 1차 및 2차항을 취하여 1차 파랑 강제력과 2차 파랑강제력를 구할 수 있다. 파랑중 물체에 작용하는 유체력은 $O'-X'Y'Z'$ 좌표계에 대하여, 다음의 식으로 표현되어진다.

$$\{F\} = -\int\int_{S_H} P\{n\}dS \tag{2.61}$$

여기서, S_H는 물체의 순간 침수표면이고, $\{n\}$은 물체의 표면 요소 dS의 단위법선벡터이다. 또, 침수표면 S_H는 Fig2.3에서와 같이 정수면 이하의 부분 S_m과 물체 표면상의 파면과 정수면 사이에 발생하는 변동부분 $\triangle S$로 나눌 수 있으며, 식(2.58)와 물체 표면의 법선벡터 식을 식(2.61)에 대입하고, $\triangle S$상에서는 $P^{(0)}$가 0임을 고려하면, 식(2.61)의 유체력은 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{F\} = & -\int\int_{S_m}[P^{(0)}+\varepsilon P^{(1)}+\varepsilon^2 P^{(2)}+O(\varepsilon^3)][\{n^{(0)}\}+\varepsilon\{n^{(1)}\}+\varepsilon^2\{n^{(2)}\}+O(\varepsilon^3)]dS \\
& -\int\int_{\triangle S}[\varepsilon P^{(1)}+\varepsilon^2 P^{(2)}+O(\varepsilon^3)][\{n^{(0)}\}+\varepsilon\{n^{(1)}\}+\varepsilon^2\{n^{(2)}\}+O(\varepsilon^3)]dS \\
= & -\int\int_{S_m} P^{(0)}\{n^{(0)}\}dS - \varepsilon\left\{\int\int_{S_m}(P^{(1)}\{n^{(0)}\}+P^{(0)}\{n^{(1)}\})dS\right\} \\
& -\varepsilon^2\left\{\int\int_{S_m}(P^{(1)}\{n^{(1)}\}+P^{(2)}\{n^{(0)}\}+P^{(0)}\{n^{(2)}\})dS \right. \\
& \left. +\int\int_{\triangle S} P^{(1)}\{n^{(0)}\}dS\right\} + O(\varepsilon^3) \\
= & \{F^{(0)}\}+\varepsilon\{F^{(1)}\}+\varepsilon^2\{F^{(2)}\}+O(\varepsilon^3)
\end{aligned} \tag{2.62}$$

$\{F^{(0)}\}$는 평균 침수 표면 S_m에 작용하는 정수압에 의한 정적 부력이고, $\{F^{(1)}\}$은 파랑과 같은 주기로 작용하는 1차 유체력을 나타낸다. 또 $\{F^{(2)}\}$ 는 평균 침수 표면 S_m상에서의 압력과 법석벡터의 곱에 의한 2차 유체력과 변동부분 $\triangle S$에서의 압력을 적분함으로써 생기는 2차 유체력이다. 여기서 식(2.26), 및 식(2.59)을 고려하고, 평균 위치에서의 부체의 수선면적 A_w에서 $\hat{Z}=0$이므로 가우스(Gauss)정리를 적용하여 다음과 같이 전개 할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{F^{(0)}\} = & -\int\int_{S_m} P^{(0)}\{n^{(0)}\}dS = \rho g\int\int_{S_m}\hat{Z}\{\hat{n}\}dS \\
= & \rho g\int\int\int_V \nabla\hat{Z}dV = \rho g V\{k\} = \{0 \quad 0 \quad \rho g V\}^T
\end{aligned} \tag{2.63}$$

여기서, $\nabla = \{i\}\frac{\partial}{\partial\hat{X}} + \{j\}\frac{\partial}{\partial\hat{Y}} + \{k\}\frac{\partial}{\partial\hat{Z}}$, V는 평균침수체적이다.

$\{F^{(1)}\}$은 식(2.62)에서 알 수 있으며 그 항의 두 번째 식에서 식(2.26), 식(2.59) 및 식(2.63)을 고려하면 다음과 같이 된다.

$$
\begin{aligned}
\{F^{(1)}\} &= -\iint_{S_m} (P^{(1)}\{n^{(0)}\} + P^{(0)}\{n^{(1)}\})dS \\
&= -\iint_{S_m} P^{(1)}\{\hat{n}\}dS + \{\Omega^{(1)}\}\times\{F^{(0)}\} \\
&= -\iint_{S_m} P^{(1)}\{\hat{n}\}dS + \{\Omega^{(1)}\}\times\{0 \quad 0 \quad \rho g V\}^T \\
&= -\iint_{S_m} [-\rho\Phi_t^{(1)} - \rho g Z^{(1)}]\{\hat{n}\}dS + \{\Omega^{(1)}\}\times\{0 \quad 0 \quad \rho g V\}^T \\
&= \rho\iint_{S_m} \Phi_t^{(1)}\{\hat{n}\}dS + \rho g\iint_{S_m} (\Xi_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)}\hat{Y} - \Omega_2^{(1)}\hat{X})\{\hat{n}\}dS \\
&\quad + \{\Omega^{(1)}\}\times\{0 \quad 0 \quad \rho g V\}^T
\end{aligned}
\tag{2.64}
$$

평균 침수 폐곡면 $S_m + A_w$에 대한 적분을 가우스 정리를 이용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&\rho g\iint_{S_m + A_w} (\Xi_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)}\hat{Y} - \Omega_2^{(1)}\hat{X})\{\hat{n}\}dS \\
&\qquad = \rho g\iiint_V \nabla(\Xi_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)}\hat{Y} - \Omega_2^{(1)}\hat{X})dV \\
&\qquad = \rho g\iiint_V (-\Omega_2^{(1)}\{i\} + \Omega_1^{(1)}\{j\})dV \\
&\qquad = \rho g V(-\Omega_2^{(1)}\{i\} + \Omega_1^{(1)}\{j\}) = -\{\Omega^{(1)}\}\times\{0 \quad 0 \quad \rho g V\}^T
\end{aligned}
\tag{2.65}
$$

또, 평균 침수 폐곡면 $S_m + A_w$를 평균 침수 표면 S_m과 수선면 A_w로 나누어 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&\rho\iint_{S_m + A_w} (\Xi_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)}\hat{Y} - \Omega_2^{(1)}\hat{X})\{\hat{n}\}dS \\
&\qquad = \rho g\iint_{S_m} (\Xi_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)}\hat{Y} - \Omega_2^{(1)}\hat{X})\{\hat{n}\}dS \\
&\qquad\quad + \rho g\iint_{A_w} (\Xi_3^{(1)} + \Omega_1\hat{Y} - \Omega_2^{(1)}\hat{X})\{k\}d\hat{X}d\hat{Y}
\end{aligned}
\tag{2.66}
$$

식(2.65)와 식(2.66)으로부터 다음의 관계식이 성립한다.

$$
\begin{aligned}
&\rho g\iint_{S_m} (\Xi_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)}\hat{Y} - \Omega_2^{(1)}\hat{X})\{n\}dS \\
&\qquad = -\rho g\iint_{A_m} (\Xi_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)}\hat{Y} - \Omega_2^{(1)}\hat{X})\{k\}d\hat{X}d\hat{Y} \\
&\qquad\quad - \{\Omega^{(1)}\}\times\{0 \quad 0 \quad \rho g V\}^T
\end{aligned}
\tag{2.67}
$$

식(2.67)을 식(2.64)에 대입하면, $\{F^{(1)}\}$은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{F^{(1)}\} = \rho\int\int_{S_m}\Phi_t^{(1)}\{\hat{n}\}dS - \rho g\int\int_{A_w}(\Xi_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)}\hat{Y} - \Omega_2^{(1)}\hat{X})\{k\}d\hat{X}d\hat{Y}$$
$$= \rho\int\int_{S_m}\Phi_t^{(1)}\{n\}dS - \rho g A_w(\Xi_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)}\widehat{Y_f} - \Omega_2^{(1)}\widehat{X_f})\{k\}$$
$$= \{F_I^{(1)}\} + \{F_D^{(1)}\} + \{F_R^{(1)}\} + \{F_{HS}^{(1)}\} \tag{2.68}$$

여기서,

$$\{F_I^{(1)}\} = \rho\int\int_{S_m}\Phi_{It}^{(1)}\{\hat{n}\}dS$$
$$\{F_D^{(1)}\} = \rho\int\int_{S_m}\Phi_{Dt}^{(1)}\{\hat{n}\}dS$$
$$\{F_R^{(1)}\} = \rho\int\int_{S_m}\Phi_{Rt}^{(1)}\{\hat{n}\}dS \tag{2.69}$$
$$\{F_{HS}^{(1)}\} = -\rho g A_w(\Xi_3^{(1)} + \Omega_1^{(1)}\widehat{Y_f} - \Omega_2^{(1)}\widehat{X_f})\{k\}$$

또한, $(\widehat{X_f}, \widehat{Y_f})$는 물체 고정 좌표계에 있어서의 평형위치의 부면심으로서 다음과 같이 표현된다.

$$\widehat{X_f} = \frac{1}{A_w}\int\int_{A_w}\hat{X}d\hat{X}d\hat{Y}$$
$$\widehat{Y_f} = \frac{1}{A_w}\int\int_{A_w}\hat{Y}d\hat{X}d\hat{Y} \tag{2.70}$$

식(2.68) 은 각각 파랑강제력, 동유체력 및 정적 유체 반력을 모두 포함하는 1차 유체력이고, 1차 파랑강제력 $\{F_m^{(1)}\}$는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\{F_{ex}^{(1)}\} = \{F_I^{(1)}\} + \{F_D^{(1)}\}$$
$$= \rho\int\int_{S_m}(\Phi_{It}^{(1)} + \Phi_{Dt}^{(1)})\{\hat{n}\}dS \tag{2.71}$$

식(2.71)의 1차 파랑강제력을 2성분 입사파에 대한 1차 전달함수로 표현하기 위해, 먼저 식(2.15)로부터 $\Phi_{It}^{(1)}$과 $\Phi_{Dt}^{(1)}$는 다음과 같이 된다.

$$\Phi_{It}^{(1)} = Re\sum_{k=1}^{2}[a_k^{(1)}(-i\omega_k)\phi_{Ik}^{(1)}e^{-i\omega_k t}]$$
$$\Phi_{Dt}^{(1)} = Re\sum_{k=1}^{2}[a_k^{(1)}(-i\omega_k)\phi_{Dk}^{(1)}e^{-i\omega_k t}] \tag{2.72}$$

식(2.72)을 식(2.71)에 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$\{F_{ex}^{(1)}\} = Re\sum_{k=1}^{2}[a_k^{(1)}(\rho\int\int_{S_m} - i\omega_k(\phi_{Ik}^{(1)} + \phi_{Dk}^{(1)})\{\hat{n}\}dS)e^{-i\omega_k t}]$$

$$= Re\sum_{k=1}^{2}[a_k^{(1)}\{f_{Fk}^{(1)}\}e^{-i\omega_k t}]$$

(2.73)

여기서, $\{f_{Fk}^{(1)}\}$는 각각 파 주파수 ω_k인 1차 파 강제력의 전달함수로서 다음과 같다.

$$\{f_{Fk}^{(1)}\} = -i\rho\omega_k\int\int_{S_m}(\phi_{Ik}^{(1)} + \phi_{Dk}^{(1)})\{\hat{n}\}dS \tag{2.74}$$

또, $\{F^{(2)}\}$는 식(2.62)에서 알 수 있으며 식(2.62)에 식(2.26)를 고려하면, 다음과 같이 된다.

$$\{F^{(2)}\} = -\int\int_{S_m}(P^{(1)}\{n^{(1)}\} + P^{(2)}\{\hat{n}\} + P^{(0)}\{n^{(2)}\})dS - \int\int_{\triangle S}P^{(1)}\{\hat{n}\}dS$$

(2.75)

모든 표면 요소 dS에 대한 회전 변위가 같으므로 식(2.75)의 S_m적분의 첫 번째 항은 식(2.26) 및 식(2.64)을 고려하면, 다음과 같이 된다.

$$-\int\int_{S_m}P^{(1)}\{n^{(1)}\}dS = \{\Omega^{(1)}\}\times -\int\int_{S_m}P^{(1)}\{\hat{n}\}dS$$

$$= \{\Omega^{(1)}\}\times[\{F^{(1)}\} - (\{\Omega^{(1)}\}\times\{0 \quad 0 \quad \rho g V\}^T)]$$

$$= \{\Omega^{(1)}\}\times\{F^{(1)}\} - \{\Omega^{(1)}\}\times(\{\Omega^{(1)}\}\times\{0 \quad 0 \quad \rho g V\}^T)$$

$$= \{\Omega^{(1)}\}\times\{F^{(1)}\} - \rho g V\begin{Bmatrix}\Omega_1^{(1)}\Omega_3^{(1)} \\ \Omega_2^{(1)}\Omega_3^{(1)} \\ \Omega_1^{(1)^2} - \Omega_2^{(1)^2}\end{Bmatrix}$$

(2.76)

식(2.75)의 첫 번째 적분의 두 번째 항은 식(2.59)에 주어진 $P^{(2)}$를 대입하여 적분하면 되고, 세 번째 항은 정적압력의 2차 성분으로 식(2.26)을 고려하면, 다음과 같이 나타내어진다.

$$-\int\int_{S_m}P^{(0)}\{n^{(2)}\}dS = \{\Omega^{(2)}\}\times -\int\int_{S_m}P^{(0)}[H]\{\hat{n}\}dS$$

$$= \{\Omega^{(2)}\}\times\{0 \quad 0 \quad \rho g V\}^T + [H]\{0 \quad 0 \quad \rho g V\}^T$$

$$= \rho g V\{\Omega_2^{(2)} \quad -\Omega_1^{(2)} \quad 0\}^T - \frac{1}{2}\rho g V\{\Omega_1^{(1)^2} + \Omega_2^{(1)^2}\}\{k\}$$

(2.77)

식 (2.75)의 두 번째 적분에서 $\triangle S$는 S의 $Z^{(1)} = Z_{WL}^{(1)}$와 $Z^{(1)} = \zeta^{(1)}$사이의 부분이므로 식(2.8), 식(2.59)과 $dS = dZ^{(1)}\cdot dl$을 이용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&- \int\int_{\triangle S} P^{(1)} \{\hat{n}\} \\
&\quad = -\int_{WL} dl \int_{Z_{WL}^{(1)}}^{\zeta^{(1)}} \{-\rho g Z^{(1)} - \rho \Phi_t^{(1)}\}\{\hat{n}\} dZ^{(1)} \\
&\quad = -\int_{WL} dl \int_{Z_{WL}^{(1)}}^{\zeta^{(1)}} \{-\rho g Z^{(1)} + \rho g \zeta^{(1)}\}\{\hat{n}\} dZ^{(1)} \\
&\quad = -\rho g \int_{WL} [\zeta^{(1)^2} - \frac{1}{2}\zeta^{(1)^2} - \zeta Z_{WL}^{(1)} + \frac{1}{2} Z_{WL}^{(1)^2}]\{\hat{n}\} dl \\
&\quad = -\frac{1}{2}\rho g \int_{WL} (\zeta^{(1)} - Z_{WL}^{(1)})^2 \{\hat{n}\} dl \\
&\quad = -\frac{1}{2}\rho g \int_{WL} \zeta_R^{(1)^2} \{\hat{n}\} dl
\end{aligned}
\tag{2.78}
$$

여기서, $\zeta_R^{(1)} = \zeta^{(1)} - Z_{WL}^{(1)}$**는 상대 수면변위이고**, dl**은 수선**(water line)**의 요소이다**. **식**(2.76), **식**(2.59), **식**(2.77) **및 식**(2.78)**을 식**(2.75)**에 대입하면**, **전체** 2**차 유체력은 다음과 같이 된다**.

$$
\begin{aligned}
\{F^{(2)}\} = &-\frac{1}{2}\int_{WL} \zeta_R^{(1)^2}\{\hat{n}\} dl + \{\Omega^{(1)}\} \times \{F^{(1)}\} \\
&+ \int\int_{S_m} [\frac{1}{2}\rho |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho \Phi_t^{(2)} + \rho(\{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)})]\{\hat{n}\} dS \\
&+ \int\int_{S_m} \rho g Z^{(2)}\{\hat{n}\} dS - \{\Omega^{(1)}\} \times (\{\Omega^{(1)}\} \times \{0\ \ 0\ \ \rho g V\}^T) \\
&+ \{\Omega^{(2)}\} \times \{0\ \ 0\ \ \rho g V\}^T + [H]\{0\ \ 0\ \ \rho g V\}^T
\end{aligned}
\tag{2.79}
$$

여기서,

$$
\begin{aligned}
&\rho g \int\int_{S_m} Z^{(2)}\{\hat{n}\} dS \\
&\quad = \rho g V \begin{Bmatrix} -\Omega_2^{(2)} + \Omega_1^{(1)}\Omega_3^{(1)} \\ \Omega_1^{(2)} + \Omega_2^{(1)}\Omega_3^{(1)} \\ -\frac{1}{2}(\Omega_1^{(1)^2} + \Omega_2^{(1)^2}) \end{Bmatrix} \\
&\qquad - \rho g \int\int_{A_w} [\Xi_3^{(2)} + \Omega_1^{(2)}\hat{Y} - \Omega_2^{(2)}\hat{X} + \Omega_1^{(1)}\Omega_3^{(1)}\hat{X} + \Omega_2^{(1)}\Omega_3^{(1)}\hat{Y}]\{k\} d\hat{X} d\hat{Y}
\end{aligned}
\tag{2.80}
$$

의 관계를 식(2.79)**에 대입하여**, **식**(2.79)**의 마지막** 3**개의 항을 전개하면** $\{F^{(2)}\}$**는 다음과 같이 표현된다**.

$$
\begin{aligned}
\{F^{(2)}\} = &-\frac{1}{2}\rho g \int_{WL} \zeta_R^{(1)^2}\{\hat{n}\} dl + \{\Omega^{(1)}\} \times \{F^{(1)}\} \\
&+ \int\int_{S_m} [\frac{1}{2}\rho |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho \Phi_t^{(2)} + \rho(\{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)})]\{\hat{n}\} dS \\
&- \rho g \int\int_{A_w} [\Xi_3^{(2)} + \Omega_2^{(2)}\hat{Y} - \Omega_2^{(2)}\hat{X} + \Omega_1^{(1)}\Omega_3^{(1)}\hat{X} + \Omega_2^{(1)}\Omega_3^{(1)}\hat{Y}]\{k\} d\hat{X} d\hat{Y} \\
= &\{F_I^{(2)}\} + \{F_D^{(2)}\} + \{F_Q^{(2)}\} + \{F_R^{(2)}\} + \{F_{HS}^{(2)}\}
\end{aligned}
\tag{2.81}
$$

여기서,

$$
\begin{aligned}
\{F_I^{(2)}\} &= \rho \int\int_{S_m} \Phi^{(2)} \{\hat{n}\} dS \\
\{F_D^{(2)}\} &= \rho \int\int_{S_m} \Phi_{Dt}^{(2)} \{\hat{n}\} dS \\
\{F_Q^{(2)}\} &= -\frac{1}{2}\rho g \int_{WL} \zeta_R^{(1)^2} \{\hat{n}\} dl + \{\Omega^{(1)}\} \times \{F^{(1)}\} \\
&\quad + \int\int_{S_m} [\frac{1}{2}\rho |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho(\{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)})] \{\hat{n}\} dS \\
&\quad - \rho g A_W \Omega_3^{(1)} (\Omega_1^{(1)} \widehat{X_f} + \Omega_2^{(1)} \widehat{Y_f}) \{k\} \\
\{F_R^{(2)}\} &= \rho \int\int_{S_m} \Phi_{Rt}^{(2)} \{\hat{n}\} dS \\
\{F_{HS}^{(2)}\} &= -\rho g A_W (\Xi_3^{(2)} + \Omega_1^{(2)} \widehat{Y_f} - \Omega_2^{(2)} \widehat{X_f}) \{k\}
\end{aligned}
\tag{2.82}
$$

식(2.81)은 파강제력, 동유체력 및 정적 유체반력을 모두 포함하는 전체 2차 유체력이고, 2차 파 강제력 $\{F_{ex}^{(2)}\}$는 식(2.81)에서 $\{F_I^{(2)}\}$, $\{F_D^{(2)}\}$, $\{F_Q^{(2)}\}$만 해당한다.

결과적으로

$$
\begin{aligned}
\{F_{ex}^{(2)}\} &= \{F_I^{(2)}\} + \{F_D^{(2)}\} + \{F_Q^{(2)}\} \\
&= -\frac{1}{2} \int_{WL} \zeta_R^{(1)^2} \{\hat{n}\} dl + \{\Omega^{(1)}\} \times \{F^{(1)}\} \\
&\quad + \int\int_{S_m} [\frac{1}{2} |\nabla \Phi^{(1)}|^2 + \rho(\Phi_{It}^{(2)} + \Phi_{Dt}^{(2)}) + \rho(\{X^{(1)}\} \cdot \nabla \Phi_t^{(1)})] \{\hat{n}\} dS \\
&\quad - \rho g A_W \Omega_3^{(1)} (\Omega_1^{(1)} \widehat{X_f} + \Omega_2^{(1)} \widehat{Y_f}) \{k\}
\end{aligned}
\tag{2.83}
$$

식(2.83)에서의 마지막 항은 1차 회전운동의 곱에 의한 2차 파 강제력 성분을 나타내며, 식(2.83)의 2차 파 강제력을 2성분 입사파에 대한 합주파수 성분과 차주파수 성분의 전달함수로 나누어 다음과 같이 표현할 수 있다[7].

$$
\{F_{ex}^{(2)}\} = Re \sum_{k=1}^{2} \sum_{l=0}^{2} [a_k^{(1)} a_l^{(1)} \{f_{Fkl}^{+(2)}\} e^{-i(\omega_k + \omega_l)t} + a_k^{(1)} a_l^{(1)*} \{f_{Fkl}^{-(2)}\} e^{-i(\omega_k - \omega_l)t}]
\tag{2.84}
$$

3. 시간 영역에서의 파강제력

불규칙파 중에서의 파강제력을 계산할 때, Hsu는 임의의 불규칙파의 시간이력(time history)에서 제로 크로스(zero cross)점을 찾아 반 파장마다 주파수 영역의 파강제력을 이용하는 방법을 제안하였다[8]. 이 방법은 계산 시간을 단축시키는 이점이 있지만, 파형이 급격히 변화하거나 변동 표류력을 고려하는 경우에는 파강제력을 정확하게 평가할 수 없다. 그래서 본 논문에서는 파 강제력의 주파수 응답함수를 퓨리에 변환함으로써 얻어지는 임펄스 응답함수를 콘볼루션 적분하여 구한다[9].

먼저, 파강제력 $\{F_W(t)\}$를 볼테라(Volterra) 급수로 표현하여 2차항까지 취하면, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}\{F_{ex}(t)\} &= \{F_{ex}^{(1)}(t)\} + \{F_{ex}^{(2)}(t)\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\{h_F^{(1)}(\tau)\}\zeta(t-\tau)d\tau + \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\{h_F^{(2)}(\tau_1,\tau_2)\}\zeta(t-\tau_1)\zeta(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2\end{aligned} \tag{3.1}$$

식(3.1)을 1차 및 2차 파강제력으로 분리하여 표현하면, 다음과 같이 된다.

$$\{F_{ex}^{(1)}\} = \int_{-\infty}^{\infty}\{h_F^{(1)}(\tau)\}\zeta(t-\tau)d\tau \tag{3.2}$$

$$\{F_{ex}^{(2)}\} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\{h_F^{(2)}(\tau_1,\tau_2)\}\zeta(t-\tau_1)\zeta(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 \tag{3.3}$$

또 $\{h_F^{(1)}(\tau)\}$, $\{h_F^{(2)}(\tau)\}$는 각각 1차 2차 파강제력의 임펄스 응답함수로서 다음과 같이 표현된다.

$$\{h_F^{(1)}(\tau)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\{H_F^{(1)}(\omega)\}e^{-i\omega\tau}d\omega \tag{3.4}$$

$$\{h_F^{(2)}(\tau_1,\tau_2)\} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}[\{H_F^{(2)}(\omega_1,\omega_2)\}e^{-i(\omega_1\tau_1+\omega_2\tau_2)}]d\omega_1 d\omega_2 \tag{3.5}$$

여기서, $\{H_F^{(1)}\}$는 1차 파강제력의 전달함수 이고, $\{H_F^{(2)}(\omega_1,\omega_2)\}$는 2차 파강제력의 전달함수이며, 퓨리어 변환에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\{H_F^{(1)}(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty}\{h_F^{(1)}(\tau)\}e^{i\omega\tau}d\tau \tag{3.6}$$

$$\{H_F^{(2)}(\omega_1,\omega_2)\} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}[\{h_F^{(2)}(\tau_1,\tau_2)\}e^{i(\omega_1\tau_1+\omega_2\tau_2)}d\tau_1 d\tau_2 \tag{3.7}$$

제 2장에서 설명한 방법으로 파강제력의 전달함수가 구해지면, 식(3.4)의 퓨리어 역변환에 의해 파강제력의 임펄스 응답함수를 계산할 수 있고, 식(3.2), 식(3.3)에 의해 임펄스 응답함수와 수면변위의 시간이력의 곱을 적분함으로써 파강제력과 모우먼트의 시간이력을 구할 수 있다.

먼저, 2개의 규칙파로 구성된 입사파의 1차 수면변위는 식(2.10)에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\zeta^{(1)}(t) &= Re \sum_{k=1}^{2} [a_k^{(1)} e^{-i\omega_k t}] \\
&= |a_1^{(1)}| \cos(\omega_1 t - \varepsilon_1) + |a_2^{(1)}| \cos(\omega_2 t - \varepsilon_2) \\
&= \frac{1}{2}|a_1^{(1)}|(e^{-i(\omega_1 t - \varepsilon_1)} + e^{i(\omega_1 t - \varepsilon_1)}) + \frac{1}{2}|a_2^{(1)}|(e^{-i(\omega_2 t - \varepsilon_2)} + e^{i(\omega_2 t - \varepsilon_2)})
\end{aligned}
\tag{3.8}
$$

식(3.4), 식(3.8)을 식(3.2)에 대입하면, 1차 파강제력은 다음과 같이 표현된다.

$$
\begin{aligned}
\{F_{ex}^{(1)}(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(1)}(\tau)\} \zeta(t-\tau) d\tau \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(1)}(\tau)\} [\frac{1}{2}|a_1^{(1)}| e^{-i[\omega_1(t-\tau)-\varepsilon_1]} + e^{i[\omega_1(t-\tau)-\varepsilon_1]} \\
&\qquad + \frac{1}{2}|a_2^{(1)}| e^{-i[\omega_2(t-\tau)-\varepsilon_2]} + e^{i[\omega_2(t-\tau)-\varepsilon_2]}] d\tau \\
&= \frac{1}{2}|a_1^{(1)}| [\{H_F^{(1)}(\omega_1)\} e^{-i(\omega_1 t-\varepsilon_1)} + \{H_F^{(1)*}(\omega_1)\} e^{i(\omega_1 t-\varepsilon_1)}] \\
&\quad + \frac{1}{2}|a_2^{(1)}| [\{H_F^{(1)}(\omega_2)\} e^{-i(\omega_2 t-\varepsilon_2)} + \{H_F^{(1)*}(\omega_2)\} e^{i(\omega_2 t-\varepsilon_2)}] \\
&= Re[|a_1^{(1)}| \{H_F^{(1)}(\omega_1)\} e^{-i(\omega_1 t-\varepsilon_1)} + |a_2^{(1)}| \{H_F^{(1)}(\omega_2)\} e^{-i(\omega_2 t-\varepsilon_2)}] \\
&= Re \sum_{k=1}^{2} [a_k^{(1)} \{H_F^{(1)}(\omega_k)\} e^{-i\omega_k t}]
\end{aligned}
\tag{3.9}
$$

또, 식(3.5)과 식(3.8)을 식(3.3)에 대입하면, 2차 파강제력은 다음과 같이 표현된다.

$$
\begin{aligned}
&\{F_{ex}^{(2)}(t)\} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \{h_F^{(2)}(\tau_1, \tau_2)\} \zeta(t-\tau_1) \zeta(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
&= \frac{1}{2} Re \sum_{k=1}^{2}\sum_{l=1}^{2} [a_k^{(1)} a_l^{(1)} \{H_F^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\} e^{-i(\omega_k+\omega_l)t} \\
&\qquad + a_k^{(1)} a_l^{(1)*} \{H_F^{(2)}(\omega_k, -\omega_l)\} e^{-i(\omega_k-\omega_l)t}]
\end{aligned}
\tag{3.10}
$$

식(3.9)과 식(2.73)의 1차 파강제력를 비교해 보면, 1차 파강제력의 전달함수 $\{H_F^{(1)}(\omega_k)\}$와 $\{f_F^{(1)}(\omega_k)\}$ 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\{H_F^{(1)}(\omega_k)\} = \{f_F^{(1)}(\omega_k)\} = \{f_{Fk}^{(1)}\} \tag{3.11}$$

또, 식(3.10)과 식(2.111)의 2차 파강제력을 비교해 보면, 2차 파강제력 전달함수 $\{H_F^{(2)}(\omega_k, \pm\omega_l)\}$와 $\{f_F^{\pm(2)}(\omega_k, \omega_l)\}$ 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \{H_F^{(2)}(\omega_k, \omega_l)\} &= 2\{f_F^{+(2)}(\omega_k, \omega_l)\} = 2\{f_{Fkl}^{+(2)}\} \\ \{H_F^{(2)}(\omega_k, -\omega_l)\} &= 2\{f_F^{-(2)}(\omega_k, \omega_l)\} = 2\{f_{Fkl}^{-(2)}\} \end{aligned} \tag{3.12}$$

그러므로 1차항의 조합으로 발생하는 각 성분마다의 2차 파강제력의 전달함수가 구해지면, 이것들은 각각 2배 하여 더해 줌으로서 1차항의 조합으로 발생하는 전체의 2차 파강제력의 전달함수 $\{H_F^{(2)}(\omega_k, \pm\omega_l)\}$가 구해지며, 계산된 2차 전달함수를 식(3.5)에 대입하면, 1차항의 조합으로 발생하는 전체 2차 파강제력의 임펄스 응답함수를 구할 수 있고, 2차 임펄스 응답함수가 구해지면, 식(3.3)에 의해 1차 조항의 조합으로 발생하는 2차 파강제력의 시간이력이 구해진다. 실제로 한쪽면(one-side) 스펙트럼으로 계산하면,

우선 $\zeta(t)$가 한쪽면 스펙트럼 S_ζ를 가지는 임의파(random wave)인 것으로 하면, Rice는 $\zeta(t)$를 다음과 같이 표현했다[10].

$$\begin{aligned} \zeta(t) &= \int_0^\infty \cos(\omega t - \varepsilon)\sqrt{2S_\zeta(\omega)\,d\omega} \\ &= \frac{1}{2}\int_0^\infty \{e^{-i(\omega t-\varepsilon)} + e^{i(\omega t-\varepsilon)}\}\sqrt{2S_\zeta(\omega)\,d\omega} \end{aligned} \tag{3.13}$$

여기서, ε은 $0 \sim 2\pi$에 걸쳐 균일 분포하는 임의위상(random phase)이다. 식(3.13)를 식(3.2)에 대입하고 식(4.33)의 관계를 이용하면, 다음의 1차 파강제력이 구해진다.

$$\begin{aligned} \{F_{ex}^{(1)}(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty}\{h_F^{(1)}(\tau)\}\zeta(t-\tau)\,d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\{h_F^{(1)}(\tau)\}\Big[\frac{1}{2}\int_0^\infty\{e^{-i[\omega(t-\tau)-\varepsilon]} + e^{i[\omega(t-\tau)-\varepsilon]}\}\sqrt{2S_\zeta(\omega)\,d\omega}\Big]d\tau \\ &= \int_0^\infty \cos(\omega t - \varepsilon - \{\theta^{(1)}\})\cdot\sqrt{2\{|H_F^{(1)}(\omega)|^2\}S_\zeta(\omega)\,d\omega} \end{aligned} \tag{3.14}$$

여기서,

$$\{H_F^{(1)}(\omega)\} = \{|H_F^{(1)}(\omega)|\}e^{i\{\theta^{(1)}(\omega)\}} = \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(1)}(\omega)|e^{i\theta_1^{(1)}(\omega)} \\ |H_{2F}^{(1)}(\omega)|e^{i\theta_2^{(1)}(\omega)} \\ |H_{3F}^{(1)}(\omega)|e^{i\theta_3^{(1)}(\omega)} \end{Bmatrix}$$

$$\{H_F^{(1)*}(\omega)\} = \{|H_F^{(1)}(\omega)|\}e^{-i\{\theta^{(1)}(\omega)\}} = \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(1)}(\omega)|e^{-i\theta_1^{(1)}(\omega)} \\ |H_{2F}^{(1)}(\omega)|e^{-i\theta_2^{(1)}(\omega)} \\ |H_{3F}^{(1)}(\omega)|e^{-i\theta_3^{(1)}(\omega)} \end{Bmatrix} \qquad (3.15)$$

또 식(3.13)**를 식**(3.3)**에 대입하고 식**(3.7)**의 관계를 이용하면**, **다음과 같이** 2**차 파강제력이 구해진다**.

$$\begin{aligned} \{F_{ex}^{(2)}(t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\{h_F^{(2)}(\tau_1,\tau_2)\}\zeta(t-\tau_1)\zeta(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\cos[(\omega_1+\omega_2)t-(\varepsilon_1+\varepsilon_2)-\{\theta^{(2)}(\omega_1,\omega_2)\}] \\ &\qquad \cdot\sqrt{\{|H_F^{(2)}(\omega_1,\omega_2)|^2\}S_\zeta(\omega_1)S_\zeta(\omega_2)d\omega_1 d\omega_2} \\ &\quad + \int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\cos[(\omega_1-\omega_2)t-(\varepsilon_1-\varepsilon_2)-\{\theta^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)\}] \\ &\qquad \cdot\sqrt{\{|H_F^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)|^2\}S_\zeta(\omega_1)S_\zeta(\omega_2)d\omega_1 d\omega_2} \end{aligned} \qquad (3.16)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \{H_F^{(2)}(\omega_1,\omega_2)\} &= \{|H_F^{(2)}(\omega_1,\omega_2)|\}e^{i\{\theta^{(2)}(\omega_1,\omega_2)\}} \\ &= \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(2)}(\omega_1,\omega_2)|e^{i\theta_1^{(2)}(\omega_1,\omega_2)} \\ |H_{2F}^{(2)}(\omega_1,\omega_2)|e^{i\theta_2^{(2)}(\omega_1,\omega_2)} \\ |H_{3F}^{(2)}(\omega_1,\omega_2)|e^{i\theta_3^{(2)}(\omega_1,\omega_2)} \end{Bmatrix} \\ \{H_F^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)\} &= \{|H_F^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)|\}e^{i\{\theta^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)\}} \\ &= \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)|e^{i\theta_1^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)} \\ |H_{2F}^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)|e^{i\theta_2^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)} \\ |H_{3F}^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)|e^{i\theta_3^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)} \end{Bmatrix} \\ \{H_F^{(2)*}(\omega_1,\omega_2)\} &= \{|H_F^{(2)}(\omega_1,\omega_2)|\}e^{-i\{\theta^{(2)}(\omega_1,\omega_2)\}} \\ &= \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(2)}(\omega_1,\omega_2)|e^{-i\theta_1^{(2)}(\omega_1,\omega_2)} \\ |H_{2F}^{(2)}(\omega_1,\omega_2)|e^{-i\theta_2^{(2)}(\omega_1,\omega_2)} \\ |H_{3F}^{(2)}(\omega_1,\omega_2)|e^{-i\theta_3^{(2)}(\omega_1,\omega_2)} \end{Bmatrix} \\ \{H_F^{(2)*}(\omega_1,-\omega_2)\} &= \{|H_F^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)|\}e^{-i\{\theta^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)\}} \\ &= \begin{Bmatrix} |H_{1F}^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)|e^{-i\theta_1^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)} \\ |H_{2F}^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)|e^{-i\theta_2^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)} \\ |H_{3F}^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)|e^{-i\theta_3^{(2)}(\omega_1,-\omega_2)} \end{Bmatrix} \end{aligned} \qquad (3.17)$$

4. 이론계산 및 모형

4.1 계산 및 실험 모형

특이점분포법에 대한 이론을 본 논문에서 ModelⅠ,Ⅱ에 직접 적용하였다. Fig4.2에서 ModelⅠ은 한 개의 실린더를 가지고 있는 구조물의 평면도이고 실린더 직경은 0.07m이며 흘수는 0.15m이다. Fig4.3은 실린더 네 개를 가지고 있는 ModelⅡ에 대한 평면도이며 흘수는 0.15m이다. 또한 Table4.1은 각 모델의 주요 치수를 나타내고 있다.

Table 4.1 Principal Dimensions of Models

Designation		Unit	Model 1	Model 2
Length overall L		M	0.2	0.5
Breadth B		M	0.22	0.45
Draft T		M	0.15	0.15
Displacement △		M^3	0.000577	0.03948
center of gravity	VCG	M	0.09	0.124
	LCG	M	0	0
Metercentric height	GM_L	M	-0.162	-0.197
	GM_T	M	-0.162	-0.197
Mass moments of Inertia	Ixx	$kg \cdot m^2$	0.0094996	0.03948
	Iyy	$kg \cdot m^2$	0.0094996	0.04031
	Izz	$kg \cdot m^2$	0.0003646	0.0092387

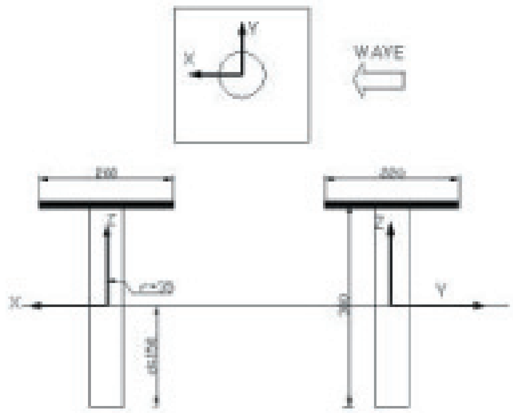


Fig 4.1 Plans for Model Ⅰ

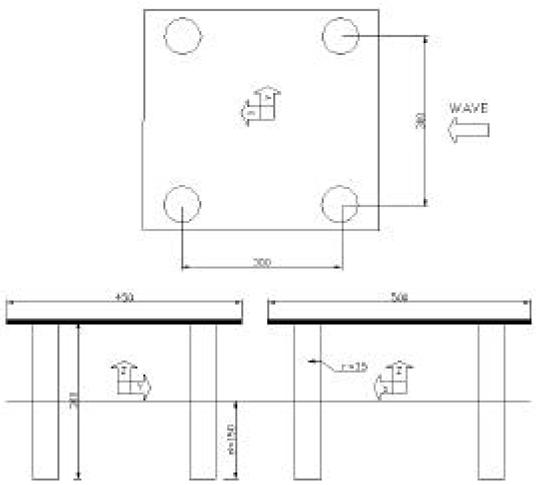


Fig 4.2 Plans for Model Ⅱ

4.2 특이점분포법에의한 1차 파강제력

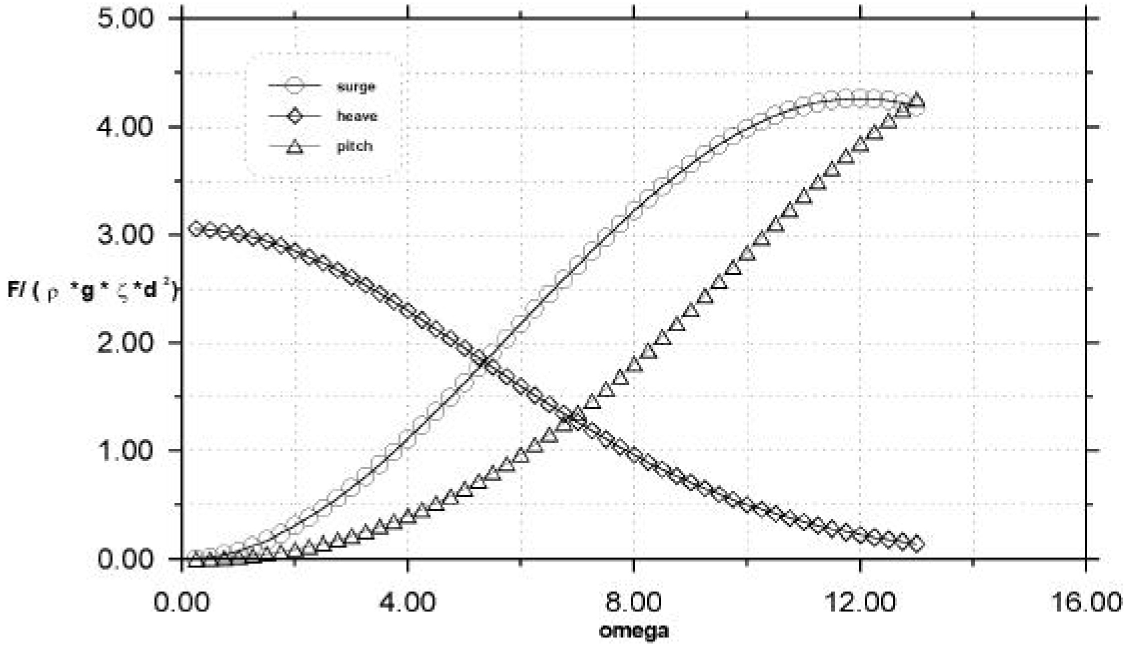


Fig 4.3 Wave Exciting Force and Moment (Model Ⅰ)

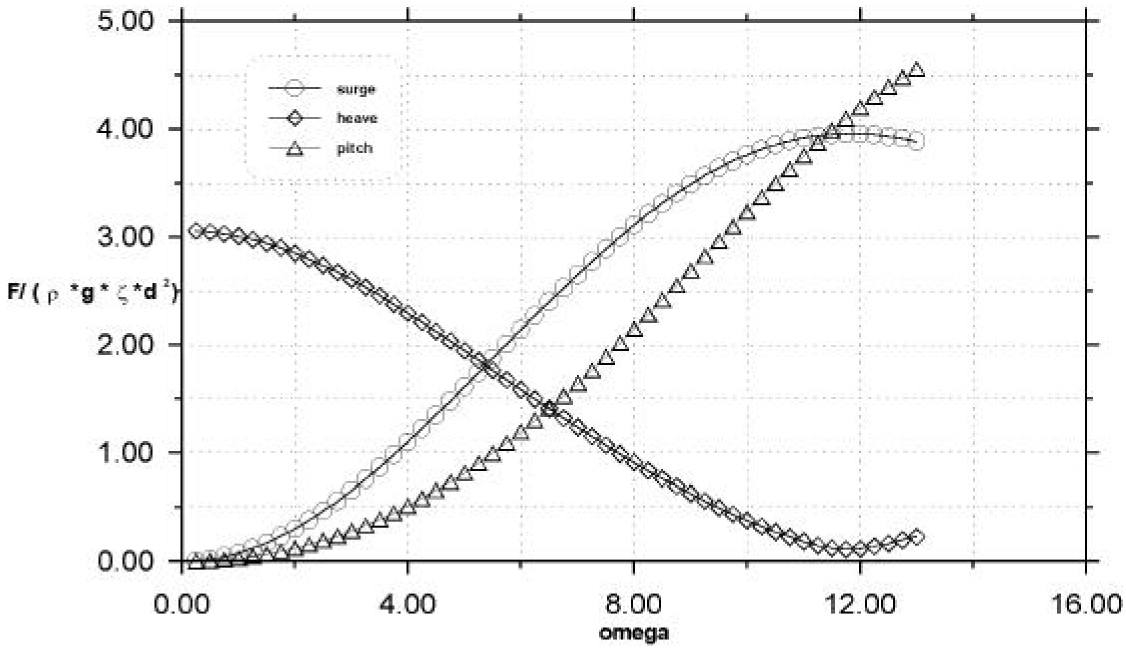


Fig 4.4 Wave Exciting Force and Moment from Haskind Relation (Model Ⅰ)

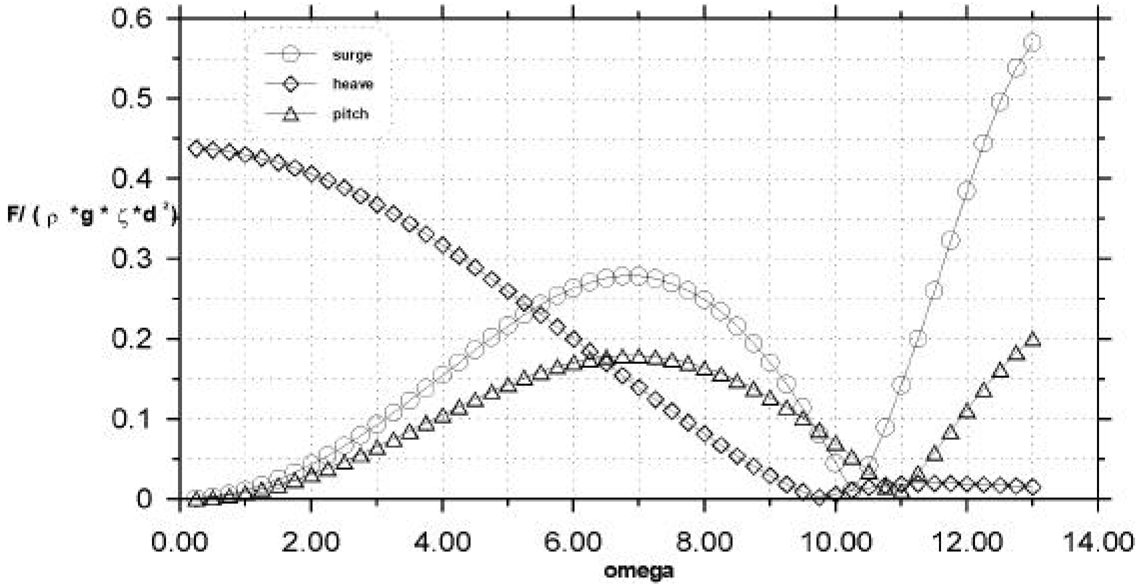


Fig 4.5 Wave Exciting Force and Moment (ModelⅡ)

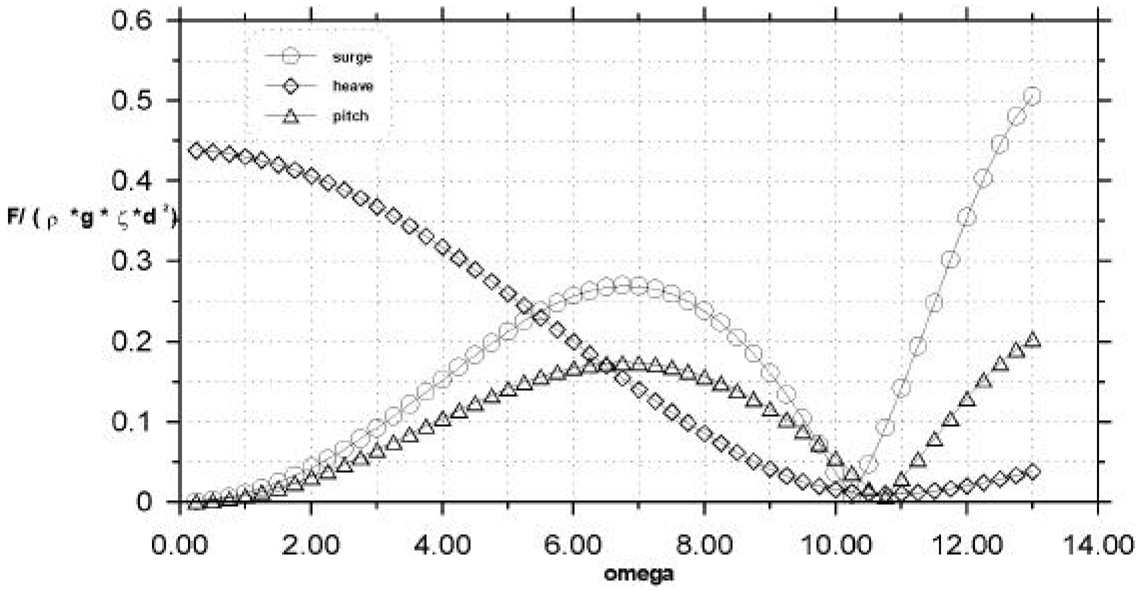


Fig 4.6 Wave Exacting Force and Moment from Haskind Relation (ModelⅡ)

Fig4.4, Fig4.5, Fig4.6, Fig4.7를 각각 비교해 보면 본 논문에서 사용하는 특이점 분포법을 이용한 해는 잘 맞다고 볼 수 있다. 여기서 Fig4.4와 Fig4.6은 단위 진폭을 가지고 있는 입사파에 대한 회절포텐셜을 구해 파력을 구한 것이고 Fig4.5와 Fig4.7은 하스킨드(haskind)] 관계에 의해 파력을 계산한 값이다[13][14]. 참고로 본 논문은 실험 자체가 구조물을 고정시켜 실험을 했기 때문에 방사포텐셜은 고려하지 않는다.

4.3 각 Model에 대한 임펄스 응답함수

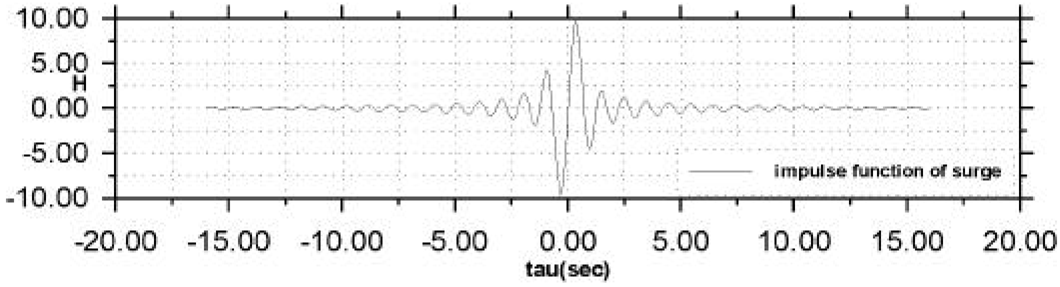


Fig 4.7 Impulse Response Function of Surge (ModelⅠ)

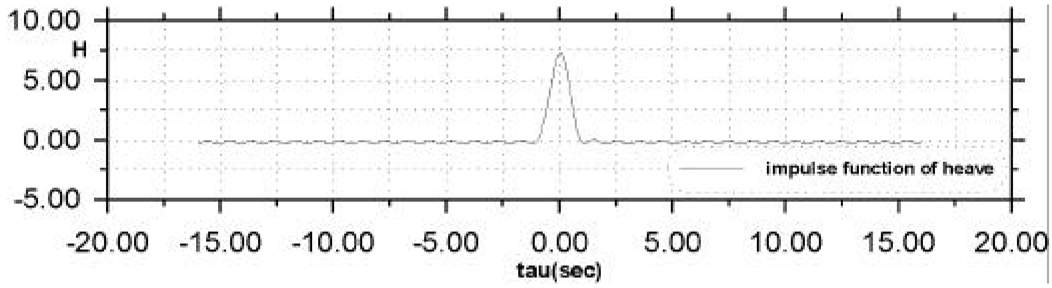


Fig 4.8 Impulse Response Function of Heave (ModelⅠ)

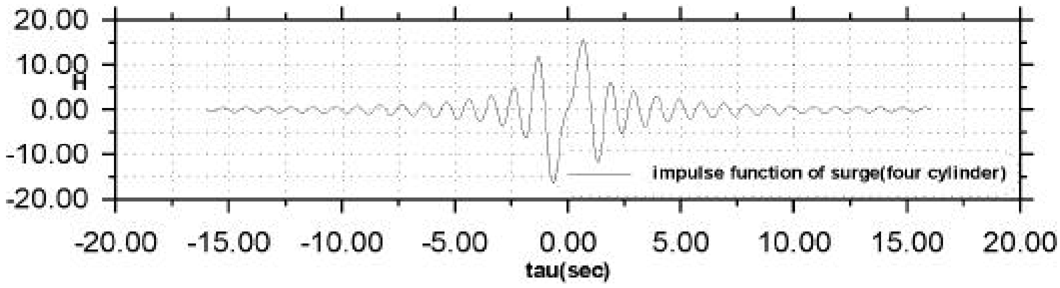


Fig 4.9 Impulse Response Function of Surge (ModelⅡ)

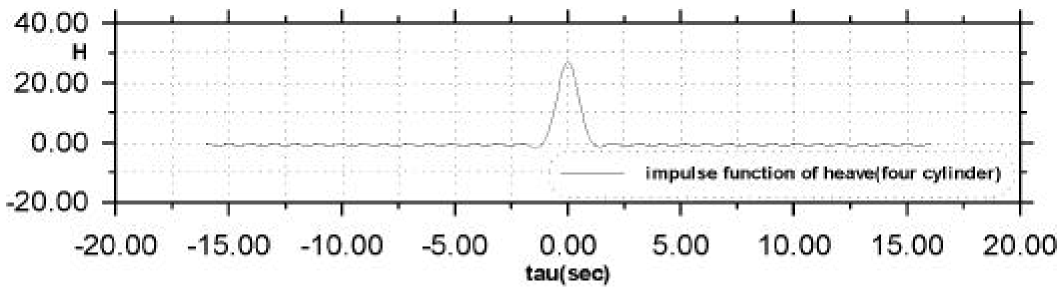


Fig 4.10 Impulse Response Function of Heave (ModelⅡ)

5. 실험

5.1 과도수파

미소진폭이론을 기초로한 일반화된 파형을 다음의 식으로 정의한다.

$$\eta_n = -a_n \sin(k_n x - \omega_n t + \phi_n) \qquad (5.1)$$

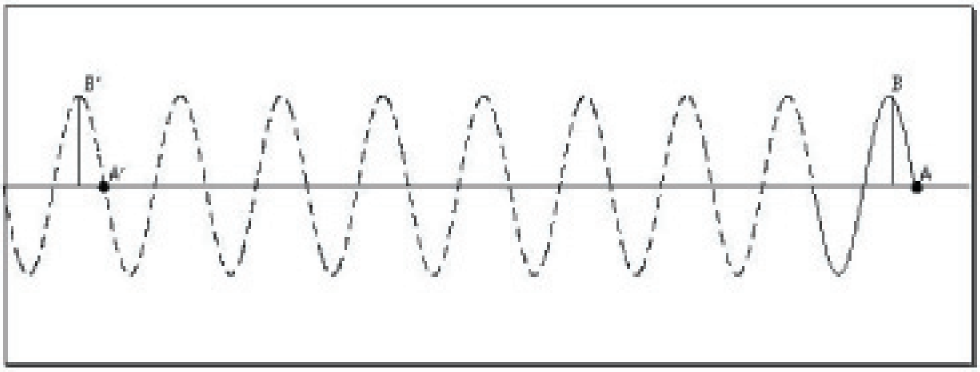


Fig 5.1 A Propagating Regular Signal

Fig5.1에서의 실선은 에너지 전달속도를 생각하지 않고 위상속도로 진행한다고 가정된 파형이며 점선은 에너지 전달속도를 고려하기 위한 보조선으로 생각을 하면 된다. 일단은 각각의 파들이 에너지 전달속도가 위상속도 보다 1/2배 늦음으로 인해서 A점에서 A'점으로 마치 사라져 없어진다고 생각해 보자[15]. 즉 에너지 전달속도에 인하여 $8\lambda_n$ 뒤로 처진 위치에서 각각의 파를 소멸시키려고 한다.

A에서 A'까지 도달하는 동안 각각의 파가 같은 시간(t)에 도달해야 함으로 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$\begin{aligned} t &\rightarrow (8\lambda_n) \\ u_E * t &= 8*\lambda_n \\ u_E &= \frac{8*\lambda_n}{t} \end{aligned} \qquad (5.2)$$

여기서 t는 각각의 파가 만나는 시간이고 u_E는 에너지 전달 속도가 된다. 또한 각각의 파가 같은 시간(t), 같은 거리(x)에서 최대 값을 가지는 B'에서 모이기 위해서 $8T_n + T_n/4$가 되는 지점에서 만난다고 생각하면, 우선 식(5.1)을 다음과 같은 식으로 변형을 해야 한다.

$$\eta_n = -a_n \sin \omega_n \left(\frac{k_n}{\omega_n} x - t + \phi_n \right) \tag{5.3}$$

여기서 위상만을 고려하면

$$\frac{k_n}{\omega_n} x - t + \phi_n' = \left(-8T_n - \frac{1}{4} T_n \right) \tag{5.4}$$

$$\frac{1}{u_C} x - t + \phi_n' + \frac{33}{4} T_n = 0 \tag{5.5}$$

ω_n**를 빼낸 이유는 위상차(** ϕ'**)를 쉽게 결정하기 위함이다. 이에 대한 내용은 차후 설명한다. 여기서** x**는 우리가 원하는 지점,** t**는 우리가 원하는 시간이다.**
식(5.5)**과 식**(5.2)**에서** u_E**와** u_C**의 관계를 고려하여 대입하면 다음과 같이 된다.**

$$\frac{1}{2 * u_E} x - t + \phi_n' + \frac{33}{4} T_n = 0 \tag{5.6}$$

$$\frac{t}{2 * 8 * \lambda_n} x - t + \phi_n' + \frac{33}{4} T_n = 0 \tag{5.7}$$

결과적으로 λ_n, T_n, ϕ_n**의** 3**개의 미지수를 가지고 있기 때문에 아직까지는 식이 풀릴 수가 없다. 그러나 분산성 관계로부터 다음의 식을 얻을 수 있다**[16].

$$T_n = \frac{\sqrt{2\pi\lambda_n}}{\sqrt{g \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda_n}\right)}} \tag{5.8}$$

식(5.8)**은 어떠한 수심에서도 고려될 수 있는 관계식이므로 지금 이야기하고 있는 과도수파는 모든 수심에 가능하다. 비선형인 문제는 수치 해법으로 해결하면 된다. 이 논문에서는** "BISECTION METHOD FOR TWO VARIABLES"**를 사용한다**[17].
우리가 수조에서 파를 재현하기 위해서는 ϕ_n**을 결정하는 것이 가장 중요하다. 왜냐하면 조파기에 무리를 주지 않기 위해 입력값은 연속적으로 넣어 주어야 하는데, 이것을 만족시켜주기위한** ϕ_n**을 결정해야한다. 그래서 다음과 같은 방법을 사용한다.**

$$
\begin{aligned}
&k,\ x \quad \Rightarrow \quad \omega_1,\ k_1,\ \phi_1(=\ 0\ )\\
&k,\ x \quad \Rightarrow \quad \omega_2,\ k_2,\ \phi_2(=\ T_1\ )\\
&k,\ x \quad \Rightarrow \quad \omega_3,\ k_3,\ \phi_3(=\ \sum_{i=1}^{2} T_i)\\
&\qquad\qquad\quad \vdots\\
&k,\ x \quad \Rightarrow \quad \omega_n,\ k_n,\ \phi_n(=\ \sum_{i=1}^{n-1} T_i)
\end{aligned}
\qquad (5.9)
$$

위상차 ϕ_n을 알면 식이 두 개이므로 ω_n, k_n을 결정할 수 있다. 따라서 처음의 ϕ_1은 0이므로 ω_1, k_1은 구할수 있고 다음의 ϕ_2는 전 주기를 사용함으로서 ω_2, k_2를 구할 수 있다. 즉 식(5.9)에서처럼 ϕ_n을 누적된 주기의 합으로 결정함으로서, 조파기에 연속적으로 신호를 보내 줄 수 있는 것이다. 그래서 식(5.2)에서 ω_n을 빼냄으로서 위상차의 차원을 시간으로 만든 것이다. 결과적으로 ϕ_n이 결정됨으로서 나머지의 미지수는 수치해석으로 결정될 수 있다.

5.2 과도수파 재현

본 논문은 각각의 파를 같은 시간(t), 같은 거리(x)에서 모이게 하기 위하여 최대 파경사각을 일치 시켰다. 또한 완전히 쇄파되는 최대 파경사각을 가지는 경우를 CaseⅠ 그리고 약간 쇄파되는 최대 파경사각을 가지는 경우를 CaseⅡ 전혀 쇄파 되지 않는 최대파경사각을 가지는 경우를 CaseⅢ 와 CaseⅣ로 놓고 이 네 가지 경우를 비교 고찰한다. Table5.1은 각각의 최대파 경사각과 합쳐질 실제 파의 개수를 보여주고 있다.

Table 5.1 List of Cases

	CaseⅠ	CaseⅡ	CaseⅢ	CaseⅣ
최대파경사각	0.130	0.120	0.110	0.100
파갯수	7	7	7	7

Fig5.2에서 Fig5.5는 각 케이스(Case) 별로 조파기가 보내 주는 파형이다

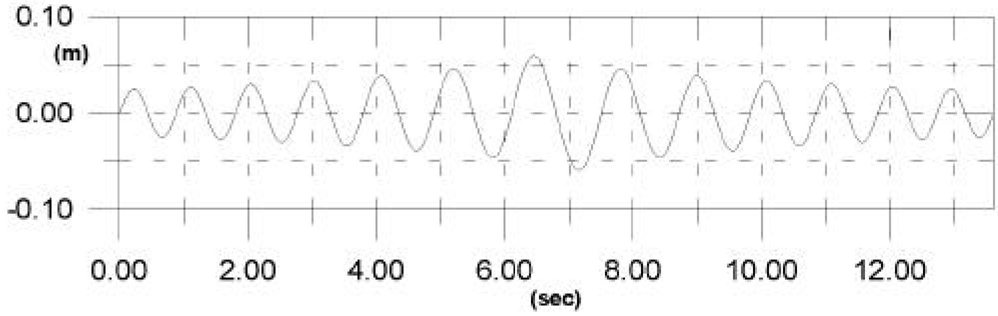


Fig 5.2 Input Wave Profile into Wave Maker (Case Ⅰ)

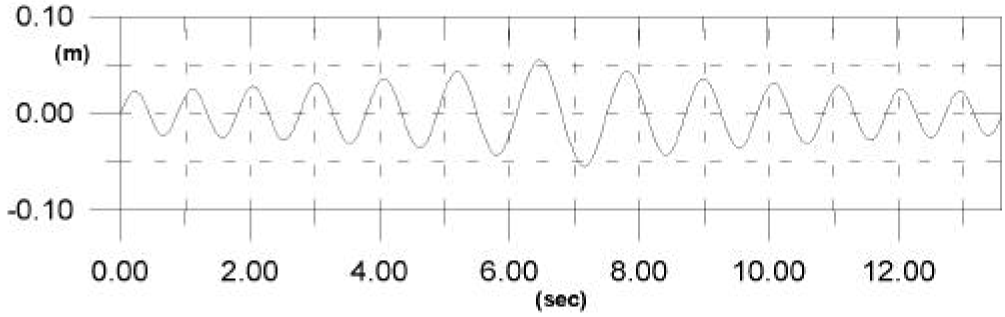


Fig 5.3 Input Wave Profile into Wave Maker (Case Ⅱ)

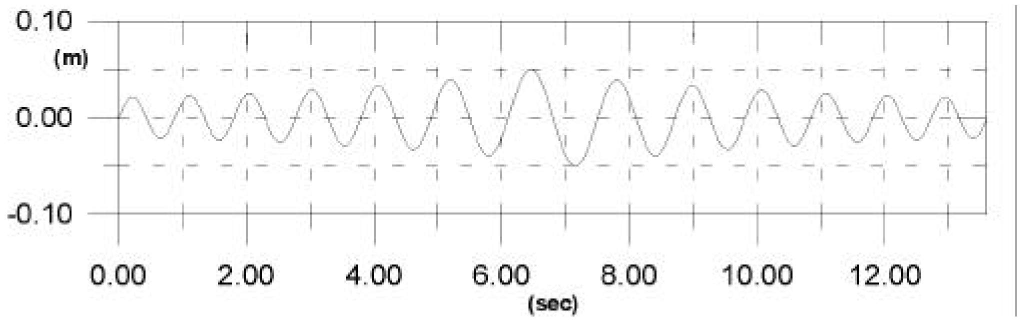


Fig 5.4 Input Wave Profile into Wave Maker (Case Ⅲ)

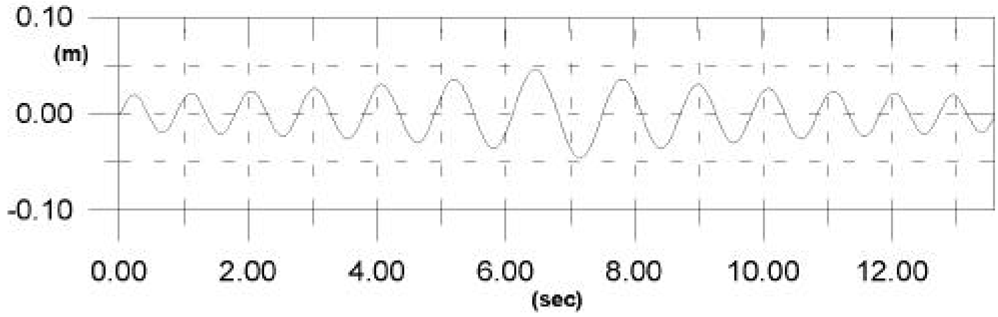


Fig 5.5 Input Wave Profile into Wave Maker (Case Ⅳ)

5.3 실험 데이터 처리

실험을 통해서 측정한 데이터들은 잡음도 동시에 측정되었다. 그래서 이를 처리하기 위하여 필터링 과정을 거쳐야 만 한다. Fig5.6는 파 진행 방향 힘을 필터링 되기 전 스펙트럼과 필터링 후 스펙트럼을 보여준 것이며, Fig5.7은 시간 영역에서의 필터링 된 파 진행 방향의 힘과 필터링 되기 전의 파 진행 방향의 힘을 보여주고 있다.

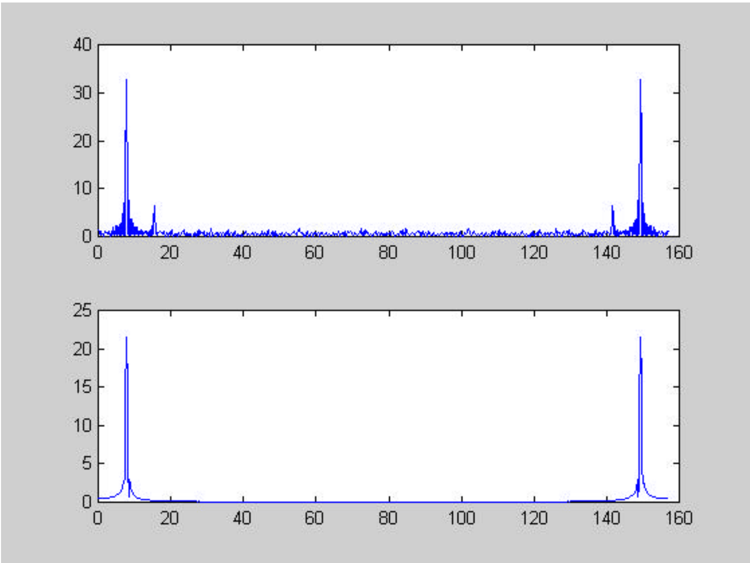


Fig 5.6 The Filtering Process of Experimental Data. (Spectrum)

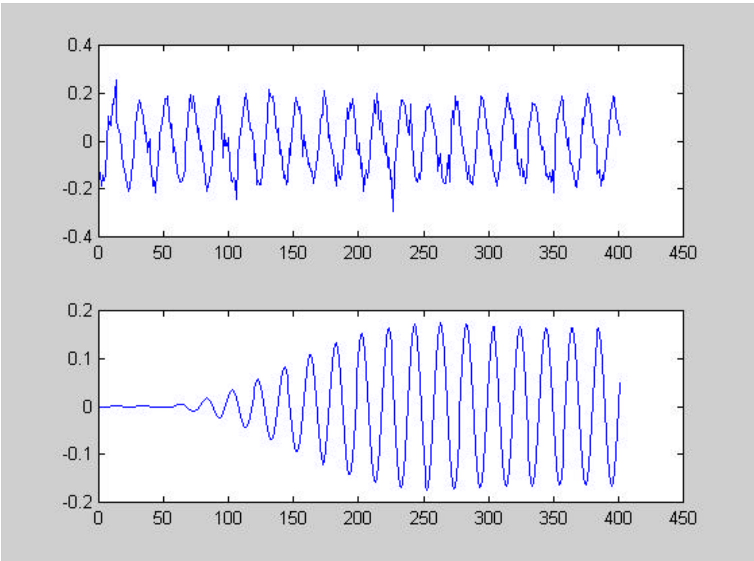


Fig 5.7 The Filtering Process of Experimental Data. (Force History)

5.4 실제로 재현된 파형

Fig5.8, Fig5.9, Fig5.14, Fig5.15은 CaseⅢ인 상태에서의 사진이며 Fig5.8과 Fig5.14은 과도수파가 모델에 접근해 가는 모습을 보여주며, Fig5.9과 Fig5.15는 과도수파가 모델과 만난 상태를 보여주고 있다. Fig5.10, Fig5.11, Fig5.16, Fig5.17은 CaseⅡ인 상태의 사진이며 Fig5.10와 Fig5.16는 모델에 과도수파가 접근하는 상태이며 Fig5.11과 Fig5.17은 과도수파가 모델과 만난 상태이다. Fig5.12, Fig5.13, Fig5.18, Fig5.19은 CaseⅠ인 상태에서의 사진이며 Fig5.12과 Fig5.18은 과도수파가 모델에 접근하는 상태이고, Fig5.13와 Fig5.19은 과도수파가 모델과 만난 상태이다.

케이스별로 사진으로 구분을 해보아도 현저하게 과도수파의 모습이 차이가 나며 CaseⅠ의 경우는 상당히 크게 깨어진 상태이며 반면에 CaseⅢ는 전혀 깨지지 않는 상태라는 것을 알 수 있다.

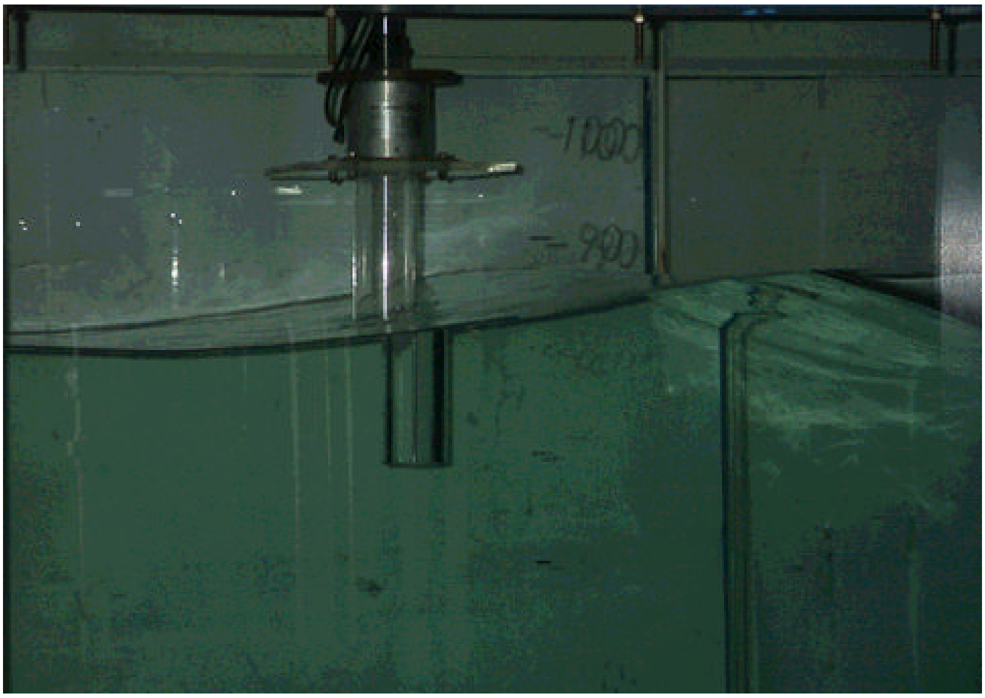


Fig 5.8 Photo Wave Profile near The Cylinder (CaseⅢ, ModelⅠ)

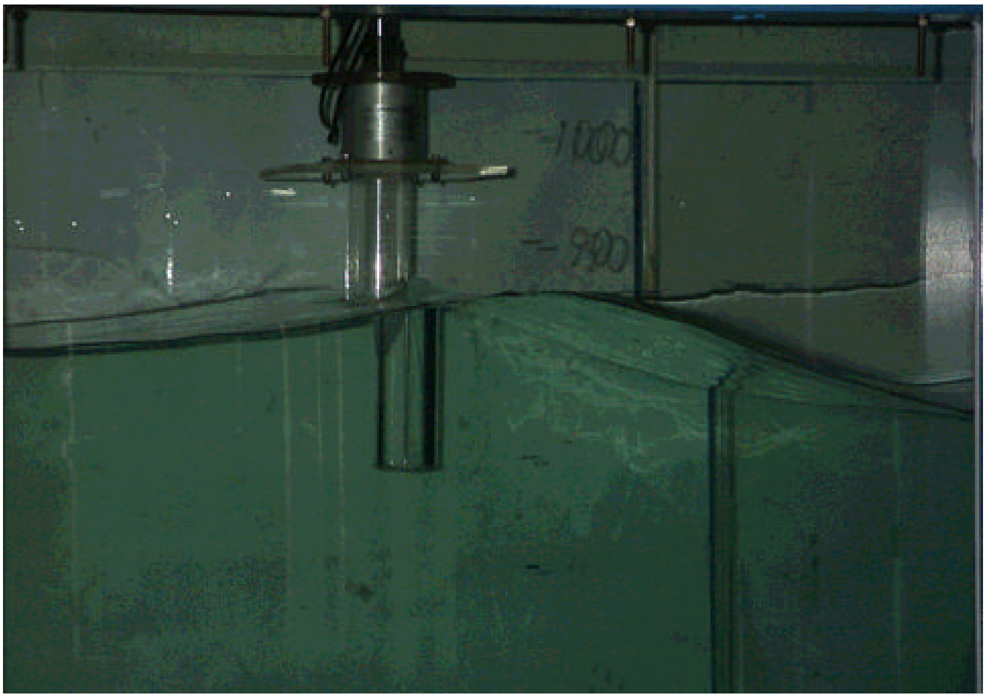


Fig 5.9 Photo Wave Profile on The Cylinder(CaseⅢ, ModelⅠ)

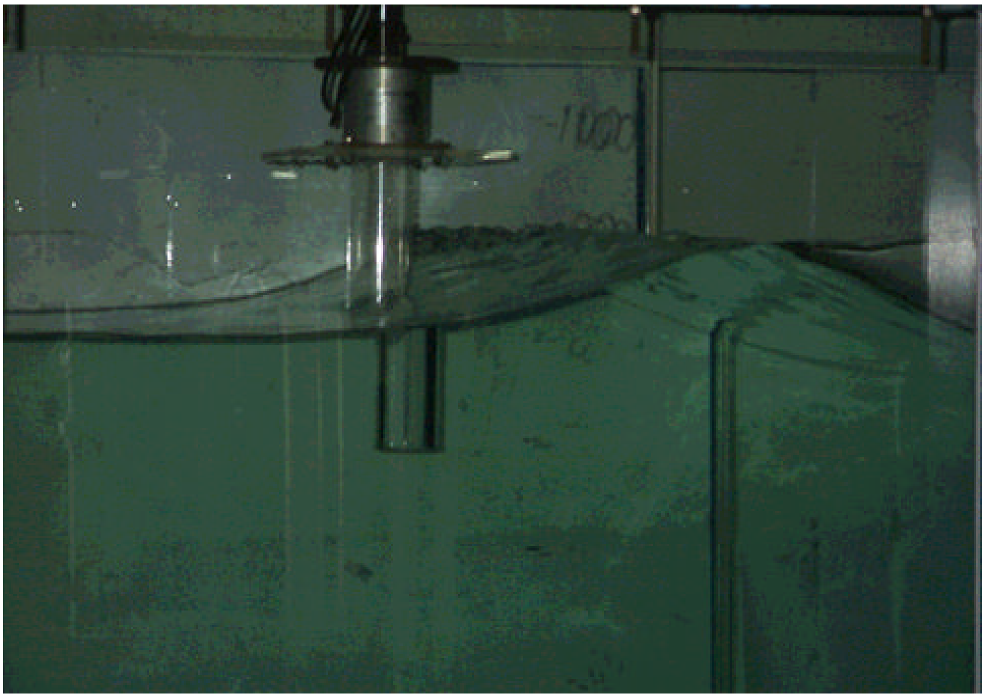


Fig 5.10 Photo Wave Profile near The Cylinder (CaseⅡ, ModelⅠ)

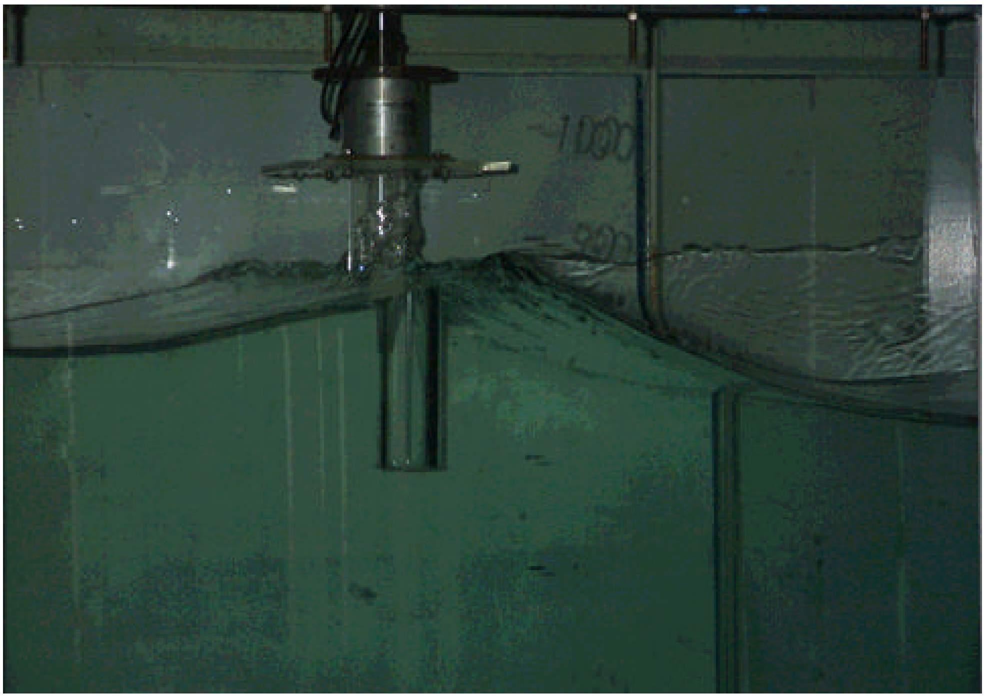


Fig 5.11 Photo Wave Profile on The Cylinder (CaseⅡ, ModelⅠ)

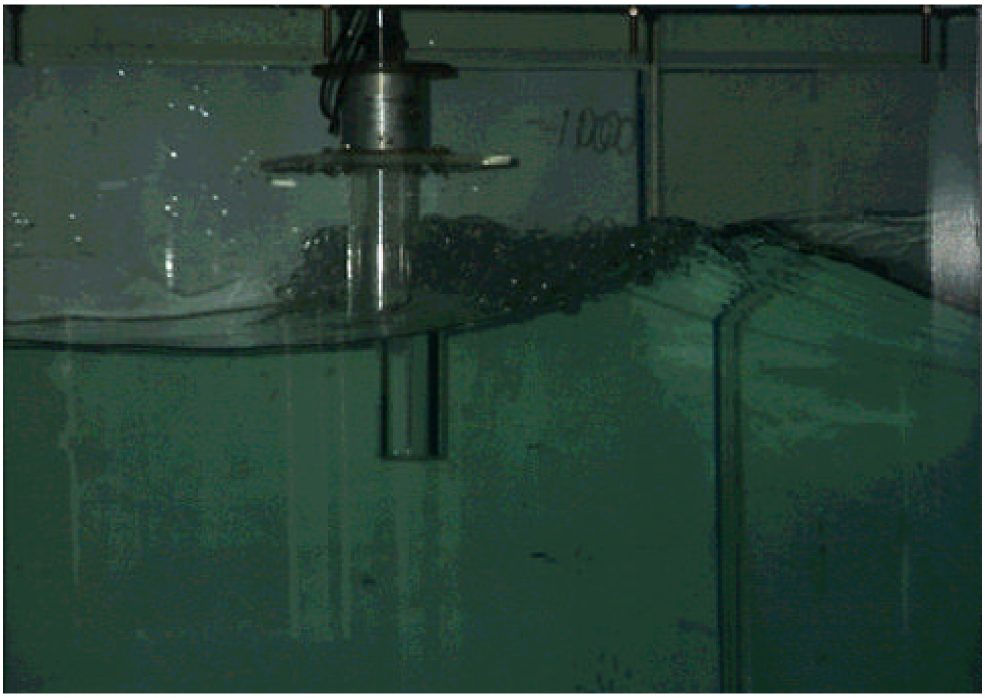


Fig 5.12 Photo Wave Profile near The Cylinder (Case Ⅰ, Model Ⅰ)

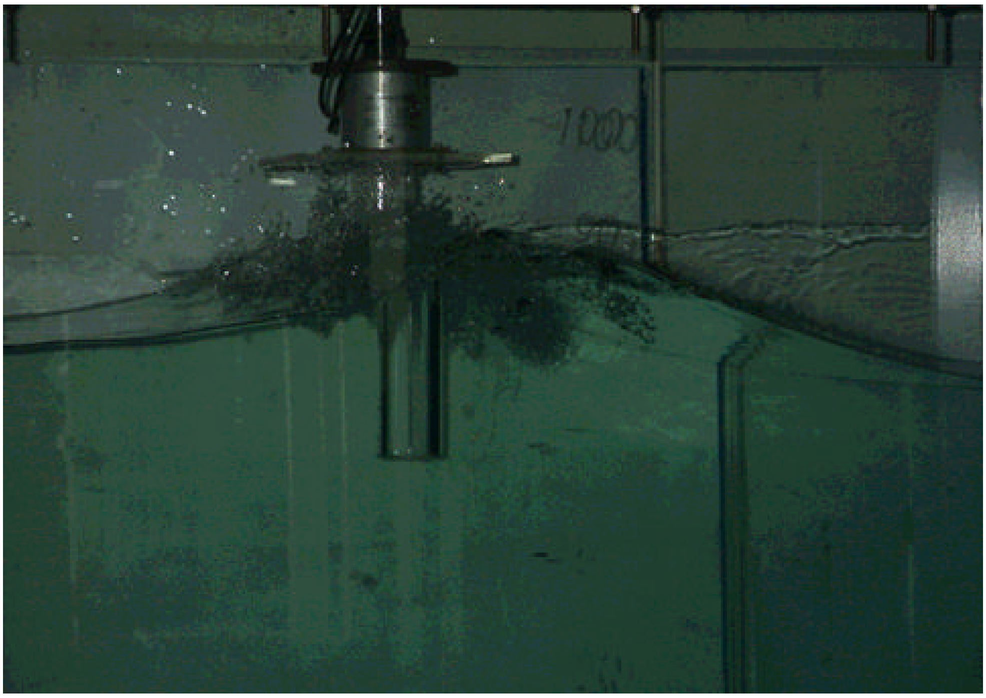


Fig 5.13 Photo Wave Profile on The Cylinder (Case Ⅰ, Model Ⅰ)

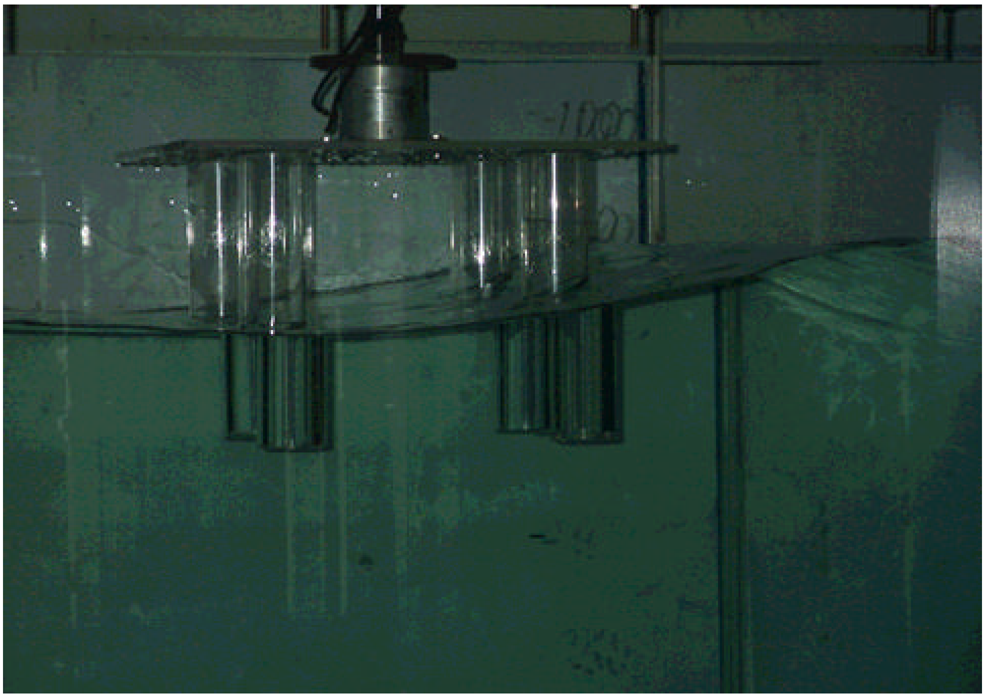


Fig 5.14 Photo Wave Profile near The Cylinder (CaseⅢ, ModelⅡ)

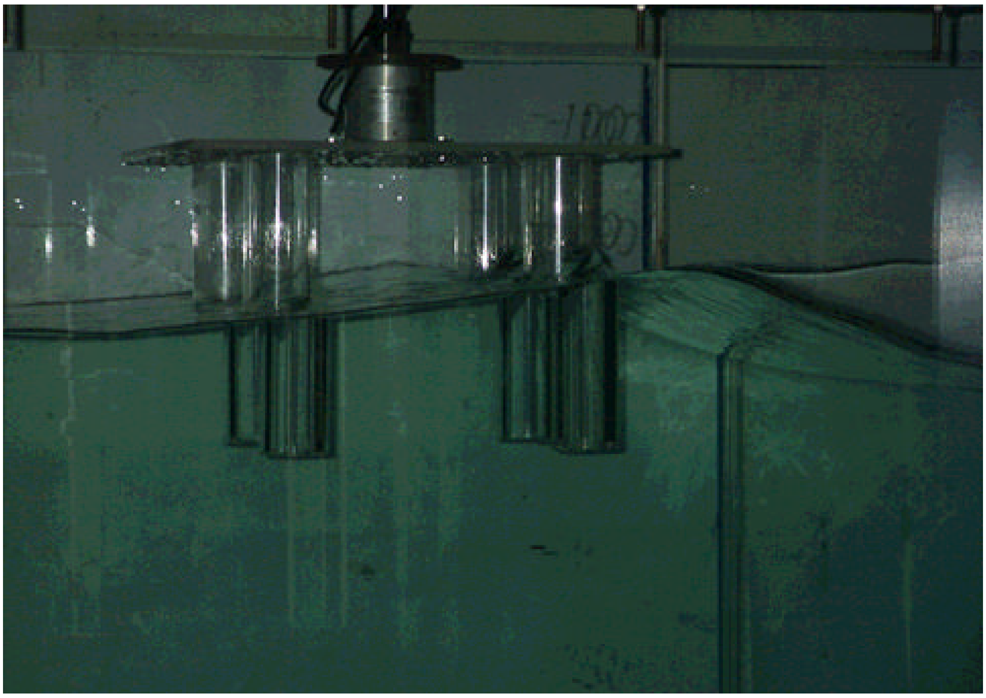


Fig 5.15 Photo Wave Profile on The Cylinder (CaseⅢ, ModelⅡ)

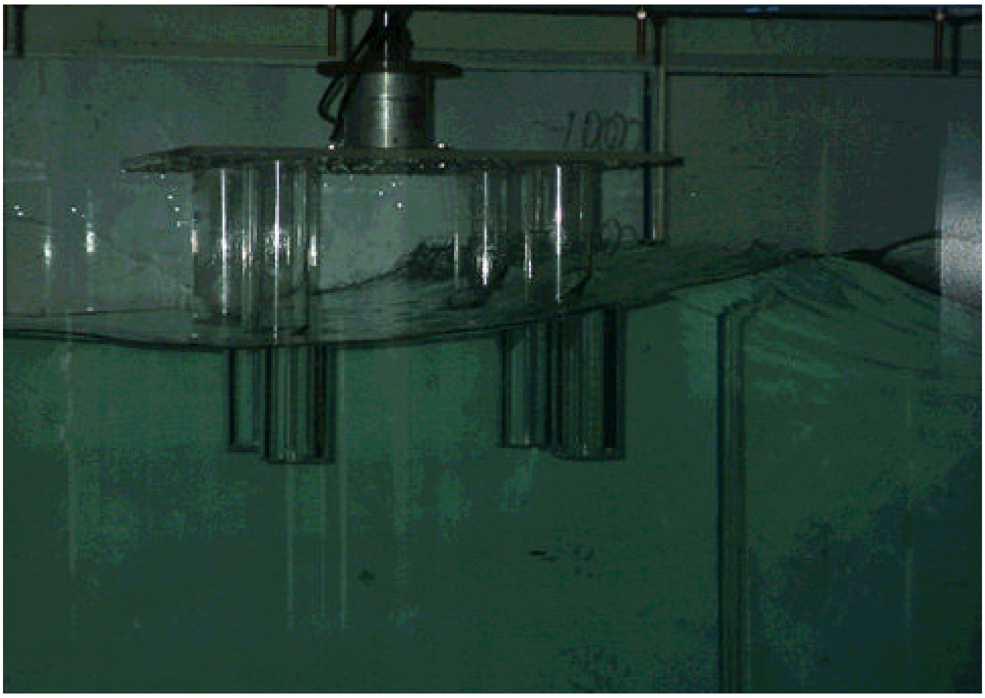


Fig 5.16 Photo Wave Profile near The Cylinder (CaseⅡ, ModelⅡ)

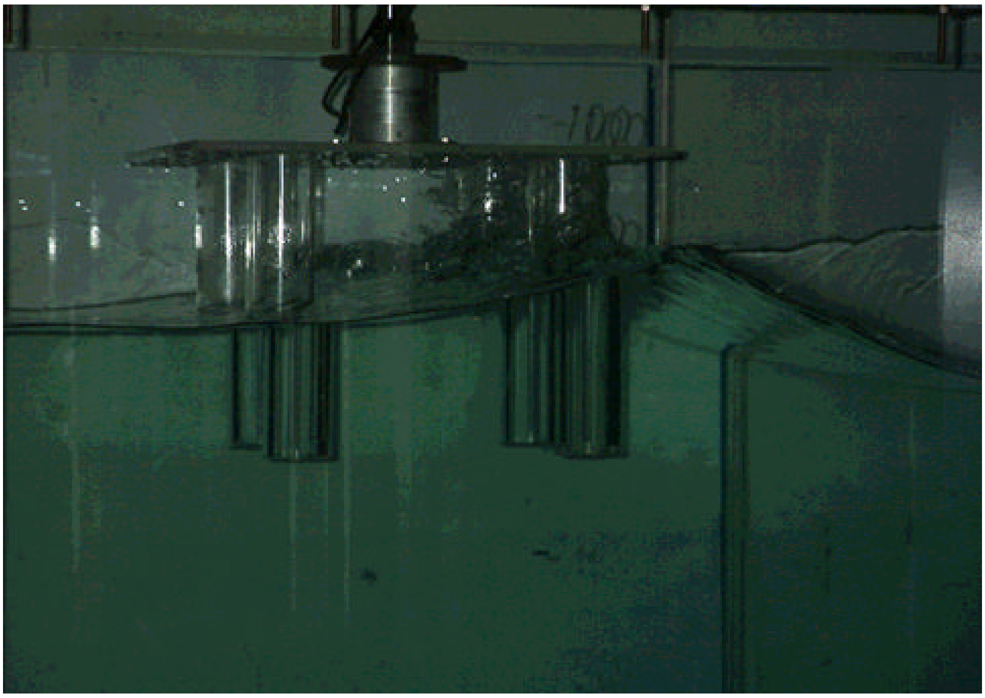


Fig 5.17 Photo Wave Profile on The Cylinder (CaseⅡ, ModelⅡ)

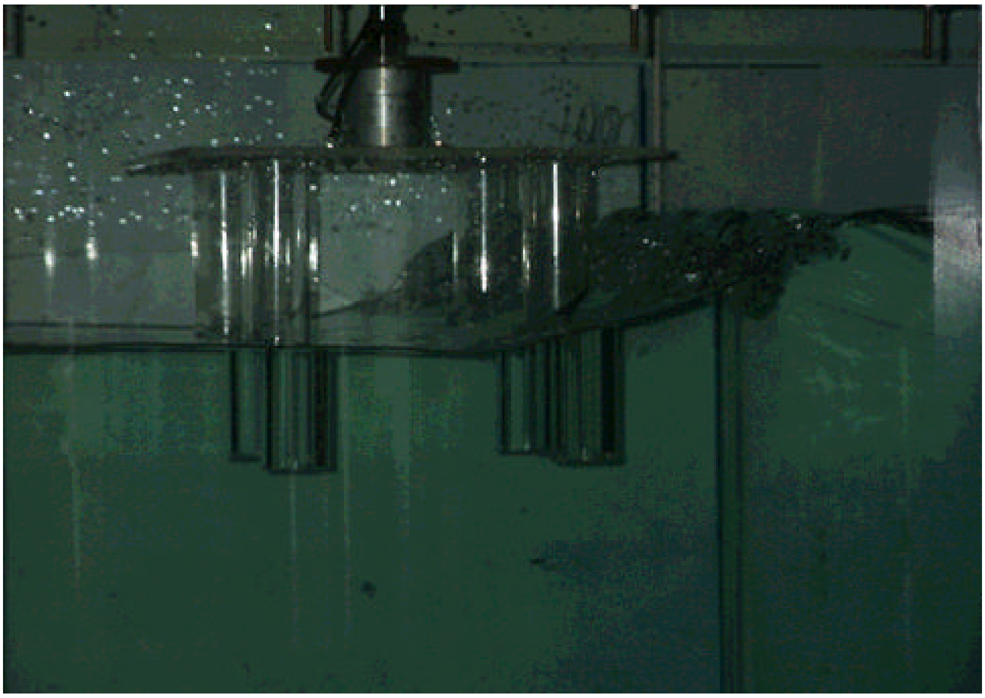


Fig 5.18 Photo Wave Profile near The Cylinder (Case Ⅰ, Model Ⅱ)

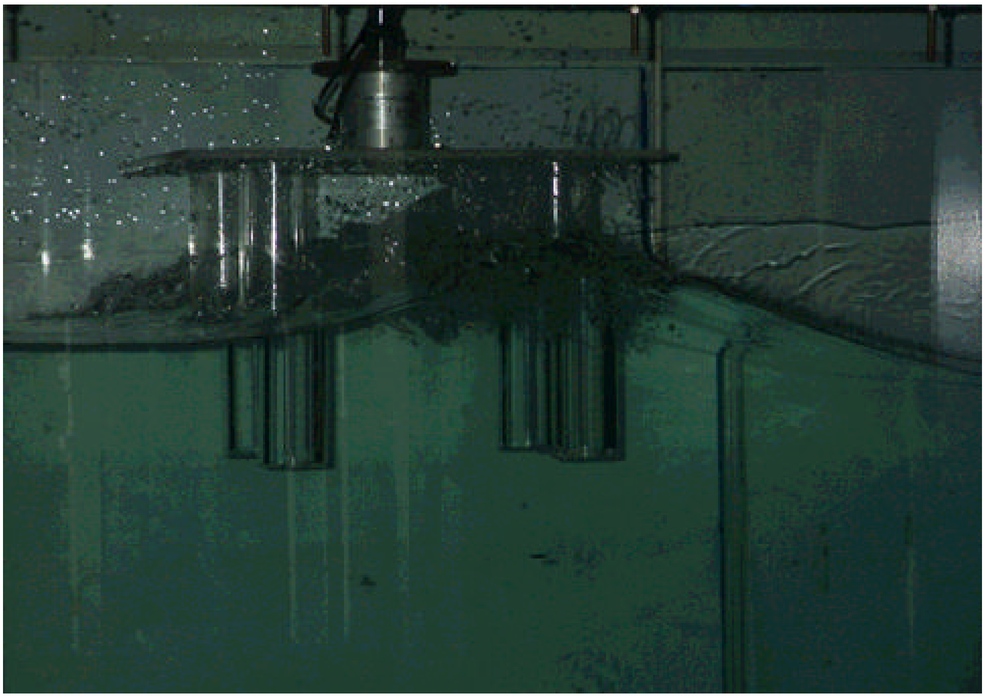


Fig 5.19 Photo Wave Profile on The Cylinder (Case Ⅰ, Model Ⅱ)

Fig5.20, Fig5.21, Fig5.22 그리고 Fig5.23는 각각 Case I, Case II, Case III, Case IV 상태에서의 측정된 파형을 보여주고 있다.

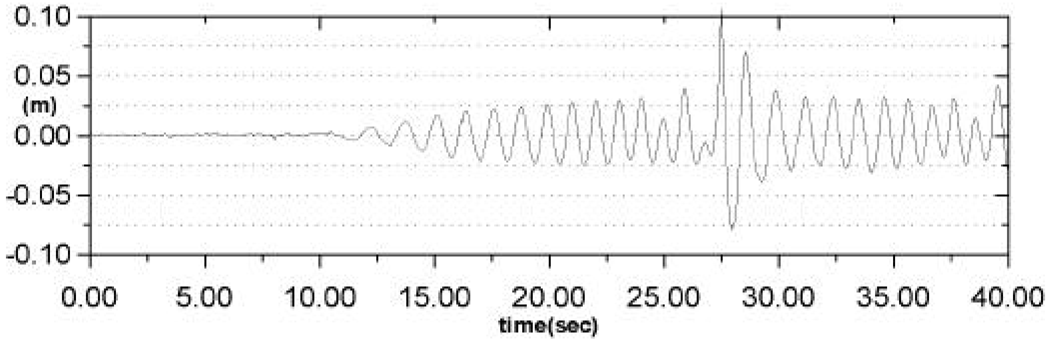


Fig 5.20 Measured Wave Profile (Case I)

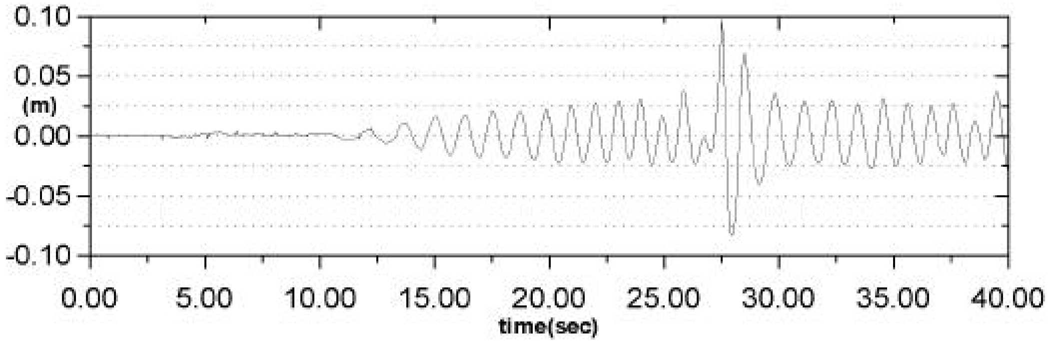


Fig 5.21 Measured Wave Profile (Case II)

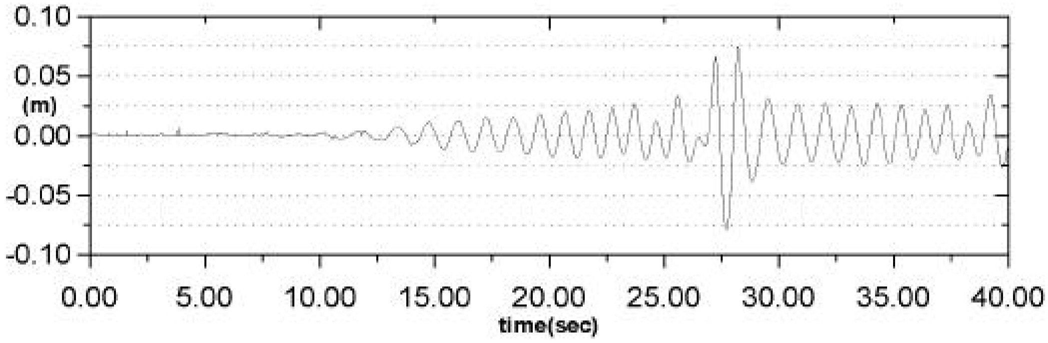


Fig 5.22 Measured Wave Profile (Case III)

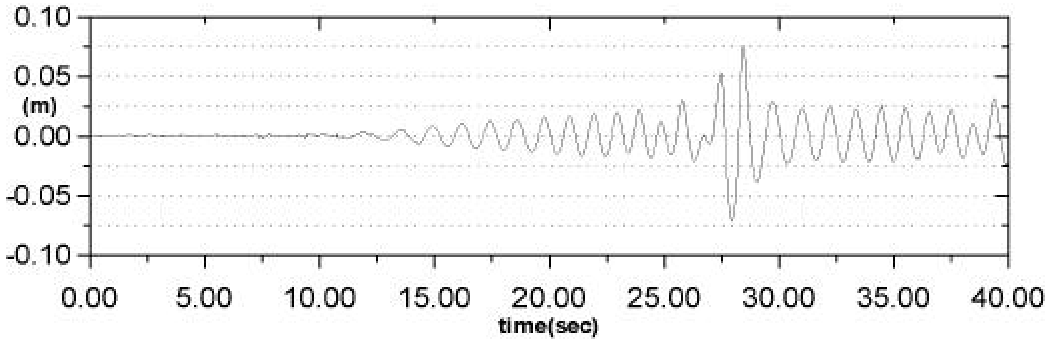


Fig 5.23 Measured Wave Profile (Case IV)

Fig5.20에서부터 Fig5.23까지의 그림에서 과도수파가 생성된 위치에서 파저(Trough)와 파정(Crest)을 취하여 그 값을 파고로 하여 각 최대 파경사에 대한 그래프를 그린 것이 Fig5.24이다.

Fig5.24을 보면 파가 깨지는 최대파경사가 0.13이 되는 Case I 에서 기울기가 감소하는 것을 볼 수 있으며 이 영향은 파가 깨짐에 의해 파고가 낮아진 현상이라 볼 수 있다.

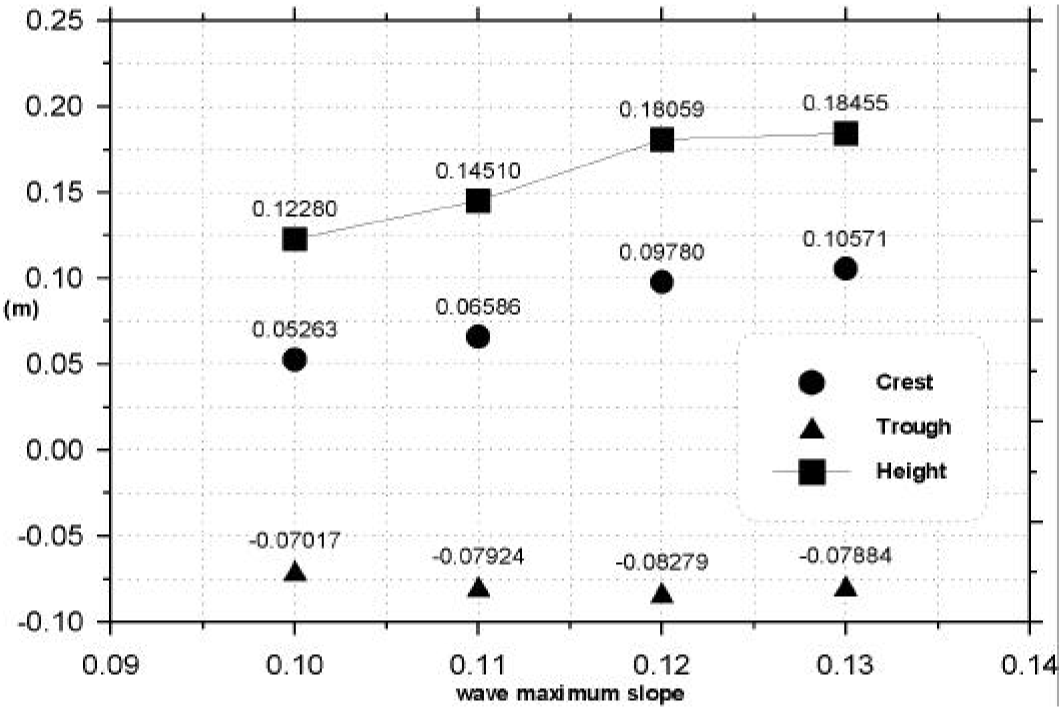


Fig 5.24 Relationship Between Maximum Wave Slope and Wave Height

5.5 측정된 파력과 이론에서 구해진 파력 비교

Fig5.25부터 Fig5.28까지는 ModelⅠ을 특이점 분포법을 가지고 계산한 파력을 나타내고 있으며 Fig5.29부터 Fig5.32까지는 ModelⅠ을 실험에 의해 측정되어진 파력을 나타내고 있다. 또한 Fig5.33부터 Fig5.36까지는 ModelⅡ을 특이점 분포법을 가지고 계산한 파력이며, Fig5.37부터 Fig5.40까지는 ModelⅡ을 실험에 의해 측정되어진 파력을 보여주고 있다.

참고로 실험에 의해 측정된 그래프는 시간 축에 전혀 관계없이 비교하면 된다. 왜냐하면 정확하게 시간 축을 맞추기 위해서는 실험적으로 어려움이 따르기 때문이다. 마찬가지로 특이점 분포법 역시 실험에 의한 파형을 포함하여 계산하기 때문에 시간축의 비교하여 생각기에는 어려움이 따른다. 그러나 측정된 힘과 파형은 같은 유형으로 나타나고 있기 때문에 파형의 형태를 참고하여 과도수파의 위치를 판단 할 수 있다.

Fig5.41은 과도수파가 생성되는 위치에서 특이점 분포법으로 계산된 파력과 실제 측정되어진 파력을 비교 한 것이다.

Table5.2를 보게 되면 파가 쇄파가 되는 CaseⅠ인 경우에는 특이점 분포법으로 계산 한 값과 실제 측정한 값의 오차가 ModelⅠ은 27%, ModelⅡ인 경우에는 32%를 보여줌으로서 쇄파시에는 특이점 분포법을 적용하기 어렵다는 것을 알 수 있다.

Fig5.41을 보면 ModelⅡ인 경우에는 처음부터 측정값과 계산값의 차이가 나타나는데 이러한 점은 구조물 모형의 폭이 증가 함에 따른 수조능력의 한계가 나타난 것으로 판단된다. 또한 모델별로 최대파경사각에 따른 파력의 기울기만을 고려해 보면 같은 파고에서 파가 쇄파되는 경우가 쇄파되지 않은 파보다 더 큰 파력을 준다는 것을 알 수 있다.

5.5.1 Model Ⅰ

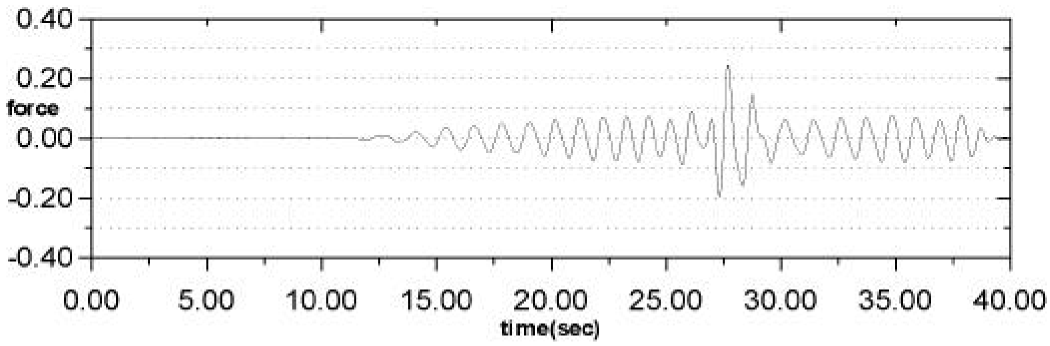


Fig 5.25 Theoretical Wave Force in Time Domain (CaseⅠ, ModelⅠ)

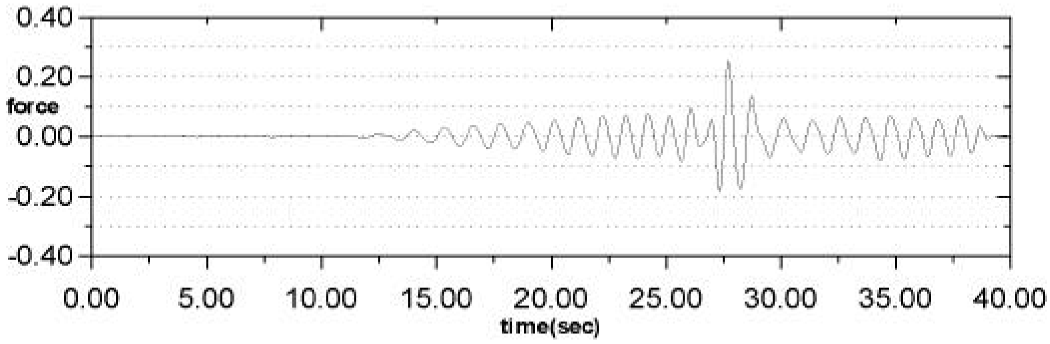


Fig 5.26 Theoretical Wave Force in Time Domain (CaseⅡ, ModelⅠ)

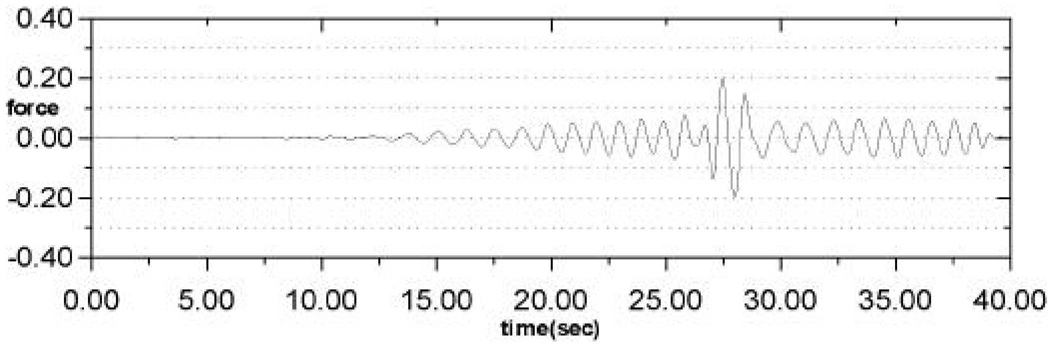


Fig 5.27 Theoretical Wave Force in Time Domain (CaseⅢ, ModelⅠ)

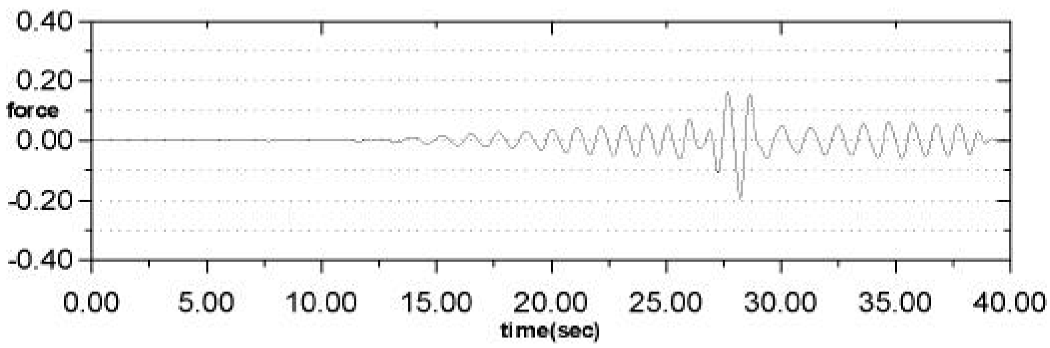


Fig 5.28 Theoretical Wave Force in Time Domain (CaseⅣ, ModelⅠ)

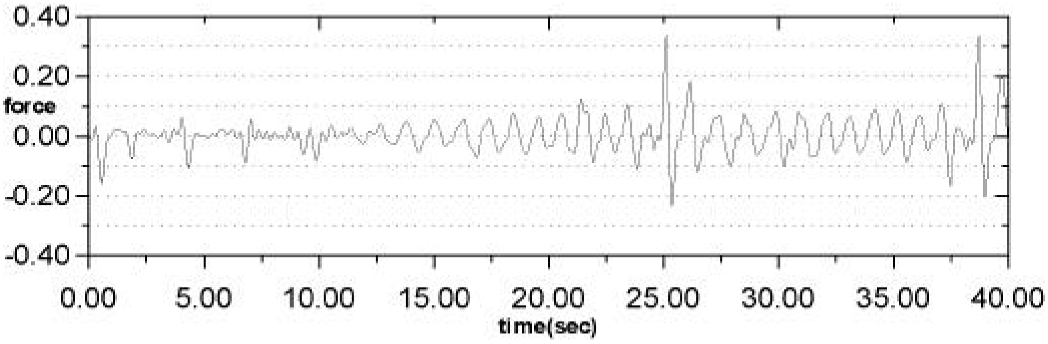


Fig 5.29 Experimental Wave Force in Time Domain (CaseⅠ, ModelⅠ)

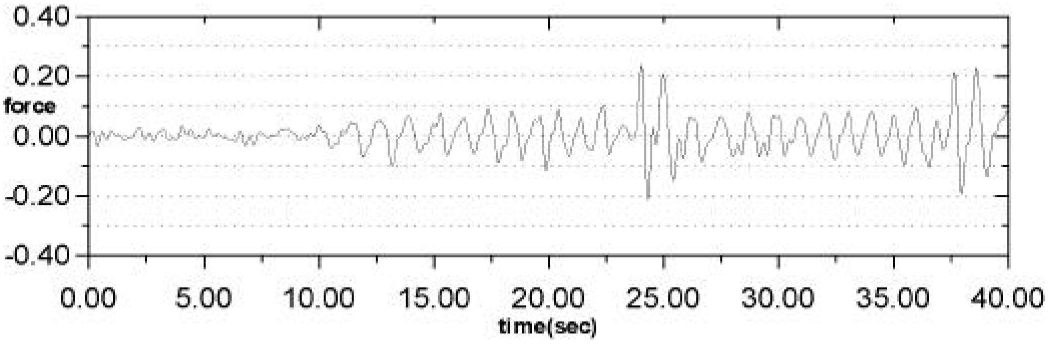


Fig 5.30 Experimental Wave Force in Time Domain (CaseⅡ, ModelⅠ)

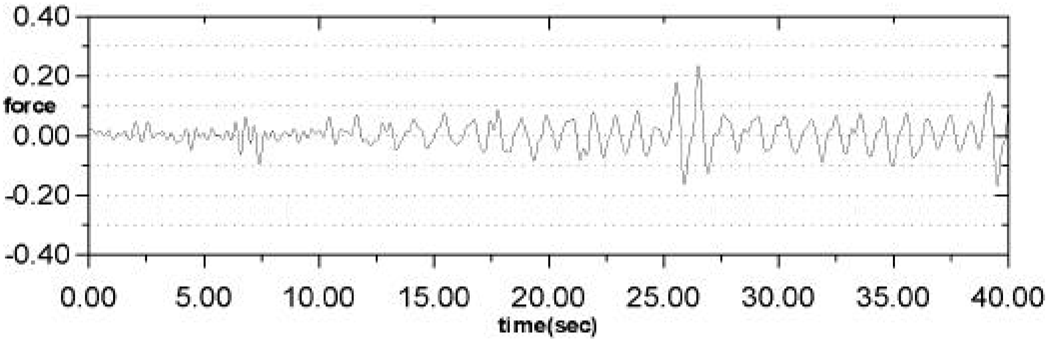


Fig 5.31 Experimental Wave Force in Time Domain (CaseⅢ, ModelⅠ)

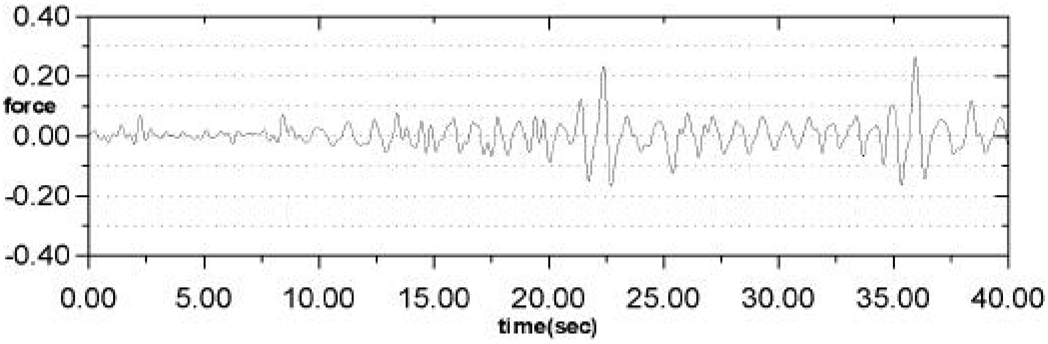


Fig 5.32 Experimental Wave Force in Time Domain (CaseⅣ, ModelⅠ)

5.5.2 Model Ⅱ

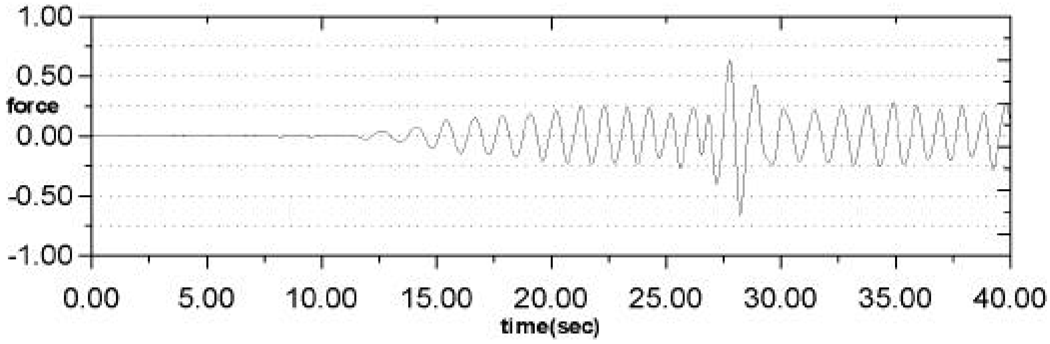


Fig 5.33 Theoretical Wave Force in Time Domain (Case Ⅰ, Model Ⅱ)

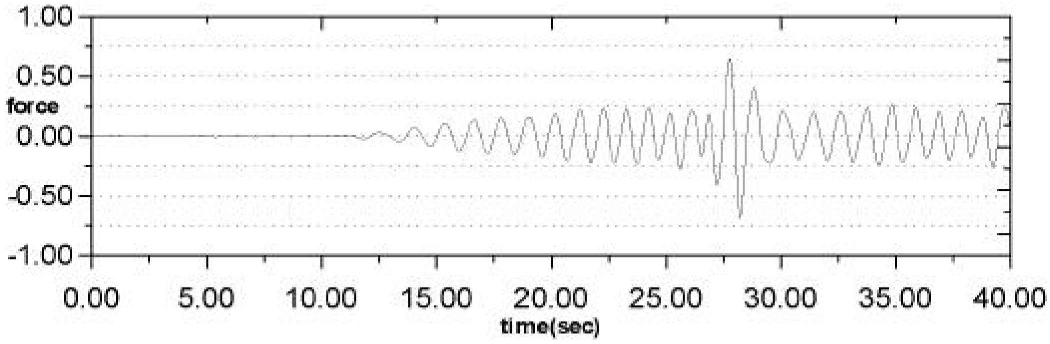


Fig 5.34 Theoretical Wave Force in Time Domain (Case Ⅱ, Model Ⅱ)

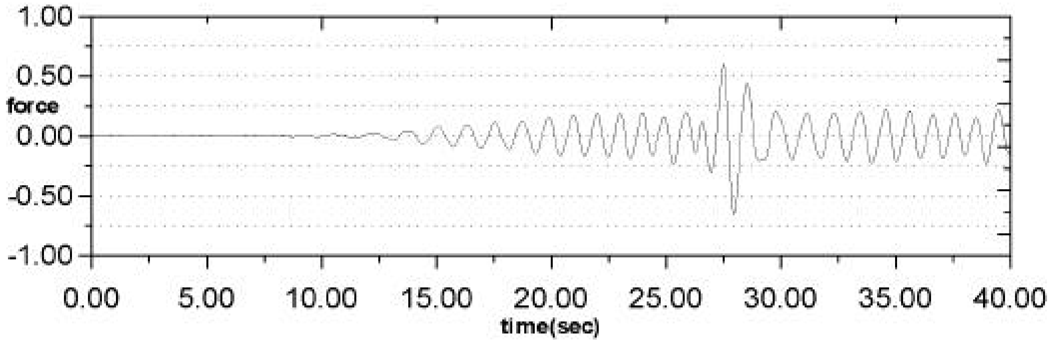


Fig 5.35 Theoretical Wave Force in Time Domain (Case Ⅲ, Model Ⅱ)

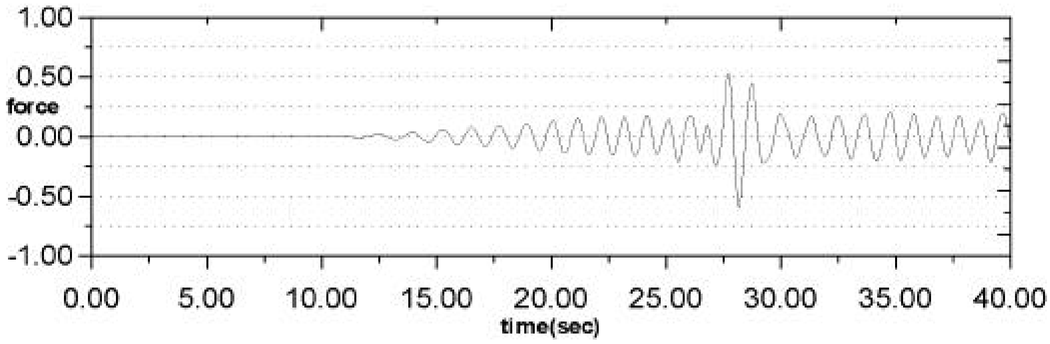


Fig 5.36 Theoretical Wave Force in Time Domain (Case Ⅳ, Model Ⅱ)

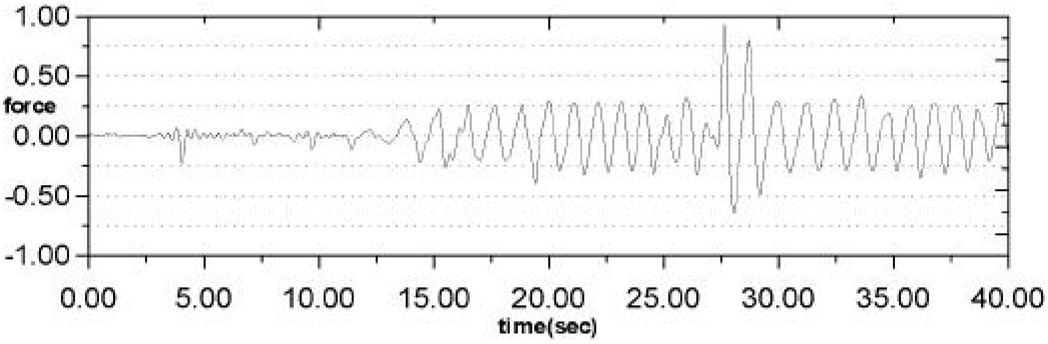


Fig 5.37 Experimental Wave Force in Time Domain (Case I, Model II)

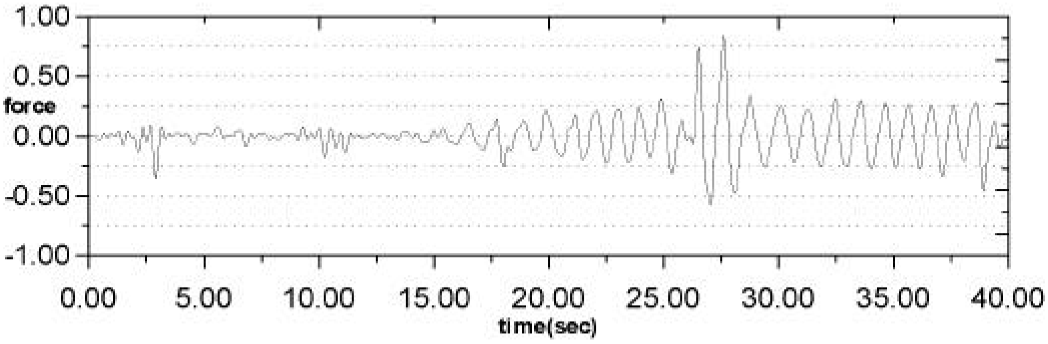


Fig 5.38 Experimental Wave Force in Time Domain (Case II, Model II)

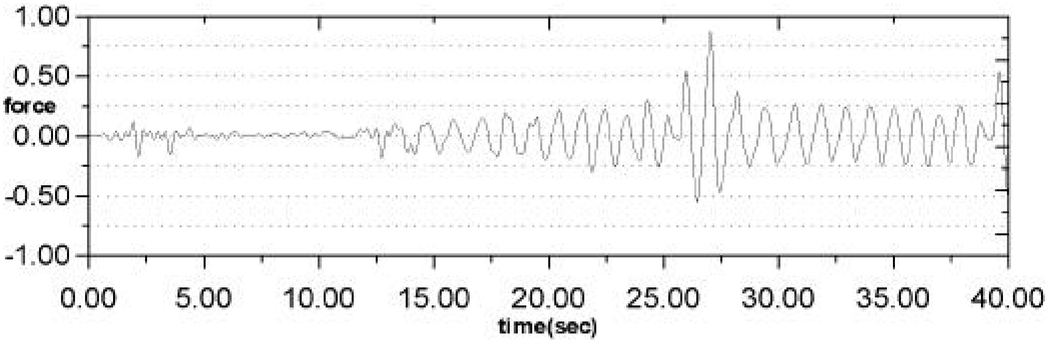


Fig 5.39 Experimental Wave Force in Time Domain (Case III, Model II)

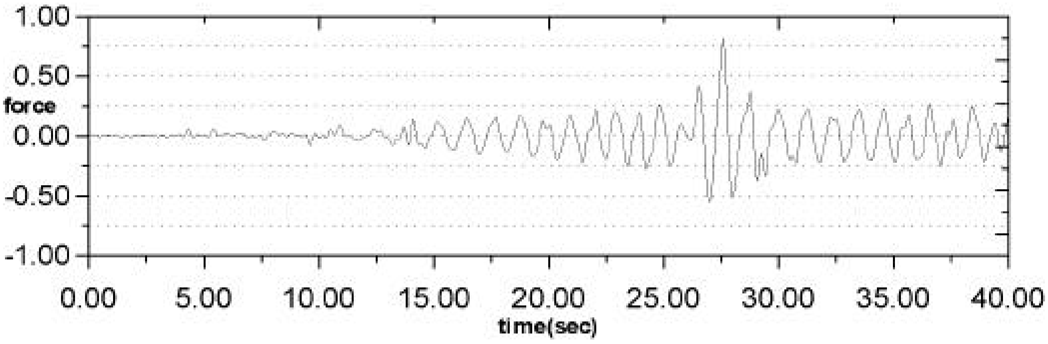


Fig 5.40 Experimental Wave Force in Time Domain (Case IV, Model II)

5.5.3 실험 분석

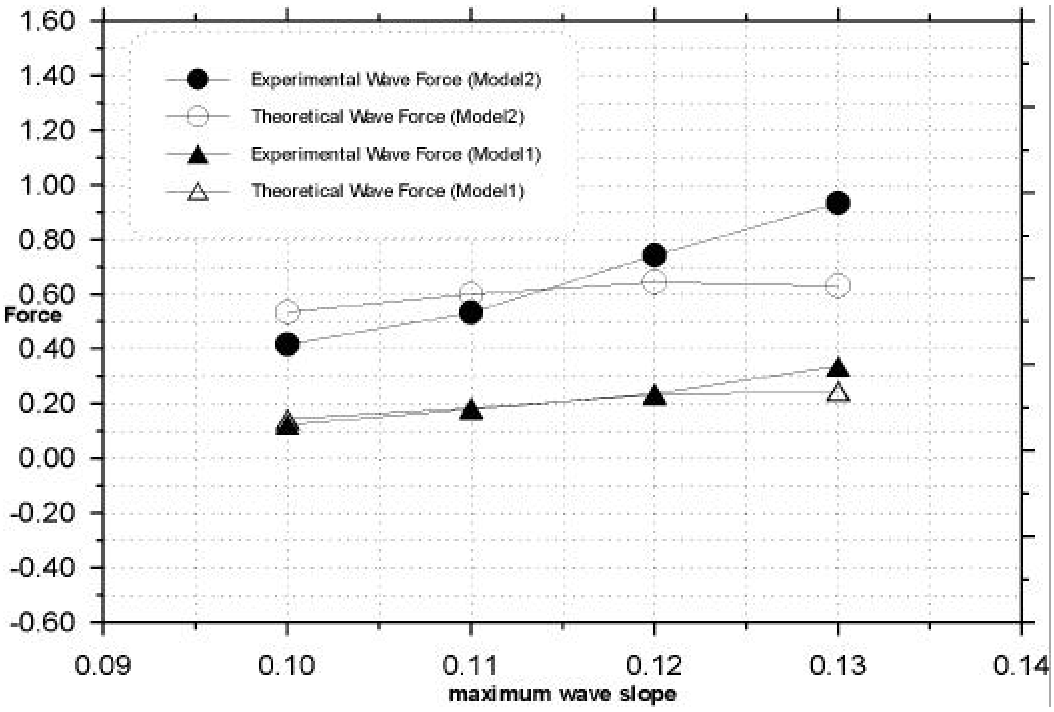


Fig 5.41 Comparison Experimental with Theoretical Maximum Wave Force

Table 5.2 Results of Breaking Wave

	Experimental Wave Force	Theoretical Wave Force	(Experimental Wave Force) - (Theoretical Wave Force)	Percentage
Model Ⅰ	0.3388	0.2474	0.0914	27%
Model Ⅱ	0.9337	0.6321	0.3016	32%

6. 결론

본 논문에서는 쇄파시 복수 실린더에 작용하는 파력에 대해서 이론과 실험을 통하여 조사하였다. 사용되어진 모델들은 실린더 1개, 실린더 4개를 가지는 모델이다. 또한 CaseⅠ, CaseⅡ, CaseⅢ, CaseⅣ별로 실험을 수행하였다. 이론은 3차원 특이점분포법으로부터 파 강제력의 전달함수를 퓨리어변환 후, 얻어진 임펄스 응답함수를 콘볼류션 적분하여 시간영역에서의 불규칙파에 대한 파력을 추정하였다. 2차원 불규칙파 수조에서 실험한 데이터와 이론값을 비교 검토하면 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) 이차원 조파수조에서 에너지 전달속도를 이용한 과도수파 발생기법을 개발하였다.

(2) 임의형상의 파형에 대한 시간영역 파력 계산법을 개발하였다.

(3) 비선형성의 영향으로 파고가 증가함에 따라 파력이 점차 증가하는 경향을 보이며 쇄파가 발생할 시에는 급격하게 파력이 증가하는 특성을 알 수 있다.

본 논문에서와 같이 쇄파가 해양 구조물 또는 배와 만나는 경우 더 큰 외력으로 작용하기 때문에 구조물 설계시 이를 고려해야 할 것이다. 또한 본 논문은 쇄파중 파력추정에 국한되어 있지만 부유식 구조물에 쇄파중 응답해석에 대한 연구도 차후 수행되어야 될 것으로 사료된다.

References

[1] 小山健夫, 藤野正隆 and 前田久明 共著, “선체와 해양 구조물의 운동학”, 연경 출판사, Chapter 3, 1990.

[2] Hooft, JP., "Mathematical Method of Determining Hydrodynamically Induced Forces on a Semisubmergible", SNAME, Vol 79, 1971

[3] Seiji Takezawa, Masahiro Fukuhara, Member Seiya Yamashita, Member,"線型試驗水槽で發生させた Transient Water wave の特性について“, 日本 造船學會秋季講演會, 昭和 43年 11月

[4] Seiji Takezawa, “Transient Water Wave 中における 船體運動の實測例 について”, 日本 造船學會春季講演會, 昭和 45年 5月

[5] J.S.Reid, "The Sideband Instability and Onset of Wave Breaking", IUTAM Symposium Sydney, Australia, 1991

[6] Tong-Chun Park and Hideaki Miyata, "Computational Study on the Characteristics of Nonlinear Wave Cased by Breaking Wave of Two-Dimensional Regular Periodic Wave", 韓國海洋工學會誌 第3號, pp 50-61, 1996. 8

[7] Kim,M.H. and Yue,D.K., "Sum-and Difference-Frequency Wave Loads on a Body in Unidirectional Gaussian Seas", Journal of Ship Research, vol.35, No2, 1991

[8] Hus,F.H. and Blenkarn,K.A., “Analysis of Peak Mooring Force Caused by Slow Vessel Drift Oscillation in Random Sea”, Offshore Technology Conference 1159, 1970

[9] 이 창호, “불규칙파중의 인장계류식 해양 구조물의 비선형응답해석”, 부경대학교 공학 박사 학위논문, page 208-224, 1998

[10] Rice,S.O., “Mathematical Analysis of Random noise”, Bell System Technical Journal, 1944

[11] **流力研究グル－プ**, “3**次元波動流體のグリ－ソ函數を求める方法**“, **造船流體力學 ノ－ト**(3), **日本 造船學會誌 弟** 536号, **昭和** 49**年** 2**月**

[12] **流力研究グル－プ**, “2**次元波動流體のグリ－ソ函數を求める方法**“, **造船流體力學 ノ－ト**(2), **日本 造船學會誌 弟** 534号, **昭和** 48**年** 12**月**

[13] Greenberg M.D., "Application of Green's Function in Science and Engineering", Prentice-Hall, page 51-92, 1971

[14] Newman J.N. "Marine Hydrodynamics", The MIT Press, page 285-306, 1978

[15] J. N. Newman, "Marine Hydrodynamics", The MIT Press Cambridge, Massachusetts and London, England, page 261 , 1982

[16] S.K.Chakrabarti, "Hydrodynamics of Offshore Structures", Computational Mechanics Publications Southampton Boston, page 49-50, 1994

[17] Steven C. Chapra, Raymond P.Canale, "Numerical Methods for Engineering", HEE JOONG DANG, 1994

참고. Haskind의 공식

부체의 운동에 의한 유체반력인 유체력을 고려하기 위해 방사 포텐셜 $\phi_j(j=1\sim6)$는 단위속도 진폭으로 j방향의 운동에 의해 발생되는 포텐셜이므로, j방향의 운동 $\eta_j e^{-i\omega t}$에 의해 생기는 방사 포텐셜은 $-i\omega\eta_j\phi_j e^{-i\omega t}$이다. 따라서, 그 때의 k방향의 유체반력은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} f_{kj}e^{-i\omega t} &= -\int\int_{S_H} P_j n_k dS \\ &= -\int\int_{S_H} -\rho\frac{\partial}{\partial t}(-i\omega\eta_j\phi_j e^{-i\omega t})n_k dS \\ &= -\int\int_{S_H} -\rho\phi_j n_k dS(-i\omega)^2\eta_j e^{-i\omega t} \end{aligned} \qquad (A.1)$$

여기서, ρ는 유체의 밀도이고,

$$P_j(X, Y, Z, t) = -\rho\frac{\partial}{\partial t}(-i\omega\eta_j\phi_j e^{-i\omega t}) \qquad (A.2)$$

은 부체가 j방향으로 복소 변위 진폭 η_j로 운동하는 것에 의한 유체의 변동 압력이다.
여기서, $\phi_j=\phi_{jc}+i\phi_{js}$로 두면

$$\begin{aligned} f_{kj}e^{-i\omega t} &= -\int\int_{S_H} -\rho\phi_{jc}n_k dS\cdot(-i\omega)^2\eta_j e^{-i\omega t} \\ &\quad -\int\int_{S_H} -\rho\omega\phi_{js}n_k dS\cdot(-i\omega)\eta_j e^{-i\omega t} \\ &= -\mu_{kj}\frac{\partial^2(\eta_j e^{-i\omega t})}{dt^2} - \nu_{kj}\frac{\partial(\eta_j e^{-i\omega t})}{\partial t} \end{aligned} \qquad (A.3)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mu_{kj} &= -\rho\int\int_{S_H}\phi_{jc}n_k dS \\ \nu_{kj} &= -\rho\omega\int\int_{S_H}\phi_{js}n_k dS, \qquad (j, k=1\sim6) \end{aligned} \qquad (A.4)$$

이고, 윗 식이 유체력 계수의 표시식이며, 각각 j 방향의 운동에 의한 k방향에서의 부가 질량 및 감쇠계수이다. 왜냐하면 $\eta_j e^{-i\omega t}$ 는 부체의 j방향의 변이이므로 식(A.3)는 부체의 운동에 의해 부체 자신이 받는 힘이 운동가속도 및 운동속도에 비례하는 성분으로 이루어져 있기 때문이다. 또, 식(A.3)의 음의 부호는 운동 방향과 반대로 힘이 작용하는 것을 의미한다.

다음에는 구속된 부체에 파가 입사한 경우의 변동 유체압력에 의한 힘, 즉 파강제력을 생

각한다. 이 유체 압력 P_w는 평면 입사파의 속도포텐셜 ϕ_I와 평면 입사파에 의한 회절 포텐셜 ϕ_D를 이용하여 다음과 같이 표시된다.

$$P_w(X, Y, Z, t) = -\rho\frac{\partial}{\partial t}\{(\phi_I + \phi_D)e^{-i\omega t}\} = i\omega\rho(\phi_I + \phi_D)e^{-i\omega t} \quad (A.5)$$

이 유체압력 P_w에 의한 k방향의 파강제력을 $F_k e^{-i\omega t}$라 하면

$$\begin{aligned} F_k e^{-i\omega t} &= -\int\int_{S_H} P_w n_k dS \\ &= -\int\int_{S_H} i\omega\rho(\phi_I + \phi_D)n_k dS \cdot e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (A.6)$$

로 된다. 따라서 파강제력의 복소진폭 F_k는 다음과 같다.

$$F_k = -i\rho\omega\int\int_{S_H}(\phi_I + \phi_D)n_k dS, (k = 1\sim 6) \quad (A.7)$$

회절 포텐셜 ϕ_D가 구해지면, 윗 식에 의해 파 강제력을 계산할 수 있다.

또, 하스킨드에 의하면 파강제력은 회절 포텐셜 ϕ_D가 구해져 있지 않아도, 즉 회절 문제를 풀지 않아도 방사 포텐셜 $\phi_j (j = 1\sim 6)$가 구해져 있으면 계산 할 수 있다. 식(A.30)의 그린 정리에서 $f = \phi_D$, $g = \phi_j$로 하고, 이것을 유체영역 Ω상에 적용하여 $R\to\infty$로 하면 다음의 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} &\int\int\int_{\Omega}(\phi_D\nabla^2\phi_j - \phi_j\nabla^2\phi_D)dV \\ &= \left\{\int\int_{S_H} + \int\int_{S_F} + \int\int_{S_B} + \lim_{R\to\infty}\int\int_{S_R}\right\}\phi_j\frac{\partial\phi_D}{\partial n} - \phi_D\frac{\partial\phi_i}{\partial n})dS \\ &= \int\int_{S_H}(\phi_j\frac{\partial\phi_D}{\partial n} - \phi_D\frac{\partial\phi_j}{\partial n})dS - \int\int_{S_F}(\phi_j\frac{\partial\phi_D}{\partial Z} - \phi_D\frac{\partial\phi_j}{\partial Z})dS \\ &+ \int\int_{S_B}(\phi_j\frac{\partial\phi_D}{\partial Z} - \phi_D\frac{\partial\phi_j}{\partial Z})dS - \lim_{R\to\infty}\int\int_{S_R}(\phi_j\frac{\partial\phi_D}{\partial R} - \phi_D\frac{\partial\phi_j}{\partial R})dS \end{aligned} \quad (A.8)$$

회절 포텐셜 ϕ_D에 관한 라플라스 방정식, 자유수면 경계조건, 방사조건을 적용하고 회절 포텐셜 $\phi_j (j = 1\sim 6)$에 관한 라플라스 방정식, 자유수면 경계조건, 방사조건을 고려하면 다음 식이 구해진다.

$$0 = \int\int_{S_H}(\phi_j\frac{\partial\phi_D}{\partial n} - \phi_D\frac{\partial\phi_j}{\partial n})dS \quad (A.9)$$

회절과 방사에서의 각각의 경계조건을 고려하면 식(A.9)는 다음과 같다.

$$\int\int_{S_H} -\phi_j \frac{\partial \phi_I}{\partial n} dS = \int\int_{S_H} -\phi_D n_j dS \tag{A.10}$$

따라서, **윗 식에서** j**를** k**로 바꾸어 쓰고**, **식**(A.52)**에 대입하면 다음 식이 얻어진다**.

$$\begin{aligned} F_k &= -i\rho\omega \int\int_{S_H} (\phi_I n_k - \phi_k \frac{\partial \phi_I}{\partial n}) dS \\ &= -i\rho\omega \int\int_{S_H} (\phi_I \frac{\partial \phi_k}{\partial n} - \phi_k \frac{\partial \phi_I}{\partial n}) dS, \quad (k = 1 \sim 6) \end{aligned} \tag{A.11}$$

바로 이 식이 하스킨드 공식이다[14].

감사의 글

여러분들의 도움으로 학위논문을 완성하게 되었습니다. 본 논문이 완성되기까지 이끌어 주시고 도와주신 모든 분들에게 감사 드립니다.

대학원 생활 동안 학문과 인생에 대한 부족한 점을 채워 주시고 도움을 주신 조 효제 지도 교수님께 머리 숙여 감사 드리며, 논문 심사 과정에서 조언을 아끼지 않으셨던 김 도삼 교수님, 현 범수 교수님, 저의 기초 학문을 다지게 해주신 강 신영 교수님 항상 만날 때마다 따뜻한 미소와 격려로 대해 주신 경상대의 강 일권 교수님과 중소기술연구소의 강 병윤 박사님, 그리고 오늘에 이르기까지 학문의 길을 열어주시고 인생의 가르침을 주신 박 명규 교수님, 손 경호 교수님, 박 주용 교수님에게 고마움을 전합니다.

저의 대학원 생활을 알차게 보낼 수 있도록 도와주신 광동이형, 동호형, 병철이형 국태형, 춘군이형, 현식이형 정말 지난날의 추억을 잊을 수가 없습니다.

실험실에서 함께 생활하면서 자기 일처럼 도움을 주신 형같은 후배 황 재혁씨, 무슨 일이든 군말 없이 따른 후배 기석이, 태원이, 대학원 생활을 서로 의지하며 지낸 태진이 기영이, 해광이형, 장곤이, 먼 곳에서 저를 바라보고 용기를 준 준호, 우섭, 성호, 주한, 인빈, 효창, 성근이와 미정이에게도 감사를 표하는 바입니다.

저의 어려운 생활을 이해해 주시고 아껴 주신 작은아버지들과 양재동 이모부와 막내 외삼촌에게 감사드립니다. 또한 힘든 대학원 생활을 즐겁게 해준 귀여운 처제 미현이와 혜경이 씩씩한 처남 민철이에게도 감사합니다.

마지막으로 묵묵하게 형을 믿고 밀어 준 동생 상범이와 따뜻한 마음으로 돌봐 주신 장인, 장모님에게 감사드리며, 어려운 여건에서도 저를 헌신적으로 돌보아주신 부모님께 글로 다 표현을 할 수 없을 정도로 감사드리며, 그동안 어려움을 같이 해 온 아내 현아와 곧 태어날 아기에게 이 논문을 바칩니다.