

공학석사 학위논문

RCGA를 이용한 도립진자 시스템의
파라미터 추정 및 안정화 제어

Parameter Estimation and Stabilization Control
of an Inverted Pendulum System Using a RCGA

지도교수 진 강 규

2006년 2월

한국해양대학교 대학원

메카트로닉스공학과

안 종 갑

목 차

Abstract	iii
Nomenclature	iv
제 1 장 서론	1
1.1 연구배경	1
1.2 연구동향	1
1.3 연구내용과 구성	2
제 2 장 독립진자 시스템의 모델링	3
2.1 독립진자 시스템의 비선형 모델링	3
2.2 구동부를 포함함 독립진자 시스템의 선형모델	7
2.3 독립진자 시스템의 상태공간 해석	9
제 3 장 RCGA를 이용한 독립진자 시스템의 파라미터 추정	11
3.1 실수코딩 유전알고리즘	11
3.1.1 유전알고리즘의 특징	11
3.1.2 파라미터의 표현	13
3.1.3 초기집단의 생성	14
3.1.4 기본 유전연산자	15
3.1.4.1 재생산	15
3.1.4.2 교배	15
3.1.4.3 돌연변이	16
3.1.5 적합도 평가	17
3.1.6 엘리티즘 (Elitism)	18
3.2 독립진자 시스템의 파라미터 추정	18
3.2.1 페루프를 가지는 모델조정기법	18
3.2.2 목적함수	19
제 4 장 독립진자 시스템의 안정화 제어	21

4.1 선형 조정기 설계	21
4.2 PI형 LQ 제어기 설계	22
제 5 장 시뮬레이션 및 실험 결과 검토	25
5.1 제어대상 시스템과 모델	25
5.1.1 제어대상 시스템	25
5.1.2 제어대상 시스템의 비선형 모델	26
5.2 시뮬레이션 및 결과검토	27
5.2.1 파라미터 추정을 위한 입출력 데이터 취득	27
5.2.2 조정모델	28
5.2.3 파라미터 탐색	28
5.2.4 응답 시뮬레이션	34
5.3 실험 및 결과 검토	37
제 6 장 결론	41
참고문헌	42

Parameter Estimation and Stabilization Control of an Inverted Pendulum System Using a RCGA

Jong-Kap, Ahn

*Department of Mechatronics, Graduate School
Korea Maritime University*

Abstract

This thesis presents a scheme for the parameter estimation and stabilization of an inverted pendulum system. First, a stable feedback loop is constructed for the unstable nonlinear system and then the parameters of its linearized model are estimated using input-output data, a real-coded genetic algorithms (RCGA) and the model adjustment technique. Parameter estimation does searching linear model from nonlinear model. A PI-type LQ control scheme is designed on the basis of estimated linear model such that the output can track a step reference input under constant disturbance environment. The performance of the proposed scheme is demonstrated through a set of simulation and experiment.

Nomenclature

a_{ij}	i th Row and j th Column Element of Matrix A
$a_{ij}^{(L)}, b_{ij}^{(L)}$	Lower Bounds of a_{ij} and b_{ij}
$a_{ij}^{(U)}, b_{ij}^{(U)}$	Upper Bounds of a_{ij} and b_{ij}
A, B, C	Constant Matrices
$\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$	Augmented Matrices
b_{ij}	i th Row and j th Column Element of Matrix B
B_{eq}, B_p	Viscous Damping Coefficients
F_c	Input Force
g	Gravitational Constant
I_p	Pendulum Moment of Inertia
J_m	Rotor Inertia
J_1, J_2, J_3	Performance Index
K_g	Planetary Gearbox Gear Ratio
K_m	Motor Back-EMF Constant
K_t	Motor Torque Constant
K	Feedback Gain Matrix
\tilde{K}	Augmented Feedback Gain Matrix
l_p	Distance from Pivot to Centre of Gravity
l	String Length(Chromosome)
M	Total Mass of the Pendulum(i.e. moving parts)
M_p	Pendulum Mass
M_c	Cart Mass
N	Population Size
P	Common Positive Definite Symmetric Matrix
$P(k)$	Population of k Generation
P_c	Crossover Rate

P_m	Mutation Rate
Q	Weighting Matrix
Q_{x_c}	Coulomb Friction Force of the Cart
Q_α	Coulomb Friction Force of the Pendulum
r_{mp}	Motor Pinion Radius
r	Weighting Coefficient
R_m	Motor Armature Resistance
s	String or Chromosome
$s_i(k)$	i -th Chromosome
T_T	Total Kinetic Energy
T_{ct}	Position Energy of Cart
T_{cr}	Rotation Kinetic Energy by DC Motor
T_{pt}	Pendulum Kinetic Energy
T_{pr}	Pendulum Rotation Kinetic Energy
$u(t)$	Control Input
V_T	Total Position Energy
V_i	i -th Gene
x_c	Cart Position
\dot{x}_c	Cart Velocity
$x_1(t), x_2(t)$ $x_3(t), x_4(t)$	State Variables
$\tilde{\mathbf{x}}(t)$	Augmented State Vector
$\mathbf{x}_p(t)$	Plant State Vector
$\mathbf{x}(t)$	State Vector
x	Parameter of a Positive Number
$y(t)$	Output
$z(t)$	Error State Variable
$\alpha(t)$	Pendulum Angle
$\dot{\alpha}(t)$	Pendulum Angular Velocity

η *Reproduction Coefficient*
 ρ *Rank*

제 1 장 서 론

1.1 연구배경

1965년 *Kapitza*가 로켓 발사대의 안정화 문제를 다루면서 연구대상으로 검토된 독립진자 시스템은 대차, 진자, 구동모터, Encoder 등으로 구성되며, 대차를 트랙상의 원하는 위치에 오게 하고 그 위치에서 진자를 항상 수직으로 유지하는 것이 이 장치의 목적이다. 독립진자 시스템은 구조적으로 불안정하여 자체적으로는 레일의 진동, 경사 등의 외란 발생 시 안정화 되지 못하는 결점을 갖고 있으며, 또한 복잡한 동특성과 비선형성, 시스템의 시변 특성으로 인해 정확한 모델을 파악하는 것이 쉽지 않다. 이와 같은 특성 때문에 독립진자는 비선형 시스템의 표본으로서 많은 연구자의 연구대상이 되어 왔다[1][2].

초기에 독립진자 시스템의 안정화 제어에는 *PD*, *PID* 등 고전적인 방법에 주로 의존해 왔다. 이들은 조정할 매개변수(이득)가 적고 구조가 단순하다는 장점을 갖지만 전체 제어시스템의 동특성이 전적으로 제어기의 이득에 의해 결정되어 초기 동조(Tuning)가 잘 되었더라도, 부하나 제어대상의 파라미터 변동이 크면 제어기의 이득을 재조정해야 할 필요가 있다. 이러한 고전제어 기법이 가지는 한계를 극복하기 위하여 현대제어 이론과 신경회로망을 이용하는 연구들이 제안되게 되었다[3-7]. 특히 현대제어 이론은 다양한 제어기법의 가능성을 제공하고 있기 때문에 현재까지 많은 연구자의 관심을 끌어왔다. 그러나 이들 연구는 정밀한 선형 모델을 얻을 수 있다는 가정 하에 수행되지만, 정작 제어기 이득은 일반적으로 추정된 근사모델로부터 얻는 경우가 대부분이다. 따라서 더욱 정교한 안정화 제어를 위해서는 선형 모델의 파라미터를 체계적으로 얻고 이를 기반으로 제어기를 설계하는 절차가 요구되므로 본 연구에서는 이러한 문제를 다루고자 한다.

1.2 연구동향

독립진자를 고전제어 기법으로 안정화하는 기법 등이 류[3], 강[4]등에 의해 연구되어 왔고, Furuta[5]는 모델의 불확실성과 더불어 경사진 레일에서 진자를 안

정화시키는 문제를 다루었고, Feng[6]등은 극점배치법과 최적제어법을 비교 분석하여 독립진자 시스템의 안정화에 대한 시뮬레이션 결과를 발표하였으며, 김[7]등은 진화 신경회로망 제어기를 이용하여 독립진자의 안정화 제어에 관해 연구를 하였다.

1.3 연구 내용과 구성

본 연구의 목적은 계단상의 외란이 존재하는 환경에서 독립진자 시스템의 대차를 가능한 고속으로 움직이면서 정상편차 없이 대차가 목표위치에 도달했을 때 진자의 흔들림을 가능한 빨리 제어하도록 하는 제어기를 설계하는 것이다. 먼저 제어대상의 비선형 모델을 구하고 이로부터 안정화 제어기 설계를 위한 선형모델을 얻는다. 독립진자 시스템은 불안정하면서도 복잡한 비선형 시스템이므로 선형모델의 정확한 파라미터를 얻는 것은 어렵다. 이 때문에 본 논문에서는 비선형 독립진자 시스템의 입출력 신호를 가지고 실수코딩 유전알고리즘과 모델조정기법을 이용하여 파라미터를 추정하는 것을 다룬다.

다음으로 계단입력에 대해 정상상태 오차가 발생하는 독립진자 시스템에 적분제어기를 직렬로 부가하여 2차 형식의 평가함수를 최소로 하는 PI형의 LQ 제어기를 이용하여 독립진자 시스템의 안정화 제어기를 설계한다. 그리고 마지막으로 파라미터 추정과 제어기의 성능을 알아보기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 하며 실제 실험 장치에서 실험을 한다.

본 논문은 총 6장으로 구성된다. 제2장에서는 제어대상인 독립진자 시스템에 대해 살펴보고 비선형 운동방정식과 선형 동적방정식이 유도된다. 제3장에서는 비선형 독립진자 시스템으로부터 선형모델의 파라미터를 얻는 문제가 다루어진다. 먼저 파라미터 추정 시 일어나는 최적화 문제를 해결하기 위해 실수코딩 유전알고리즘에 대해서 간단히 살펴본다. 그리고 조정모델, 실수코딩 유전알고리즘과 모델조정기법으로 파라미터를 추정한다. 제4장에서는 독립진자 시스템의 안정된 제어를 위한 PI형의 LQ 제어기가 설계된다. 제5장에서는 시뮬레이션과 실험을 통해 제안한 방법과 안정화 제어기의 성능을 검증한다. 마지막으로 제6장에서 결론을 제시한다.

제 2 장 독립진자 시스템의 모델링

최적제어기법에 의한 독립진자 시스템의 안정화를 위한 제어기 설계는 정확한 선형모델을 필요로 한다. 따라서 본 장에서는 구동부를 포함한 동역학적 비선형 모델을 구한 다음 이로부터 선형모델을 구한다. 또한 선형모델의 가제어성에 대해서도 살펴본다.

2.1 독립진자 시스템의 비선형 모델

독립진자 시스템은 일반적으로 크게 병진운동 하는 대차, 독립진자, 구동부 모터로 구성된다. 이를 안정화 제어하기 위해서는 추가적으로 대차의 위치와 진자의 각도 등을 측정할 수 있는 센서와 구동부의 전력 증폭기, 신호변환기 및 제어기가 필요하다. Fig. 2.1은 본 연구에서 제어대상으로 고려하는 독립진자 시스템의 동역학적 직교 좌표계를 단순화하여 표현한 것이다.

Fig. 2.1에서 $\alpha[rad]$ 는 독립진자의 수직에 대한 각도, $\dot{\alpha}[rad/s]$ 는 각속도, $x_c[m]$ 는 대차의 수평방향 위치, $\dot{x}_c[m/s]$ 는 대차의 수평방향 속도이고 $M_p[kg]$ 는 진자의 질량, $M_c[kg]$ 는 대차의 질량, $l_p[m]$ 는 진자 중심까지의 거리, $g[m/s^2]$ 는 중력가속도, $F_c[N]$ 는 대차에 가해지는 힘이다. 진자의 관성모멘트를 I_p

($= \frac{1}{12} M_p (2l_p)^2 = \frac{1}{3} M_p l_p^2$)라고 정의하고 비선형 운동방정식을 유도하면 중력의 영향에 있는 독립진자의 무게중심 좌표는 다음과 같다.

$$x_p(t) = x_c(t) - l_p \sin(\alpha(t)) \quad (2.1)$$

$$y_p(t) = l_p \cos(\alpha(t)) \quad (2.2)$$

독립진자 시스템의 총 위치에너지 V_T 는 시스템 혹은 시스템 구성요소의 에너지 양으로 나타난다. 대차의 동작은 수평적이고, 수직변위를 가지지 않으므로 시스템의 총 위치에너지로 막대의 중력 위치에너지만을 고려해 표현하면 다음과 같다.

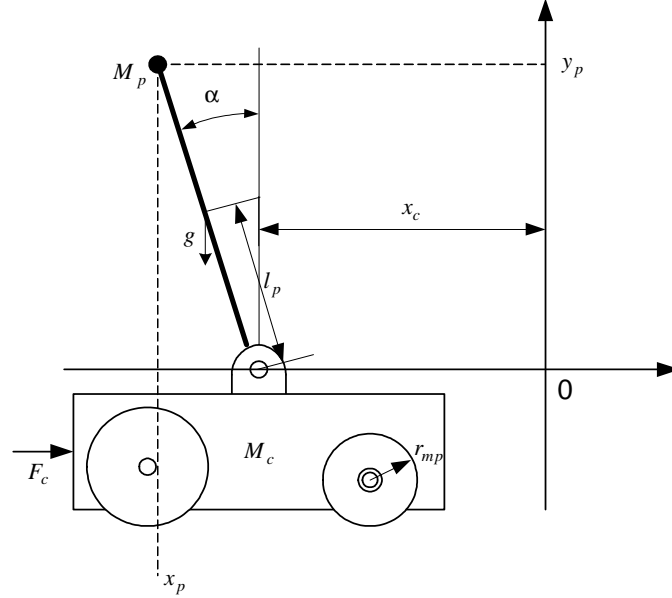


Fig. 2.1 An Inverted Pendulum System

$$V_T = M_p g l_p \cos(\alpha(t)) \quad (2.3)$$

도립진자 시스템의 총 운동에너지 T_T 는 두 부분으로 나누어 구할 수 있다. 첫째 대차의 평행이동 운동에너지 T_{ct} 는

$$T_{ct} = \frac{1}{2} M \dot{x}_c^2(t) = \frac{1}{2} (M_c + M_p) \dot{x}_c^2(t) \quad (2.4)$$

로 표현되며, 둘째 대차에 있는 DC 모터에 의한 회전 운동에너지 T_{cr} 은

$$T_{cr} = \frac{1}{2} J_m \left(\frac{K_g}{r_{mp}} \right)^2 \dot{x}_c^2(t) \quad (2.5)$$

로 표현 된다. 여기서 $J_m [kg \cdot m^2]$ 은 모터의 회전관성, $r_{mp} [m]$ 는 모터의 피니언 반지름, K_g 는 기어박스의 기어비를 의미한다.

따라서 대차의 총 운동에너지는 (2.4)와 (2.5)의 합으로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} T_c &= T_{ct} + T_{cr} \\ &= \frac{1}{2} M \dot{x}_c^2(t) + \frac{1}{2} J_m \left(\frac{K_g}{r_{mp}} \right)^2 \dot{x}_c^2(t) = \frac{1}{2} \left(M + J_m \left(\frac{K_g}{r_{mp}} \right)^2 \right) \dot{x}_c^2(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

단, $M + J_m \left(\frac{K_g}{r_{mp}} \right)^2 = M_c$, $M = M_c + M_p$ 로 나타낼 수 있다.

진자의 무게를 무게중심(COG : Centre of Gravity)으로 고려하고 독립진자의 평행이동 운동에너지 T_{pt} 와 회전 운동에너지 T_{pr} 를 구한다.

우선 진자의 평행이동 운동에너지 T_{pt} 를 구하면 다음과 같이 표현된다.

$$T_{pt} = \frac{1}{2} M_p \left(\sqrt{\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2} \right)^2 \quad (2.7)$$

여기서 X 좌표의 $\dot{x}_p(t)$ 는 $\dot{x}_c(t) - l_p \cos(\alpha(t)) \dot{\alpha}(t)$ 로 표현되고, Y 좌표의 $\dot{y}_p(t)$ 는 $-l_p \sin(\alpha(t)) \dot{\alpha}(t)$ 로 표현된다.

다음으로 진자의 회전 운동에너지 T_{pr} 를 구하면 다음과 같이 표현된다.

$$T_{pr} = \frac{1}{2} I_p \dot{\alpha}^2(t) \quad (2.8)$$

그러므로 시스템의 전체적인 운동에너지는 (2.6), (2.7) 그리고 (2.8)로 표현되는 각각의 운동에너지 합으로 표현할 수 있다. 따라서 독립진자 시스템의 총 운동에너지 T_T 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T_T &= T_c + T_{pt} + T_{pr} \\ &= \frac{1}{2} (M_c + M_p) \dot{x}_c^2(t) - M_p l_p \cos(\alpha(t)) \dot{\alpha}(t) \dot{x}_c(t) \end{aligned}$$

$$+ \left(\frac{1}{2} I_p + \frac{1}{2} M_p (l_p^2 \cos(\alpha(t))^2 + l_p^2 \sin(\alpha(t))^2) \right) \dot{\alpha}^2(t) \quad (2.9)$$

이제 $x_c(t)$ 와 $\alpha(t)$ 에 대한 두 가지 Lagrange 방정식을 고려해 보자.
Lagrange의 일반적인 형태는 다음과 같다.

$$L(x_c, \dot{x}_c, \alpha, \dot{\alpha}, t) = T(x_c, \dot{x}_c, \alpha, \dot{\alpha}) - V(x_c, \alpha, t)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_c(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_c}(t) = Q_{x_c} \quad (2.10)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha}(t) = Q_{\alpha} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} L &= T_T - V_T \\ &= \frac{1}{2} (M_c + M_p) \dot{x}_c^2(t) - M_p l_p \cos(\alpha(t)) \dot{\alpha}(t) \dot{x}_c(t) \\ &\quad + \left(\frac{1}{2} I_p + \frac{1}{2} M_p (l_p^2 \cos(\alpha(t))^2 + l_p^2 \sin(\alpha(t))^2) \right) \dot{\alpha}^2(t) - M_p g l_p \cos(\alpha(t)) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Coulomb 마찰력을 무시하고 (2.10)과 (2.11)을 다시 쓰면

$$Q_{x_c} = F_c - B_{eq} \dot{x}_c(t)$$

$$Q_{\alpha} = -B_p \dot{\alpha}(t)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 F_c 는 대차가 모터에 의해 구동되는 힘, $B_{eq}[N \cdot s/m]$ 는 모터 피니언의 점성제동계수, B_p 는 도립진자의 점성제동계수이다.

(2.12)를 (2.10), (2.11)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (M_c + M_p) \ddot{x}_c^2(t) - M_p l_p \cos(\alpha(t)) \ddot{\alpha}(t) + M_p l_p \sin(\alpha(t)) \dot{\alpha}^2(t) \\ = F_c - B_{eq} \dot{x}_c(t) \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} -M_p l_p \cos(\alpha(t)) \ddot{x}_c(t) + (I_p + M_p l_p^2) \ddot{\alpha}(t) - M_p g l_p \sin(\alpha(t)) \\ = -B_p \dot{\alpha}(t) \end{aligned} \quad (2.14)$$

(2.13), (2.14)를 $\ddot{x}_c(t)$ 와 $\ddot{\alpha}(t)$ 대하여 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_c(t) = & \frac{(I_p B_{eq} + M_p l_p^2 B_{eq}) \dot{x}_c(t)}{(-M_c - M_p) I_p - M_c M_p l_p^2 - M_p^2 l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \cos^2(\alpha(t))} \\
& + \frac{(M_p^2 l_p^3 \sin(\alpha(t)) + I_p M_p l_p \sin(\alpha(t))) \dot{\alpha}^2(t)}{(-M_c - M_p) I_p - M_c M_p l_p^2 - M_p^2 l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \cos^2(\alpha(t))} \\
& + \frac{M_p l_p \cos(\alpha(t)) B_p \dot{\alpha}(t)}{(-M_c - M_p) I_p - M_c M_p l_p^2 - M_p^2 l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \cos^2(\alpha(t))} \\
& + \frac{-M_p^2 l_p^2 \cos(\alpha(t)) g \sin(\alpha(t)) - I_p F_c - M_p l_p^2 F_c}{(-M_c - M_p) I_p - M_c M_p l_p^2 - M_p^2 l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \cos^2(\alpha(t))} \quad (2.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\alpha}(t) = & \frac{B_{eq} M_p l_p \cos(\alpha(t)) \dot{x}_c(t)}{(-M_c - M_p) I_p - M_c M_p l_p^2 - M_p^2 l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \cos^2(\alpha(t))} \\
& + \frac{M_p^2 l_p^2 \cos(\alpha(t)) \sin(\alpha(t)) \dot{\alpha}^2(t)}{(-M_c - M_p) I_p - M_c M_p l_p^2 - M_p^2 l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \cos^2(\alpha(t))} \\
& + \frac{(M_p B_p + M_c B_p) \dot{\alpha}(t)}{(-M_c - M_p) I_p - M_c M_p l_p^2 - M_p^2 l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \cos^2(\alpha(t))} \\
& + \frac{-M_c M_p g l_p \sin(\alpha(t)) - F_c M_p l_p \cos(\alpha(t)) - M_p^2 g l_p \sin(\alpha(t))}{(-M_c - M_p) I_p - M_c M_p l_p^2 - M_p^2 l_p^2 + M_p^2 l_p^2 \cos^2(\alpha(t))} \quad (2.16)
\end{aligned}$$

2.2 구동부를 포함한 도립진자 시스템의 선형모델

앞 절에서 구한 $x_c(t)$ 와 $\alpha(t)$ 에 대한 2차 비선형 미분방정식에서 α 의 변화가 미소하다고 가정하여 $\alpha \cong 0$ 근방에서 선형으로 근사화($\sin \alpha \cong \alpha$, $\cos \alpha \cong 1$)하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{x}_c(t) = \frac{-(I_p + M_p l_p^2) B_{eq} \dot{x}_c(t) - M_p l_p B_p \dot{\alpha}(t) + (I_p + M_p l_p^2) F_c + M_p^2 l_p^2 g \alpha(t)}{(M_c + M_p) I_p + M_c M_p l_p^2} \quad (2.17)$$

$$\ddot{\alpha}(t) = \frac{(M_c + M_p)M_p g l_p \alpha(t) - (M_c + M_p)B_p \dot{\alpha}(t) - M_p l_p B_{eq} \dot{x}_c(t) + F_c M_p l_p}{(M_c + M_p)I_p + M_c M_p l_p^2} \quad (2.18)$$

F_c 와 구동 모터에 인가되는 전압 $u[V]$ 의 관계를 정리하면 (2.19), (2.20)으로 나타낼 수 있다. 여기서 $K_t[V/rad/s]$ 는 모터의 토크상수, $R_m[\Omega]$ 은 모터의 전기저항, $r_{mp}[m]$ 는 모터의 피니언 반지름, K_m 은 모터의 역기전력 상수를 의미한다.

$$u(t) = \frac{R_m r_{mp}}{K_g K_t} F_c + \frac{K_g K_m}{r_{mp}} \dot{x}_c(t) \quad (2.19)$$

$$F_c = \frac{K_g K_t}{R_m r_{mp}} u(t) - \frac{K_g^2 K_m K_t}{R_m r_{mp}^2} \dot{x}_c(t) \quad (2.20)$$

구동부를 포함한 전체 선형 운동방정식으로 표현하기 위해 (2.17), (2.18)에 (2.20)을 대입하여 정리하면 다음과 같은 2차 선형 미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{x}_c(t) = & \frac{M_p^2 l_p^2 g}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} \alpha(t) \\ & + \frac{-(I_p K_g^2 K_t K_m + I_p B_{eq} R_m r_{mp}^2 + M_p l_p^2 K_g^2 K_t K_m + M_p l_p^2 B_{eq} R_m r_{mp}^2)}{R_m r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} \dot{x}_c(t) \\ & + \frac{-M_p l_p B_p}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} \dot{\alpha}(t) \\ & + \frac{K_g K_t (I_p + M_p l_p^2)}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} u(t) \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}(t) = & \frac{M_p g l_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} \alpha(t) + \frac{-M_p l_p (K_g^2 K_t K_m + B_{eq} R_m r_{mp}^2)}{R_m r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} \dot{x}_c(t) \\ & + \frac{-B_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} \dot{\alpha}(t) \end{aligned}$$

$$+ \frac{K_g K_t M_p l_p}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} u(t) \quad (2.22)$$

2.3 독립진자 시스템의 상태공간 해석

선형으로 표현된 독립진자 시스템의 전체 운동방정식인 (2.21), (2.22)에서 $x_1(t) = x_c(t)$, $x_2(t) = \alpha(t)$, $x_3(t) = \dot{x}_c(t)$, $x_4(t) = \dot{\alpha}(t)$ 로 상태변수를 정의하면 다음과 같은 1계 연립 미분방정식으로 표현할 수 있다. 여기서는 편의상 시간변수 (t) 를 생략한다.

$$\dot{x}_1 = x_3 \quad (2.23)$$

$$\dot{x}_2 = x_4 \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & \frac{M_p^2 l_p^2 g}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} x_2 \\ & + \frac{-(I_p K_g^2 K_t K_m + I_p B_{eq} R_m r_{mp}^2 + M_p l_p^2 K_g^2 K_t K_m + M_p l_p^2 B_{eq} R_m r_{mp}^2)}{R_m r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} x_3 \\ & + \frac{-M_p l_p B_p}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} x_4 + \frac{K_g K_t (I_p + M_p l_p^2)}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} u \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 = & \frac{M_p g l_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} x_2 + \frac{-M_p l_p (K_g^2 K_t K_m + B_{eq} R_m r_{mp}^2)}{R_m r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} x_3 \\ & + \frac{-B_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2} x_4 + \frac{K_g K_t M_p l_p}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)} u \end{aligned} \quad (2.26)$$

(2.23)~(2.26)까지를 상태 공간 형태로 표현하면 다음과 같다[8].

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (2.27)$$

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

$$\text{여기서, } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \text{ 이고}$$

$$a_{32} = \frac{M_p^2 l_p^2 g}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2}$$

$$a_{33} = \frac{-(I_p K_g^2 K_t K_m + I_p B_{cq} R_m r_{mp}^2 + M_p l_p^2 K_g^2 K_t K_m + M_p l_p^2 B_{cq} R_m r_{mp}^2)}{R_m r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)}$$

$$a_{34} = \frac{-M_p l_p B_p}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2}, \quad a_{42} = \frac{M_p g l_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2}$$

$$a_{43} = \frac{-M_p l_p (K_g^2 K_t K_m + B_{cq} R_m r_{mp}^2)}{R_m r_{mp}^2 (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)}, \quad a_{44} = \frac{-B_p (M_c + M_p)}{M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2}$$

$$b_3 = \frac{K_g K_t (I_p + M_p l_p^2)}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)}, \quad b_4 = \frac{K_g K_t M_p l_p}{R_m r_{mp} (M_c I_p + M_p I_p + M_c M_p l_p^2)}$$

이다.

현대제어이론에 입각하여 상태 피드백 제어를 설계하기 전에 해당 시스템의 가제어성(Controllability)을 조사하는 것은 중요한 의미를 갖는다. 이는 만약 제어대상이 가제어하면 평가함수를 최소로 하는 제어입력을 통해 시스템을 점근적으로 안정화 시킬 수 있기 때문이다. 가제어성을 판단하는 것은 (2.27)의 행렬 \mathbf{A} , \mathbf{B} 를 이용하여 가제어성 행렬의 랭크(Rank)를 조사함으로써 이루어진다.

$$\mathbf{U} = [\mathbf{B} : \mathbf{AB} : \mathbf{A}^2 \mathbf{B} : \mathbf{A}^3 \mathbf{B}] \quad (2.28)$$

주어진 시스템은 $\rho \mathbf{U} = 4$ 이므로 가제어하다.

제 3 장 RCGA를 이용한 독립진자 시스템의 파라미터 추정

앞 장에서는 독립진자 시스템으로부터 비선형 방정식을 얻고 다시 이를 선형화하여 상태공간 형태의 모델에 대해 살펴보았다. 본 장에서는 실수코딩 유전알고리즘(Real-Coded Genetic Algorithm: RCGA)과 모델 조정기법을 이용하여 이 모델의 파라미터를 추정하는 문제를 살펴본다.

3.1 실수코딩 유전알고리즘

독립진자 시스템의 파라미터 추정은 최적화 문제가 수반되므로 이를 해결하기 위해 RCGA의 원리에 대해서 간단히 살펴본다.

3.1.1 유전알고리즘의 특징

유전알고리즘(Genetic Algorithm: GA)은 1975년 J. H. Holland[9]가 제안한 것으로 진화원리와 유전학을 알고리즘 형태로 구현한 최적화 탐색기법 중의 하나이다. 이를 구현하기 위해 해가 될 가능성이 있는 집단에서 재생산, 교배, 돌연변이와 같은 유전 연산자를 사용하여 개체를 개량하고, 이들 간에 정보를 교환하여 집단 내의 개체가 해에 가까워지도록 여러 방향으로 탐색하게 된다.

GA가 기존의 탐색법과 다른 점은 파라미터 자체를 사용하기 보다는 이를 기호로 표현하여 사용하며, 하나의 해를 다루기보다는 해 집단을 취급한다. 그리고 연산자들이 확률에 기초하여 동작되므로 얻어지는 결과는 결정적이기 보다는 확률적이다. 또한 탐색공간에 대한 사전 지식이 없고, 목적함수 외에 보조 정보를 요구하지 않는 장점 때문에 시스템 식별 및 제어, 기계학습, 설비배치, 신경회로망, 신호처리, 생명공학 등 많은 분야에서 성공적으로 이용되고 있다.

현재까지 다양한 최적화 문제를 해결하기 위하여 여러 종류의 유전알고리즘이 발표되었으나, 파라미터의 부호화, 초기 해 집단의 생성, 집단내 개체들의 적합도 평가, 기본 연산자의 사용과 같은 기본적인 메카니즘은 서로 유사하다[10].

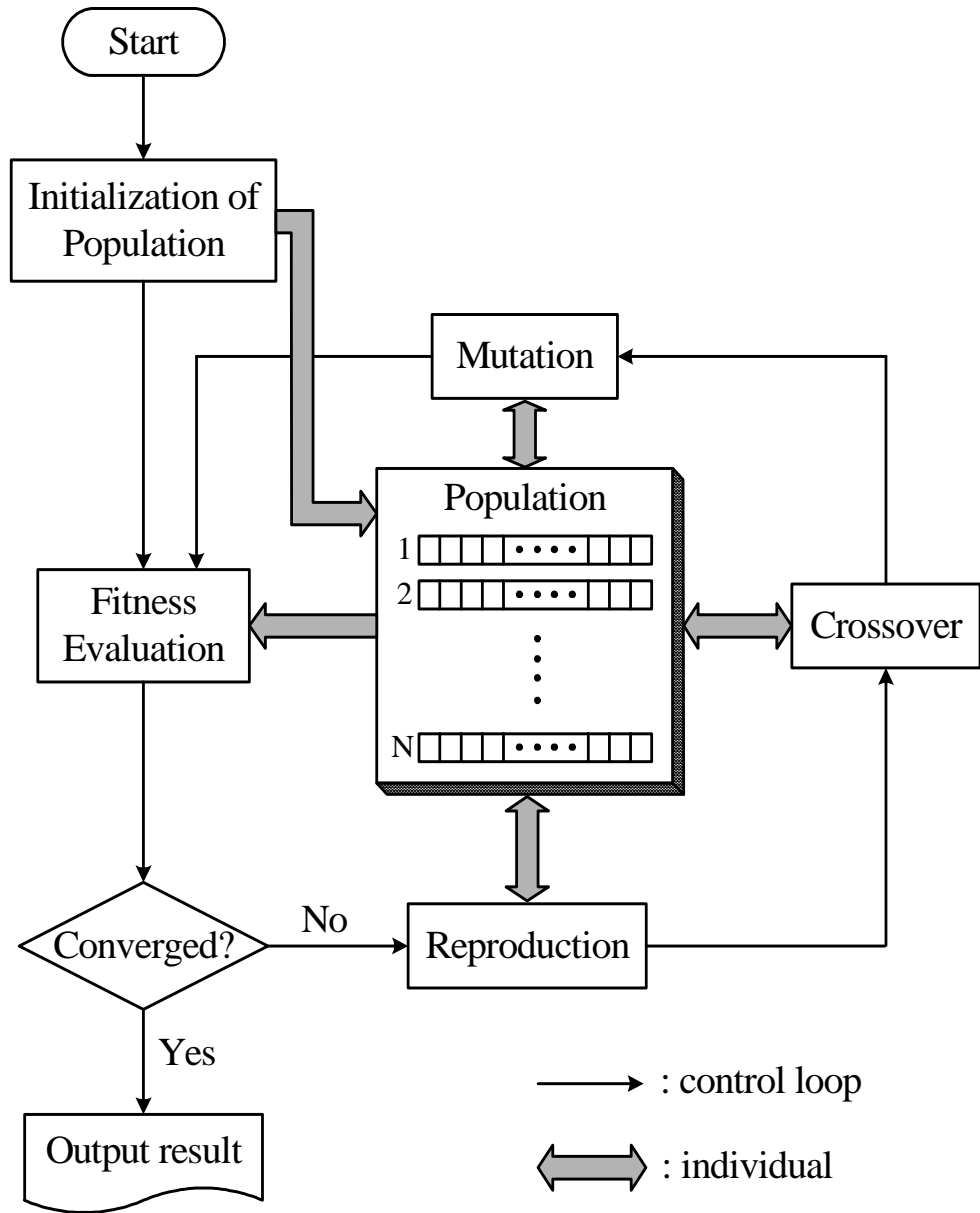


Fig. 3.1 Basic Structure of a GA

Fig. 3.1은 유전알고리즘의 동작과정을 보여 주고 있다. 유전알고리즘의 탐색 과정은 크게 집단의 초기화, 적합도 평가, 재생산, 교배, 돌연변이의 5단계로 구분된다. 이와 같은 과정을 통해 새롭게 형성된 집단은 다시 적합도가 평가되고 최적의 해가 발견될 때까지 반복적으로 모의 진화를 수행하게 된다.

3.1.2 파라미터의 표현

초기의 GA는 기존의 탐색 알고리즘과는 달리 파라미터 그 자체를 다루기보다는 연산에 적합한 부호공간 상의 자연 파라미터(Natural Parameter)의 형태로 변환하여 사용하여 왔고, 주로 이진 형태(Binary Type)를 취해 왔다. 이렇게 함으로써 변환된 비트들은 자연계의 유전자(Gene)로서의 역할을 반영하게 되고, 변환된 결과를 스트링(String) 또는 염색체(Chromosome)라고 부른다. 이와 같은 표현법은 다수의 파라미터로 구성되는 벡터를 표현하는데 쉽게 응용될 수 있다. Fig. 3.2은 이진코딩 염색체의 한 예를 보여주고 있다.

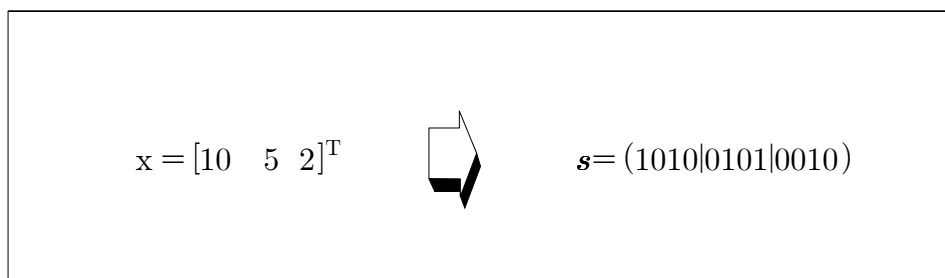


Fig. 3.2 A Binary-Coded Chromosome

특히 이진 염색체를 다루는 유전알고리즘을 이진코딩 유전알고리즘(Binary-Coded Genetic Algorithm: BCGA)이라 한다.

실세계의 최적화 문제들은 고정밀도의 해를 요구하고, 해에 대한 사전지식이 결여되거나, 복잡한 제약조건이 존재하는 경우가 종종 있다. BCGA는 정밀도를 높이거나 또 해에 대한 사전지식의 결여로 탐색구간을 확대하면 염색체 길이가 길어진다. 긴 염색체는 매우 큰 탐색공간을 만들어 BCGA가 해를 찾는데 많은 시간을 요구하거나, 경우에 따라서는 실패하는 원인을 제공한다. 또한 제약성

최적화 문제에 BCGA를 적용하면 역시 적법성 문제가 따르게 된다. 이진코딩의 이러한 문제점들은 근본적으로 염색체 표현을 좀 더 해공간에 접근시켜 문제와 관련된 지식을 포함시키는 연산자 설계를 용이하게 하고, 제약조건을 다루기 위한 도구를 설계하는 것이 쉽도록 함으로써 해결할 수 있다. 대표적인 것이 실수코딩(Real Encoding)이다.

실수코딩은 변수(표현형)와 유전자(유전자형)간에 일대일 일치로 프로그래밍이 간편해지고 BCGA에서 요구되는 부호화, 복호화 프로세스가 필요 없게 되어 탐색속도를 높일 수 있다. 또한 지역동조를 통해 해의 정밀도를 개선할 수 있으며 해에 관한 사전지식이 없는 경우에는 매우 큰 정의영역을 정하는 것도 가능하다. 따라서 본 연구에서는 최적화 문제의 해결을 위해 실수코딩 염색체를 다루는 RCGA를 사용하기로 한다. Fig. 3.3은 실수코딩 염색체의 한 예를 보여주고 있다.

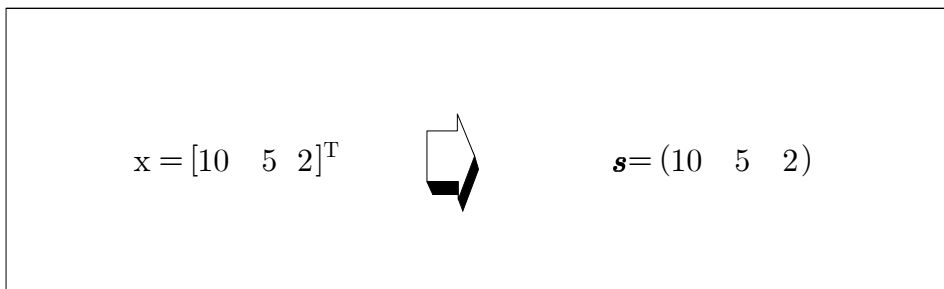


Fig. 3.3 A Real-Coded Chromosome

3.1.3 초기 집단의 생성

탐색 공간상의 점들을 표현하는 방법이 결정되면 주어진 문제의 해가 될 가능성이 있는 개체들이 유전 연산자를 통해 모의진화가 수행될 초기 개체집단이 형성되는 초기화 단계가 행해진다. 개체들이 진화해 가는 도중에 집단은 총체적 기억장소로서의 역할을 담당하게 되고, 여러 세대를 거치면서 우성의 유전자만을 기억하게 된다.

k 세대에서의 집단 $P(k)$ 는 염색체로 특정 지워지는 다수 개체들의 집합으로 (3.1)과 같이 정의된다.

$$\mathbf{P}(k) = \{s_1(k), s_2(k), \dots, s_i(k), \dots, s_N(k)\} \quad (3.1)$$

여기서 $s_i(k)$ 는 i 번째의 염색체로서 탐색 공간상의 한 점을 나타내며, $N(> 1)$ 은 집단크기(Population Size)를 의미한다.

초기 집단은 일반적으로 난수발생기를 이용한 무작위법 또는 다른 간단한 탐색 알고리즘으로 얻어진 값을 이용하는 방법으로 생성될 수 있는데 본 연구에서는 무작위법을 이용한다.

3.1.4 기본 유전 연산자(Genetic Operator)

유전 알고리즘의 핵심은 자연계의 진화 현상을 모방한 유전 연산자라고 할 수 있다. 본 연구에서 다루는 RCGA는 재생산, 교배, 돌연변이 연산자를 기본 연산자로 채용하고 있다.

3.1.4.1 재생산(Reproduction)

재생산은 자연환경에 더 적합한 생물이 더 높은 생존 기회를 갖는 자연도태(Natural Selection)현상을 모방하려는 인위적인 메카니즘이다. 재생산 연산자는 적합도값을 기반으로 현재 집단 내의 개체들을 선택하여 교배급원, 즉 새로운 집단을 형성해준다. 이러한 선택은 약한 개체들을 집단에서 몰아내고 강한 개체를 선택함으로써 유전자들이 이후 세대의 집단에 넓게 퍼지도록 하여 전체집단을 더욱 강하게 해주는 특징을 가진다. 재생산을 알고리즘으로 구현한 방법으로는 룰렛휠 선택(Roulette Wheel Selection), 순위에 기초한 선택(Ranking-Based Selection), 토너먼트선택(Tournament Selection) 등이 있으며 본 논문에서는 구배와 유사한 재생산(Gradient-Like Reproduction)[11]을 사용하였다.

3.1.4.2 교배(Crossover)

교배는 자연계 생물들의 유성생식(Sexual Mating)을 모방하려는 인위적인 메카니즘으로서 탐색공간 상의 가능한 새로운 점을 찾기 위하여 교배급원으로부터 부모

염색체 쌍을 임의로 선택하고, 교배점 이후의 비트들을 서로 교환 결합함으로써 자손을 생성한다. 유전자를 절단하는 교배점은 염색체 내에서 임의로 선택하고 교배된 자손의 수가 아버지 집단의 크기와 같을 때 까지 연산을 반복한다. 교배를 알고리즘 형태로 구현한 것으로는 일점교배(One-Point Crossover), 다점교배(Multi-Point Crossover), 순환교배(Cycle Crossover), 균등교배(Uniform Crossover) 등이 있으며 본 논문에서는 Fig. 3.4와 같은 수정단순교배(Modified Simple Crossover)를 사용하였다.

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{S}_1 = (c_1^1 \ c_2^1 \ \cdots \ c_{n-1}^1 \ c_n^1 \ c_{n+1}^1 \ \cdots \ c_l^1) \\
 \mathbf{S}_2 = (c_1^2 \ c_2^2 \ \cdots \ c_{n-1}^2 \ c_n^2 \ c_{n+1}^2 \ \cdots \ c_l^2)
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \mathbf{S}'_1 = (c_1^1 \ c_2^1 \ \cdots \ c_{n-1}^1 \ d_n^1 \ c_{n+1}^2 \ \cdots \ c_l^2) \\
 \mathbf{S}'_2 = (c_1^2 \ c_2^2 \ \cdots \ c_{n-1}^2 \ d_n^2 \ c_{n+1}^1 \ \cdots \ c_l^1)
 \end{array}$$

단, $d_n^1 = \lambda c_n^1 + (1 - \lambda)c_n^2$, $d_n^2 = \lambda c_n^2 + (1 - \lambda)c_n^1$

Fig. 3.4 Modified Simple Crossover

3.1.4.3 돌연변이(Mutation)

모의진화가 계속되는 동안 재생산과 교배 연산자는 집단을 더욱 강하게 해주고 이로 인하여 염색체들은 서로 닮아가게 된다. 이러한 현상은 세대 말기에는 바람직하지만 세대 초기에 발생하게 되면 유전자의 다양성 결핍으로 지역해(Local Solution)나 사점(Dead Corner)에 빠지게 되는 요인이 된다. 집단 내에서 염색체들의 특정위치 비트가 모두 같게 되면 재생산과 교배 연산자는 이를 변경할 수 없게 된다. 이러한 원치 않는 해로부터 벗어나기 위한 메카니즘이 돌연변이이다. 이는 자연계의 돌연변이를 모방한 것으로 염색체 내의 비트를 돌연변이 확률을 토대로 변경시켜 초기 세대에서 모든 염색체의 특정 비트가 고정되는 것을 방지해주고 또한 탐색영역을 확대해주시도 한다. 돌연변이를 구현하는 방법으로는 단순돌연변이(Simple Mutation), 상호돌연변이(Reciprocal Mutation), 균등돌연변이(Uniform Mutation), 경계돌연변이(Boundary Mutation) 등이 있으며 본 논문에서는 동적돌연변이(Dynamic Mutation)[12]를 사용하였다.

j 번째 유전자에서 돌연변이가 일어나면 x_j 는 (3.2)로부터 결정된다.

$$x_j = \begin{cases} \tilde{x}_j + \Delta(k, x_j^{(U)} - \tilde{x}_j), \tau = 0 \\ \tilde{x}_j - \Delta(k, \tilde{x}_j - x_j^{(L)}), \tau = 1 \end{cases}, \Delta(k, y) = y \cdot r \cdot \left(1 - \frac{k}{T}\right)^b \quad (3.2)$$

3.1.5 적합도 평가

자연계에서 생물들은 끊임없이 환경에 적응해 가는데 한 생물의 적응능력은 그 환경에 대한 적합도(Fitness)를 반영한다. 이 적응능력이 유전알고리즘에서는 개체의 적합도를 평가하는 과정을 통해 반영된다. 새로운 집단이 완성되고 개체들의 적합도가 목적함수에 의해 계산되며 적합도의 평가는 새로운 집단이 완성될 때마다 계속된다. 이 과정에서 적합도가 큰 개체가 더 많은 보상을 받을 수 있도록 배려하기 위해서 적합도 함수는 최대화 문제 형태로 표현한다. 따라서 본 논문에서는 최소화 문제로 기술되는 목적함수는 다음과 같이 사상된다.

$$f(s) = -F(x) - F_{\min} \quad (3.3)$$

여기서 $f(s)$ 는 적합도 함수, $F(x)$ 는 목적함수, F_{\min} 은 $f(s) \geq 0$ 을 보장하는 상수이다.

만약 초기 세대의 집단에 초우량 개체가 출현하게 되면 기존의 재생산 연산자는 이 개체를 여러 번 복제하게 되고 그 결과 이들이 집단을 지배하게 되어 지역 최적점으로 급히 수렴하게 된다. 이와 반대로 후기 세대에는 집단이 강해지고 개체들이 한 점 주위로 군집되면 좋은 개체와 더 나은 개체를 구별하는 것이 쉽지 않게 된다. 그러므로 초기에는 유전자의 다양성을 충분히 유지할 수 있도록 개체간의 상대적인 적합도의 영향을 줄여주고, 후기에는 그 영향이 커지게 해줄 필요가 있다. 따라서 본 논문은 초기 세대에서는 우량 개체의 적합도 영향을 줄일 수 있도록 개체들의 적합도값을 넓은 범위의 값 위로 분포시키고, 후기 세대에는 더 적합한 개체들이 더 많이 선택될 수 있도록 분포시키는 선형 스케일링(Linear Scaling)[13]을 사용한다.

3.1.6 엘리티즘(Elitism)

본 논문에서는 탐색성능을 높이기 위해 엘리티즘 전략을 사용하였다. 엘리티즘은 이전 세대의 최적 개체를 저장하고 있다가 재생산-교배-돌연변이 연산을 거쳐 현 세대의 집단이 완성되면 최적 개체의 생존 유무를 확인하게 되고, 만일 최적 개체가 소멸되었으면 저장된 개체를 현 세대 집단 안에서 적합도가 가장 낮은 개체와 교환해준다.

3.2 독립진자 시스템의 파라미터 추정

앞 장에서 비선형 방정식으로부터 상태공간 형태의 선형모델을 얻는 문제에 대해 살펴보았다. 이 선형모델을 기반으로 안정화 제어기를 설계할 수 있도록 선형모델의 파라미터를 추정하는 문제를 다룬다.

3.2.1 페루프를 가지는 모델 조정기법

모델 조정기법(Model Adjustment Technique)은 Fig. 3.5와 같이 제어대상과 병렬로 연결된 조정모델에 동일한 입력을 적용하고 모델의 동특성이 시스템의 동특성에 가까워지도록 적응자로 모델의 파라미터를 조정하는 방법으로서 이를 이용하면 시스템의 파라미터 추정이 가능하다.

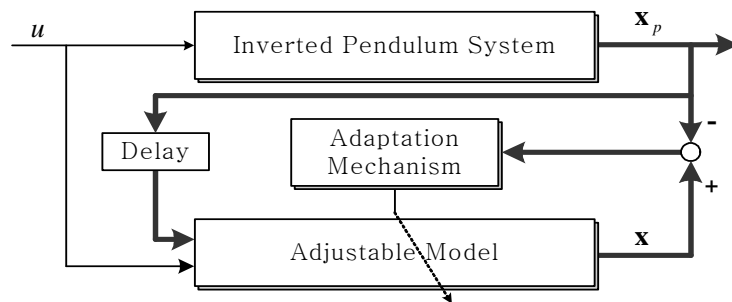


Fig 3.5 RCGA-Based Model Adjustment Technique

그림에서 $u(t)$ 는 입력, $\mathbf{x}_p(t)$ 와 $\mathbf{x}(t)$ 는 각각 시스템과 조정모델의 상태벡터이다. 탐색속도를 향상시키기 위해 매 단계마다 조정모델의 초기값은 제어대상 모델의 직전의 상태벡터로 설정되며, 적응 메카니즘으로는 RCGA가 사용된다.

Fig. 3.5의 모델조정기법은 대상 시스템이 안정한 경우에는 바로 적용 가능하지만, 본 논문에서 다루고자 하는 도립진자와 같이 불안정한 시스템에는 파라미터 추정이 이루어지는 동안 시스템과 모델을 동시에 안정화 시킬 수 있는 입력을 선택하는 것이 쉽지 않다. 따라서 Fig. 3.6과 같이 폐루프를 구성하여 불안정한 시스템을 안정화 시키면서 파라미터를 추정하는 모델 조정기법이 필요하게 된다.

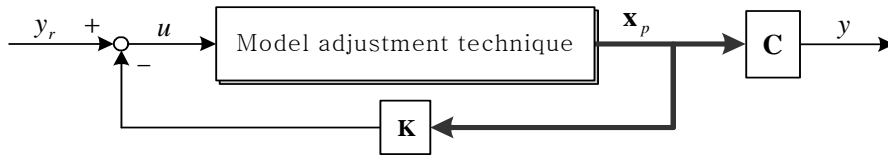


Fig. 3.6 Model Adjustment Technique with a Closed-Loop

이 때 폐루프상의 이득행렬 \mathbf{K} 는 전체시스템이 안정하도록 적절히 선택된다.

3.2.2 목적함수

본 논문에서는 도립진자 시스템의 정확한 파라미터 추정을 위해 비선형 모델을 제어대상으로 사용했으며 2장에서 4차 연립 미분방정식으로 표현되는 도립진자 시스템의 선형모델을 조정모델로 하였다.

파라미터 조정모델인 도립진자 시스템의 선형모델, 즉 (2.27)의 상태방정식에서 행렬 \mathbf{A} , \mathbf{B} 의 원소 a_{32} , a_{33} , a_{34} , a_{42} , a_{43} , a_{44} , b_3 , b_4 가 조정된다. 본 논문에서 적응 메카니즘으로 RCGA가 사용되면서 염색체는 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{s} = (a_{32}, a_{33}, a_{34}, a_{42}, a_{43}, a_{44}, b_3, b_4) \quad (3.4)$$

개체의 적합도를 평가하기 위해 (3.5)와 같은 목적함수를 사용하였으며, RCGA는 궁극적으로 시스템과 조정모델의 상태벡터 간에 차이가 최소가 되도록 도립진자 시스템의 파라미터 8개를 탐색하게 된다.

$$J_1 = \int_0^{t_f} \|\mathbf{x}_p - \mathbf{x}\| dt \quad (3.5)$$

$$Norm = \sum_{i=1}^4 |\mathbf{x}_p - \mathbf{x}| \quad (3.6)$$

여기서 $\mathbf{x}_p(t)$ 와 $\mathbf{x}(t)$ 는 각각 제어대상과 조정모델의 상태이고, t_f 는 최종 적분시간으로써 이 후의 적분 값은 무시해도 좋을 정도의 충분히 큰 시간이다. 이때 사용된 입력은 제어대상이 각 구간에서 정상상태까지 도달하는데 필요한 크기의 입력이 사용되었다.

제 4 장 독립진자 시스템의 안정화 제어

앞 장에서 얻은 독립진자 시스템의 선형모델과 추정된 파라미터를 이용하여 안정화 제어를 위한 LQ제어에 관해서 알아본다.

4.1 선형 조정기(Regulator) 설계

먼저 독립진자 시스템의 선형시불변 모델에 대한 선형 조정기 설계 문제를 다루고, 다음으로 이를 응용하여 PI형의 안정화 제어기 설계 문제를 다룬다. (2.27)의 방정식을 다시 생각하자.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t)\end{aligned}\tag{4.1}$$

여기서 $\mathbf{x}(t) \in R^n$ 는 시스템의 상태벡터, $y(t) \in R$ 는 출력, $u(t) \in R$ 는 제어입력이고 \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} 는 각각 4×4 , 4×1 , 1×4 상수행렬이다. 한편 행렬쌍 (\mathbf{A}, \mathbf{B}) 는 가 제어(Controllable)하고, 조정기 설계 문제에서는 $y(t) = 0$, $t > 0$ 으로 간주되므로 $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) \rightarrow 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) \rightarrow \mathbf{0}$ 이 된다.

따라서 2차형식의 평가함수를 다음과 같이 정의한다.

$$J_2 = \int_0^{\infty} [\mathbf{x}(t)^T \mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + u(t)^T r u(t)] dt\tag{4.2}$$

여기서 \mathbf{Q} 는 양의 반한정 대칭행렬(Positive Semidefinite Symmetric Matrix)이고, r 은 양의 하중계수이다. \mathbf{Q} 와 r 은 상태벡터와 제어입력의 상대적인 중요성에 근거를 두고 설계자가 선정하며, 이들의 값에 따라 폐루프의 극점위치와 고유벡터가 결정된다. 이들은 주어진 설계사양을 만족시키도록 적절히 결정된다.

(4.2)의 평가함수를 최소로 하는 의미에서 선형 상태피드백 제어법칙을 다음과 같이 나타낸다.

$$u(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) = -r^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{x}(t) \quad (4.3)$$

여기서 \mathbf{K} 는 피드백 이득행렬로서 실수 행렬이고 \mathbf{P} 는 (4.4)와 같은 Riccati 방정식의 해행렬이다.

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\mathbf{B}r^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (4.4)$$

4.2 PI형의 LQ 제어기 설계

앞서 다룬 P형의 선형 조정기는 $y(t)=0, t>0$ 라는 가정 하에 설계되어 추종제어에 적용이 어렵고, 또 제어대상 시스템에 외란이 존재할 때는 정상편차가 발생할 수 있다. 따라서 계단상의 외란이 존재하는 환경에서도 출력 $y(t)$ 가 기준입력 $y_r(t)$ 를 정상상태오차 없이 잘 추종하면서 안정화 제어가 되도록 PI형의 상태피드백 제어기를 설계한다.

(4.5)와 같이 오차보상기인 새로운 상태변수 $z(t)$ 를 정의한다.

$$z(t) = \int [y(t) - y_r(t)]dt \quad (4.5)$$

(4.1)의 동적방정식과 (4.5)를 이용하여 확장된 상태방정식으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \dots \\ -1 \end{bmatrix} y_r(t) \quad (4.6)$$

이는 다시 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) &= \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \tilde{\mathbf{B}}u(t) + \mathbf{D}y_r(t) \\ y(t) &= \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}}(t) \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\text{여기서, } \tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dots \\ z \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \vdots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{C} & \vdots & 0 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \vdots 0], \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ -1 \end{bmatrix}$$

원래의 시스템 (2.27)이 가제어하고 다음 관계가 만족되면 확장시스템도 가제어하게 된다[14].

$$\rho \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \vdots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{C} & \vdots & 0 \end{bmatrix} = 5$$

확장시스템에 근거하여 (4.8)과 같은 2차형식의 평가함수를 선정할 수 있다.

$$J_3 = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\tilde{\mathbf{x}}(t)^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{x}}(t) + u(t)^T \tilde{r} u(t)] dt \quad (4.8)$$

선정된 2차 형식의 평가함수 J_3 을 최소로 하면서 피드백 시스템을 점근적으로 안정하게 하는 상태피드백 제어 입력은 (4.9)와 같다.

$$\begin{aligned} u(t) &= -\tilde{r}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{x}}(t) \\ &= -\tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{x}}(t) \\ &= -\tilde{\mathbf{K}}_1 \tilde{\mathbf{x}}(t) + \tilde{k}_2 \int_0^{\infty} (y(t) - y_r(t)) dt \end{aligned} \quad (4.9)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{K}} = [\tilde{\mathbf{K}}_1 \quad \tilde{k}_2]$ 는 피드백 이득행렬이고, $\tilde{\mathbf{P}}$ 는 다음 Riccati 방정식의 해행렬이다.

$$\tilde{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{B}} \tilde{r}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{0} \quad (4.10)$$

(4.9)에서 알 수 있듯이 상태피드백 제어 입력은 비례-적분 제어기의 형태를 갖추고 있다.

Fig. 4.1은 PI형 LQ 제어기의 블록선도를 나타내고 있다.

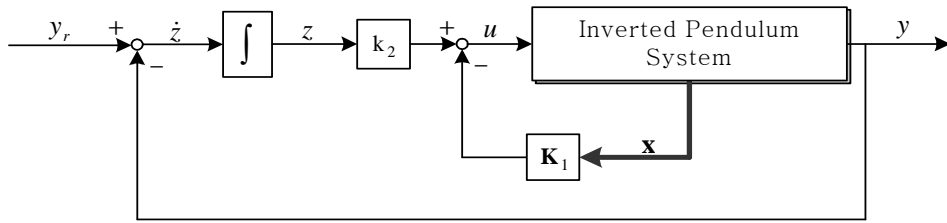


Fig. 4.1 Block Diagram of PI-type LQ Controller

(4.9)로 표시되는 상태피드백 제어 입력의 구현은 모든 상태들의 계측과 피드백을 필요로 한다. 하지만 모든 상태들의 계측이 불가능할 경우에는 계측가능 신호와 상태관측기(Observer)로 추정해서 사용하여야 한다.

제5장 시뮬레이션 및 실험 결과 검토

앞 장에서 다루었던 기법들의 유효성을 확인하기 위하여 시뮬레이션을 실시하고, 한편 실제 시스템에서 응답 실험을 실시한다.

5.1 제어대상 시스템과 모델

5.1.1 제어대상 시스템

본 연구의 제어대상인 도립진자 시스템을 포함한 전체 안정화 제어 시스템의 구성은 Fig. 5.1과 같고, Photo 5.1은 도립진자 시스템의 실제 모습과 실험장치를 보여주고 있다. 도립진자 시스템은 Quanser Consulting 사의 Linear Motion System IP02이다. 이 제품은 Self Erecting Pendulum Joint를 가지고 병진운동하는 대차와 대차의 위치와 진자의 각을 측정할 수 있는 각각의 Encoder를 가지고 있다. 또한 IP02를 운전시키기 위해 전력 증폭기를 포함한 모듈을 가지고 있다. IP02의 제어는 A/D+D/A Converter와 MultiQ로 이루어진 Data Acquisition and Control Board (DACB)가 장착된 PC를 통해 수행된다.

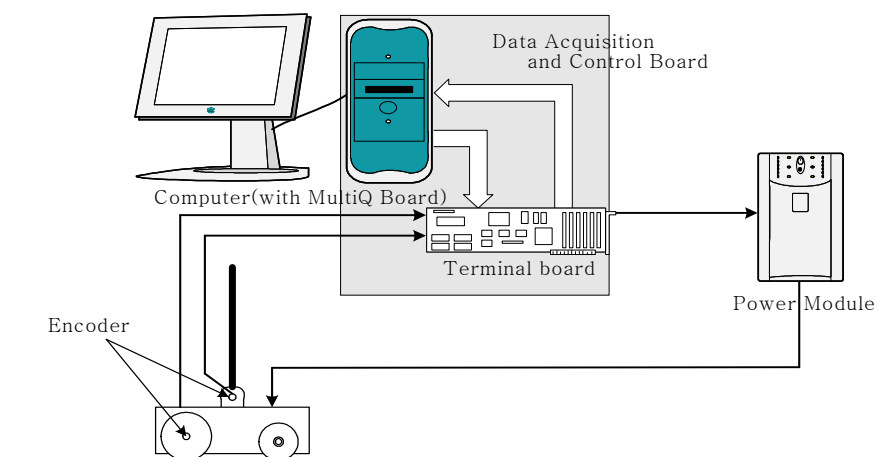


Fig. 5.1 Wiring Diagram of Inverted Pendulum System

DACB는 IP02의 센서들로부터 신호를 측정하고 그 신호들은 디지털 신호로 변환하고 안정화 제어 프로그램에 의해 처리된다. 안정화 제어 프로그램에 의해 계산된 출력전압은 다시 DACB로 보내지고 이 신호는 전력 모ジュール을 통해 IP02의 모터를 작동시켜 도립진자 시스템을 제어한다.



Photo 5.1 Experimental Apparatus

5.1.2 제어대상 시스템의 비선형 모델

본 논문의 시뮬레이션은 2장에서 다루었던 도립진자 시스템의 비선형 모델을 기반으로 이행되므로 Quanser사에서 제공하는 IP02장치의 계수들을 사용하면 다음 방정식을 얻을 수 있다[15]. 방정식에서 제어대상의 상태벡터 $\mathbf{x}_p(t)$ 는 조정 모델의 상태벡터 $\mathbf{x}(t)$ 와 구분하기 위해 첨자 p 를 사용한다.

$$\dot{\mathbf{x}}_p(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_p(t)) \quad (5.1)$$

여기서, $\mathbf{x}_p(t) = [x_c, \alpha, \dot{x}_c, \dot{\alpha}]^T$ 는 상태벡터,
 $\mathbf{f}(\mathbf{x}_p(t)) = [f_1(\mathbf{x}_p(t))] = [f_1(\mathbf{x}_p(t)) \quad f_2(\mathbf{x}_p(t)) \quad f_3(\mathbf{x}_p(t)) \quad f_4(\mathbf{x}_p(t))]^T$ 는 함수벡터
 이고 다음과 같이 주어진다.

$$f_1(\mathbf{x}_p(t)) = x_{p3}(t)$$

$$f_2(\mathbf{x}_p(t)) = x_{p4}(t)$$

$$f_3(\mathbf{x}_p(t)) = \{0.141733x_{p3}(t) + 0.002503\sin(x_{p2}(t))x_{p4}^2(t) \\ + 0.000182\cos(x_{p2}(t))x_{p4}(t) - 0.056582\cos(x_{p2}(t))\sin(x_{p2}(t)) \\ - 0.032961F_c\} / \{-0.030756 + 0.005768\cos^2(x_{p2}(t))\}$$

$$f_4(\mathbf{x}_p(t)) = \{0.326567\cos(x_{p2}(t))x_{p3}(t) + 0.0057678\cos(x_{p2}(t))\sin(x_{p2}(t))x_{p4}^2(t) \\ + 0.002239x_{p4}(t) - 0.695188\sin(x_{p2}(t)) \\ - 0.075946\cos(x_{p2}(t))F_c\} / \{-0.030756 + 0.005768\cos^2(x_{p2}(t))\}$$

$$F_c = 1.723543u(t) - 7.723563x_{p3}(t)$$

5.2 시뮬레이션 및 결과 검토

5.2.1 파라미터 추정을 위한 입출력 데이터 취득

앞서 언급하였듯이 PI-형의 안정화 제어기는 독립진자 시스템의 선형모델을 기반으로 설계되므로 먼저 파라미터 추정에 필요한 입출력 데이터를 얻기 위해 Fig. 3.7와 같이 페루프 시스템을 구성하였다. 이 때 제어대상으로는 (5.1)의 비선형 모델이 이용되었고 피드백 게인 \mathbf{K} 는 전체 시스템이 안정하도록 경험적으로 다음과 같이 선정되었다.

$$\mathbf{K} = [-20.6957 \quad 60.9360 \quad -28.6536 \quad 11.9626]$$

Fig. 5.2는 계단입력을 가하여 응답을 그린 것으로서, 샘플링 시간을 0.01초로 하여 제어입력(u), 대차위치(x_c), 도립진자의 각도(α), 대차의 속도(\dot{x}_c), 도립진자의 각속도($\dot{\alpha}$)에 관한 데이터를 각각 3,000개씩 취득하였다.

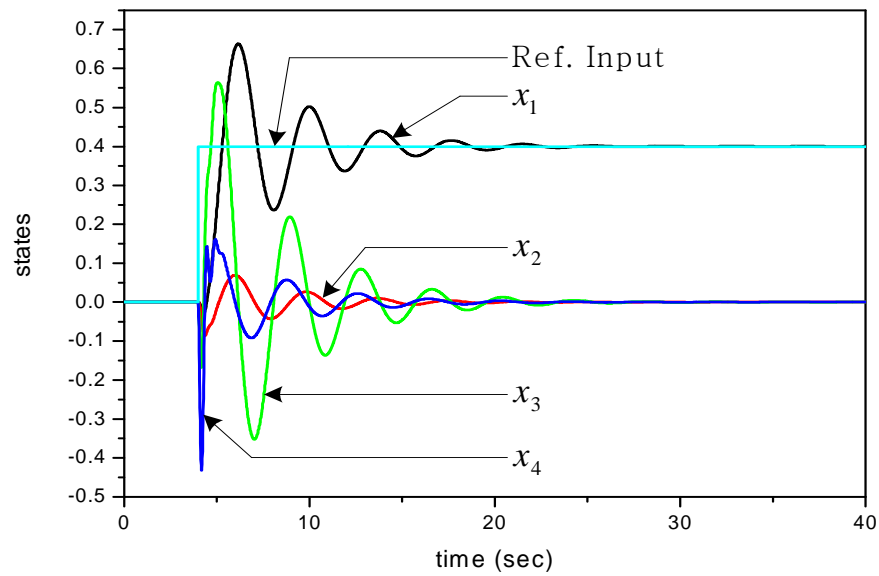


Fig. 5.2 Input-Output Data for Parameter Estimation

5.2.2 조정모델

비선형 도립진자 시스템의 선형모델은 (2.27)의 상태방정식으로 표현되므로 같은 구조와 차수의 이 식을 조정모델로 선정하였다.

5.2.3 파라미터 탐색

조정모델로 (2.27)을 사용함으로써 RCGA가 탐색하게 되는 파라미터는 행렬 \mathbf{A} , \mathbf{B} 의 원소 a_{32} , a_{33} , a_{34} , a_{42} , a_{43} , a_{44} , b_3 , b_4 가 된다. 미지의 파라미터들은

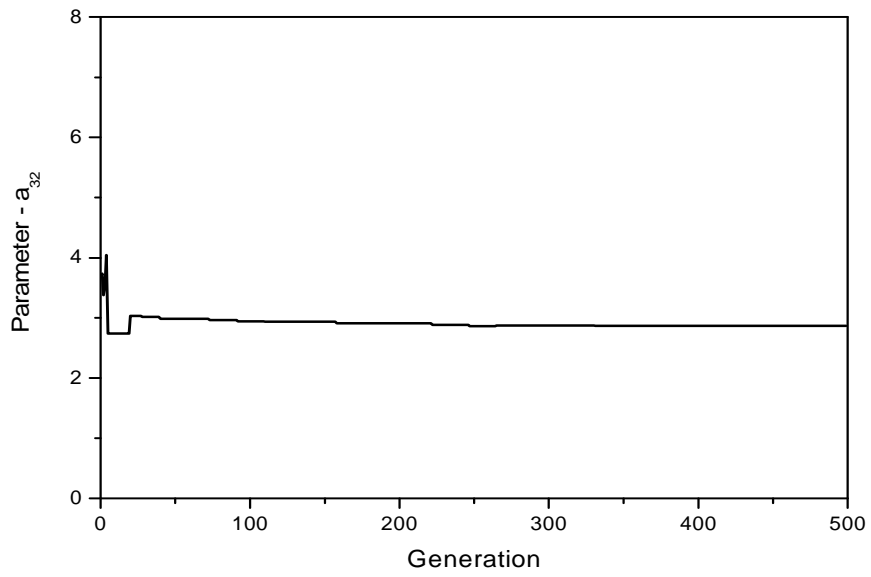
각각 구간 $a_{ij}^{(L)} \leq a_{ij} \leq a_{ij}^{(U)}$, $b_i^{(L)} \leq b_i \leq b_i^{(U)}$ 에서 탐색된다. 이때 RCGA의 제어변수로는 집단의 크기 $N=80$, 재생산계수 $\eta=1.8$, 교배확률 $P_c=0.9$, 돌연변이 확률 $P_m=0.2$ 가 사용되었다.

Table 5.1은 독립된 씨드(Seed)로 프로그램을 5번 실행하고 구한 값들의 평균과 표준편차를 나타낸다.

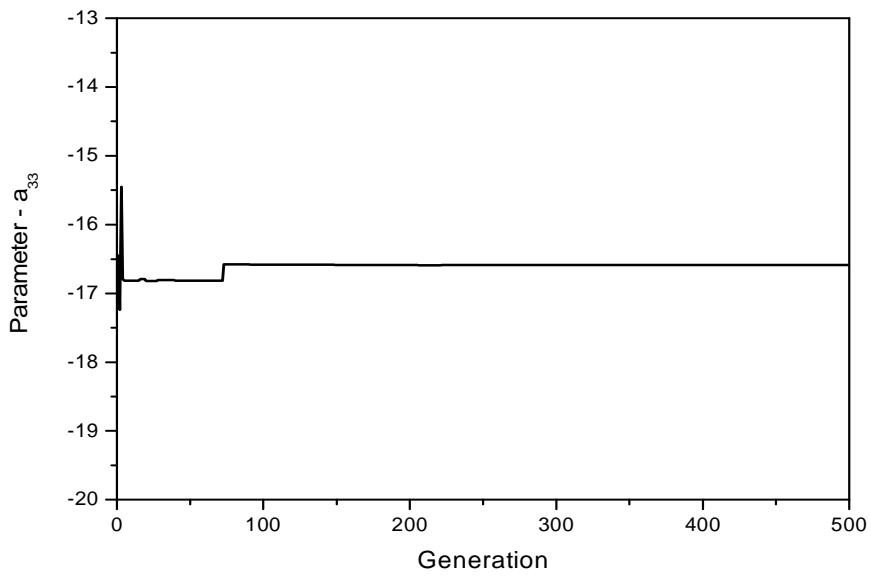
Table 5.1 Estimated parameters

Parameters	Mean Value	Standard Deviation
a_{32}	2.351458	0.313319
a_{33}	-15.963434	0.376737
a_{34}	-0.007383	0.000984
a_{42}	27.598646	0.631900
a_{43}	-36.265516	0.756379
a_{44}	-0.085132	0.006186
b_3	2.288361	0.054156
b_4	5.198291	0.108748

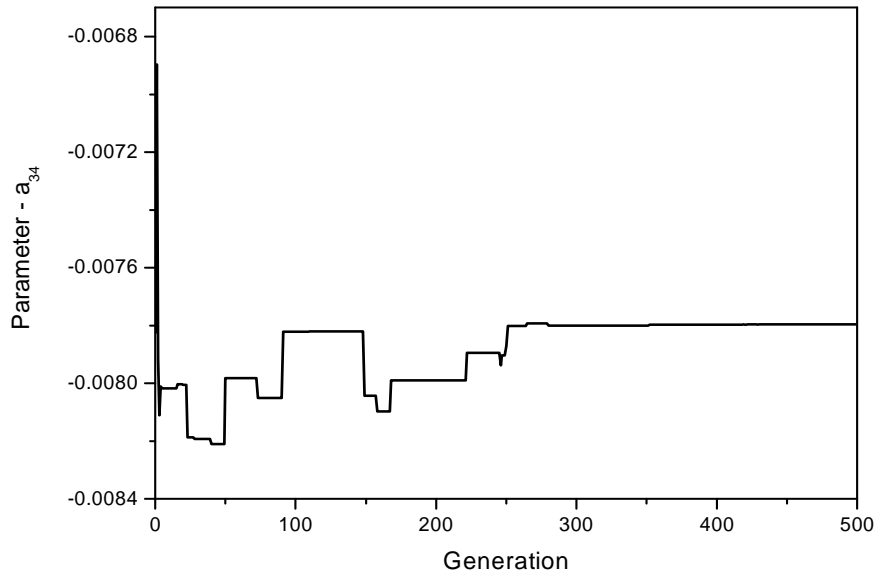
Fig. 5.3은 RCGA가 파라미터를 탐색해 가는 한 예를 보여주고, Fig. 5.4는 이때의 목적함수 값을 나타내고 있다.



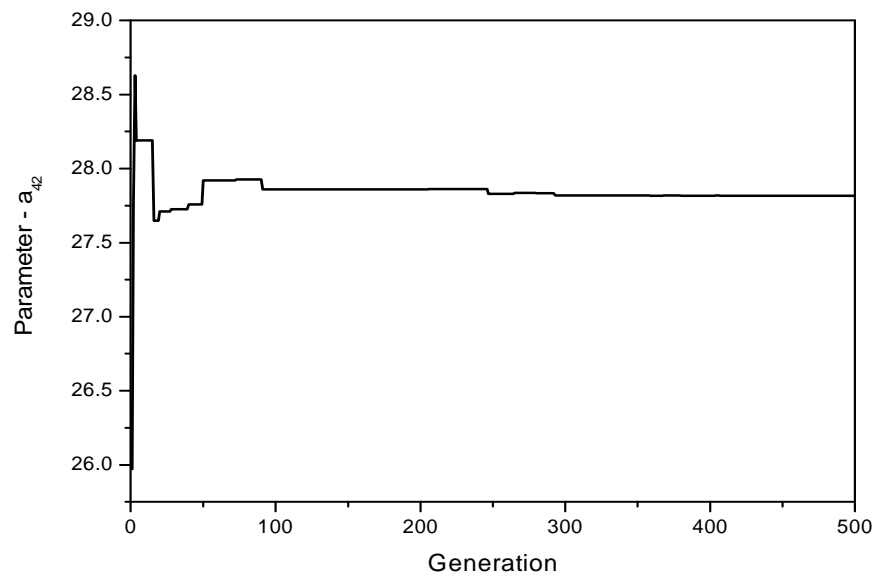
(a) Parameter a_{32}



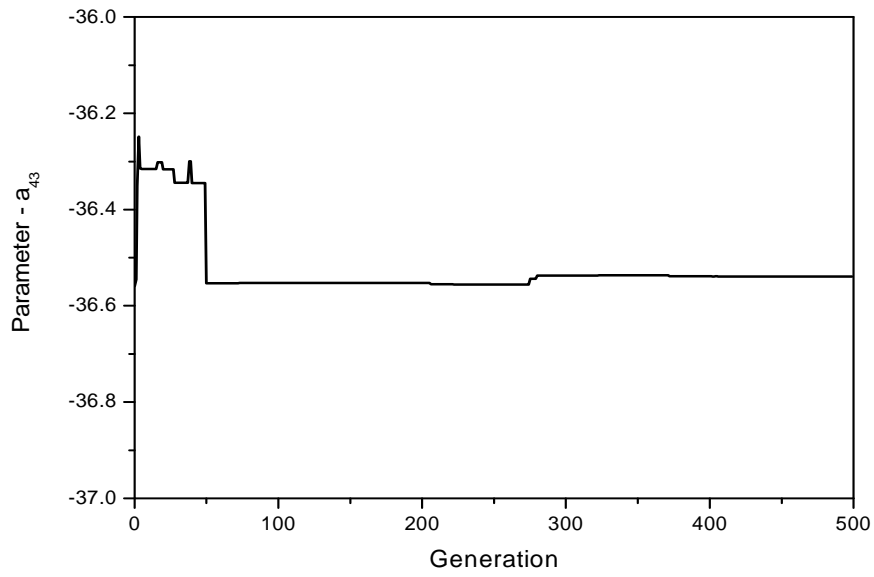
(b) Parameter a_{33}



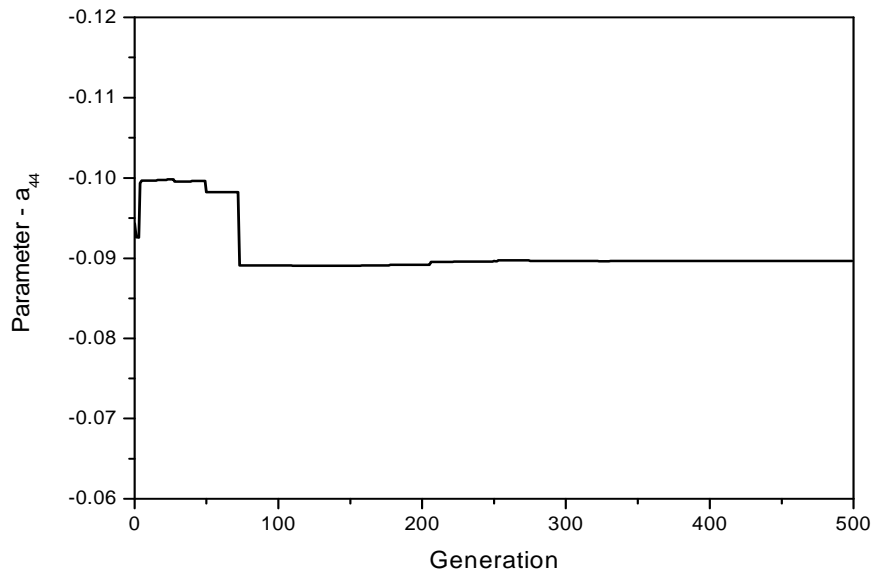
(c) Parameter a_{34}



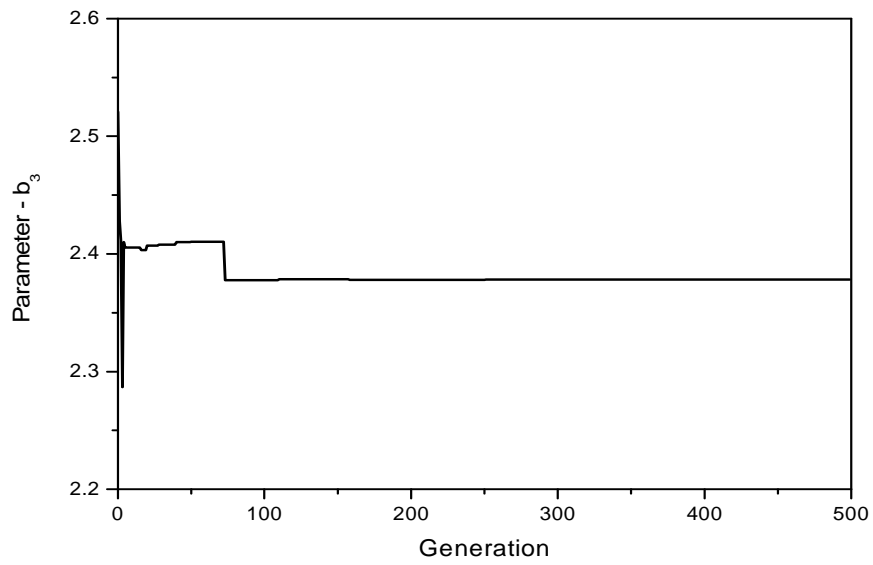
(d) Parameter a_{42}



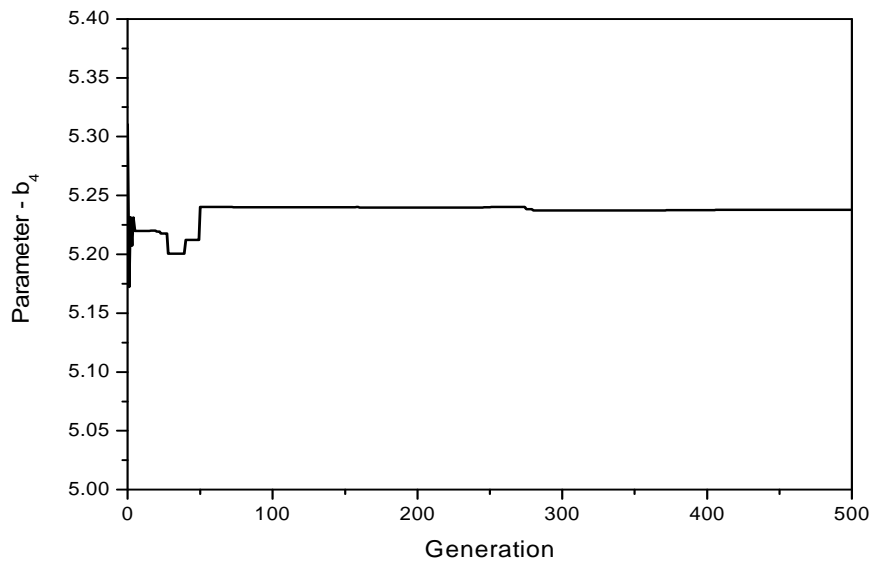
(e) Parameter a_{43}



(f) Parameter a_{44}



(g) Parameter b_3



(h) Parameter b_4

Fig. 5.3 Parameter Estimation

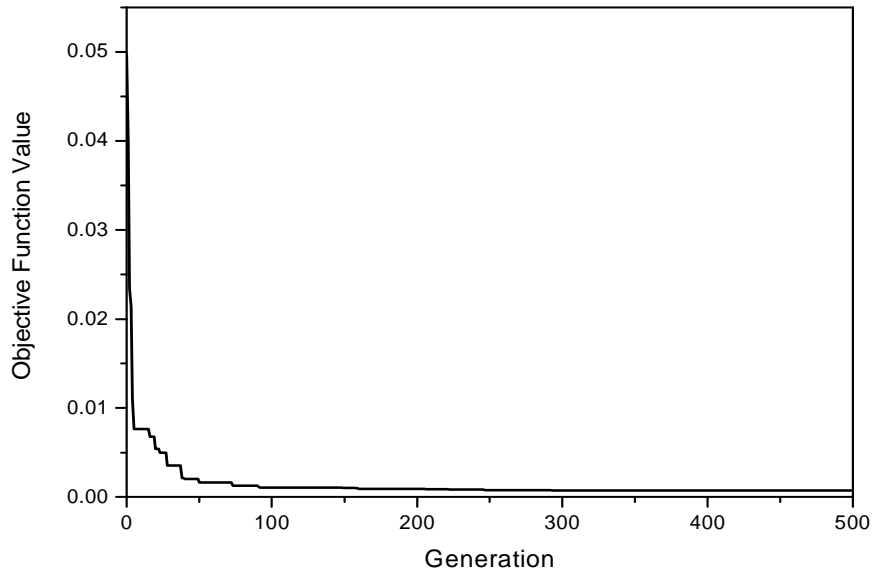


Fig. 5.4 Objective Function Value

각 파라미터의 추정결과 RCGA는 약 350세대 전후에서 최적의 파라미터를 찾아내고 있음을 알 수 있다.

5.2.4 응답 시뮬레이션

앞 절에서 추정된 선형모델은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2.351458 & -15.963434 & -0.007384 \\ 0 & 27.598647 & -36.265516 & -0.085132 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2.288361 \\ 5.198292 \end{bmatrix} u(t) \quad (5.2)$$

$$y(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{x}(t)$$

RCGA에 의해 추정된 선형모델 (5.2)를 안정화시키기 위하여 PI형의 LQ 제어기를 구한다. 먼저 시뮬레이션을 통해 하중행렬 $\tilde{\mathbf{Q}}$, $\tilde{\mathbf{r}}$ 를 시행착오적으로 다음

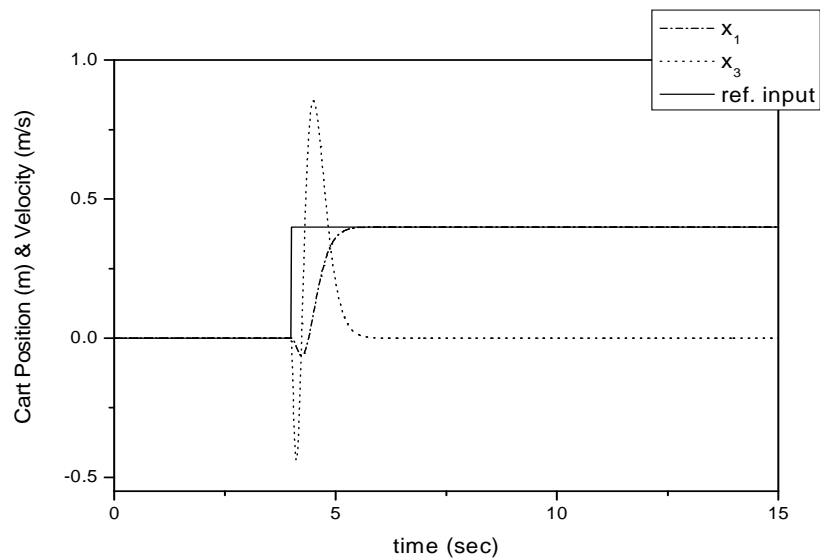
과 같이 결정하였다.

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}, \quad \tilde{r} = 0.0002$$

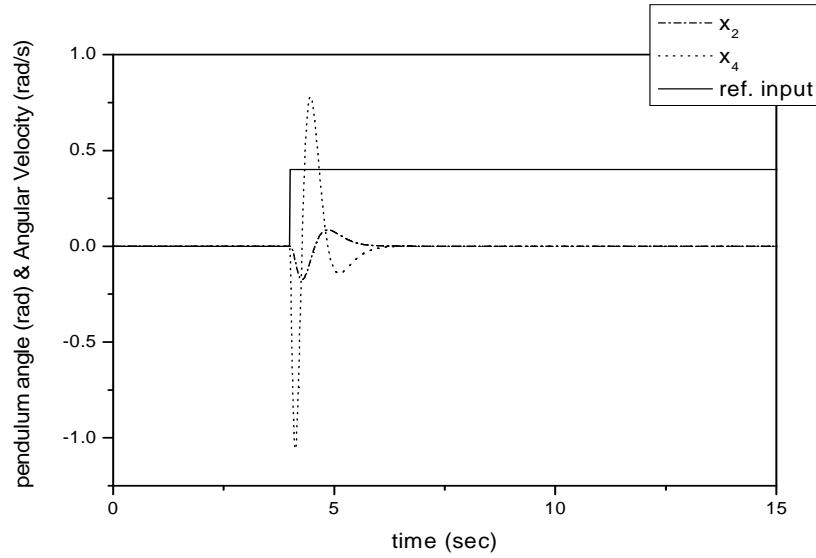
이로부터 피드백 이득행렬 \tilde{K} 를 구한 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{K} &= [\tilde{K}_1 \quad \tilde{k}_2] \\ &= [-231.9703 \quad 205.5245 \quad -88.9192 \quad 43.0037 \quad -316.2278] \end{aligned}$$

Fig. 5.5는 계단입력에 대한 제어대상의 응답을 그린 것으로 Fig. 5.5의 (a)는 대차의 위치와 대차의 속도에 대한 응답을 보여주고 있으며 (b)는 도립진자의 각도와 각속도 변화를 보여주고 있다.



(a) Cart Position and Velocity



(b) Pendulum Angle and Angular Velocity

Fig. 5.5 Step Responses

Fig. 5.5 (a)에서 보면 스텝입력에 대한 대차위치는 상승시간 0.6s, 정정시간(2%) 1.1s로서 오버슈트나 정상편차 없이 안정한 제어결과를 얻고 있으며, 독립진자의 각도 또한 빠른 시간에 안정화됨을 알 수 있다.

5.3 실험 및 결과 검토

앞 절에서 선형모델을 기반으로 설계한 PI형의 안정화 제어기를 사용하여 실험을 하도록 한다. 장치에는 대차 위치와 진자의 각을 측정하는 센서만 부착되어 있으므로 대차의 속도와 진자의 각속도는 측정 신호를 이용하여 재구성하도록 하였다. 기준입력은 Fig. 5.6과 같은 계단 입력을 가하였으며, 입력에 대한 각 응답은 Fig. 5.7이다. Fig. 5.7의 (a)는 제어입력, (b)는 대차의 위치, (c)는 진자의 각도, (d)는 대차의 속도 그리고 (e)는 진자의 각속도에 대한 응답이다. 응답에는 위치 및 각 센서에서 생기는 잡음과 나머지 신호를 재구성할 때 발생하는 구조적인 잡음이 크지만 안정화 제어가 이루어지고 있음을 확인할 수 있다.

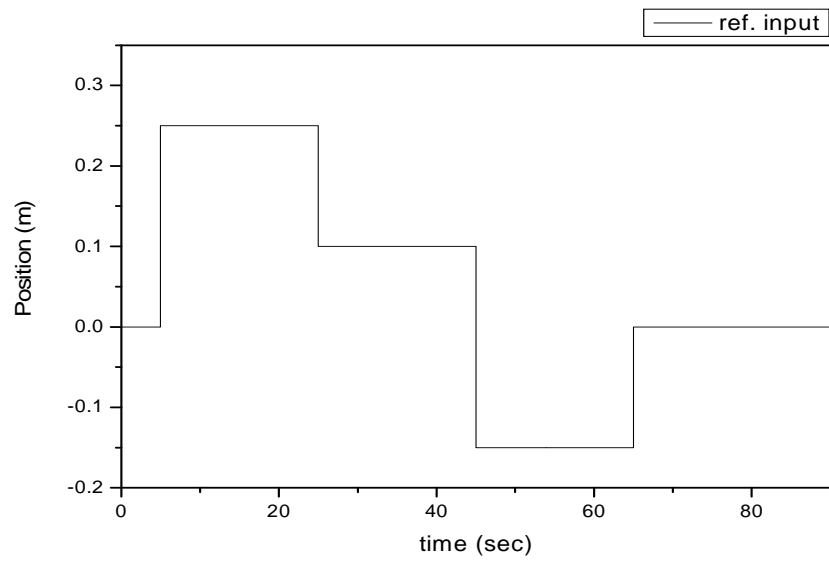
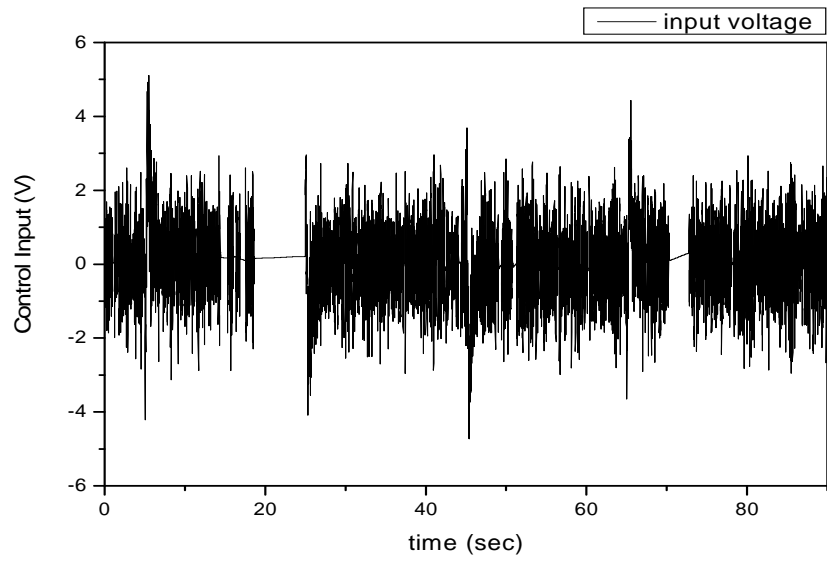
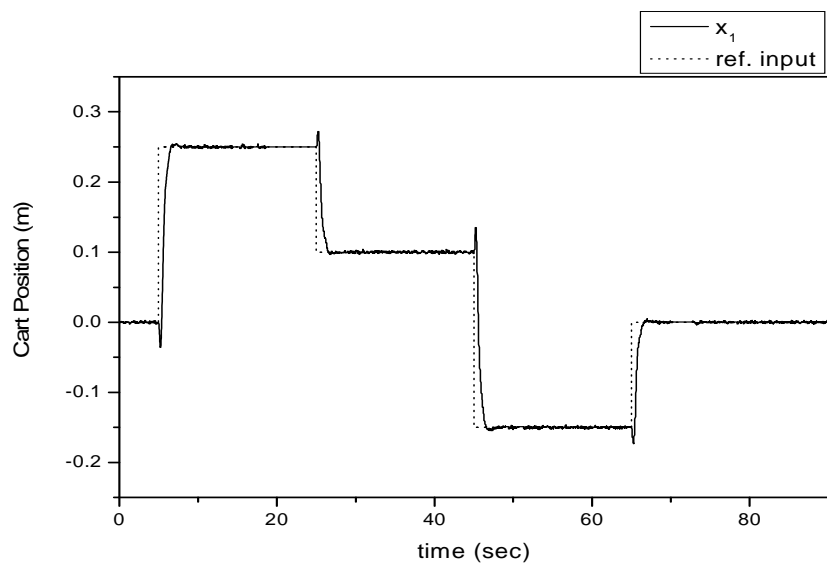


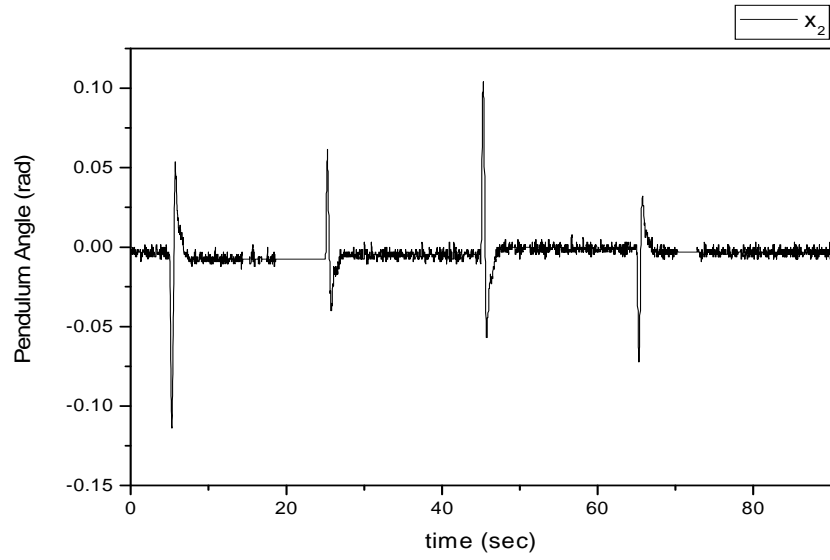
Fig. 5.6 Reference Input



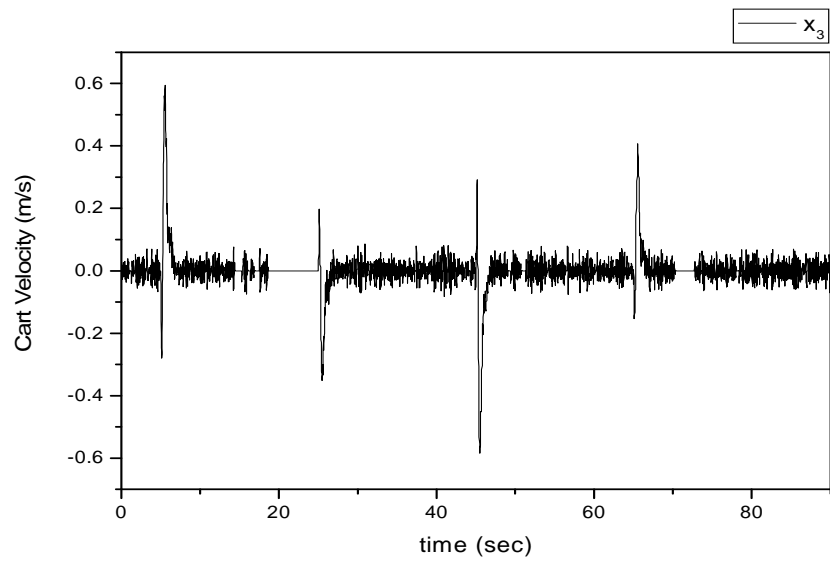
(a) Control Input



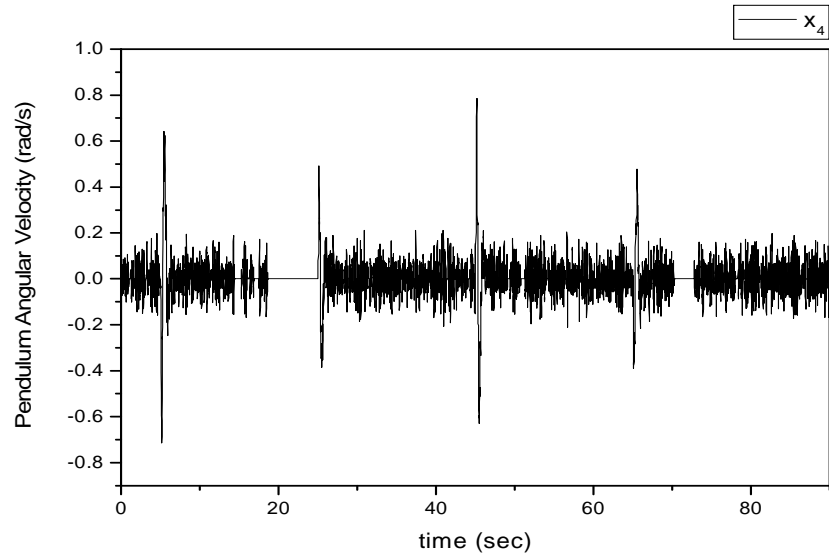
(b) Cart Position



(c) Pendulum Angle



(d) Cart Velocity



(e) Angular Velocity

Fig. 5.7 Response for Step Inputs

이로서 RCGA를 사용한 파라미터 추정이 타당함을 알 수 있고, PI형의 LQ 제어기 또한 만족할 만한 제어 성능을 보여주고 있음을 알 수 있다.

제 6 장 결 론

본 논문에서는 구조적으로 불안정하고 제어가 까다로운 도립진자 시스템의 안정화 제어 문제를 다루었다. 시스템에 Lagrange 방정식을 적용하여 비선형과 선형모델을 구하고 모델조정기법과 실수코딩 유전알고리즘(RCGA)을 사용하여 선형모델의 파라미터를 추정하였다. 선형모델의 파라미터를 추정함에 있어서 불안정한 도립진자 시스템을 안정화시키면서 파라미터를 추정하기 위해 기존의 모델조정기법에 피드백 루프를 추가하였다. 추정된 선형모델을 기반으로 계단입력에 대한 정상상태 오차가 발생하지 않는 PI형의 LQ 제어를 설계하였다. 제어기의 성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 검토해본 결과 큰 오버슈트나 정상편차 없이 안정한 제어결과를 얻었으며, 또한 빠른 시간에 시스템이 안정화됨을 알 수 있었다. 또한 실제 시스템에 적용하여 실험한 결과 양호한 응답특성을 확인할 수 있다.

차후 실제 장치로부터 모델의 파라미터를 얻도록 측정신호의 잡음을 제거하는 문제와 현실적으로 모든 신호의 계측이 용이하지 않는 경우에 상태관측기를 활용하는 연구가 필요할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 윤학진, “퍼지-LQ 및 보간-LQ 기법을 이용한 독립막대 시스템의 강인한 제어기 설계,” 한국해양대학교 공학석사학위논문, 2004.
- [2] 최재준, “퍼지-LQ 기법을 이용한 컨테이너 크레인의 강인한 제어기 설계,” 한국해양대학교 공학박사학위논문, February, 2002.
- [3] 류형선, “가변상수 PID제어기를 이용한 독립진자제어, 충남대학교 대학원,” 공학석사학위논문, 2002.
- [4] 강문성, “2차원 독립진자 제어시스템의 구현,” 청주대학교 산업과학연구소 산업과학연구, Vol.21 No.2 pp.267-274, 2004.
- [5] Katsuhisa Furuta, Hiroyuki Kajiwara and Kazuhiro Kosuge, “Digital Control of Double Inverted Pendulum,” *Int. J. Control*, Vol.32, No.5, pp.907-924, 1980.
- [6] Q. Feng and K. Yamafuji, “Design and Simulation of Control Systems of an Inverted Pendulum,” *Robotica*, Vol.6, pp.235-241, Mar. 1987.
- [7] 김민성, 정종원, 성상규, 박현철, 심영진, 이준탁, “진화 신경회로망 제어기를 이용한 독립진자 시스템의 안정화 제어에 관한 연구,” 한국박용기관학회 춘계학술대회 논문집, 2001.
- [8] Katsuhiko Ogata, *Modern Control Engineering*, 4th Edition, Prentice Hall, 2003.
- [9] J. H. Holland, “Adaptation in Natural and Artificial Systems,” *The University of Michigan Press, Michigan*, 1975.
- [10] 진강규, *유전알고리즘과 그 응용*, 교우사, 2004.
- [11] G. Jin, “Intelligent Fuzzy Logic Control of Processes with Time Delays,” *Ph.D. Thesis*, University of Wales, Cardiff, UK, 1996.
- [12] Z. Michalewicz, “Genetic Algorithms+Data Structures=Evolution Programs,” Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1996.
- [13] J. J. Grefenstette, “Optimization of Control Parameters for Genetic Algorithms,” *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, Vol. SMC-16, No. 1, pp. 122-128, 1986.
- [14] B. Porter and A. Bradshaw, “Design of Linear Multivariable Continuous Time Tracking Systems,” *Int. J. Systems Science*, Vol. 5, No. 12, pp.

1155-1164, 1974.

- [15] QUANSER User *Manual*, Linear *Motion Servo Plants*: IP01 and IP02, Single Inverted Pendulum(SIP).

감사의 글

본 논문이 완성되기까지 학문적 지도와 자상한 관심을 베풀어 주신 진강규 지도교수님께 진심으로 감사드립니다. 또한 심사과정에서 면밀한 검토와 지도로 논문의 깊이를 더해 주신 유희한 교수님, 오세준 교수님께 깊은 감사를 드립니다. 수업시간 뿐만 아니라 어려울 때 마다 많은 도움을 주셨던 선박전자기계공학부와 기관시스템공학부 교수님들께도 깊은 감사를 드립니다.

학위과정 중 시간적 편의와 도움을 아끼지 않으신 실습선 한바다호의 선장님, 기관장님 이하 여러 교수님, 그리고 승무원 여러분들께도 고마움을 전합니다.

석사과정을 시작하면서부터 논문이 완성될 때까지 항상 옆에서 함께하며 많은 도움을 준 연구실의 윤희과 언제나 관심과 성원을 보내주신 한국항만연수원의 최재준 교수님, 그리고 지금은 영국에 방문교수로 계시지만 인생에 대한 조언과 더불어 학문적인 충고를 아끼지 않으셨던 소명옥 교수님께 감사의 마음을 담아봅니다.

학위를 마칠 수 있도록 이해와 정성으로 뒷바라지에 여념이 없었던 사랑하는 아내 유진과 함께 작은 결실의 기쁨을 나누고 싶습니다.

그리고 아들이 잘되기를 기원하면서 오늘의 저를 있게 해 주신 부모님, 따뜻한 배려와 성원을 보내주신 장인, 장모님께 그 동안의 은혜에 조금이나마 보답하고자 이 논문을 바칩니다.

2006년 1월

안 종 갑 드림