

海洋構造物用 HT50 高張力鋼의 熔接 部位의 環境에 따른 크래크 傳播特性에 관한 研究

金 鎮 京 · 田 大 熙

A Study on the Crack Propagation Characteristics of
Weldments of High Tensile Steel HT50 for Marine
Structures under Various Circumstances

Kim, Jin-Gyeong · Jean, Dae-Hi

〈 目 次 〉

Abstract	3·1 擴散性水素
記號說明	3·2 熔接部位의 電極電位와 硬度의 分布
1. 序 論	3·3 顯微鏡組織
2. 試驗片과 實驗方法	4. 크래크 傳播速度
2·1 試驗片과 熔接條件	5. 結 論
2·2 試驗裝置과 實驗方法	參考 文獻
3. 熔接에 의한 特性變化	

Abstract

The fatigue crack propagation rates were investigated on the notched welding specimens under such various circumstances as in air, in sea water and under cathodic protection in sea water for SS41 and SM50A steel with the plane bending fatigue machine.

The main results obtained are summarized as follows;

- (1) Regardless of the kinds of steel and welding methods, the electrode potential appears to be higher on the weld metal and the heat affected zone than on the other parts, and there is a fine grain part of low hardness in the boundary between the heat affected zone and the base metal.
- (2) In all case, the crack propagation rate decreases until crack grows up to any length, and then it increases linearly as crack length grows.

는同一두께의一般構造用壓延鋼材 SS41을 使用하였으며, Table 1은 그化學的成分과 機械的性質이다.

試驗片은 그길이方向과母材의 壓延方向이同一하도록 切取해서 脫脂시킨 後 Fig. 1 (a)(b)와같이 手動熔接, 炭酸ガス 시일드熔接 및 서브머어지드 아아크熔接의 각方法으로 連接해서 만들었으며, 熔接條件은 Table. 2와 같다.

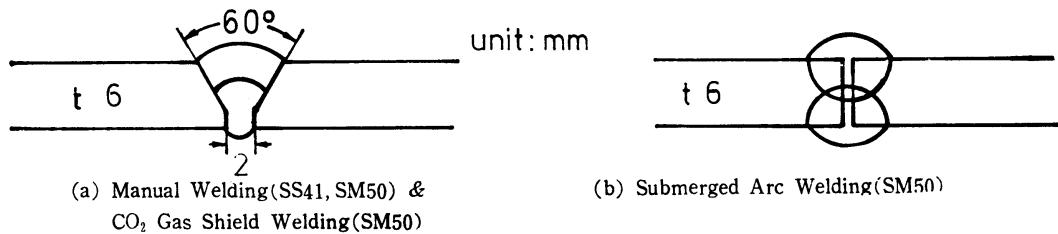


Fig. 1 Welding Methods

Table. 2. Welding Conditions

	Welding Method	Rod wire (φmm)	Dry Condition	Voltage (V)	Amp (A)	Speed (cm/min)	Heat Input (KJ/cm)	Remarks
SS41	Manual Vertical 2 pass	* ¹ KS E4313 (3.2mm)	100 °C × 1h	26 27	81 92	5.9 7.9	40.4	—
SM50	Manual Vertical 2 pass	* ² KS E5016 (3.2mm)	350 °C × 1h	26 28	81 97	5.1 8.7	38.7	—
SM50	CO ₂ Gas Shield Flat 2 pass	* ³ JIS YCW2 (1.0mm)	—	21 21.5	95 105	15.5 16.8	24.4	PANA·AUTO 500D YM506D 8
SM50	Submerged Arc	* ⁴ JIS YF W41 (4.0mm)	—	35 35	750 750	85 85	37.1	PANA·MELT 1500 YK1506U

*1. 0.08C-0.38Mn-0.28Si-0.017P-0.011S

*2. 0.078C-0.98Mn-0.53Si-0.014P-0.010S

*3. 0.08C-0.98Mn-0.38Si-0.014P-0.015S

*4. 0.16C-1.65Mn-0.35Si-0.014P-0.015S

Fused Type Flux. 12×150mesh

試驗片은 所要 크기보다 약간 크게 切取한 後 세이퍼加工, 研削加工 및 沙布加工을 通해서 4×50×230mm 되게 만들고 Fig. 2와 같이 固定線에서부터 6.5mm 되는 곳에 두께 0.25mm의 슬롯팅 커터로 깊이 5.0mm되게 노치를 만들었다. 이 때의 加工情度도 ±(0.1~0.01)mm 였다.

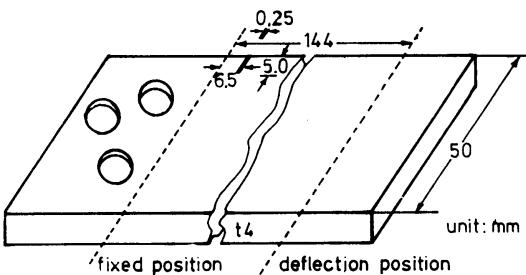


Fig. 2. General View of Specimen.

試驗片上에 만든 노치의 位置는 Table 3 및 Fig. 3 과 같으며, 이에 의해서 試驗片 略號를 設定하였다.

Table 3. Kinds of Specimens

	Welding Method	Notch Position	Code	Test Condition	Number of T.P.
SS41	Manual Vertical 2 pass	Weld Metal	SS41-WM	<input type="radio"/> In Air,	12
		Heat Affected Zone	SS41-HAZ	<input type="radio"/> In Sea Water	
		HAZ Base Metal	SS41-HB	<input type="radio"/> Under Cathodic Protection (-850mV SCE)	
		Base Metal	SS41-BM		
SM50	Manual Vertical 2 pass	Weld Metal	SM50A-WM	<input type="radio"/> In Air	12
		Heat Affected Zone	SM50A-HAZ	<input type="radio"/> In Sea Water	
		HAZ Base Metal	SM50A-HB	<input type="radio"/> Under Cathodic Protection (-850mV SCE)	
		Base Metal	SM50A-BM		
SM50	CO ₂ Gas Shield Flat 2 pass	Weld Metal	SM50A-CMW	<input type="radio"/> In Air <input type="radio"/> In Sea Water <input type="radio"/> Under Cathodic Protection (-850mV SCE)	3
SM50	Submerged Arc Double pass	Weld Metal	SM50A-SWM	<input type="radio"/> In Air <input type="radio"/> In Sea Water <input type="radio"/> Under Cathodic Protection (-850mV SCE) (Grand Total 30)	3

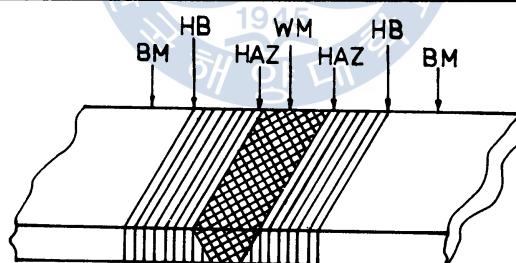


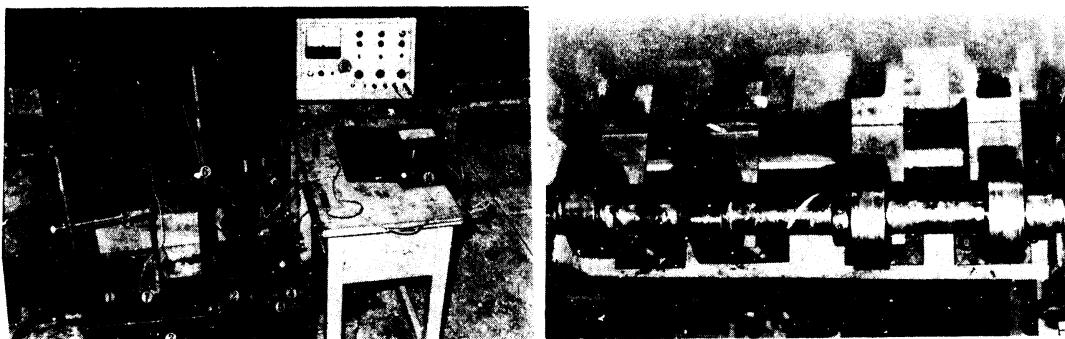
Fig. 3. Notch Position of Weldment

2.2 試驗裝置와 實驗方法

本 實驗에 使用된 試驗裝置는 偏心器에 의해서 一定한 反復荷重應力を 加할 수 있도록 自作 開發한 것으로써 그 外觀이 Photo. 1(a) 와 같다. 이 試驗機는 減速기어 等으로 變速可能하며 四個의 試驗片에 對해서 同時に 59cpm으로 片振反復荷重疲勞試驗을 할 수 있도록 되어 있다. 또 大氣中이나 水中の 試驗 뿐만 아니라 試驗片의 電氣防蝕試驗까지도 可能하도록 만들었다. Photo. 1(b) 는 水中 浸漬試驗에서 試驗片의 固定狀態이고, Table 4는 이 試驗에 使用된 天然海水質이다.

Table 4. Quality of Sea Water for the Experiment

Hardness ppm CaCO ₃	M Alkalinity ppm CaCO ₃	Chloride ppm Cl ⁻	Specific Resistance Ω-cm	Specific Gravity	Water Temperature °C
4,400	95	14.500	27.5	1.023	18



(a) General View of Equipments

- | | |
|---------------------------------------|-------------------|
| ① Water Tank | ② Eccentrics |
| ③ Pulley and Motor | ④ Support Spring |
| ⑤ Test Piece | ⑥ Insoluble Anode |
| ⑦ Reference Electrode(SCE) | ⑧ Potentiometer |
| ⑨ D.C. Source for Cathodic Protection | |

(b) Eccentrics and Test Piece Setting

Photo. 1. General View of the Experimental Equipment under Cathodic Protection

이 片振反復굽힘疲勞試驗機에서 노치부의 굽힘應力 σ_b 는 다음과 같이 求할 수 있다. 即 굽힘變形量 $\delta = Pl^3/3EI$ 에서 荷重은 $P = 3EI\delta/l^3$ 이므로

$$\begin{aligned}\sigma_b &= M/Z = P(l-x)/Z = 3EI\delta(l-x)/Zl^3 \\ &= 3E\delta h(l-x)/2l^3\end{aligned}$$

但, Young's Modulus $E^{(1)}$ 는 SS41 鋼이나 SM50A 鋼에서 $2.18 \times 10^4 \text{kg/mm}^2$ 로 했다.

SS41 鋼과 SM50A 鋼의 각각의 試驗片에 대해서 폭 0.25mm 깊이 5.0mm의 노치를 熔接金屬部(WM) 熔接熱影響部(HAZ) 및 熔接熱影響部一母材部間(HB)에 내어서 大氣中, 海水中 및 海水中 陰極防蝕(-850mV SCE)下의 3環境에서 SS41鋼에 39.15kg/mm²(引張應力의 85%) SM50A鋼에 41.56kg/mm²(引張應力의 77%)의 굽힘應力を 59cpm으로 片振反復굽힘疲勞試驗을 하였다. 이 試驗中에는 $3.5 \times 10^4 \sim 4 \times 10^4$ 回轉마다 進展된 全크래크의 길이를 25~30mm까지 測定하였다. 이 試驗에 使用된 主要 測定計類는 다음과 같다.

- ① 電極電位: 高抵抗電壓計(內部抵抗 $10^7 \Omega/V$, 橫川電機製), 鮑和카르렌電極(Fisher 社製)
- ② 陰極防蝕: 定電壓裝置(50 V. DC. 自作), 不溶性陽極($\phi 10\text{mm}$, Pb-Ag 電極, 自作)
- ③ 크래크 길이: Travelling Microscope(Type A, SHIMADZU 製)
- ④ 硬度: Shore Hardness Tester(Type D, 東京試驗機製)

3. 熔接에 의한 特性 變化

3.1 擴散性 水素

擴散性水素는 SS41鋼에 KS E4313 熔接棒으로 手動熔接하고 SM50A鋼에는 KS E5016 熔接棒으로

手動熔接하는 외에 炭酸ガス 시일드熔接과 서브머어지드 아아크熔接으로 連接한 後에 KSB 0823에 의해서 글리세린置換法^{11, 12)}으로 測定하였으며, 그 結果는 Table 5와 같다. 이 때의 熔接條件은 Table 2에서 와 같다.

Table 5. Diffusible Hydrogen Contents for Welding Condition (cc/100g)

Manual Welding		CO_2 Gas Shield W.	Submerged Arc W.
SS41 KS E4313	SM50A-KS E5016	SM50A-JIS YCW2	SM50A-JISWF W41
9.28	2.24	0.86	4.08

Table 5에 의하면 手動熔接한 境遇에 低水素系의 KS E5016熔接棒을 使用하는 것이 高酸化티탄系 KS E4313熔接棒을 使用한 境遇보다 熔接時 擴散性 水素增加量이 현저히 減少되고 있고, 炭酸ガス 시일드熔接한 것은 그 어느 境遇보다 擴散性 水素量이 적으므로 初期 크래크發生要因이 水素의 側面에서 볼 때 減少될 것으로 생각된다.

3.2 熔接部位의 電極電位와 硬度의 分布

Fig. 4(a)는 手動熔接한 SS41鋼 試驗片과 SM50A鋼 試驗片의 각 熔接部位의 硬度分布를 測定한 結果이다. 이에 의하면 熔接金屬部(WM)는 母材(BM)보다 硬度가 높아지고 热影響部—母材部間(HB)에는 硬度가 낮는 軟質部가 생긴다는 것을 알 수 있다. 이 때 熔接金屬部의 硬度增加는 SS41鋼이

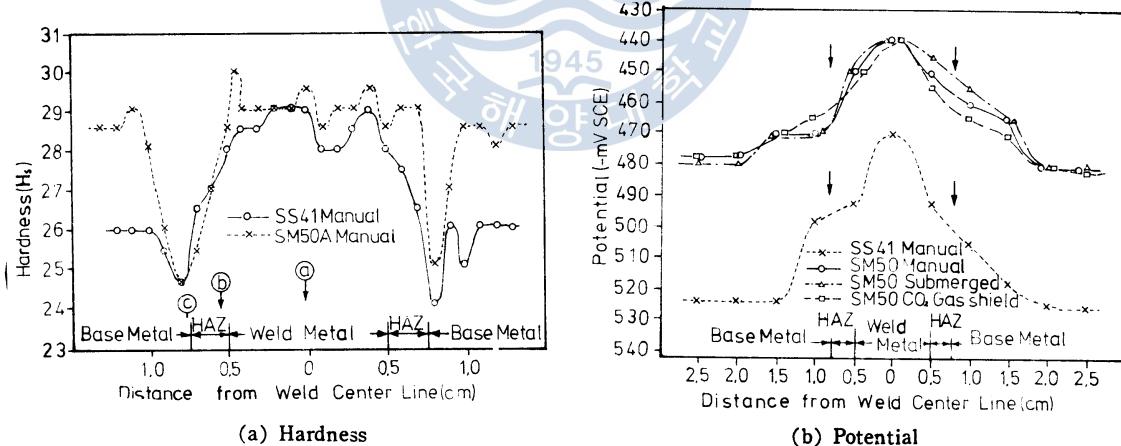


Fig. 4. Hardness and Potential Distributions on Surface of Weldments

크고 SM50A鋼에는 적으나 母材部와 軟質部의 硬度差異는 SM50A鋼에 크고 SS41鋼에는 적다.

Fig. 4(b)는 세 가지 方法으로 熔接한 SS41 鋼과 SM50A 鋼 試驗片의 각 熔接部位의 電極電位를 5% $\text{HNO}_3 + 1\% \text{FeCl}_3$ 混液¹³⁾을 滴下해서 測定한 結果이다. 이에 의하면 SM50A의 각 電極電位는 그 熔接法에 따른 變化가 거의 없다. SM50A鋼의 電極電位는 SS41鋼에 比해서 약 45mV가 낮고, 또 이들의 모든 試驗片은 熔接金屬部의 電極電位가 그 母材部에 比해서 높아지나 이 部分에서 電極電位差는 약 35mV로 된다. 그러나 热影響部와 母材部사이에 存在하는 軟質部에 대한 電極電位 特性에는 差이 있다.

常을 發見하지 못했다. 따라서 SS41鋼과 SM50A鋼의 熔接部位에서 그 軟質部를 除外하면 硬度變化와 電極電位變化는 同一傾向을 갖는다는 것을 알 수 있다.

3.3 顯微鏡組織

試驗片의 顯微鏡組織 寫眞은 SS41 鋼의 手動熔接한 것과 SM50A 鋼의 手動熔接, 炭酸ガス 시일드熔接, 서브머어지드 아아크熔接한 각 試驗片의 WM, HAZ, HB, BM의 각 部位에 대해서 5%Nital¹⁴로 腐蝕시킨 후 倍率 200으로 摄影하였다.

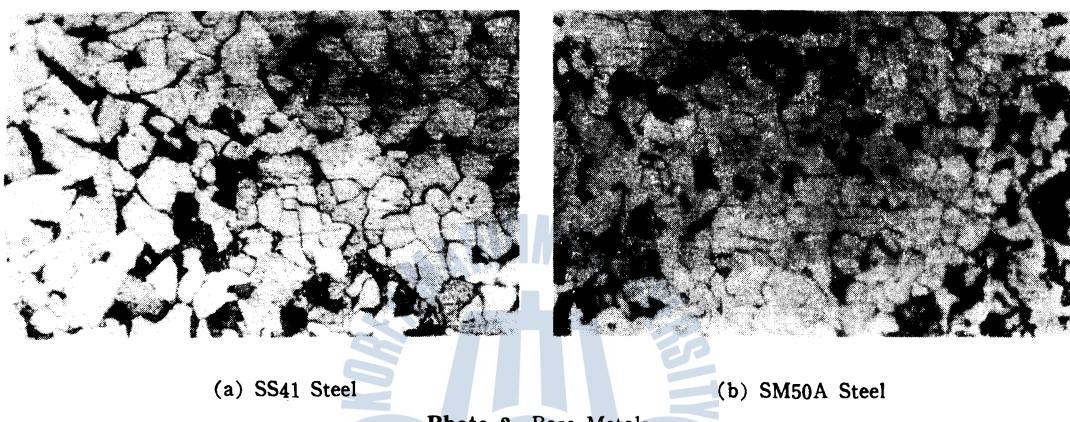


Photo. 2. Base Metals

Photo. 2 (a)(b)는 각각 SS41鋼과 SM50A鋼의 母材에 대한 顯微鏡寫眞이다. 어느것이나 Ferrite(白色部)와 Pearlite(黑色部)만 混合物로 되어 있으나 SM50A 鋼의 結晶粒이 더 微細하며 이것이 더高强度를 갖는 한 理由라고 생각된다. Photo. 3~6은 각각 材質과 熔接法에 따라 WM, HAZ 및 HB의 각 部位의 組織이 어떻게 변했는가를 보여주고 있다. 이에 의하면 어느 것이나 WM(Fig. 4a)는 Dendrite組織이고 HAZ(Fig. 4b)는 過熱에 의해서 생긴 Widmanstätten組織이 보인다. HB(Fig. 4c)는前述한 軟質部라고 생각되며 微細한 Pearlite組織이다. 그러나 結晶粒徑은 手動熔接한 SS41鋼의 第一크고, SM50A 鋼의 手動熔接한 것, 서브머어지드 아아크熔接한 것 炭酸ガス 시일드熔接한 것, 順으로 적어지고 있다.

4. 크래크傳播速度

Fig. 6~8는 Table 3의 10種의 노치付 試驗片에 대해서 大氣中, 海水中 및 海水中 電氣防蝕下의 3條件에서 調査한 크래크傳播速度變化特性을 表示한다. 이 速度變化特性은 크래크傳播速度 da/dn 對 應力擴大係數變動範圍 ΔK 의 座標로 表示하는 것이 通例이고, $\Delta K = f \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$ 로 表示된다.^{15, 16} 그러나 本 試驗片에 대해서는 形狀補正係數 f 의 計算이 困難할 뿐 아니라 Kawahara¹⁷等에 의하면 이 速度變化特性은 이 座標보다 da/dn 對 $(\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2/2) \sqrt{\pi a}$ 座標에 表示할 때 相關性이 더 좋은 例가 많다고 한다. 따라서 本 研究에서도 $\Delta K = (\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2/2) \sqrt{\pi a}$ 座標를 잡았으며 각 測定結果도 이 座標



(a) WM Part



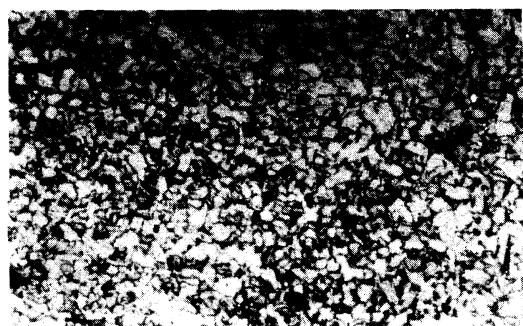
(a) WM Part



(b) HAZ Part

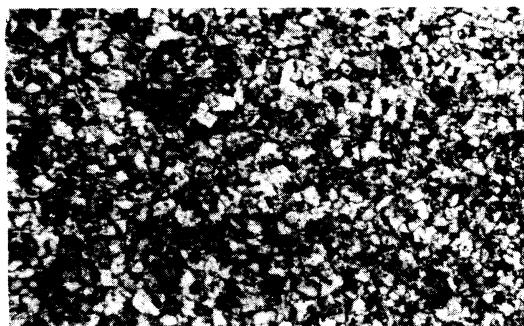


(b) HAZ Part



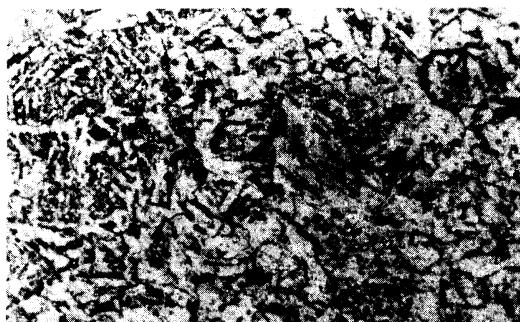
(c) HB Part

Photo. 3. Manual Welding for SS41 Steel



(c) HB Part

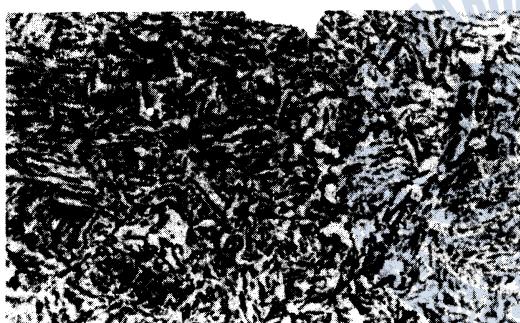
Photo. 4. Manual Welding for SM50A Steel



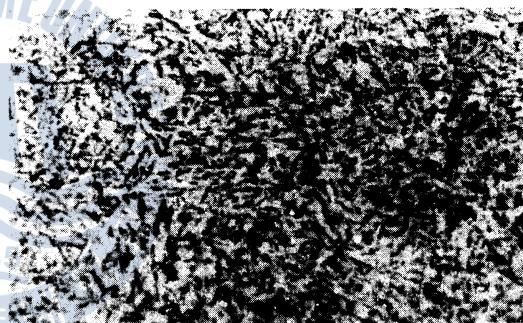
(a) WM Part



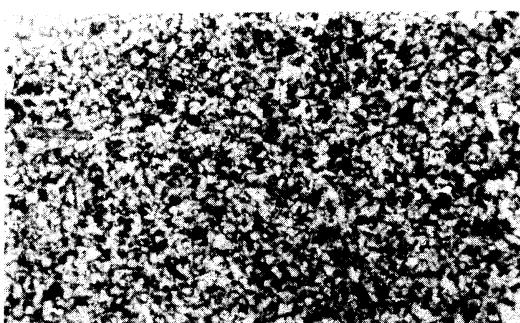
(a) WM Part



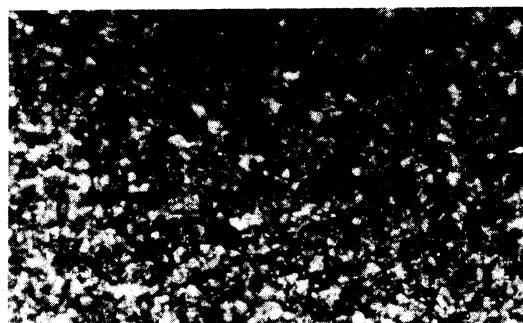
(b) HAZ Part



(b) HAZ Part



(c) HB Part



(c) HB Part

Photo.5. CO₂ Gas Shield Welding for SM50A Steel.

Photo.6. Submerged Arc Welding for SM50A Steel.

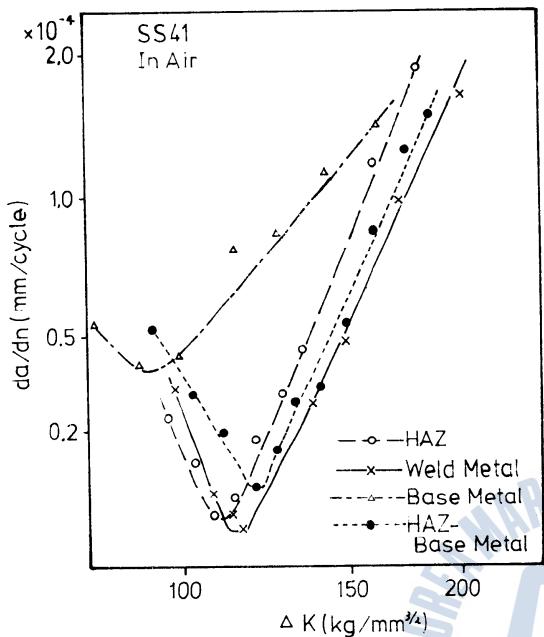


Fig. 5. Relation between Stress Intensity Factor Range and Surface Crack Propagation Rate over all Range for SS41.

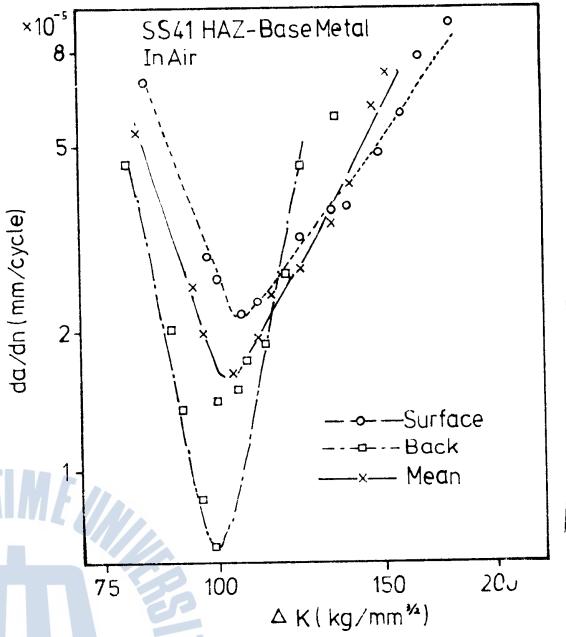
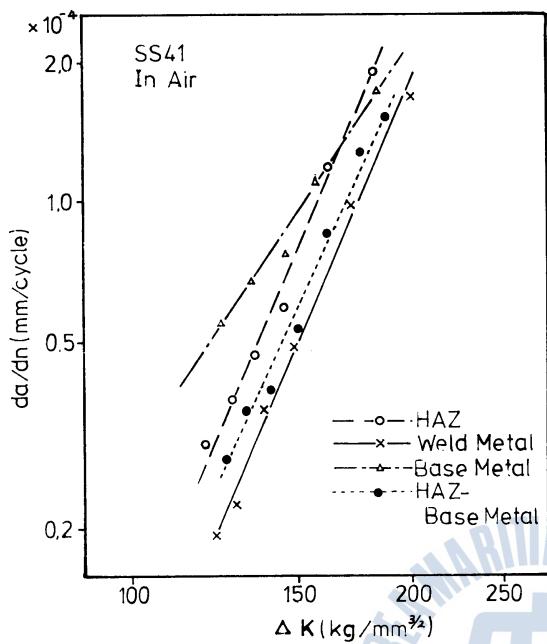


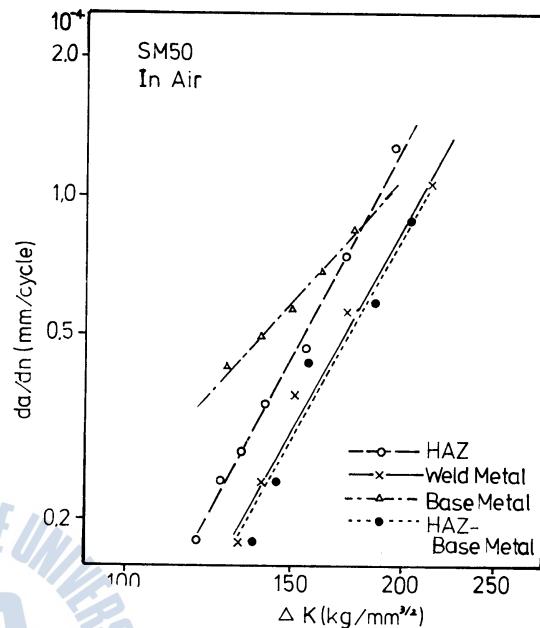
Fig. 6. Relation between Stress Intensity Factor Range and Surface, Back and Mean Crack Propagation Rates for HAZ-Base Metal of SS41.

上에서 相關性이 明確하게 나타났다.

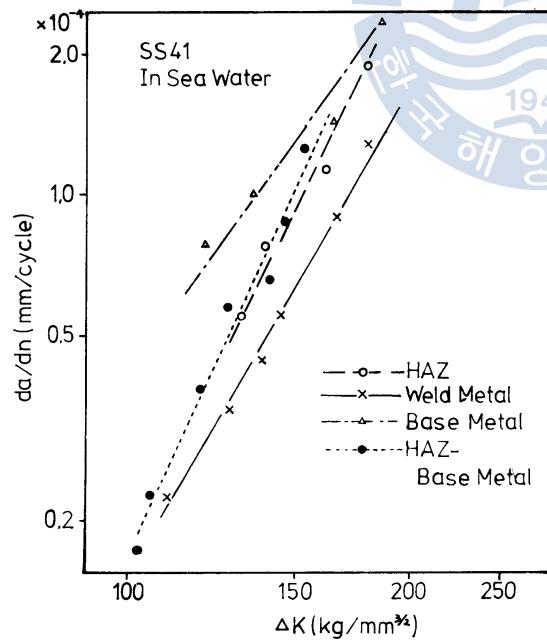
Fig. 5는 SS41鋼 노치付 試驗片에 대해서 大氣中에서 調査한 表面크래크의 傳播速度變化特性을 兩對數紙上에 表示한 것이다. 이에 의하면 그 크래크 길이가 어느 一定值(材質과 焊接法에 따라 4~5mm)에 到達할 때까지는 WM 部, HAZ 部 및 HB 部의 全部에서 크래크 傳播速度가 減少하다가 그 以後에 거의 直線的으로 增加하고 있다. 이와 같은 速度變化特性은 材質과 焊接法이 다른 모든 試驗片에도 나타났다. 이 現象이 생기는 理由로는 表面과 裏面의 크래크傳播速度의 變化相이 다르기 때문이거나 크래크가 傳播되면서 생기는 加工硬化와 並行해서 어느 限界까지는 굽힘強度가 增加되고 그 以後부터는 脆性이 增加되기 때문 등을 생각할 수 있다. 그러나 表面, 裏面 및 平均길이의 자成長速度에 의해서 圖示한 Fig. 6에서도 同一한 傾向을 나타내고 있으므로 그 理由는 後者에 의해서 나타나는 것으로 생각된다. Fig. 7~9는 12枚의 SS41鋼과 18枚의 SM50A鋼의 試驗片에 대해서 크래크傳播速度變化特性을 傳播速度가 빠른 表面 크래크길이 基準으로 圖示하였으며, 最少 크래크 傳播速度 以後의 定常傳播速度部만의 特性을 각 條件下에서 比較하기 위해서 表示한 것이다. Fig. 7~9에 의하면 全般的으로 SS41鋼이나 SM50A鋼의 어느 것에도 크래크傳播速度는 空氣中이 最低이고 海水中에서 電氣防蝕(-850mV SCE)하면 無防蝕의 境遇보다 速度特性曲線의 勾配가 적으므로 상당히 낮아지는 傾向이 있다. 그러나 이 3環境에서 모두 크래크길이가 길어질수록 크래크傳播速度는 增加되고 있다. 試驗片에서 크래크傳播는 大氣中과 海水中에서 防蝕한 경우는 Photo 7.의 (d)와 같이



(a)

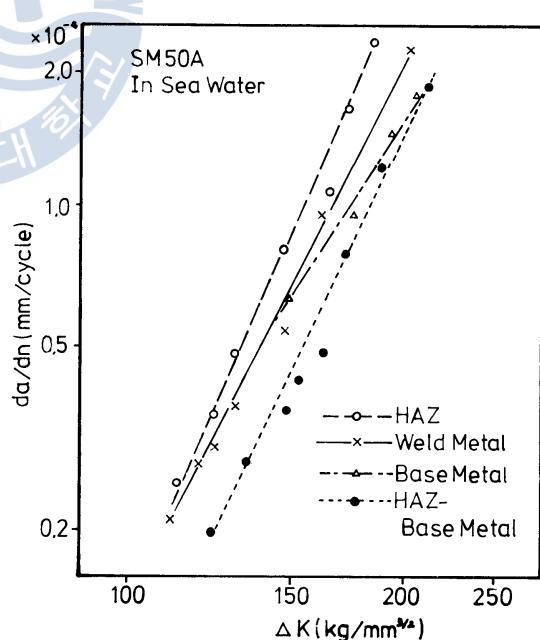


(a)



(b)

Fig. 7 Relation between Stress Intensity Factor Range and Crack Propagation Rate for Welded Joint Specimens of SS41(continue)



(b)

Fig. 8 Relation between Stress intensity Factor Range and Crack Propagation Rate for Welded Joint Specimens of SM50A(continue)

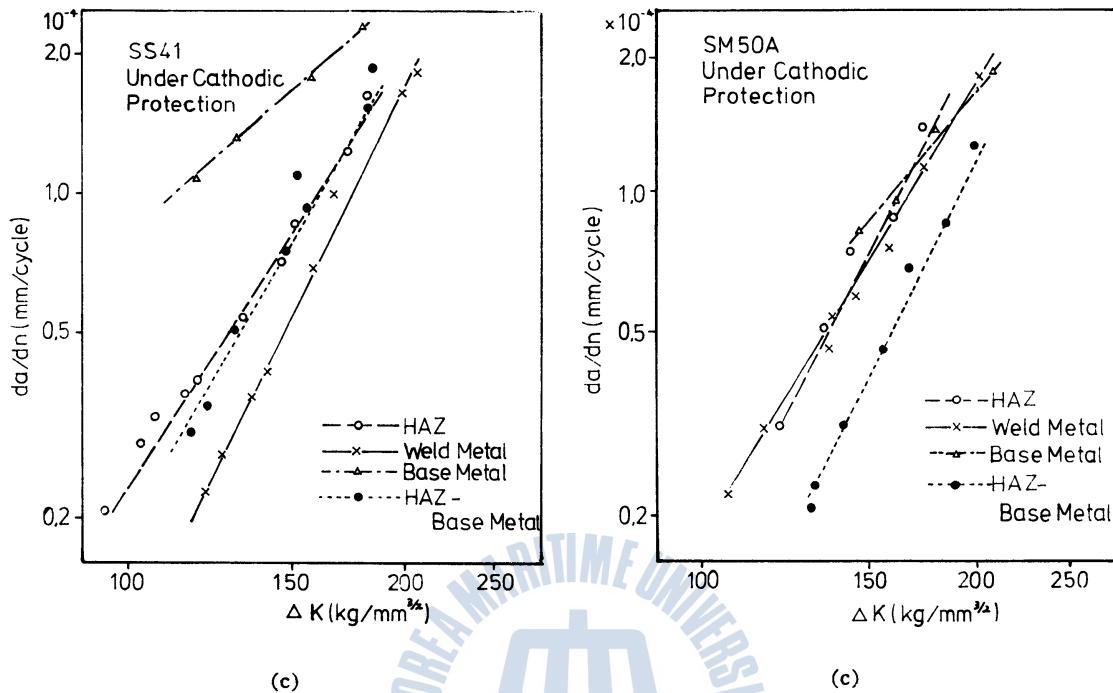
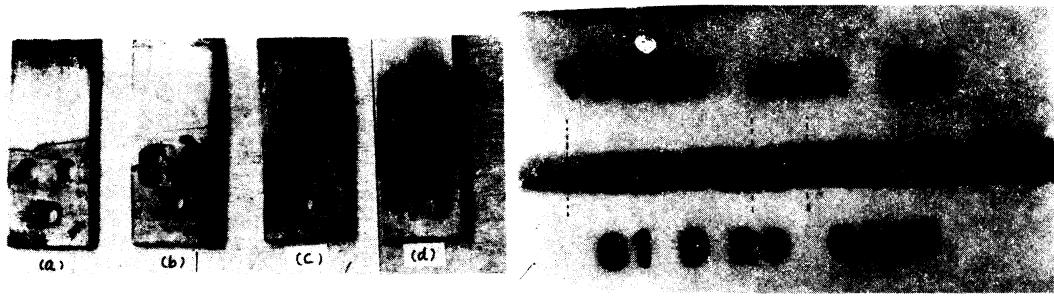


Fig. 7. Relation between Stress Intensity Factor Range and Crack Propagation Rate for Welded Joint Specimens of SS41

Fig. 8. Relation between Stress Intensity Factor Range and Crack Propagation Rate for Welded Joint Specimens of SM50A

正常的으로 進行되나 海水中에서 防蝕하지 않은 境遇에는 焊接部의 X線撮影에서 異常이 없었던 Photo. 8의 点線內에서 切取한 試驗片에도 Photo. 7 (a)(b)(c)와 같이 異常크래크가 發生될 때가 많았다. Photo. 9(a)(b)(c)는 空氣中이나 電氣防蝕試驗中에서 나타나는 正常크래크의, 同圖(d)(e)(f)는 電氣防蝕하지 않은 海水中에서 나타난 異常크래크의 각 100倍 擴大寫眞이다. 後者は 全크래크 周邊에



(a) WM Notch (b) HB Notch (c) WM Notch
(d) WM Notch

Photo 7. Crack on SM50A Specimens

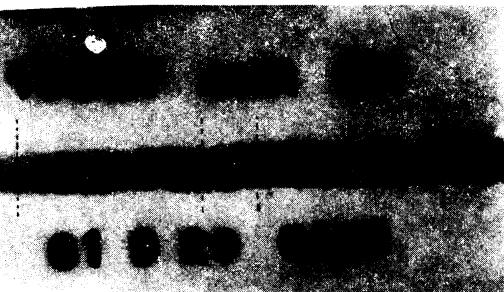
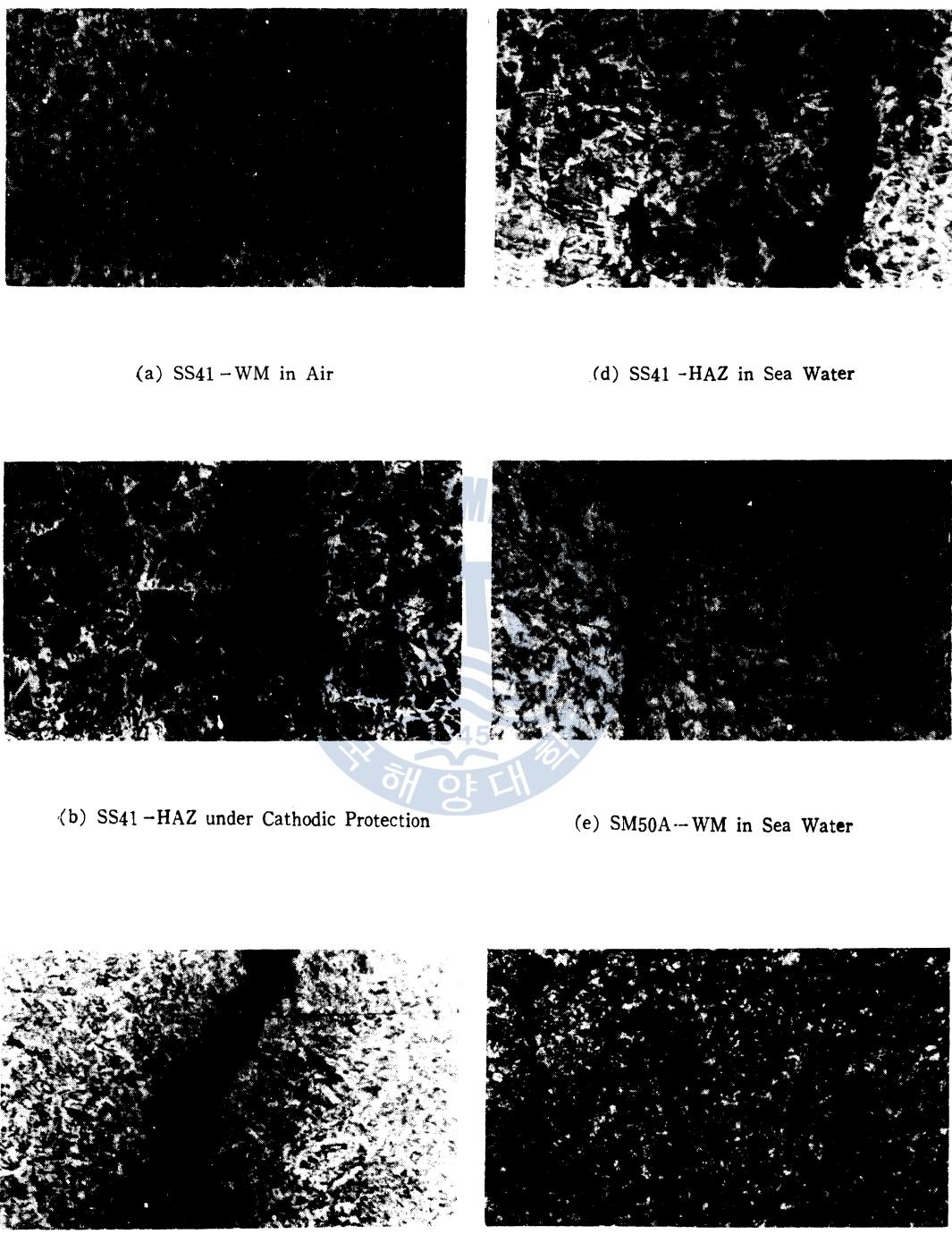


Photo 8. Weldment View by X-Ray Photography to Investigate Defects

많은 微細크래크가 생김으로써 異常크래크로 發展했고 이 微細크래크는 腐蝕에 의해 應力集中部가 생김으로써 發生되는 것으로 생각된다. 또 이 3環境에서 2種의 鋼 試驗片의 크래크傳播速度는 手動 焊接한 것은 어느 것이나 모두 BM部가 그 定常傳播速度部의 初期에 가장 빠르나 그 速度變化特性



(c) SM50A-CWM under Cathodic Protection

(f) SM50A-BM in Sea Water

(Micro Cracks : 4.2mm Lower Part from a Main Crack)

Photo.9. Cracks on Specimen $\times 100$

曲線의 勾配가 가장 낮다. 그러므로 크래크 길이가 어느 程度까지 길어지면 SS41鋼은 大氣中에서 HAZ部, 海水中에서는 防蝕如否에 關係없이 HB部가 가장 빨라지고, SM50A 鋼에서는 3環境 모두에

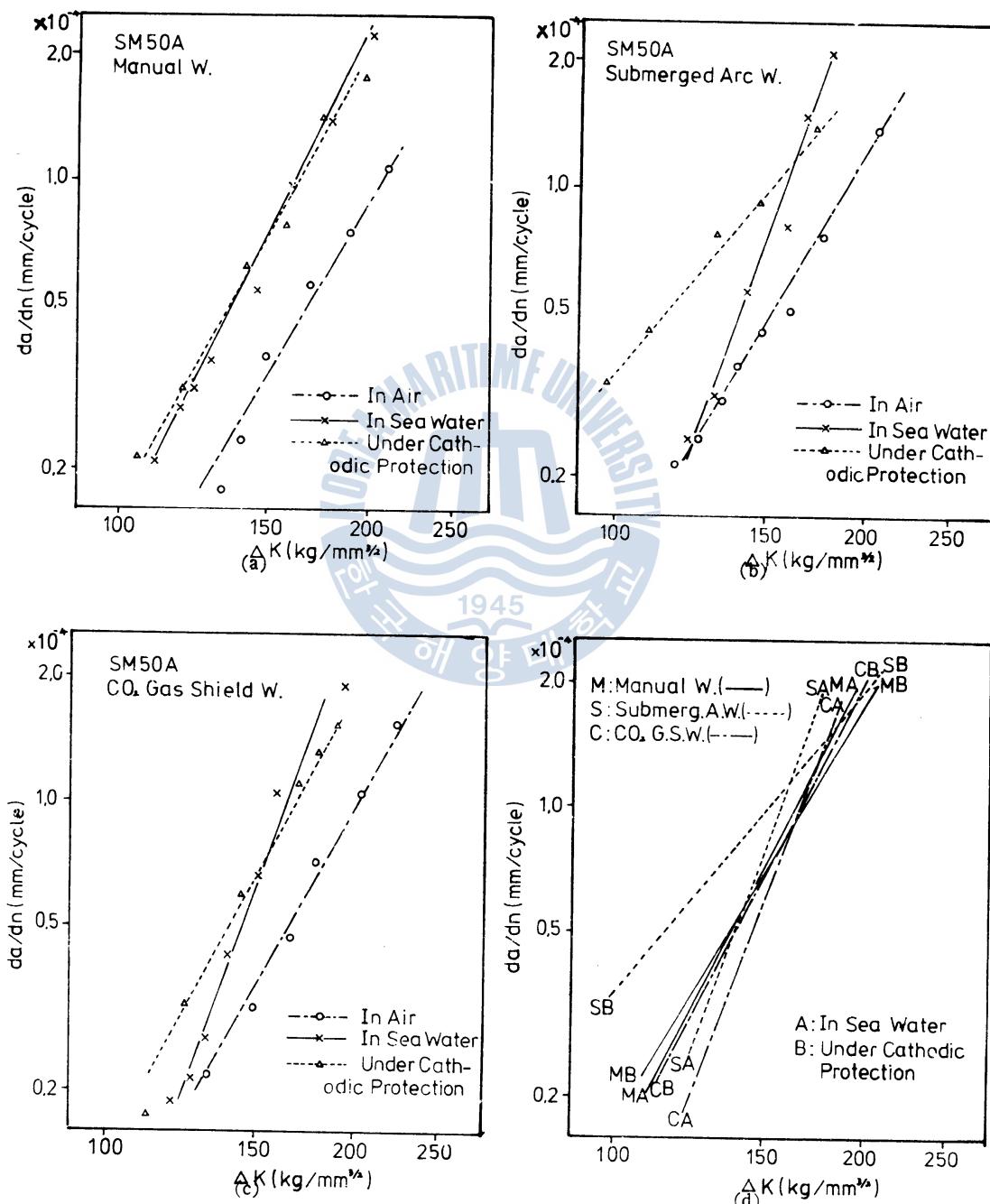


Fig. 9. Relation between Stress Intensity Factor Range and Crack Propagation Rate for Various Condition of SM50A Weld Metal.

서 HAZ部(防蝕한 것은 WM部도 HAZ部와 거의 같다)가 가장 빨라지는 傾向을 보인다. Fig. 9는 熔接法別로 試驗片의 WM部가 각 環境에서 어떠한 크래크傳播速度變化를 하는가를 나타낸 것이다. 이速度는 어느 熔接法을 使用해도 大氣中에서 가장 낮고 防蝕할 때는 無防蝕 海水中보다 定常速度部의 初期에 빠르나 어느 길이 以上으로 成長한 後부터는 反對로 늦어진다. 그러므로 海水中에서 SM50A鋼을 電氣防蝕하면 定常速度部 初期에는 크래크傳播가 促進되나 그 다음부터는 反對로 크래크傳播를 抑制한다는 것을 알 수 있다. Fig. 9 (d)는 Fig. 9 (a)(b)(c)에서 海水中과 海水中에서 防蝕한播의 크래크傳播速度變化特性을 比較한 것이다. 이에 의하면 크래크傳播速度는 定常速度 初期에는 서브머어지드 아아크 熔接한 것이 가장 빠르고 그 다음은 大差가 없으나 手動熔接한 것, 炭酸ガス 시일드 熔接한 것의 順이다. 그러나 그 變化勾配가 적기 때문에 크래크가 一定길이 以上으로 길어지면 이 傾向은 完全히 反對로 된다.

5. 結論

以上과 같이 SS41鋼과 SM50A鋼의 노치가 있는 熔接試驗片에 대해서 環境에 따른 크래크傳播速度變化特性을 板狀疲勞試驗機에 의해 調査研究하였다. 이에서 結果 確認된 重要事項은 다음과 같다.

- (1) 어느 境遇에 있어서도 熔接試驗片의 熔接金屬部와 热影響部는 硬度와 電極電位가 높아지고 热影響部에 가까운 母材部에는 硬度가 낮은 細結晶部가 생긴다.
- (2) 어느 境遇에 있어서도 크래크傳播速度變化特性曲線은 兩對數座標에서 最低点을 가지며 그 後에는 거의 直線的으로 增加된다.
- (3) 크래크傳播速度는 一般的으로 大氣中에서 最低이고, 海水中에서는 電氣防蝕(-850mV SCE) 하면 防蝕을 하지 않은 境遇보다 상당히 減少되는 傾向을 갖는다.
- (4) 熔接試驗片의 母材部는 熔接金屬部, 热影響部 및 热影響部와 母材部 사이에 비해서 初期의 傳播速度가 빠르나 그 變化勾配가 낮으므로 크래크 길이가 어느 程度 以上으로 길어지면 反對로 늦어진다. 그러나 熔接金屬部, 热影響部 및 热影響部와 母材사이에 있어서의 크래크傳播速度는 環境, 鋼材의 種類 및 熔接法에 따라 달라진다.

參 考 文 獻

1. 益本功 等 : 鐵鋼材料の溶接(鐵鋼工學講座 10), 朝倉書店, 東京, p.140(1974)
2. 伊藤慶典 等 : 材料の選ひ方・使い方, 日本溶接學會誌, Vol.47, No. 11, p.12~23(1978)
3. 稲垣道夫 等 : 高張力鋼・低温用鋼の溶接(溶接全書 11), 產報出版, 東京, p.104~118(1978)
4. 田 大 照 : 腐蝕と防蝕の管理, 太和出版社, 釜山, p.284~295(1979)
5. 前掲書(3) : p.104~118
6. 德廣祐之補 等 : 高張力鋼の水素吸収に及ぼす有機添加剤の効果, 防蝕技術, Vol.25, No.11, p.625~627 (1977)
7. 韓國船級協會 : 船級 및 鋼船規則, 第4章 206~207條 p.30~31(1978)
8. 前掲書(1) p.151.
9. 前掲書(1) p.158
10. 吳世旭 : 最新材料力学, 東明社, 서울 p.12(1976)
11. 日本規格協會 : 溶着金屬の水素測定方法, JISZ3113(1975)
12. 大野悟 等 : 擴散性水素に関する検討—捕集液と測定器具, 日本溶接學會誌, Vol. 46, No. 7, p. 37~43(1977)
13. Michael Henthorne : Corrosion Testing of Weldments, Corrosion, Vol. 30, No. 2, p. 43~44(1974)
14. 五弓勇雄 : 金屬工學實驗, 丸善, 東京, p.58~63(1972)
15. Staney T. Rolfe, John M. Barsom : Fracture and Fatigue Control in Structures, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, p.232~236(1977)
16. 北川英夫 : 疲労き裂進展の破壊力學的解析(I), 材料, Vol. 26, No. 284, p. 88~99(1977)
17. 川原正言 等 : 表面き裂に対する傳播成長過程に關する豫備的考察, 日本造船學會論文集, 第137號, p. 297~305(1975)

