最適 피이드백 制御系統의 構成에 關한 研究

(A Study on Optimal Feedback Control System Structure)

梁 注 鎬

Joo-Ho Yong

〈目　　次〉

Abstract
記號說明
第 1 章　序　　論
第 2 章　最適피이드백　制御系統
第 3 章　最適피이드백　制御를 위한 狀態觀測器의 設計
第 4 章　디지탈 制御器의 構成
第 5 章　數値計算 및 應答 시뮬레이션
第 6 章　마이크로 콤퓨터를 利用한 實時間 制御實驗
第 7 章　檢　　討
第 8 章　結　　論
參考文獻

韓國海洋大學 大學院 論文集 第10輯

A Study on Optimal Feedback Control System Structure

Yang, Joo Ho

*** ABSTRCT ***

The PID controller is one of the most popular devices for control systems and the adjustment of its parameter is very important, because the stability and the characteristics of feedback control systems quitely depend upon the values of its parameters.

Among the various methods for parameter adjustment of the PID controller, the methods which have been commonly used are the ultimative sensitivity method, the transient response method, the Cohen-Coon method and the modified Ziegler-Nichols method etc..

But, these methods are not recommendable in the view of saving energy because those have been accomplished by semiempirical rules and have been considered only in the view of improvement of the control performance.

In the modern control theory that is estabilished in the beginning of sixties, a quadratic form($J=\int_0^{t_f}(x(t)^T Qx(t) + u(t)^T Ru(t))dt$) is introduced as a criterion function which is considered not only to improve the quality of control but also to save the energy required for the control.

Many peoples have studied to obtain the optimal control input which minimizes the criterion function of quadratic form by means

of the optimal control theory, that is, the calculus of variation, the maximum principle and the dynamic programing etc..

It was required to discuss the relation between the modern opti-mal control theory and the PID controller and a few of studies on the parameter adjustment of the PID conteoller using the optimal control theory have being done by Yen-Ping Shih & Chih-Jian Chen and Stefano Marsili-Libell etc..

In this paper, author makes the augmented system equation which is suited to the quadratic criterion function and proposes a method to compose the optimal feedback control system by means of the maximum principle minimizing the quadratic criterion function and establishes a link between the conventional parameter adjust-ment method and the technique of the modern optimal control theory in the design of the PID controller.

And author proposes a method to design the reduced order state observer and to compose the optimal feed back control systems for the higher order systems and confirms the utility of the method by the digital computer simulations for various plants.

At the end, the real time optimal state feedback control systems for various plants realized by an analog computer are constructed by means of a microcomputer, A/D converter and D/A converter. Time responses of the real time control systems are compared with those obtained by the digital computer simulation and their well coincidence is confirmed.

NOMENCLATURE

A ;augmented system matrix

A_o ;(n-1)th order controlled system matrix

$\bar{A}$;system matrix after 1st nonsingular transformation

$\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$;segment matrices of matrix $\bar{A}$

$\tilde{A}$;system matrix after 2nd nonsingular transformation

$\tilde{A}_{11}, \tilde{A}_{12}, \tilde{A}_{21}, \tilde{A}_{22}$;segment matrices of matrix $\tilde{A}$

a_i ;coefficients of dominator of the transfer function of the plant

$\tilde{a}_{ij}$;elements of matrix $\tilde{A}_{22}$

b ;coefficients of numerator of the transfer function of the plant

B ;input matrix of the augmented system

B_o ;input matrix of the plant

$\bar{B}$;input matrix after 1st nonsingular transformation

$\bar{B}_1, \bar{B}_2$;segment matrices of matrix $\bar{B}$

$\tilde{B}$;input matrix after 2nd nonsingular transformation

$\tilde{B}_1, \tilde{B}_2$;segment matrices of matrix $\tilde{B}$

C ;output matrix consist of matrix Ce and vector f

C_e ;output matrix of the augmented system

C_o ;output matrix of the plant

$\bar{C}$;output matrix after 1st nonsingular transformation

$\bar{C}_1, \bar{C}_2$;segment matrices of matrix $\bar{C}$

D ;segment matrix of the transform matrix T_1

E ;(n-2)xn matrix

$\bar{e}(t)$;estimate error of the observer after 1st nonsingular transformation

$\tilde{e}(t)$;estimate error of the observer after 2nd nonsingular transformation

F ;solution matrix of the Ricatti matrix equation

F_{ij} ;elements of matrix F

f_i ;optimal feed back gains

g_i ;coefficients of the standard digital PID controller

g_i' ;coefficients of the modified digital PID controller

H ;(n-2)x2 segment matrix of transform matrix T_2

h_{ij} ;elements of matrix H

I_n ;nxn Identity matrix

I, J ;performance indeces of quadratic form

k ;discrete time(kT)

K_p ;proportional gain

Q ;weighting matrices for state x(t)

q_i ;diagonal elements of matrix Q

R ;weighting matrix for vector input

r ;weighting coefficient for scalar input u(t)

S ;Laplace operator

T	;sampling time
T_d	;derivative time
T_i	;integral time
T_1	;nonsingular matrix for 1st transformation
T_2	;nonsingular matrix for 2nd transformation
$u(t)$	;input for the plant
u_s	;steady state value of input u
$\bar{u}(t)$	;u_s - $u(t)$
$\bar{u}^o(t)$	;optimal imput of $\bar{u}(t)$
$v(t)$	;measurement error vector
$w(t)$	;state vector of the reduced order observer
$x(t)$	;state vector of the augmented system
x_{1s}	;steady state of state variable $x_1(t)$
$\bar{x}(t)$	;state vector after 1st nonsingular transformation
$\tilde{x}(t)$	;state vector after 2nd nonsingular transformation
$\hat{x}(t)$	;estimated state variable of $x(t)$
$\bar{X}_1, \bar{X}_2$	;segment vectors of state vector $\bar{x}(t)$
$\tilde{X}_1, \tilde{X}_2$	;segment vectors of state vector $\tilde{x}(t)$
$y(t)$	;output vector for the reduced order observer design
$y_e(t)$	;output of the augmeuted system
$y_c(t)$	;output of the PID controller
z	;z-transfrom operater
$\xi(t)$	;state vecttor of the plant

$\rho(t)$;output of the plant

ρ^0 ;reference value

λ ;eigenvalue

$$\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

det[A] or |A|;determinant

A^T, f^T ;transpose of matrix A and vector f

A^{-1} ;inverse of matrix A

第1章 : 序 論

制御理論은 古典的制御理論(classical control theory)과 現代制御理論(modern control theory)으로 大別할 수 있으며, 古典的制御理論에서는 피이드백 方式이 原則이고, 이와 같은 피이드백 制御는 J.Watt의 蒸汽機關의 調速機로 부터 시작하여 오래 전부터 使用되어 왔으며 오늘날에도 產業現場에서 가장 널리 사용되고 있는 制御 方法이다. 이 피이드백 制御에서는 주로 比例動作, 積分動作 및 微分動作의 3項 動作을 하는 PID 制御機가 그 中樞的인 役活을 하고 있는 바 이 PID制御器의 比例帶, 微分時間, 積分時間 等의 파라미터 값에 따라 피이드백 制御系統의 安定性 및 制御特性이 顯著하게 달라지기 때문에 PID 制御器의 파라미터의 값을 適節하게 調整하는 것은 매우 重要한 問題로서 오래전부터 많은 사람들에 의해 研究 發表 되었다. 그중에서도 일찌기 Ziegler 와 Nichols에 의해 制御應答에 있어서 基本振動數의 1周期당 減幅比가 25%가 되도록 制御器의 파라미터를 調整하는 것이 좋다고 하는 限界感度法(ultimative sensitivity method) 1), 또 單位階段應答으로 부터 steepest slope 와 遲延時間을 구하여 이들로부터 PID制御器의 퍼래미터를 選定하는 過度應答法(transient response method) 2), 달리 單位 階段應答으로 부터 slope 와 reaction point 및 reaction point 에서의 기울기와 時間軸과의 交叉點을 구하여 이들로 부터 PID制御器의 퍼래미터를 選定하는 Cohen-Coon method 3), Ziegler 와 Nichols 의 限界感度法을 自動振動이 일어나지 않는 시스

템에 대하여 適用할 수 있도록 修定한 Modified Ziegler Nichols method 4,5) 등이 많이 이용되어 왔다.

그러나 이 方法들은 正確한 理論的인 根據에서보다는 經驗的인 事實에 의한 것인 데다가 단지 制御의 質만을 考慮하여 制御器를 設計하는 方法들이다. 따라서 이 경우에는 制御에 큰 에너지를 消耗하게 되어 에너지 節約의 側面에서는 바람직하지 못할 경우도 있다.

그러나 1960년대 初에 定立된 現代制御理論에서는 一般的으로 制御의 質과 제어에 소요되는 에너지 및 시간의 함수로 주어지는 評價函數를 導入하고, 變分法(calculus of variation) 6,7), 最大原理(maximum principle) 8-14) 및 動的計劃法(dynamic programing) 15-17) 등을 利用한 最適制御理論에 의하여 이 評價函數를 最小로 하는 最適制御入力을 구하는 問題 즉, 最短時間制御問題 18,19), 最小에너지問題 18) 등에 관한 研究가 많이 發表되어 왔다.

그러나 이 最適制御理論에 의해서 計算되는 最適制御入力, 즉 最適操作量은 일반적으로 時間의 函數로서 이 操作量으로 플랜트를 制御하면 이것은 개루우프(open loop)制御로 된다. 그러나 플랜트 特性의 數學的 모형이 어디까지나 近似的이고 파래미터도 誤差를 포함하고 있으며 最適操作量 자체도 誤差가 있으므로 時間함수로 구하여진 最適操作量으로 개루우프 制御를 할 경우에는 目標値에 到達할 수 없는 일이 일어날 수도 있다. 그러므로 最適制御에서도 피이드백 方式을 적용하면 外亂이나 操作量의 誤差의 影響을 줄일 수 있는 利點이 있다.

여기서 이러한 最適피이드백 制御理論을 目標値의 性質에 따라서 各各 달리 適用한 것으로써 最適 Regulator問題 20-23), 最適 Tracking問題 24-26) 等이 있으며 또한 最適制御理論과 PID制御器와의 關連性 問題에 대한 檢討가 要求되어 最近 最適制御理論에 의한 PID 制御器의 파라미터 選定法에 관한 硏究가 이루어진 바 있다. 5,27-30)

즉, YEN-PING SHIH 와 CHIN-JIAN CHEN 5)은 플란트의 出力을 $\rho(t)$라 할 때 이 出力의 積分 $\int\rho(t)dt$를 새로운 狀態로 定義하고 여기에 最適 피이드백 制御理論을 적용하여 PID 制御器의 파라미터를 選定하였고, STEFANO MARSILI-LIBELL 30)은 제어편차를 e라 할 때 e, $\dot{e}$, $\ddot{e}$를 새로운 상태로 定義하여 오그멘트 狀態方程式을 세우고 여기에 最適 피이드백 制御理論을 적용시켜 最適制

템에 대하여 適用할 수 있도록 修定한 Modified Ziegler Nichols method 4,5) 등이 많이 이용되어 왔다.

그러나 이 方法들은 正確한 理論的인 根據에서보다는 經驗的인 事實에 의한 것인 데다가 단지 制御의 質만을 考慮하여 制御器를 設計하는 方法들이다. 따라서 이 경우에는 制御에 큰 에너지를 消耗하게 되어 에너지 節約의 側面에서는 바람직하지 못할 경우도 있다.

그러나 1960년대 初에 定立된 現代制御理論에서는 一般的으로 制御의 質과 制御에 소요되는 에너지 및 시간의 함수로 주어지는 評價函數를 導入하고, 變分法(calculus of variation) 6,7), 最大原理(maximum principle) 8-14) 및 動的計劃法(dynamic programing) 15-17) 등을 利用한 最適制御理論에 의하여 위의 評價函數를 最小로 하는 最適制御入力을 구하는 問題, 즉, 最短時間制御問題 18,19), 最小에너지問題 18) 등에 관한 研究가 많이 發表되어 왔다.

그러나 이 最適制御理論에 의해서 計算되는 最適制御入力, 즉 最適操作量은 일반적으로 時間의 函數로서 이 操作量으로 플랜트를 制御하면 이것은 개루우프(open loop)制御로 된다. 그러나 플랜트 特性의 數學的 모델이 어디까지나 近似的이고 파래미터도 誤差를 포함하고 있으며 最適操作量 자체도 誤差가 있으므로 時間함수로 구하여진 最適操作量으로 개루우프 制御를 할 경우에는 目標値에 到達할 수 없는 일이 일어날 수도 있다. 그러므로 最適制御에서도 피이드백 方式을 적용하면 外亂이나 操作量의 誤差의 影響을 줄일 수 있는 利點이 있다.

여기서 이러한 最適피이드백 制御理論을 目標値의 性質에 따라서 各各 달리 適用한 것으로써 最適 Regulator問題 20-23), 最適 Tracking問題 24-26) 等이 있으며 또한 最適制御理論과 PID制御器와의 關連性 問題에 대한 檢討가 要求되어 最近 最適制御理論에 의한 PID 制御器의 파라미터 選定法에 관한 研究가 이루어진 바 있다. 5,27-30)

즉, YEN-PING SHIH 와 CHIN-JIAN CHEN 5)은 플란트의 出力을 $\rho(t)$라 할 때 이 出力의 積分 $\int \rho(t)dt$를 새로운 狀態로 定義하고 여기에 最適 피이드백 制御理論을 적용하여 PID 制御器의 파라미터를 選定하였고, STEFANO MARSILI-LIBELL 30)은 제어편차를 e 라 할 때 e, $\dot{e}$, $\ddot{e}$를 새로운 상태로 定義하여 오그멘트 狀態方程式을 세우고 여기에 最適 피이드백 制御理論을 적용시켜 最適制御入力을 나타내는 식을 구하고 이 식을 時間에 대해 한번 積分함으로써 PID 制御器의 3項을 誘導하여 各 파라미터를 選定하는 方法을 提案하였다.

위의 두 方法 中 前者에 의한 方法은 制御對象이 2次인 시스템 까지는 適用 可能하나 그 以上의 시스템에 대해서는 適用할 수 없는 缺點이 있으며, 後者의 方法에 의하면 評價函數 속에 制御入力의 2次形式 대신에 制御入力의 微分에 대한 2次形式이 들어 있게 되어 경우에 따라서 物理的인 意味를 잃게되는 缺陷이 있다.

本 연구에서는 일반적인 피이드백 制御系統에 대하여 2次形式의 評價函數를 導入하고 이 評價函數에 適合한 플란트의 狀態

方程式을 導出한 다음, Pontryagin 의 最大原理를 利用하여 이 評價函數를 最小로 하는 最適制御入力을 구함으로써 最適피이드백 制御系統을 구성하고 이것으로 부터 종전의 PID制御器의 파래미터와 最適制御 理論과의 相互關係를 考察한다.

그리고 制御對象이 高次系인 경우 최적피이드백 制御를 行하기 위해서는 觀測器가 必須的으로 要求되는 바 본 연구에서는 最小次元의 部分狀態觀測器를 設計하고 디지탈 시뮬레이션 및 마이크로 콤퓨터를 이용한 實時間 制御實驗을 通하여 本 方法의 妥當性을 檢討한다.

本 論文은 8章으로 이루어져 있으며 第1章은 序論이고, 第2章에서는 最大原理를 이용하여 最適피이드백 制御系統을 設計하고, 이렇게 構成된 最適피이드백 制御系와 PID 制御器의 파래미터와의 關係를 解明하기 위하여 制御對象이 1 ~ 3次系인 시스템에 대해서 具體的인 例를 든다.

第3章에서는 最小次元의 部分狀態觀測器에 대해 簡單히 言及한 後 第2章에서 設計된 PID 制御器의 入出力으로써 새로운 出力方程式을 세우고 이 出力方程式과 操作量으로 부터 最小次元의 部分觀測器를 體系的으로 構成하는 問題를 다룬다.

第4章에서는 第2章 및 第3章에서의 觀測器를 包含하는 制御器를 마이크로 콤퓨터를 利用하여 實現시키기 위하여 連續 PID 制御器를 標準形 디지탈 PID 制御器 또는 修正된 디지탈 PID 制御器의 알고리즘으로 制御器를 구성하고 觀測器도 離散形으로 構成한다.

第5章에서는 여러 制御對象에 대하여 피이드백 게인 및 評價函數의 最適値를 計算하고, 本 研究에서 提案하는 方法으로 構成된 最適피이드백 制御系統에 대해서 應答 시뮬레이션을 행하고, 그 妥當性을 檢討하기 위하여 2차게인 制御對象에 대하여 修定된 Ziegler-Nichols 方法에 의한 應答과 比較 檢討한다.

第6章에서는 以上과 같은 內容을 土臺로 하여 최적피이드백 制御를 위한 CAD(computer aided design)와 制御器 및 觀測器를 最近 急進的으로 發展하고 있는 마이크로 콤퓨터로써 實現시키는 實時間 制御(real time control)實驗 31)을 행하고 샘플링 時間 및 마이크로 콤퓨터의 演算時間과의 關係 등에 대해서 檢討한다.

第7章에서는 本 研究에서 提案하는 PID 制御器 파래미터 選定 및 觀測器 構成에 대한 檢討와 應答시뮬레이션 및 實時間 制御實驗 등에 대한 檢討와 考察을 하고, 第8章에서 結論을 내린다.

第2章 : 最適피이드백 制御系統

2-1 最適制御理論을 利用하기 위한 플란트의 모델화

本 硏究에서 이용한 制御對象으로는 식(2.1.1)과 같은 傳達函數 또는 식(2.1.2)와 같은 狀態方程式으로 表示되는 1入力 1出力의 (n-1)次의 시스템을 생각한다.

$$\frac{\rho(S)}{U(S)} = \frac{b}{S^{n-1}+a_1S^{n-2}+a_2S^{n-3}+\cdots+a_{n-1}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2.1.1)$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{\$}(t) &= A_o\$(t) + B_o u(t) \\ \rho(t) &= C_o\$(t) \\ \rho^o &= \text{reference value (目標値)} \end{aligned}\right\} \quad (2.1.2)$$

단, $A_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots\cdots\cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots\cdots\cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ -a_{n-1} & -a_{n-2} & -a_{n-3} & \cdots\cdots & -a_1 \end{bmatrix}$

$B_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b \end{bmatrix}$

$C_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$

어와의 關係를 규명하고 PID 제어기의 最適 퍼래미터를 選定하려면 우선 制御의 基準으로서 식(2.1.3)과 같은 評價函數를 이용하여야 한다.

$$I = \int_0^{\infty} \tfrac{1}{2}(x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t))dt \qquad (2.1.3)$$

단, x : 狀態벡타

u : 制御入力벡타

Q, R : 適當한 次元의 荷重係數行列로써 Q 는 positive semi-definite, R 은 positive definite

그런데 식(2.1.3)의 積分이 收斂하고 評價函數의 값이 存在하려면 다음의 條件을 滿足해야한다.

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = 0$$
$$\lim_{t\to\infty} u(t) = 0 \qquad (2.1.4)$$

그러나 식(2.1.2)와 같은 狀態方程式으로 表示되는 制御對象에 대하여 피이드백제어를 行하고 그 目標値를 ρ^o 라 하면 制御系가 安定할 때 狀態벡타 $ 의 第1要素 $\$_1$ 및 入力 u 는 다음과 같이 된다.

$$\lim_{t\to\infty} \$_1(t) = \lim_{t\to\infty} \rho(t) = \rho^o$$
$$\lim_{t\to\infty} u(t) = \frac{a_{n-1}}{b}\rho^o \qquad (2.1.5)$$

따라서 ρ^o 가 0이 아닌 以上 식(2.1.4)가 滿足되지 않는다.

또한 誤差의 積分이 狀態變數로 導入되지 않는 한 피이드백방식의 最適制御理論으로는 積分動作의 制御動作은 實現될 수 없다. 따라서 本 硏究에서는 최적제어이론을 PID 제어기에 의한 피이드백제어에 이용하기 위하여 狀態變數 x_i를 다음과 같이 새로이 定義한다.

$$\begin{aligned}
&\int(\rho^{o} - \rho)dt - x_{1s} = x_1(t) \\
&\dot{x}_1(t) = \rho^{o} - \rho = x_2(t) \qquad\qquad (2.1.6) \\
&\quad\vdots \\
&\dot{x}_n(t) = -a_{n-1}x_2(t) - a_{n-2}x_3(t) \cdots - a_1 x_n(t) + b\bar{u}(t)
\end{aligned}$$

단, $\bar{u}$: 새로이 定義된 制御入力($u_s - u$)

y_e : 새로이 定義된 出力($\rho^{o} - \rho$)

x_{1s} : ρ^{o}에 對應하는 x_1의 定常値

u_s : ρ^{o}에 對應하는 u의 定常値

이상과 같이 새로운 상태를 定義하면 오그멘트 상태방정식은(augmented state equation)은 式(2.1.7)과 같은 n x n 次元으로 된다.

$$\left.\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= Ax(t) + B\bar{u}(t) \\
y_e(t) &= C_e x(t)
\end{aligned}\right\} \qquad (2.1.7)$$

$$\text{단, } A = \begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & \cdots\cdots & 0 \\
\vdots & & & & & \vdots \\
0 & -a_{n-1} & -a_{n-2} & -a_{n-3} & \cdots & -a_1
\end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b \end{bmatrix}$$

$$C_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 \end{bmatrix}$$

다음에 評價函數는 식(2.1.8)과 같이 定義한다.

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q\ x(t) + r\bar{u}(t)^2)dt \qquad (2.1.8)$$

$$단,\ Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & q_n \end{bmatrix} \qquad (2.1.9)$$

: 荷重係數를 나타내는 準正値行列

$q_i \geq 0$

$r > 0$

2-2 最適피이드백 制御系統의 構成

피이드백 方式의 最適制御理論을 利用하여 最適피이드백 制御系統을 구성하기 위하여 식(2.1.7)의 상태방정식으로 表示되는 시스템에 대하여 식(2.1.8)의 評價函數를 最小로 되게하는 制御入力 즉, 最適制御入力 $\bar{u}^o(t)$를 Pontryagin 의 最大原理를 利用하여 求하면 식(2.2.1)과 같이 된다.

$$\bar{u}^o(t) = -\frac{1}{r}B^T Fx(t) \qquad (2.2.1)$$

여기서 F 는 식(2.2.2)와 같이 表示되는 Ricatti 行列方程式의 解行列로써 n x n 對稱 正値行列이다. 32-34)

$$FA + A^T F - FBr^{-1}B^T F + Q = 0 \qquad (2.2.2)$$

行列 F 의 ij 要素를 F_{ij} 라 하고 식(2.1.7)의 行列 B 를 식(2.2.1)에 代入하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned}\bar{u}^o(t) = & -(f_1 x_1(t) + f_2 x_2(t) + f_3 x_3(t)) \\ & -(f_4 x_4(t) + \ldots\ldots + f_n x_n(t)) \qquad (2.2.3)\end{aligned}$$

단, $f_1 = \frac{b}{r}F_{1n},\ f_2 = \frac{b}{r}F_{2n},\ \ldots\ldots\ f_n = \frac{b}{r}F_{nn}$

식(2.2.2)의 Ricatti 行列方程式에 대한 解析的인 解를 구하기는 일반적으로 困難하나 數値計算으로는 용이하게 구할 수 있다. 또한 플란트가 時不變이면 F_{ij} 도 시불변이므로 매번 계산할 필요

도 없다. 따라서 식(2.2.3)의 最適制御入力을 이용하여 용이하게 최적피이드백 제어계통을 구성할 수가 있으며 이를 블록선도로 表示하면 Fig.1 과 같이 된다.

식(2.2.3)의 右邊에 있어서 첫번째 括號部分은 피이드백제어계통에서 오래전부터 사용해 오던 PID 제어기로써 實現할 수 있으나 끝의 括號部分은 별도로 상태피이드백을 행하여야 한다. 만일 이때 狀態를 直接 관측할 수 없으면 Fig.2 와 같이 觀測器를 이용하여 상태추정치를 구하여야 하며 이에 대해서는 第3章에서 論하기로 한다.

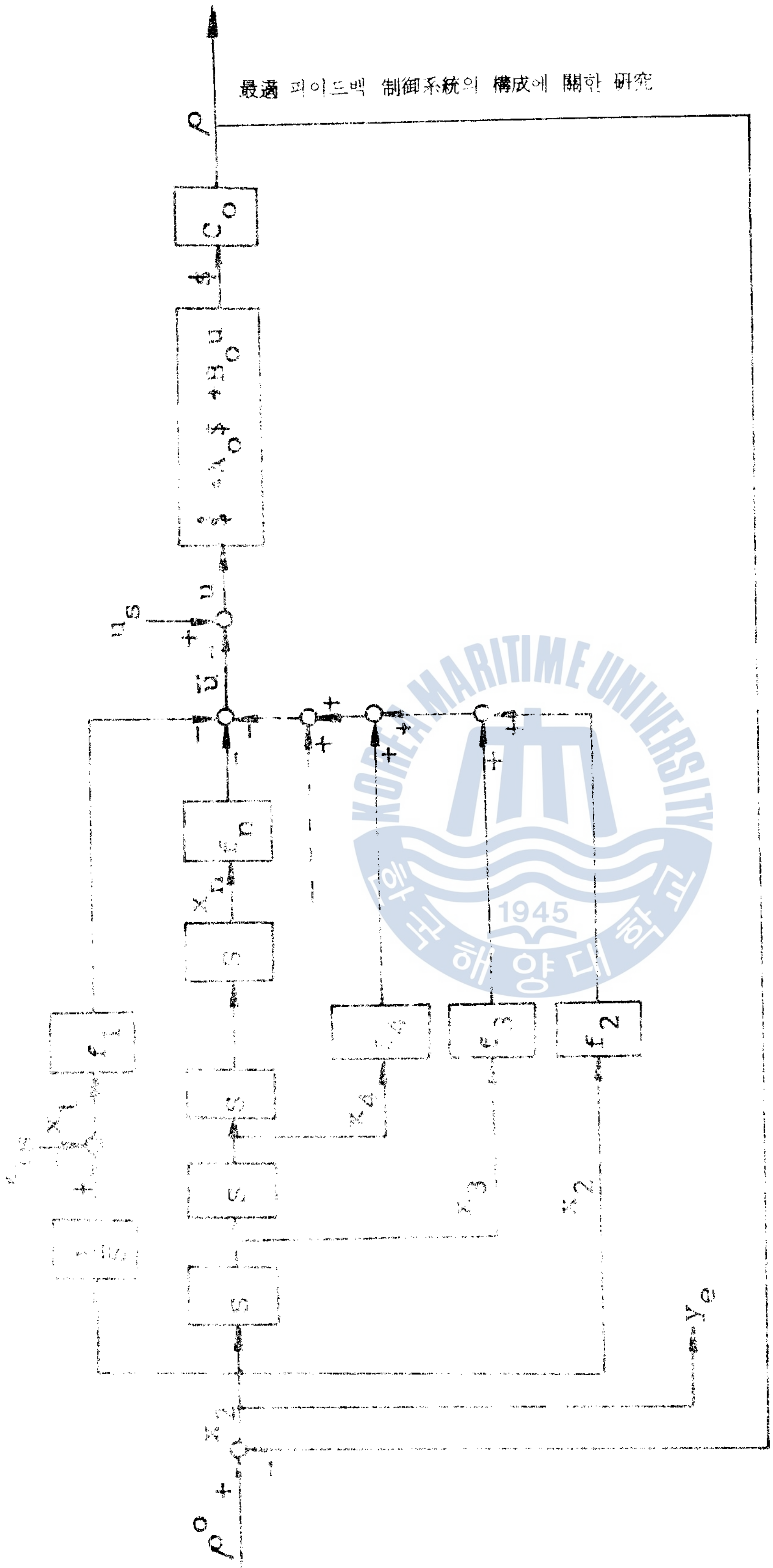


Fig. 1 Block diagram of (n-1)th order controlled system with optimal gains

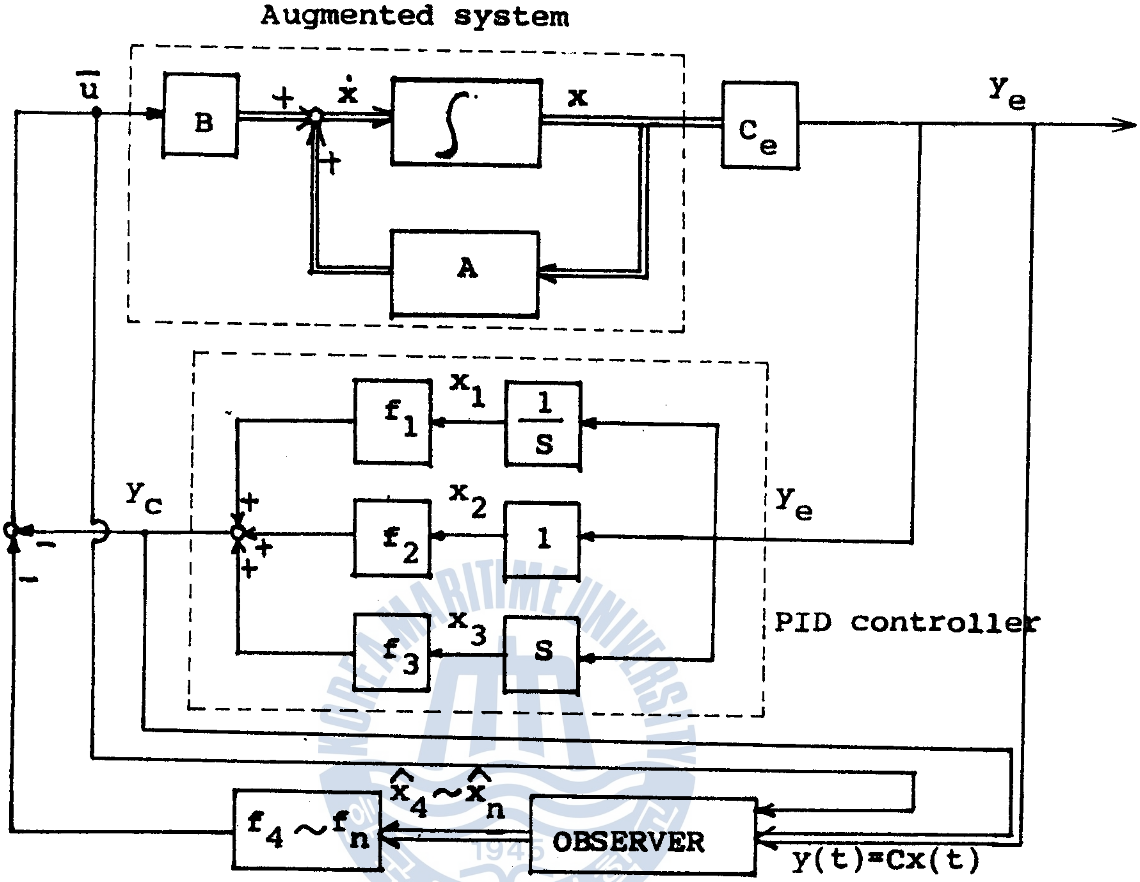


Fig.2 Block diagram of augmented system with optimal gains

2-3 PID 制御器의 파래미터 選定

2-2 절에서 最適制御入力의 일부는 PID 제어기로써 실현할 수 있다고 하였다. 이것을 이용하여 PID 制御器의 각 파라미터 즉 比例感度 Kp, 積分時間 Ti, 微分時間 Td 等의 최적치를 다음과 같이 選定할 수 있다.

$$K_p = \frac{b}{r} F_{2n}$$

$$T_i = F_{2n}/F_{1n} \qquad (2.3.1)$$

$$T_d = F_{3n}/F_{2n}$$

식(2.2.3)을 利用하여 制御器를 構成하면 Fig.1과 같이 된다.

다음에 制御對象이 1次 ~ 3次인 경우에 대해서 Ricatti 方程式을 具體的으로 푸는 방법과 PID 제어기의 파래미터의 값을 선정하는 방법에 대해서 說明하기로 한다.

1) 1次 시스템에의 適用.

制御對象이 1次인 시스템의 狀態方程式 및 出力方程式은 식(2.3.2)와 식(2.3.3)으로 주어진다.

$$\dot{\$}(t) = -a\$(t) + bu(t) \qquad (2.3.2)$$

$$\rho(t) = \$(t) \qquad (2.3.3)$$

ρ^o = reference value ; 目標値

이 시스템에 대한 식(2.1.7)의 오그멘트 상태방정식은

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u \qquad (2.3.4)$$

$$y_e(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) \end{bmatrix}^T \qquad (2.3.5)$$

으로 되고 最適制御入力은 식(2.3.6)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \bar{u}^o(t) &= -\frac{1}{r}B^T F x(t) \\ &= -\frac{b}{r}(F_{12}x_1(t)+F_{22}x_2(t)) \\ &= -(f_1 x_1(t) + f_2 x_2(t)) \\ &= -K_p(x_2(t) + \frac{1}{T_i}\int x_2(t)dt) \end{aligned} \qquad (2.3.6)$$

단, $f_1 = \frac{b}{r}F_{12}$, $f_2 = \frac{b}{r}F_{22}$

식(2.3.6) 中의 F_{ij} 는 식(2.3.7) 으로부터 解析的으로 簡單히 구할 수 있다. 이 식 中의 復號는 F 가 正値가 되도록 選擇하면 된다.

$$F_{12} = \pm\sqrt{rq_1}\,/b$$

$$F_{11} = \sqrt{q_1(a^2 r\,/b^2 + q_2 \pm 2\sqrt{rq_1}\,/b)}$$

$$F_{22} = -ar/\,b^2 \pm \sqrt{r(a^2 r\,/\,b^2 + q_2 \pm 2\sqrt{rq_1}\,/b)}\,/b$$

.... (2.3.7)

따라서 이 경우는 最適制御器가 PI 제어기로 되며 이 制御器의 파래미터 Kp 및 Ti의 最適値는 다음과 같이 決定된다.

$$K_p = \frac{b}{r} F_{22}$$
$$T_i = F_{22}/F_{12} \qquad (2.3.8)$$

2. 3.5 시스템에의 適用.

制御對象이 2次인 시스템의 狀態方程式 및 出力方程式은 식(2.3.9) 및 식(2.3.10)과 같이 表示된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1(t) \\ \dot{\xi}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u(t) \qquad (2.3.9)$$

$$\rho(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(t) & \xi_2(t) \end{bmatrix}^T \qquad (2.3.10)$$

ρ^o = reference value (目標値)

이 시스템에 대한 식(2.3.7)의 오그멘트 상태방정식은

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} \bar{u}(t) \qquad (2.3.11)$$

$$\rho(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) & x_3(t) \end{bmatrix}^T \qquad (2.3.12)$$

로 [illegible] 最適制御 [illegible] 다음과 같이 된다.

$$\bar{u}^o(t) = -\frac{1}{r} b^T P x(t)$$
$$= -\frac{b}{r} (P_{13} x_1(t) + P_{23} x_2(t) + P_{33} x_3(t))$$

$$= -(f_1x_1(t) + f_2x_2(t) + f_3x_3(t))$$

$$= -K_p(x_2(t)+\frac{1}{T_i}\int x_2(t)dt+T_d\dot{x}_2(t)) \qquad (2.3.13)$$

단, $f_1 = \frac{b}{r}F_{13}$, $f_2 = \frac{b}{r}F_{23}$, $f_3 = \frac{b}{r}F_{33}$

여기서도 1차 시스템의 경우와 같은 方法으로 行列 F 의 次元을 3 x 3 으로 하고 荷重係數行列 Q를 식(2.1.9)에서 3x3次元의 行列이 되도록 選定하여 이를 식(2.2.2)에 代入함으로써 F_{33} 에 관한 식(2.3.20)과 같은 4次의 代數方程式을 얻을 수 있다.

$$-\frac{b^2}{r}F_{13}^2 + q_1 = 0 \qquad (2.3.14)$$

$$F_{11} - a_2F_{13} - \frac{b^2}{r}F_{13}F_{23} = 0 \qquad (2.3.15)$$

$$F_{12} - a_1F_{13} - \frac{b^2}{r}F_{13}F_{33} = 0 \qquad (2.3.16)$$

$$2(F_{12} - a_2F_{23}) - \frac{b^2}{r}F_{23}^2 + q_2 = 0 \qquad (2.3.17)$$

$$F_{22} - a_1F_{23} + F_{13} - a_2F_{33} - \frac{b^2}{r}F_{23}F_{33} = 0 \qquad (2.3.18)$$

$$2(F_{23} - a_1F_{33}) - \frac{b^2}{r}F_{33}^2 + q_3 = 0 \qquad (2.3.19)$$

$$F_{33}^4 + K_3F_{33}^3 + K_2F_{33}^2 + K_1F_{33} + K_o = 0 \qquad (2.3.20)$$

단, $K_o = \frac{4r^3}{b^6}\left(\frac{q_3^2b^2}{4r} - a_2q_3 - q_2 \mp \frac{2a_1\sqrt{rq_1}}{b}\right)$

$$K_1 = \frac{4r^3}{b^6}\left(2a_1a_2 - \frac{a_1q_3b^2}{r} \mp \frac{2b\sqrt{rq_1}}{r}\right) \qquad (2.3.21)$$

$$K_2 = \frac{4r^2}{b^4}\left(a_1^2 + a_2 - \frac{q_3b^2}{2r}\right)$$

$$K_3 = \frac{4a_1r}{b^2}$$

여기서 식(2.3.20)의 4次 方程式을 풀어서 F_{ij} 를 求할 수도 있고, 달리 식(2.2.2)의 解行列 F 를 다른 方法으로도 구할 수 있다.[30~32] F_{ij} 가 구해지면 PID 제어기의 퍼래미터 값의 最適値는 다음과 같이 決定할 수 있다.

$$K_p = \frac{b}{r} F_{23}$$

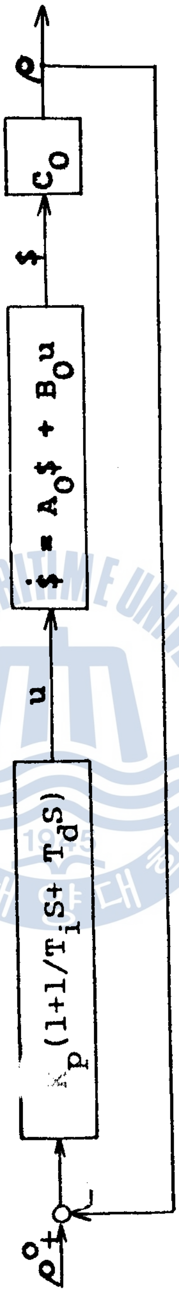
$$T_i = F_{23}/F_{13} \qquad (2.3.22)$$

$$T_d = F_{33}/F_{23}$$

식(2.3.13)과 같이 구하여진 最適制御入力을 이용하여 2次系에 대한 制御系를 構成하면 Fig.3과 같이 된다.

3) 3次 시스템에의 適用.

식(2.3.23) 및 식(2.3.24)로 주어지는 3次 시스템에 대해 擴張 適用한다.



(단, $K_p=f_2$, $T_i=f_2/f_1$, $T_d=f_3/f_2$)

Fig.3 Block diagram of 2nd order controlled system with optimal gains

$$\begin{bmatrix} \dot{\$}_1(t) \\ \dot{\$}_2(t) \\ \dot{\$}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \$_1(t) \\ \$_2(t) \\ \$_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} u(t) \qquad (2.3.23)$$

$$\rho(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \$_1(t) & \$_2(t) & \$_3(t) \end{bmatrix}^T \qquad (2.3.24)$$

ρ^{O}= reference value (目標値)

이 시스템에 식(2.1.6)과 같은 狀態를 適用하면 오그멘트 상태 방정식은

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b \end{bmatrix} \bar{u}(t) \qquad \cdots\cdots\cdots (2.3.25)$$

$$y_e(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) & x_3(t) & x_4(t) \end{bmatrix}^T \qquad \cdots\cdots\cdots (2.3.26)$$

으로 되고 最適制御入力 $\bar{u}^{o}(t)$는 식(2.3.27)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \bar{u}^{O}(t) &= -\frac{1}{r}B^T F x(t) \\ &= -\frac{b}{r}(F_{14}x_1(t)+F_{24}x_2(t)+F_{34}x_3(t)+F_{44}x_4(t)) \\ &= -(f_1x_1(t)+f_2x_2(t)+f_3x_3(t)+f_4x_4(t)) \\ &= -K_p(x_2(t)+\frac{1}{T_i}\int x_2(t)dt+T_d\dot{x}_2(t))-f_4x_4(t) \qquad (2.3.27) \end{aligned}$$

단, $f_1 = \frac{b}{r}F_{14}$, $f_2 = \frac{b}{r}F_{24}$, $f_3 = \frac{b}{r}F_{34}$, $f_4 = \frac{b}{r}F_{44}$

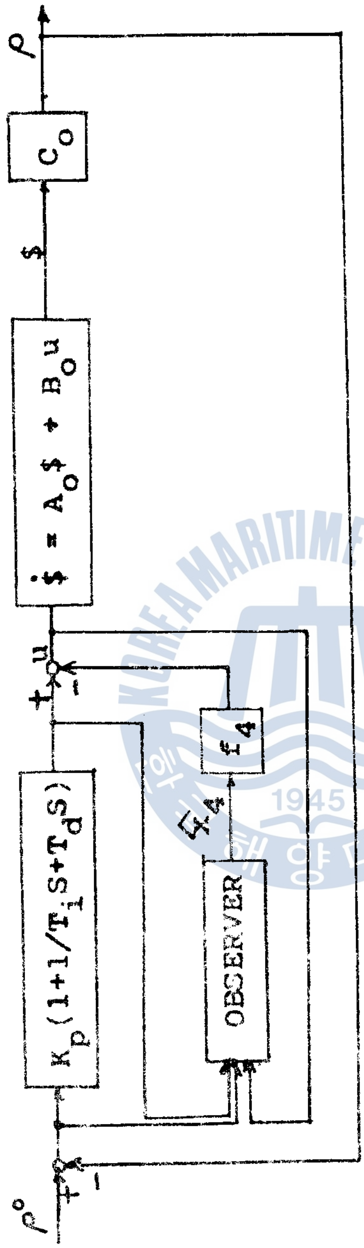
식(2.3.27)에서 右邊의 첫項은 PID動作을 意味하고 있으며, 끝項은 狀態 x_4의 피이드백을 意味하고 있다. 여기서 狀態 x_4를 피이드백 시키기 위해서는 일반적으로 觀測器가 必要하다. 또 식(2.3.27) 中의 解行列 F 는 1次 및 2次 시스템의 경우와 같이 解析的으로 구해 질 수 없고 디지탈 計算機에 의해 구할 수 밖에 없다. F_{ij} 가 구해지면 PID 제어기의 파래미터 값의 最適値는 다음식에서 決定된다.

$$K_p = \frac{b}{r} F_{24}$$

$$T_i = F_{24}/F_{14} \qquad (2.3.28)$$

$$T_d = F_{34}/F_{24}$$

식(3.2.7)과 같이 구하여진 最適制御入力을 이용하여 3次시스템에 대한 制御系를 構成하면 Fig.4와 같이 되고, Fig.4에서의 狀態 x_4는 앞에서도 말한 바와 같이 일반적으로 觀測器에 의해 얻어질 수 있다.



(단. $K_p = f_2$, $T_i = f_2/f_1$, $T_d = f_3/f_2$)

Fig. 4 Block diagram of 3rd order controlled system with optimal gains

第3章 : 最適피이드백 制御를 위한 狀態觀測器의 設計

2-2節에서 言及한 바와 같이 最適制御理論을 利用하여 最適피이드백 制御를 行하려면 全 狀態의 피이드백이 要求 된다. 그러나 일반적으로는 狀態 全部가 모두 觀測되는 것은 아니다. 따라서 制御對象이 3次系 以上으로 되면 PID動作 以外에 $x_4 \sim x_n$상태의 피이드백을 行하기 위하여 이들 變量의 推定이 要求되며 이를 爲해서는 觀測器가 必要하다.

本 章에서는 일반적인 最小次元의 觀測器의 設計法 35-37)을 利用하여 PID제어기의 入出力 및 制御對象의 測定可能한 出力 等으로 부터 새로운 出力方程式을 세우고, 이 出力方程式과 制御入力 u로 부터 效率的인 部分狀態觀測器를 構成하는 方法을 提示한다.

3-1 部分狀態觀測器의 設計

2-1 節에서 誘導한 狀態方程式 식(2.1.7)에서 觀測할 수 있는 出力 y_e 는 狀態 x_2 즉, 피이드백 制御系統의 制御誤差 만으로 되어 있다.

그러나 PID 제어기를 이용하여 피이드백 제어를 行할 경우 PID 제어기의 出力 y_c 는 觀測이 可能한 것이며, 이것은 상태 x_1, x_2, x_3 의 線形結合으로 되어 있다. 따라서 y_e 와 y_c 로 부터 두개의 상태는 計算 또는 推定이 可能하므로 나머지 $x_4 \sim x_n$ 의 상태 推定을 爲한 部分狀態觀測器만을 設計하면 된다.

本 節에서는 y_e 및 y_c 가 正確하게 觀測되는 것으로 假定하고

와 같이 되고, 여기서 $\overline{X}_1$ 은 y와 같게 된다. 식(3.1.6)을 이용하여 식(3.1.4)에서 $\overline{X}_2$ 에 대한 식만을 拔萃하여 쓰면 식(3.1.7)과 같이 되고 $\overline{X}_2$ 에 대해 觀測器를 構成하면 식(3.1.8)과 같이 된다.

$$\dot{\overline{X}}_2(t) = \overline{A}_{22}\overline{X}_2(t) + \overline{A}_{21}y(t) + \overline{B}_2\overline{u}(t) \qquad (3.1.7)$$

단, $\overline{X}_2(0) \doteq \overline{X}_{20} = \left[0 \,\vdots\, I_{n-2} \right] T_1^{-1} x_0$

$$\dot{w}(t) = \overline{A}_{22}w(t) + \overline{A}_{21}y(t) + \overline{B}_2\overline{u}(t) \qquad (3.1.8)$$

단, $w(0) = 0$

다음에 觀測器의 誤差 $\overline{e}(t)$ 를

$$\overline{e}(t) = \overline{X}_2(t) - w(t) \qquad (3.1.9)$$

라고 하면

$$\dot{\overline{e}}(t) = \overline{A}_{22}\overline{e}(t) \quad , \quad \overline{e}(0) = \overline{X}_{20} \qquad (3.1.10)$$

으로 되고 Fig. 2 의 피이드백 制御系統이 安定하면 $\overline{A}_{22}$ 의 固有値도 모두 負의 값을 가지게 되고 $\overline{e}(t)$ 는 0에 收斂하게 되나 상태피이드백 $\overline{X}_2$ 대신에 w 를 이용하였을 경우 系(system)가 安定될 때 까지는 誤差 $\overline{e}(t)$ 의 影響을 받게 된다. 따라서 $\overline{A}_{22}$ 의 固有値는 모두 負의 값을 가질 뿐만 아니라 그 絶對値는 可能한한 큰 것이 좋다. 이러한 目的으로 x(t)를 다시 다음과 같이 正則變換을 한다.

$$\tilde{x}(t) = T_2\overline{x}(t) \qquad (3.1.11)$$

단, $T_2 = \begin{bmatrix} I_2 & 0 \\ H & I_{n-2} \end{bmatrix}$

여기서 H 는 (n-2) x 2 次元의 行列로써 식(3.1.12)와 같이 둘 수 있다.

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \\ \vdots & \vdots \\ h_{n-2,1} & h_{n-2,2} \end{bmatrix} \qquad (3.1.12)$$

식(3.1.11) 을 식(3.1.4)에 代入하여 定理하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{X}}_1(t) \\ \dot{\tilde{X}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X}_1(t) \\ \tilde{X}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \end{bmatrix} \bar{u}(t) \qquad (3.1.13)$$

$$\text{단}, \tilde{A}_{11} = \bar{A}_{11} - \bar{A}_{12}H \qquad (3.1.13\text{-a})$$

$$= \begin{bmatrix} -h_{11}f_2-h_{21}f_3 & f_1-h_{12}f_2-h_{22}f_3 \\ -h_{11} & -h_{12} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}_{12} = \bar{A}_{12} \qquad (3.1.13\text{-b})$$

$$\tilde{A}_{21} = \bar{A}_{21} + H\bar{A}_{11} \quad \bar{A}_{22}H - H\bar{A}_{12}H \qquad (3.1.13\text{-c})$$

$$= \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} \\ \vdots & \vdots \\ \tilde{a}_{n-2,1} & \tilde{a}_{n-2,2} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{a}_{i1} = -h_{i+1,1} - h_{11}h_{i2} - h_{11}h_{i1}f_2 - h_{21}h_{i1}f_3$$

$$\tilde{a}_{i2} = -h_{i+1,2} - h_{12}h_{i2} + h_{i1}f_1 - h_{12}h_{i1}f_2 - h_{22}h_{i1}f_3$$

$$(i = 1,2, \ldots\ldots\ldots n-3)$$

식(2.1.7)로 表示되는 시스템에 대해 식(3.1.1)과 같이 出力方程式을 새로이 세워 이것과 制御入力 $\bar{u}$ 를 利用하여 部分狀態觀測器를 설계하는 方法을 提示한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\bar{u}(t) \tag{2.1.7}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_c(t) \\ y_e(t) \end{bmatrix} = Cx(t), \quad x(0) = 0 \tag{3.1.1}$$

$$\text{단, } C = \begin{bmatrix} f^T \\ C_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

우선 n x n 次元의 行列 T_1 을 이용하여 狀態變數 x(t)에 대하여 다음과 같은 正則變換을 行한다.

$$\bar{x}(t) = T_1 x(t) \tag{3.1.2}$$

$$\text{단, } T_1 = \left[\begin{array}{c:c} \multicolumn{2}{c}{C} \\ \hdashline 0 & I_{n-2} \end{array}\right]$$

$$\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}\bar{u}(t) \tag{3.1.3}$$

$$y(t) = \bar{C}\bar{x}(t) \tag{3.1.4}$$

$$\begin{aligned} \bar{A} &= T_1 A T_1^{-1} \\ \bar{B} &= T_1 B \\ \bar{C} &= C T_1^{-1} \end{aligned} \tag{3.1.5}$$

식(3.1.5)에 對應하여 $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$ 를 다음과 같이 分割하여 表現하면

$$\bar{A} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c:c} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \hdashline \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{l} ;2 \\ ;(n-2) \end{array} \tag{3.1.6-a}$$

단, $\bar{A}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & f_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\bar{A}_{12} = \begin{bmatrix} f_2 & f_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & -a_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots\cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ -a_{n-2} & -a_{n-3} & -a_{n-4} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \cdots\cdots \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} ;2 \\ \\ ;(n-2) \end{array} \qquad (3.1.6\text{-b})$$

단 , $\bar{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\bar{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ b \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} I_2 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \qquad (3.1.6\text{-c})$$

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} \bar{X}_1(t) \\ \bar{X}_2(t) \end{bmatrix} \begin{array}{l} ;\ 2 \\ ;\ (n-2) \end{array} \qquad (3.1.6\text{-d})$$

$$\tilde{a}_{n-2,1}=(h_{11}a_{n-2}+h_{21}a_{n-3}+\cdots+h_{n-2,1}a_1)$$
$$-h_{11}h_{n-2,2}-h_{11}h_{n-2,1}f_2-h_{21}h_{n-2,1}f_3$$
$$\tilde{a}_{n-2,2}=-a_{n-1}+(h_{12}a_{n-2}+h_{22}a_{n-3}+\cdots+h_{n-2,1}a_1)$$
$$-h_{12}h_{n-2,2}+h_{n-2,1}f_1-h_{12}h_{n-2,1}f_2$$
$$-h_{22}h_{n-2,1}f_3$$

$$\tilde{A}_{22}=\bar{A}_{22}+H\bar{A}_{12} \tag{3.1.13-d}$$
$$=\begin{bmatrix} h_{11}f_2+h_{12} & 1+h_{11}f_3 & 0 & \cdots & 0 \\ h_{21}f_2+h_{22} & h_{21}f_3 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{n-2}+h_{n-2,1}f_2+h_{n-2,2} & -a_{n-3}+h_{n-2,1}f_3 & -a_{n-4} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_1=\bar{B}_1 \tag{3.1.13-e}$$
$$\tilde{B}_2=\bar{B}_2+H\bar{B}_1=\bar{B}_2 \tag{3.1.13-f}$$

또한,

$$\tilde{x}_1(t) = y(t)$$

$$\dot{\tilde{x}}_2(t) = \tilde{A}_{22}\tilde{x}_2(t) + \tilde{A}_{21}y(t) + \tilde{B}_2\bar{u}(t) \tag{3.1.14}$$

단, $\tilde{x}_2(0) = Ex_o$

$$E = \left[0_{(n-2)x2} \vdots I_{n-2}\right]\begin{bmatrix} C \\ HC+D \end{bmatrix}^{-1}$$

$$D = \left[0 \vdots I_{n-2}\right]$$

식(3.1.14)에서 $\tilde{A}_{22}$는 $\bar{A}_{22} + H\bar{A}_{12}$ 이며 원래(C A)는 可觀測(observability)이므로 (C A) 및 $(\bar{A}_{21}\ \bar{A}_{22})$ 도 可觀測이 되어 H를 적절히 選定하므로써 $\tilde{A}_{22}$ 가 임의의 固有値를 갖도록 할 수 있다. 따라서 $\tilde{x}_2(t)$ 에 대한 n-2 차의 상태관측기를 다음과 같이 構成할 수 있다.

$$\dot{w}(t) = \tilde{A}_{22}w(t) + \tilde{A}_{21}y(t) + \tilde{B}_2\bar{u}(t) \tag{3.1.15}$$

단 , $w(0) = 0$

식(3.1.15)로 부터 w 가 計算 되면 x (t) 의 推定値 $\hat{x}(t)$ 는 다음식으로 부터 계산할 수 있다.

$$\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} C \\ HC+D \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} y(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \tag{3.1.16}$$

이와 같이 構成된 觀測器와 最適피이드백 制御系統을 블록線圖로 表示하면 Fig. 5 와 같이 된다.

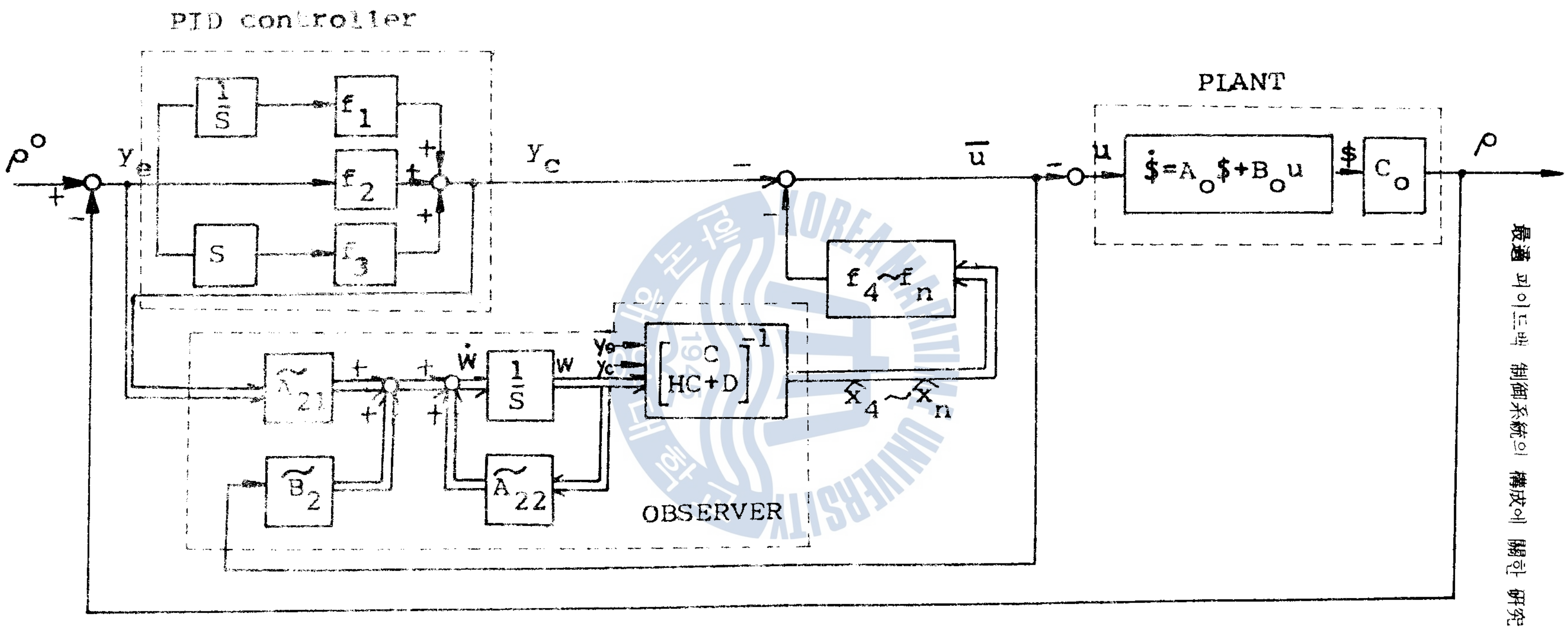


Fig. 5 Block diagram of (n-1)th order controlled system consist of PID controller and state feedback using reduced order observer

3-2 行列 H의 選定法

3-1절에서 최적피이드백 制御를 行하기 爲하여 要求되는 部分狀態觀測器의 設計法에 대해서 論할 때에 出力 $y(t)$는 測定誤差 없이 正確하게 觀測되는 것으로 假定하였다. $y(t)$에 測定雜音이 隨伴될 경우에는 칼만필터(Kalman Filter)등의 최적필터를 이용하여 未知의 狀態變數에 대한 推定을 行하여야 하나 칼만필터를 이용하려면 測定雜音의 統計的 性質을 完全히 알아야 한다. 그러나 本 研究에서의 出力 $y(t)$中 第2性分 $y_e(t)$는 制御誤差로써 比交的 正確하게 觀測되나 第1性分 $y_c(t)$는 PID제어기의 出力으로써 여기에는 近似的인 微分動作에 의해서 發生되는 誤差가 隨伴되어 있기 때문에 이의 統計的 性質을 正確하게 把握할 수가 없다. 따라서 本 연구에 있어서의 상태추정에는 最適필터의 使用이 困難하여 觀測器를 使用하기로 하고, 本 節에서는 行列 H의 選定法과 出力에 隨伴되는 測定雜音이 觀測器의 推定誤差에 미치는 影響에 대해서 檢討 해보기로 한다.

우선 식(3.2.1)과 같이 測定雜音을 $v(t)$라 하자.

$$
\begin{aligned}
y(t) &= Cx(t) + v(t) \\
&= \overline{X_1}(t) + v(t) \qquad (3.2.1)
\end{aligned}
$$

$v(t)$: 2次의 測定雜音 벡터

이때 식(3.1.14)의 $y(t)$는 $\overline{X}_1(t)$로 代置되어야 하므로 식(3.2.2)로 表示되는 觀測器의 推定誤差 $\tilde{e}(t)$는 식(3.2.3)의 微分方程式을 滿足한다.

$$\tilde{e}(t) = \tilde{X}_2(t) - w(t) \qquad (3.2.2)$$

$$\frac{d\tilde{e}(t)}{dt} = \tilde{A}_{22}\tilde{e}(t) - \tilde{A}_{21}v(t) \qquad (3.2.3)$$

단, $\tilde{e}(0) = \tilde{X}_2(0)$

따라서 $e(t)$는

$$\tilde{e}(t) = e^{\tilde{A}_{22}t}\,\tilde{X}_2(0) - \int_0^t e^{\tilde{A}_{22}(t-\tau)}\,\tilde{A}_{21}v(\tau)d\tau \qquad \ldots\ldots(3.2.4)$$

와 같이 되고 식(3.2.4)의 右邊의 第一項은 觀測器 固有의 誤差이며 第二項은 PID 제어기의 不正確性 즉 微分動作의 不正確性에 起因되는 誤差로써 主로 過渡狀態에서만 發生하므로 定常狀態에서 $v(t)$는 0으로 되어 有限제로(zero)整定雜音이라 볼 수 있다.

$$v(t) = 0 \quad , \quad t \geq t_1 \quad : t_1 ;\ 유한$$

$$\int_0^{t_1} v(t)dt = N_o \quad : \quad 유한$$

따라서 식(3.1.13-d)의 $\tilde{A}_{22}$의 固有値가 負의 充分히 큰 값을 갖는다면 식(3.2.4)에서 알 수 있듯이 $\tilde{e}(t)$는 매우 빨리 消滅되어 $v(t)$가 觀測器의 推定 精度에 미치는 影響은 거의 無視할 수 있을 것이므로 觀測器의 推定誤差를 줄이는 방법으로는 行列 H를 적절히 選定하여 $\tilde{A}_{22}$의 固有値를 가능한한 큰 負의 값이 되도록 하는 수 밖에 없다. 行列 H가 $\tilde{A}_{22}$의 固有値에 미치는 影響을 식(3.1.14)로 부터 일반적으로 考察하기는 困難하나 H의 要素 h_{ij}의 수는 $2x(n-2)$개이고 $\tilde{A}_{22}$의 固有値의 수는 n-2개로서 두배의

自由度가 있기 때문에 $\widetilde{A}_{22}$ 의 固有値가 주어지면 이에 相應하는 H 의 각 要素 h_{ij} 은 용의하게 計算할 수가 있다. 다음에 오그멘트시스템이 n차인 경우에 대해서 H의 각 요소의 값을 決定하는 具體的인 方法에 대해서 說明하기로 한다.

$\widetilde{A}_{22}$ 의 固有値가 -p의 n重根을 갖도록 觀測器를 設計하기 위하여 먼저 2x(n-2)개의 h_{ij}의 요소 중에서 h_{i1} 의 全 要素를 0으로 選定하면 식(3.1.13-d)는 다음과 같이된다.

$$\widetilde{A}_{22} = \begin{bmatrix} h_{12} & 1 & 0 \cdots\cdot & 0 \\ h_{22} & 0 & 1 & \vdots \\ h_{32} & 0 & 0 & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ -a_{n-2}+h_{n-2,2} & -a_{n-3} & -a_{n-4} & \cdots -a_1 \end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots \quad (3.2.5)$$

식(3.2.5)의 固有方程式은

$$\det(\lambda I_{n-2}-\widetilde{A}_{22})$$
$$= \begin{vmatrix} \lambda-h_{12} & -1 & 0 & \cdots\cdots 0 \\ -h_{22} & \lambda & -1 & \vdots \\ -h_{32} & 0 & \lambda & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n-2}-h_{n-2,2} & a_{n-3} & a_{n-4} \cdots & \lambda+a_1 \end{vmatrix}$$
$$= 0 \qquad (3.2.6)$$

와 같이 되고 $\widetilde{A}_{22}$ 의 固有値가 -p의 n重根을 갖기 위해서는

이의 固有多項式은 다음과 같은 形式으로 表現되어야 한다.

$$(\lambda+p)^m = \lambda^m + {}_mC_1 p\lambda^{m-1} + {}_mC_2 p^2\lambda^{m-2} + \cdots\cdots + {}_mC_{m-1}p^{m-1}\lambda + p^m \qquad (3.2.7)$$

단, C는 組合(combination) 표시 기호 , $m = n-2$

따라서 식(3.2.6)과 식(3.2.7)의 각 係數를 比較함으로써 h_{i2}의 各 要素를 求할 수 있으며 結局 h_{ij} 는 식(3.2.8)과 같이 表現 된다.

$$h_{ij} = \begin{cases} 0 & ;(j=1) \\ a_i - {}_nC_i p^i - \sum_{k=1}^{i-1} a_k h_{i-k,2} & ;(j=2) \end{cases} \qquad (3.2.8)$$

단, $i = 1 \sim n-2$, $h_{02} = 0$

第4章 : 디지탈 制御器의 構成

半導體 産業의 急進的인 發達에 힘입어 低廉하면서도 精度 높은 마이크로 콤퓨터가 널리 普及 되었고, 이 小型 마이크로 콤퓨터는 각 産業分野에서 없어서는 안될 重要한 位置를 구축하게 되었다. 그 應用分野 中에서 計測 및 制御分野에서는 實時間 制御器 38-43)와 모니터(Real time controller and moniter) 및 CAD 44~45) 用으로 大別할 수 있다.

第2章에서 提案한 方法에 의해 設計된 PID制御器의 實現을 위해서는 連續 PID제어기를 이용하는 方法도 있겠으나, 앞에서 言及한 마이크로 콤퓨터로써 이를 實現시키기 위해서는 이 연속 PID 제어기를 離散化한 디지탈 PID 制御器 46-50)의 알고리즘을 이용하여야 한다.

그러므로 本 章에서는 연속 PID제어기를 離散化하고 이것으로 부터 標準形 디지탈 PID制御器(Standard digital PID controller)와 修定된 디지탈 PID制御器(Modified digital PID controller)의 알고리즘을 구성하는 方法에 대해 說明한다.

다음 第3章에서 言及한 最小次元의 觀測器의 設計方法을 離散形으로 表示하고, 이 離散形으로 表示된 알고리즘에 의해 설계된 디지탈 觀測器와 앞에서 說明한 디지탈 PID制御器를 結合하여 디지탈 制御器를 構成하는 方法을 提示한다.

4-1 標準形 디지탈 PID制御器 46,47)

連續 PID制御器는 식(4.1.1)로 表示되고,

$$y_c(t) = K_p\left(y_e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t y_e(\tau)d\tau + T_d\frac{d}{dt}y_e(t)\right) \quad (4.1.1)$$

단, Kp : 比例動作 利得

Ti : 積分時間

Td : 微分時間

이 連續 PID制御器에 대하여 微分은 Backward difference를 積分은 Trapezoidal integration 을 이용하여 離散化한 경우의 디지탈 PID 制御器의 出力은 식(4.1.2)와 같이된다.

$$y_c(k) = y_c(k-1) + K_p(g_1 y_e(k) + g_2 y_e(k-1) + g_3 y_e(k-2)) \quad \cdots\cdots \quad (4.1.2)$$

$$\text{단, } g_1 = 1 + \frac{T}{T_i} + \frac{T_d}{T}$$

$$g_2 = -\left(1 - \frac{T}{2T_i} + \frac{2T_d}{T}\right) \quad (4.1.3)$$

$$g_3 = \frac{T_d}{T}$$

이때 샘플링 周期 T는 充分히 작은 값을 갖는 것을 한다

이와 같이 離散化한 디지탈 PID制御器의 블록선도는 Fig.6과 같이 表示할 수 있으며, 傳達函數는 식(4.1.4)와 같다.

$$G_{PID}(Z) = \frac{Y_c(Z)}{Y_e(Z)} = K_p\left(\frac{g_1 Z^2 + g_2 Z + g_3}{Z(Z-1)}\right) \quad (4.1.4)$$

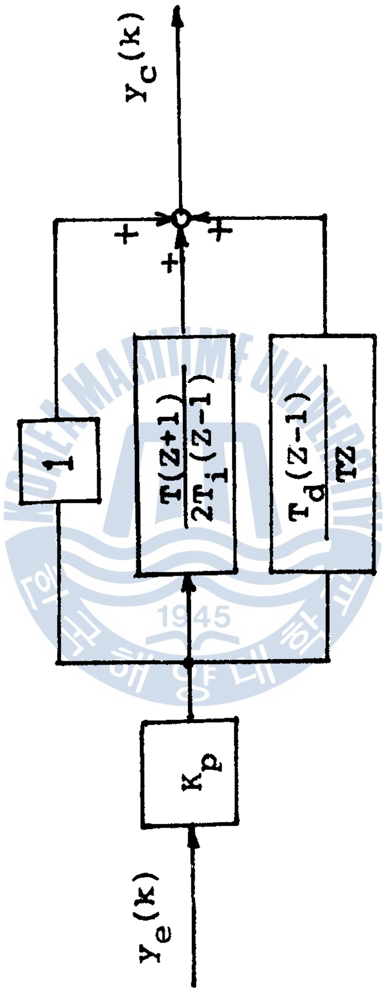


Fig.6 Block diagram of standard digital PID controller

4-2 修正된 디지탈 PID制御器 48)

식(4.1.1)로 表示되는 連續 PID制御器에 대해 微分은 Backward difference를 積分은 rectangular integration 을 이용하여 이산화한 경우의 디지탈 PID制御器의 出力은 식(4.2.1)과 같은 反復形으로 表示할 수 있다.

$$y_c(k) = y_c(k-1)+K_p\Big(y_e(k)-y_e(k-1)+\frac{T}{T_i}y_e(k-1) + \frac{T_d}{T}\big(y_e(k)-2y_e(k-1)+y_e(k-2)\big)\Big) \qquad (4.2.1)$$

식(4.2.1)로 表示되는 디지탈 PID制御器의 알고리즘은 基準入力이 급작스럽게 變化할 경우 瞬間的으로 큰 값이 出力됨으로 이의 影響을 減衰시키기 위해서는 階段上의 入力變化를 微分項에서 除外시켜 식(4.2.2)와 같은 修正된 디지탈 PID制御器의 알고리즘를 使用하기도 한다.

$$\begin{aligned} y_c(k) &= y_c(k-1)+K_p\Big(y_e(k)-y_e(k-1)+\frac{T}{T_i}y_e(k-1) + \frac{T_d}{T}\big(-\rho(k)+2\rho(k-1)-\rho(k-2)\big)\Big) \\ &= y_c(k-1)+g_1'y_e(k)+g_2'y_e(k-1)+g_3'\big(-\rho(k) + 2\rho(k-1)-\rho(k-2)\big) \end{aligned} \qquad (4.2.2)$$

여기서, $\rho(k) = \rho^o - y_e(k)$ (4.2.3)

ρ^o : reference input

$\rho(k)$: 플란트의 出力

단, $g_1' = K_p$

$$g_2' = K_p\left(\frac{T}{T_i} - 1\right) \tag{4.2.4}$$

$$g_3' = K_p\frac{T_d}{T}$$

4·3 觀測器를 利用한 디지탈 制御器의 構成

마이크로 컴퓨터를 이용하여 디지탈 觀測器를 構成하기 위하여 식(3.1.15)의 觀測器의 狀態方程式을 4·1節에서 言及된 샘플링 周期 T로써 이산화하고, 이 $\widetilde{A}_{22}$, $\widetilde{A}_{21}$, $\widetilde{B}_2$ 에 對應하는 係數行列을 A', C', B' 라 하면 식(4.3.1)과 같은 觀測狀態에 대한 差分方程式을 얻을 수 있다

$$w(k) = A'w(k-1)+B'\bar{u}(k-1)+C'y(k-1),\ w(0)=0 \quad (4.3.1)$$

이때 狀態推定値 $\hat{x}(k)$는 다음과 같이 表示된다.

$$\hat{x}(k) = \begin{bmatrix} C \\ HC+D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y(k) \\ w(k) \end{bmatrix} \quad (4.3.2)$$

식(4.3.2)에서 推定된 상태 $\hat{x}_1$, $\hat{x}_2$, $\hat{x}_3$ [illegible] PID 제어기로써 實現되었고, 나머지 狀態 $\hat{x}_4 \sim \hat{x}_n$ 을 피이드백 시켜야 한다.

그러므로 4·2節에서 設計된 디지탈 PID制御器의 出力과 本 節에서 推定한 상태의 피이드백에 의한 最適操作量 $\bar{u}^o(k)$는 식(4.3.3)과 같이 表示된다.

$$\bar{u}^o(k) = -u_c(k) - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & f_4 & \cdots & f_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 & \hat{x}_2 & \cdots & \hat{x}_n \end{bmatrix}^T \quad (4.3.3)$$

第5章 : 數値計算 및 應答 시뮬레이션

本 章에서는 第2章에서 提案한 PID制御器의 파라미터의 選定과 最適피이드백 制御系統의 구성 및 第3章에서 提示한 最小次元의 狀態觀測器의 設計 등의 妥當性을 檢討하기 위하여 例題로서 制御對象이 Table 1 에 표시되어 있는 4개의 플란트을 選定하고 이들 플란트에 대하여 피이드백게인 및 評價函數의 最適値를 계산하고, 디지탈 計算機를 利用하여 最適피이드백 制御系統에 대한 應答 시뮬레이션을 行한다. 그리고 system 2에 대해서는 修定된 Ziegler -Nichols 方法에 의한 PID제어기를 설계하고 應答 시뮬레이션을 行하고, 또한 system 4에 대해서는 部分狀態觀測器를 설계하여 최적피이드백 制御系統을 구성하고 應答 시뮬레이션도 行하기로 한다.

Table 1 Model system used in the simulation

order (n-1)	parameter				name	remark
	a_1	a_2	a_3	b		
2	-3.0	2.0	0.0	1.0	system 1	eq.(2.1.1)
	0.2	1.0	0.0	1.0	system 2	
	0.5	0.0	0.0	1.0	system 3	
3	2.2	1.4	2.0	1.0	system 4	

5-1 피이드백 게인 및 評價函數의 最適値計算

식(2.2.2)의 Riccati 方程式의 解行列 F 는 1차, 2차시스템에 대해서는 식(2.3.7), 식(2.3.14), 식(2.2.20)에서 解析的으로 구할 수 있으나 3차 이상의 시스템에 대해서는 그렇지 못하다. 그러므로 本 節에서는 BRYSON-HO에 의한 Sweep method를 이용하여 數値計算으로써 Riccati 방정식의 해를 구하기로 하고 이 방법에 의해 구하여진 定常狀態의 F 의 값으로 부터 최적 게인을 구한다. 이 수치계산에 이용된 프로그램의 플로우차트는 Fig 7과 같다.

예로서 system 1, system 2, system 3에 대해 入力에 대한 荷重係數 r을 0.1로 고정하고 상태 x_i 에 대한 荷重行列 Q의 식(2.2.6)의 대각요소 q_1, q_2, q_3을 변화시킬 때의 최적게인과 평가함수의 값을 계산한 結果는 Table 2～Table 4과 같다.

Table 5는 system 2에 대해서 수정된 Ziegler-Nichols 方法에 의하여 제어기를 설계한 경우의 각 파라미터의 값, 2乘誤差面積 및 2次形式의 평가함수의 값을 表示하고 있다. 이 設計法에서 著者는 1단계, 2단계는 이 方法 그대로를 따랐으나 3단계의 Kp의 再調定에서는 1/4 decay ratio에 의한 방법을 따르지 않고 2乘誤差面積이 最小가 되도록 Kp를 選定하였다.

그리고 system 1에 대해서는 荷重係數 r을 0.1로 固定하고 荷重行列 Q의 要素 q_1, q_2, q_3, q_4를 變化시킬 때의 최적게인과 평가함수의 값은 Table 6와 같다. 또 최적게인 f_1 ～ f_4 중에서 f_4

를 0으로 했을 때(상태 $x_4(t)$를 피이드백 시키지 않은 경우)의 평가함수 값은 Table 7에 表示하고 있다.

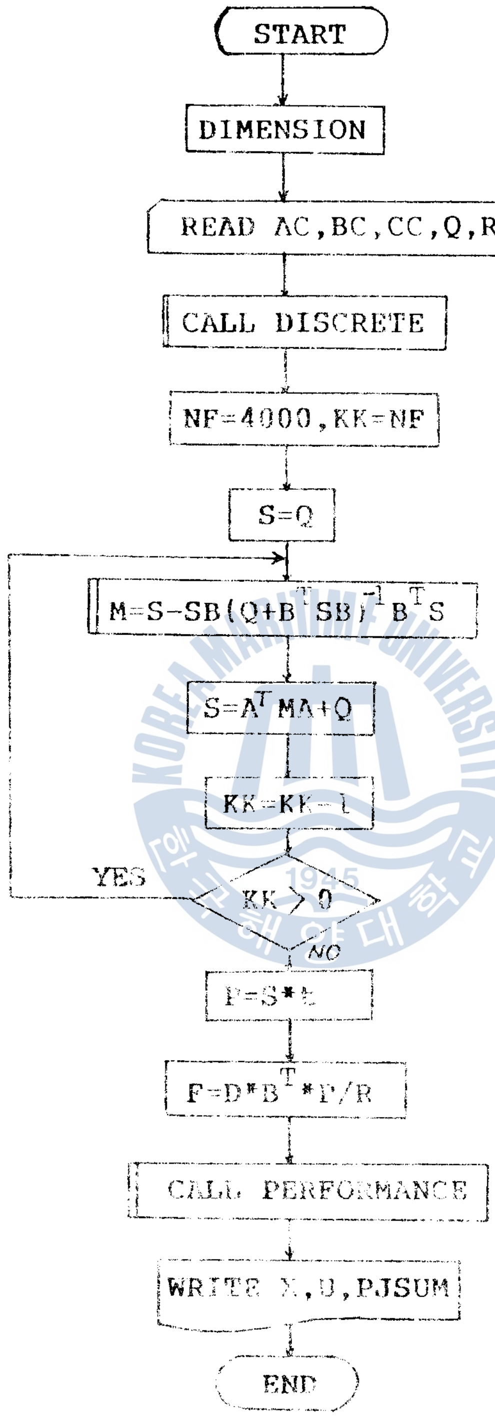


Fig.7 Flow chart used to solve the matrix Riccati equation

Table 2 Values of optimal gain f1, f2, f3 and cost function J of system 1

system 1; a_1=-3, a_2=2., r=0.1, unstable						
q_1	q_2	q_3	f_1	f_2	f_3	J
1.0	1.0	1.0	3.16	4.93	8.37	3.987
1.0	0.0	0.0	3.16	3.40	6.97	2.423
1.0	10.0	1.0	3.16	9.98	9.24	7.662
1.0	1.0	10.0	3.16	7.18	14.11	10.449

Table 3 Values of optimal gain f1, f2, f3 and cost function J of system 2

system 2; a_1=0.2, a_2=1.0, r=0.1, stable						
q_1	q_2	q_3	f_1	f_2	f_3	J
1.0	1.0	1.0	3.16	5.30	4.34	2.509
1.0	0.0	0.0	3.16	3.10	2.30	0.682
1.0	10.0	1.0	3.16	10.68	5.40	6.103
1.0	1.0	10.0	3.16	7.92	10.57	9.198

Table 4 Values of optimal gain f1, f2, f3 and cost function J of system 3

system 3; a_1=0.5, a_2=0.0, r=0.1, ervo						
q_1	q_2	q_3	f_1	f_2	f_3	J
1.0	1.0	1.0	3.16	6.35	4.29	2.700
1.0	0.0	0.0	3.16	4.35	2.49	0.976
1.0	10.0	1.0	3.16	11.69	5.30	6.346
1.0	1.0	10.0	3.16	8.88	10.36	9.277

Table 5 Comparision with modified method of Zieqler-Nichols

system 2; r=0.1, q_1=1.0, q_2=10.0, q_3=1.0					
method	f_1	f_2	f_3	$\sum x_2^2$	J
method proposed this paper	3.16	10.68	5.40	0.350	6.103
modified method Ziegler- Nichols	0.075	0.69	1.591	0.830	19.85

Table 6 Values of optimal gain f1,f2,f3,f4 and cost function J of system 4

system 4; a_1=2.2, a_2=1.4, a_3=2.0, r=0.1								
q_1	q_2	q_3	q_4	f_1	f_2	f_3	f_4	J
1.0	1.0	1.0	1.0	3.16	6.68	8.31	3.43	6.389
1.0	1.0	1.0	0.0	3.16	6.09	6.72	2.08	4.948
1.0	10.0	1.0	0.0	3.16	11.26	9.94	2.77	13.242
1.0	1.0	10.0	0.0	3.16	8.15	12.69	3.30	12.305

Table 7 Values of cost function J of system 4 when the gain f1,f2 and f3 are optimal gains and the f4 is zero

system 4; a_1=2.2, a_2=1.4, a_3=2.0, r=0.1								
q_1	q_2	q_3	q_4	f_1	f_2	f_3	f_4	J
1.0	1.0	1.0	1.0	3.16	6.68	8.31	0.0	10.538
1.0	1.0	1.0	0.0	3.16	6.09	6.72	0.0	6.807
1.0	10.0	1.0	0.0	3.16	11.26	9.94	0.0	19.709
1.0	1.0	10.0	0.0	3.16	8.15	12.69	0.0	15.264

5-2 荷重係數와 PID 제어기의 파라미터와의 관계

상태 x (t)에 대한 荷重係數 q_1, q_2, q_3 와 PID 制御器의 파라미터와의 關係를 檢討하기 위하여 Table 1 에 表示되어 있는 sys-tem 2를 제어대상으로 하고, 먼저 q_2 와 q_3 를 1.0으로, r 를 0.1로 固定해 두고 q_1 을 0.1, 0.5, 1.0, 5.0, 10.0, 50.0, 100.0으로 점차 增加시킬 때 PID 제어기의 각 파라미터의 값이 변화해 가는 模樣을 Fig.8 에 表示하고 있다. 또 q_1 과 q_3 를 1.0으로, r 를 0.1로 固定해 두고 q_2 를 上記와 같은 방법으로 변화 시킨 경우 PID 제어기의 각 파라미터의 값은 Fig.9 에 표시되어 있으며, q_1 과 q_2를 1.0 으로, r 을 0.1로 固定하고 q_3 를 變化 시킨 경우는 Fig.10에 표시하고 있다. 이 세 그림에 있어서 荷重係數의 크기를 表示하는 橫軸의 座表는 常用對數의 눈금으로

Table 5 Comparision with modified method of Zieqler-Nichols

system 2; r=0.1, q_1=1.0, q_2=10.0, q_3=1.0					
method	f_1	f_2	f_3	$\sum x_2^2$	J
method proposed this paper	3.16	10.68	5.40	0.350	6.103
modified method Ziegler- Nichois	0.075	0.69	1.591	0.830	19.85

Table 6 Values of optimal gain f1,f2,f3,f4 and cost function J of system 4

system 4; a_1=2.2, a_2=1.4, a_3=2.0, r=0.1								
q_1	q_2	q_3	q_4	f_1	f_2	f_3	f_4	J
1.0	1.0	1.0	1.0	3.16	6.68	8.31	3.43	6.389
1.0	1.0	1.0	0.0	3.16	6.09	6.72	2.08	4.948
1.0	10.0	1.0	0.0	3.16	11.26	9.94	2.77	13.242
1.0	1.0	10.0	0.0	3.16	8.15	12.69	3.30	12.305

Table 7 Values of cost function J of system 4 when the gain f1,f2 and f3 are optimal gains and the f4 is zero

system 4; a_1=2.2, a_2=1.4, a_3=2.0, r=0.1								
q_1	q_2	q_3	q_4	f_1	f_2	f_3	f_4	J
1.0	1.0	1.0	1.0	3.16	6.68	8.31	0.0	10.538
1.0	1.0	1.0	0.0	3.16	6.09	6.72	0.0	6.807
1.0	10.0	1.0	0.0	3.16	11.26	9.94	0.0	19.709
1.0	1.0	10.0	0.0	3.16	8.15	12.69	0.0	15.264

5-2 荷重係數와 PID 제어기의 파라미터와의 관계

상태 x (t)에 대한 荷重係數 q_1 , q_2 ,q_3 와 PID 制御器의 파라미터와의 關係를 檢討하기 위하여 Table 1 에 表示되어 있는 sys-tem 2를 제어대상으로 하고, 먼저 q_2 와 q_3 를 1.0으로, r 를 0.1로 固定해 두고 q_1 을 0.1, 0.5, 1.0, 5.0, 10.0, 50.0, 100.0으로 점차 增加시킬 때 PID 제어기의 각 파라미터의 값이 변화해 가는 模樣을 Fig.8 에 表示하고 있다. 또 q_1 과 q_3 를 1.0으로, r 를 0.1로 固定해 두고 q_2 를 上記와 같은 방법으로 변화 시킨 경우 PID 제어기의 각 파라미터의 값은 Fig.9 에 표시되어 있으며, q_1 과 q_2를 1.0 으로, r 을 0.1로 固定하고 q_3 를 變化 시킨 경우는 Fig.10에 표시하고 있다. 이 세 그림에 있어서 荷重係數의 크기를 表示하는 橫軸의 座表는 常用對數의 눈금으로 한다.

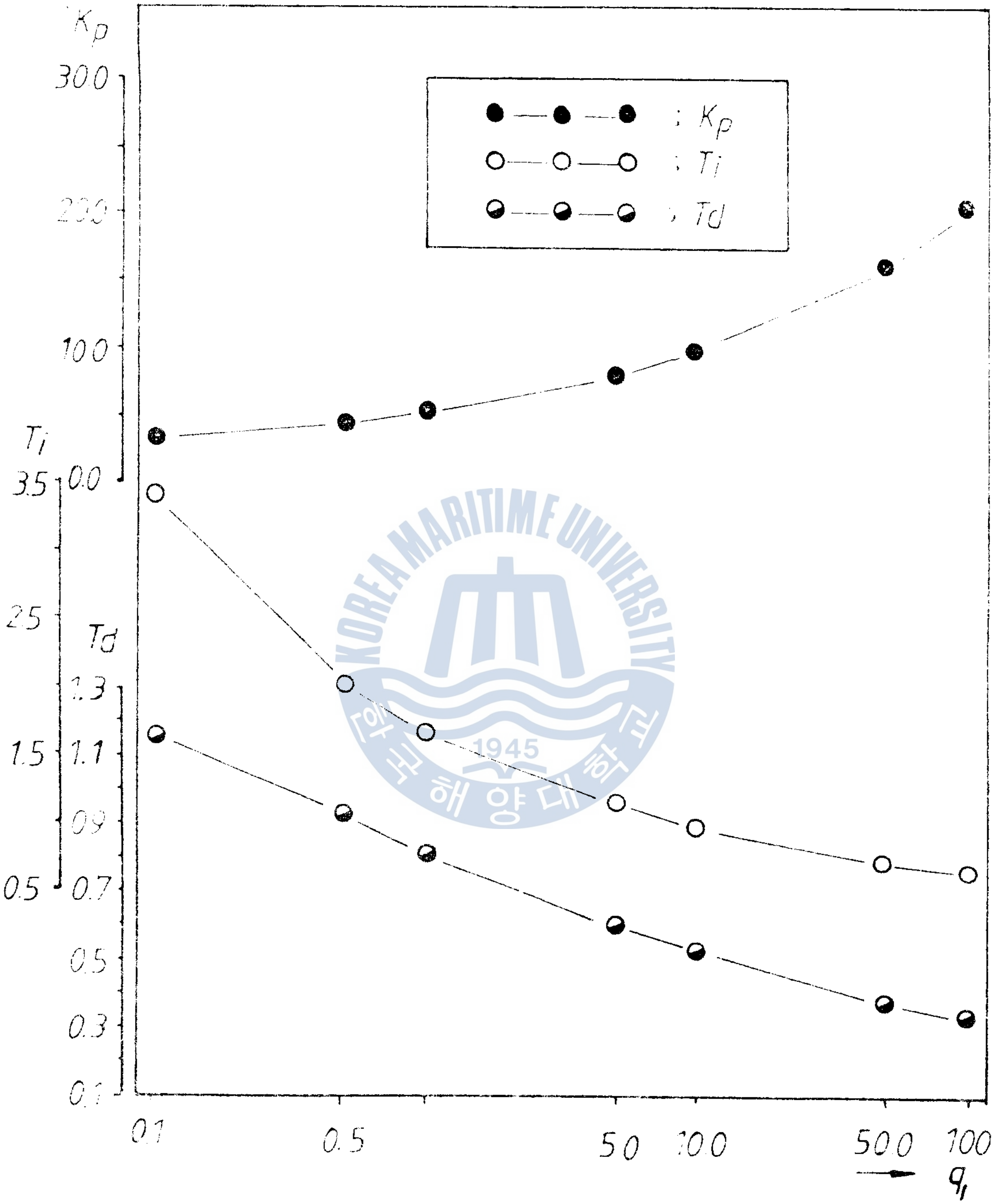


Fig. 8 Curves of Kp, Ti and Td according to change of weighting facter q_1 when $q_2=q_3=1.0$ and $r=0.1$

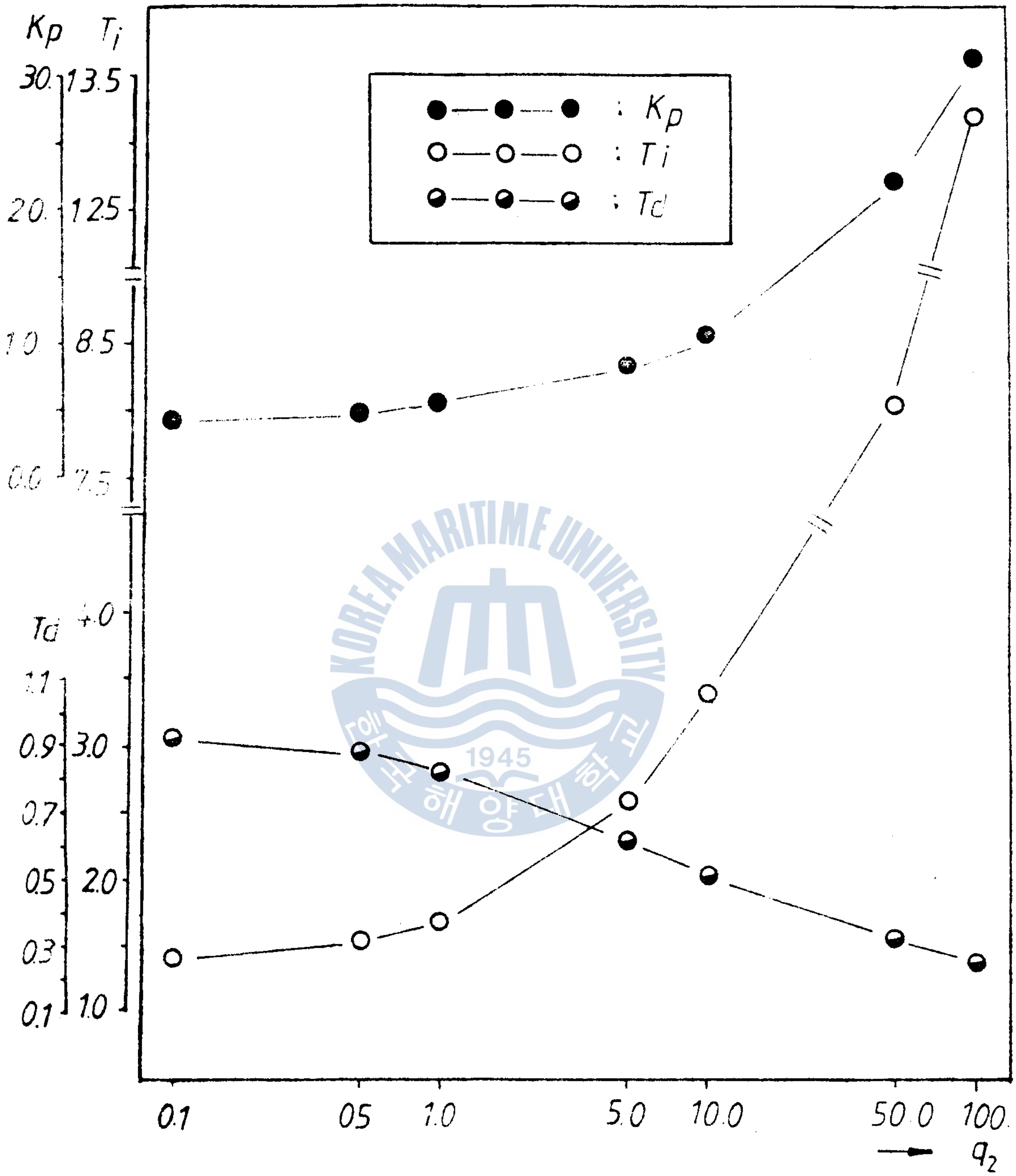


Fig. 9 Curves of Kp,Ti and Td according to change of weighting facter q_2 when $q_1=q_3=1.0$ and r=0.1

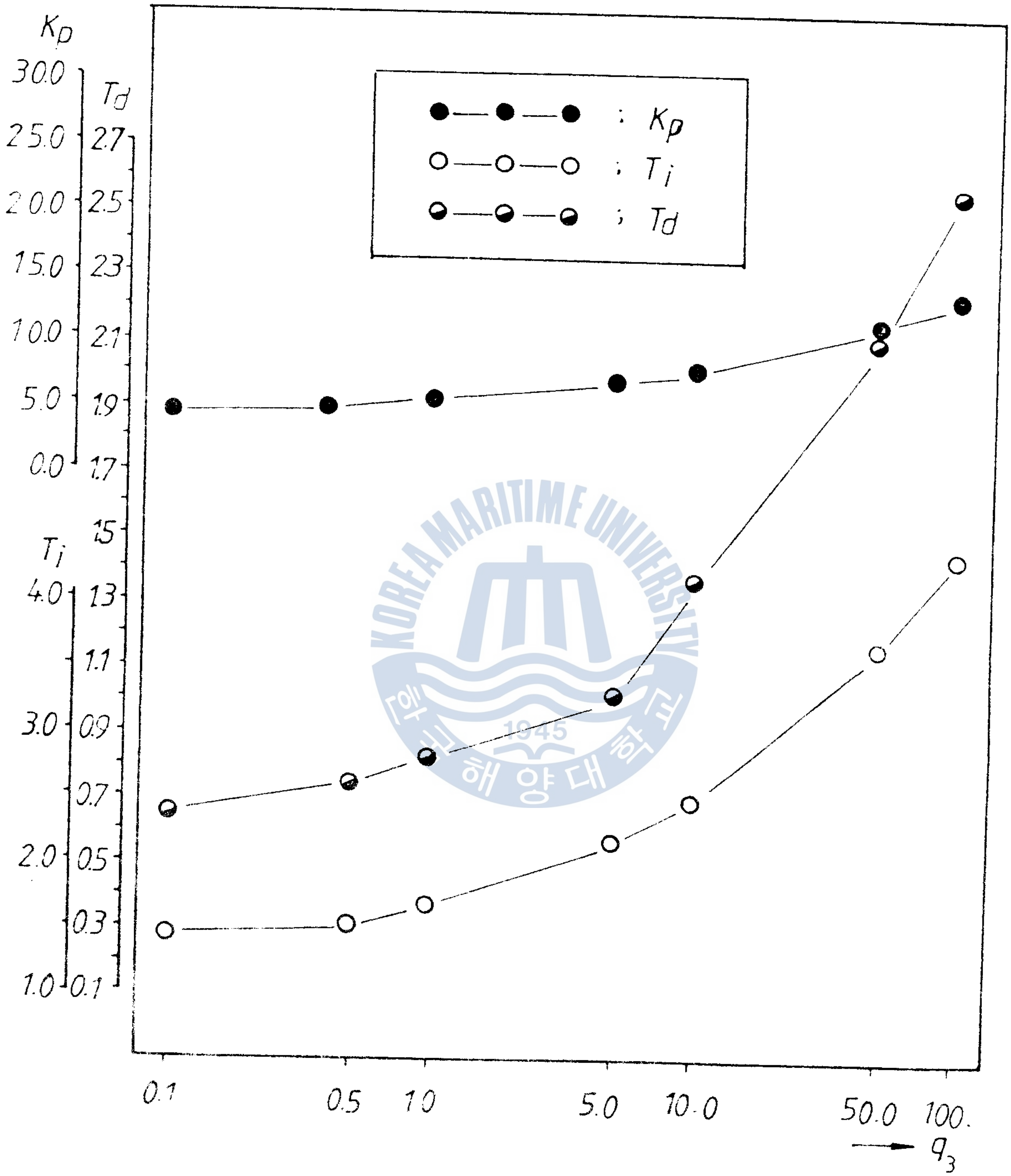


Fig. 10 Curves of Kp, Ti and Td according to change of weighting facter q_3 when $q_1=q_2=1.0$ and $r=0.1$

5-3 應答 시뮬레이션

5-1 節에서 數値計算된 最適게인으로 상태피이드백 制御를 行하였을 때의 最適制御入力 $\bar{u}^o(t)$ 및 상태 $x_2(t)$의 system 1, sys-tem 2, system 3에 대한 應答 시뮬레이션을 행하고 그 결과를 표시하면 各各 Fig.11～Fig.13 과 같다.

Fig.14는 system 2에 대해 荷重係數 r= 0.1, q_1= 1.0, q_2=10.0, q_3= 1.0으로 하여 5-1 節에서 言及한 修定된 Ziegler-Nichols 方法으로 PID制御器를 選定한 경우와 本 研究에서 提示하는 방법에 의해 PID제어기의 퍼래미터를 選定한 경우와의 應答 시뮬레이션 結果를 比較 表示하고 있다.

또 system 4에 대한 應答 시뮬레이션 曲線들은 Fig.15～Fig.18 과 같다.

Fig.15 는 本 研究에서 提示하는 방법으로 最適피이드백 게인 f_1～f_4 를 구하고 모든 狀態가 觀測 可能한 것으로 보고 상태피이드백을 행한 경우의 응답 시뮬레이션 結果이다.

다음에 system 4의 경우 n=4 로써 狀態가 $x_1(t)$～$x_4(t)$의 4개가 存在하나 出力으로는 PID 제어기의 入出力 2개 밖에 없으므로 部分狀態觀測器를 이용하여 2개의 상태 $x_3(t)$ 와 $x_4(t)$ 를 推定하여야 한다. 우선 行列 H 의 要素 h_{ij} 를 決定하기 위하여 식 (3.2.8)에 m=2, p=20.0 을 代入하면 行列 H 는 다음과 같이 된다.

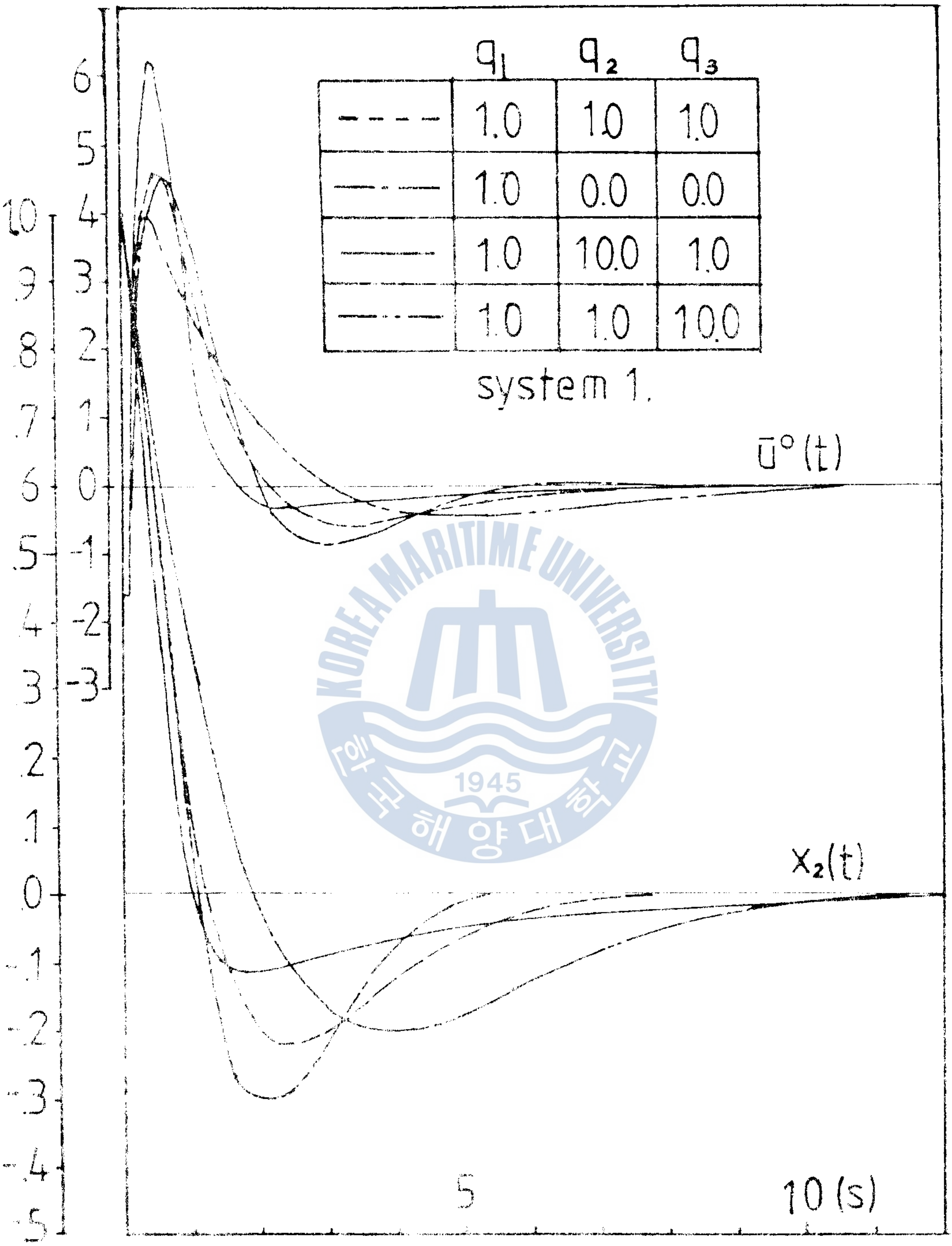


Fig. 11 Curves of state $x_2(t)$ and the optimal control input $\bar{u}^{o}(t)$ for system 1

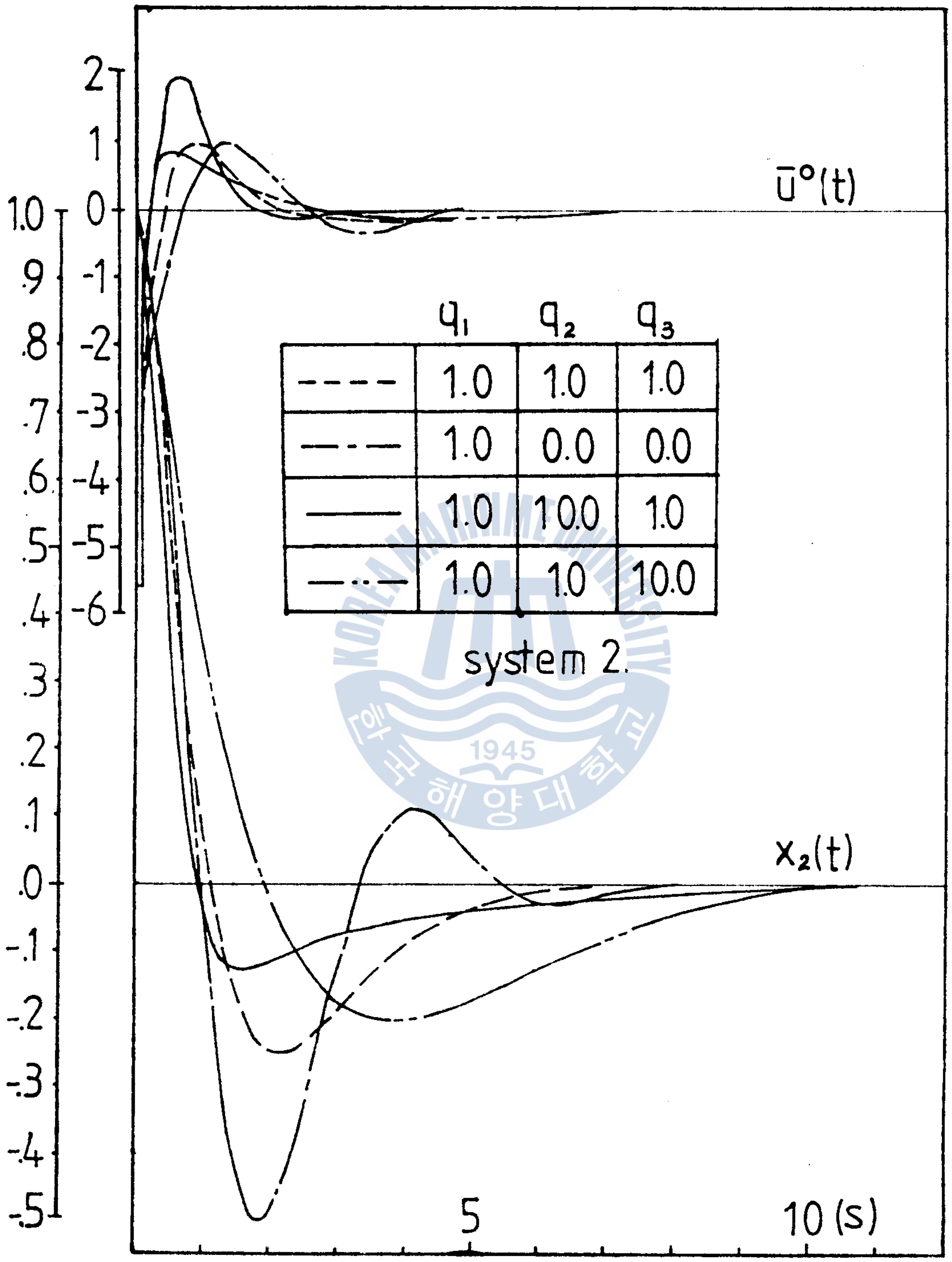


Fig.12 Curves of state $x_2(t)$ and the optimal control input $\bar{u}^o(t)$ for system 2

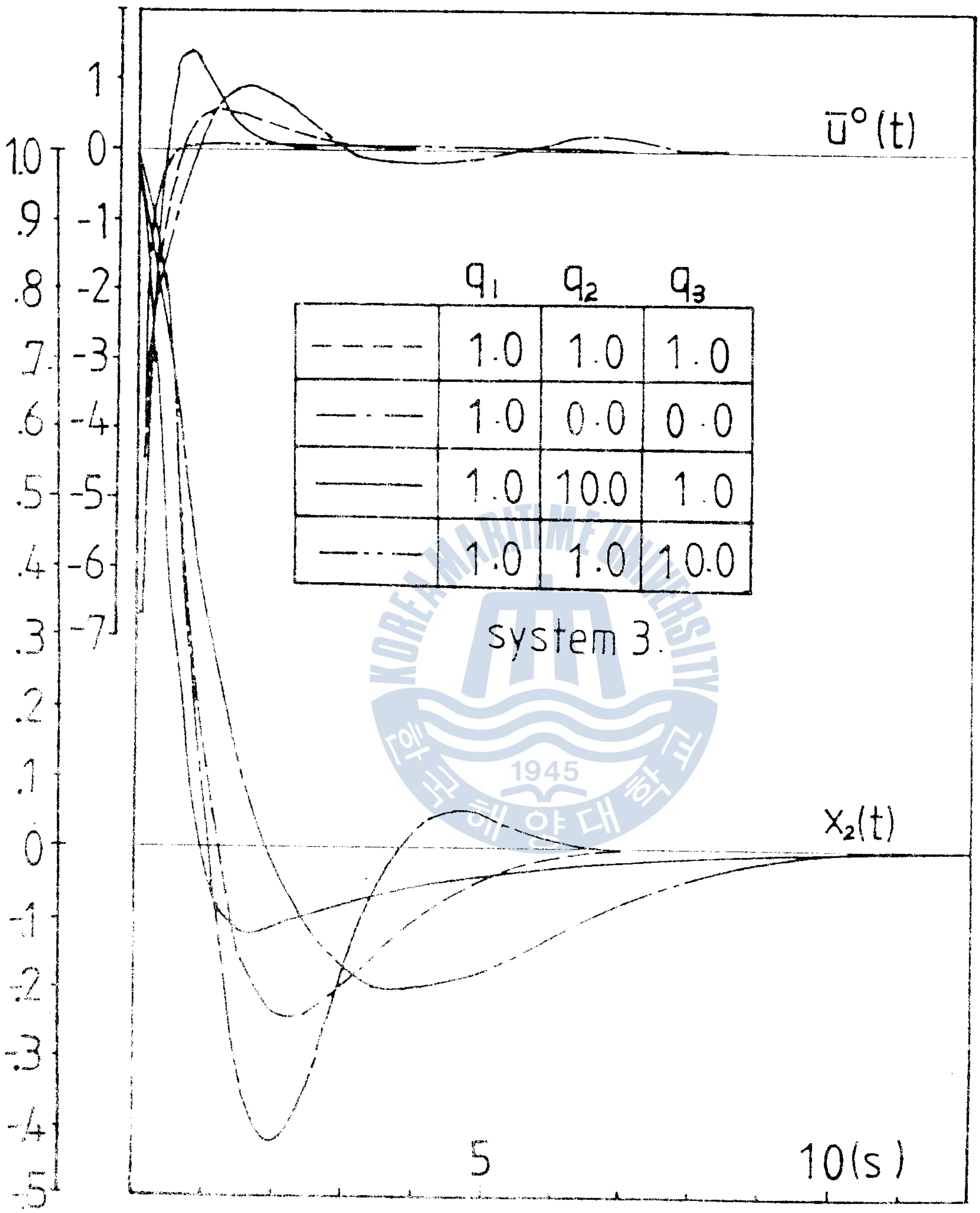


Fig.13 Curves of state $x_2(t)$ and the optimal control input $\bar{u}^o(t)$ for system 3

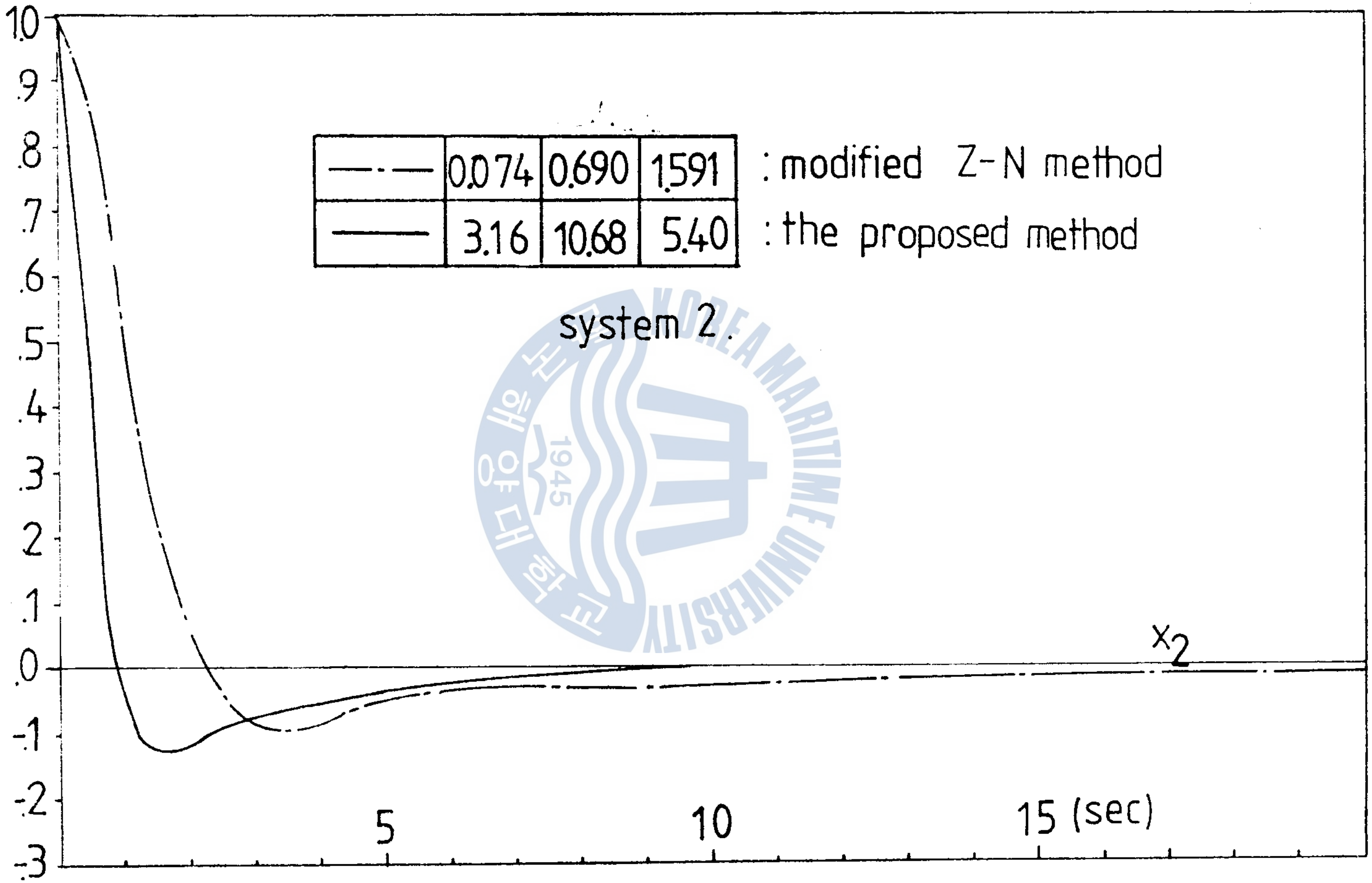


Fig.14 Curves of state $x_2(t)$ controlled by modified method of Z-N and method proposed in this paper

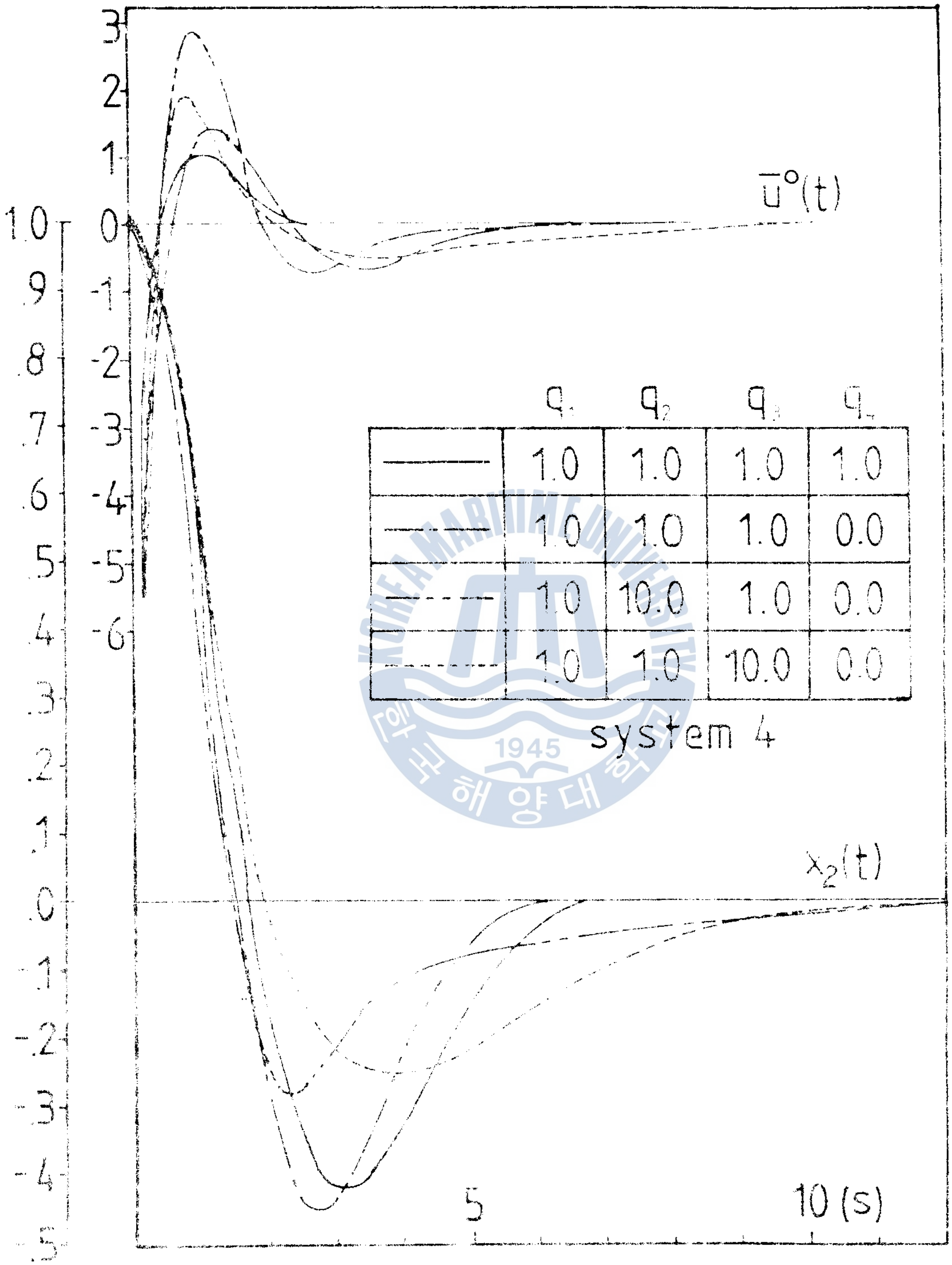


Fig.15 Curves of state $x_2(t)$ and the optimal control input $\bar{u}^{o}(t)$ for system 4

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \qquad (5.3.1)$$

여기서, $h_{11} = h_{21} = 0$

$$h_{12} = a_1 - {}_2C_1 p = -37.8$$

$$h_{22} = a_2 - p^2 - a_1 h_{12} = -483.16$$

이 H 를 利用하여 식(3.1.15)에 의해서 觀測器를 構成하고 식(3.1.16)에 의해서 $\hat{x}_4(t)$를 計算한 다음 PID 制御器 出力과 $f_4\hat{x}_4(t)$로써 最適피이드백을 행한 경우의 應答 시뮬레이션을 행하고 그 結果를 表示한 것이 Fig.16 이다.

또한 Fig.17 은 상태 $x_4(t)$ 의 眞値와 觀測器를 이용하여 얻은 推定値 $\hat{x}_4(t)$ 를 比較한 그림이며 $x_4(t)$ 의 推定誤差가 피이드백 制御 特性에 미치는 影響을 檢討하기 위하여 荷重係數의 여러가지의 값에 대하여 식(2.1.8)의 評價函數의 값을 計算하고 그 結果를 Table 8 에 表示한다. Table 8 에서 J_1 은 $x_4(t)$ 의 眞値를 이용한 경우이고 J_2는 推定値 $\hat{x}_4(t)$ 를 이용한 경우이며 ε 은 $(J_2 - J_1)/J_1 \times 100$ 을 나타낸다.

Fig.18은 최적피이드백 게인 f_1, f_2, f_3, f_4 중 f_1, f_2, f_3만으로 制御器를 構成(즉,PID動作의 경우)하여 制御를 行하였을 경우와 f_1, f_2, f_3, f_4 全部로써 制御器를 구성하여 制御를 行한 경우와의 差異를 調査하기 위하여 f_4를 0으로 하여 應答 시뮬레이션 行한 結果를 나타낸 그림이다.

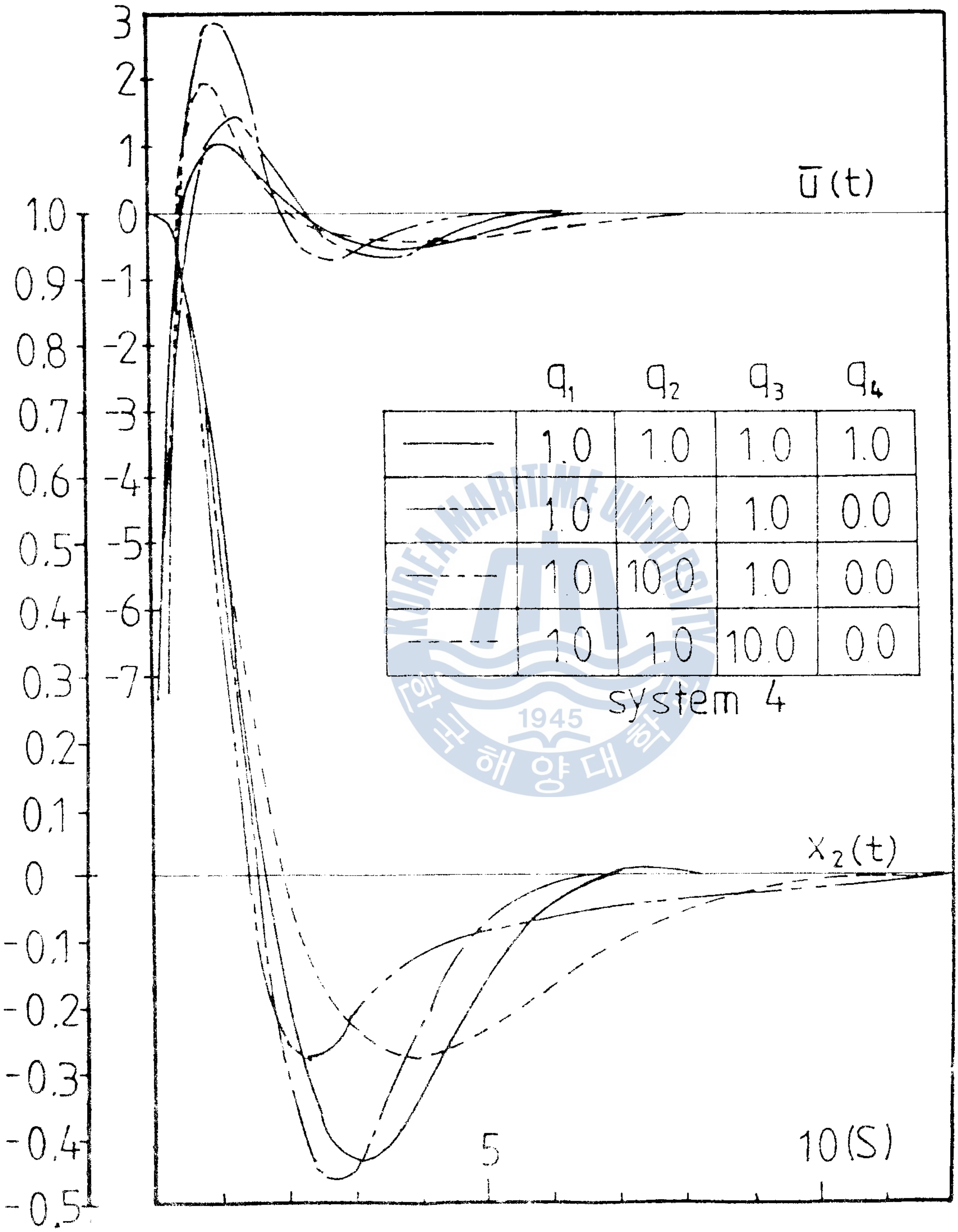
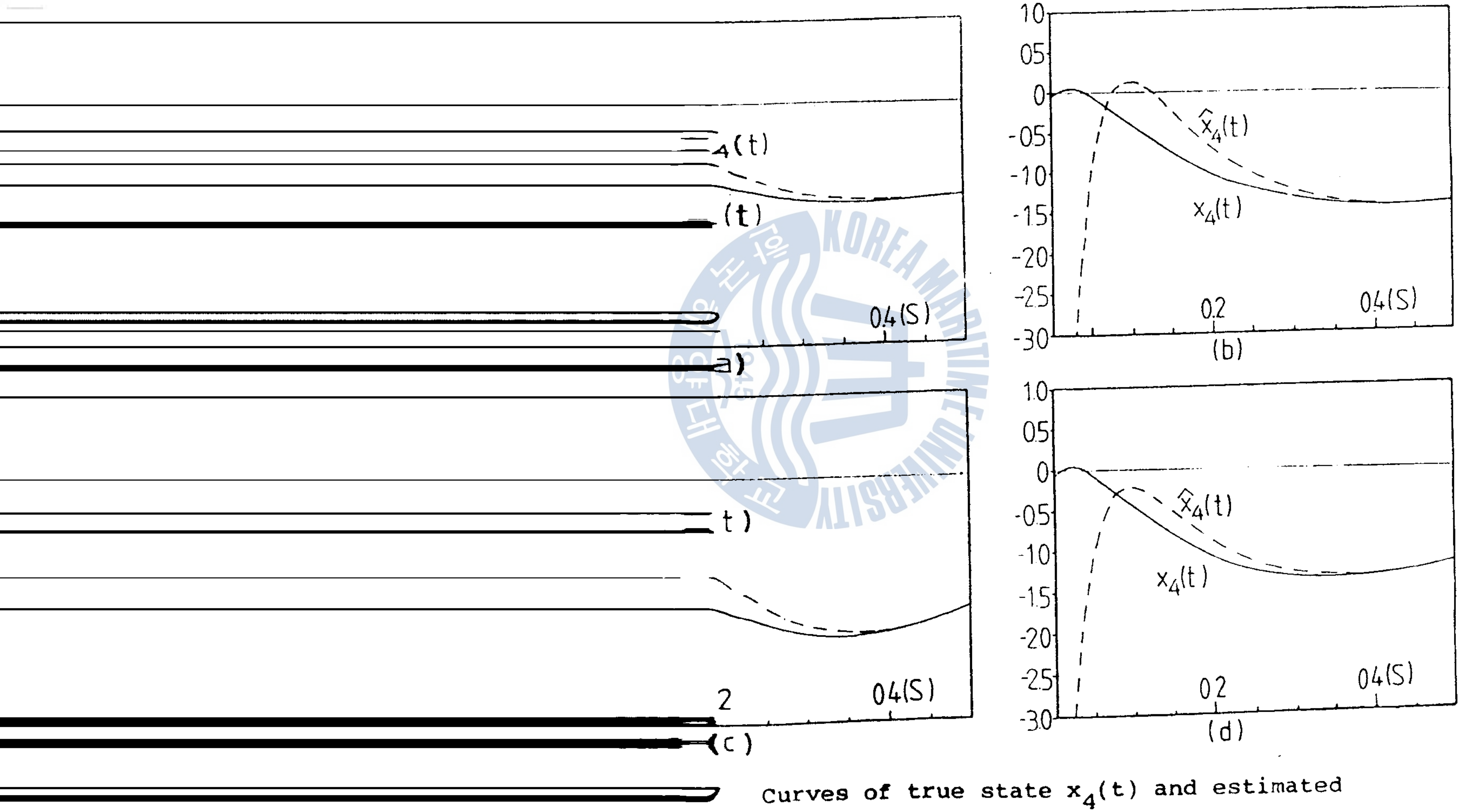


Fig.16 Curves of state $x_2(t)$ and control input $\bar{u}(t)$ with observer for system 4



Curves of true state $x_4(t)$ and estimated state $\hat{x}_4(t)$ for system 4 when ρ = 20.0

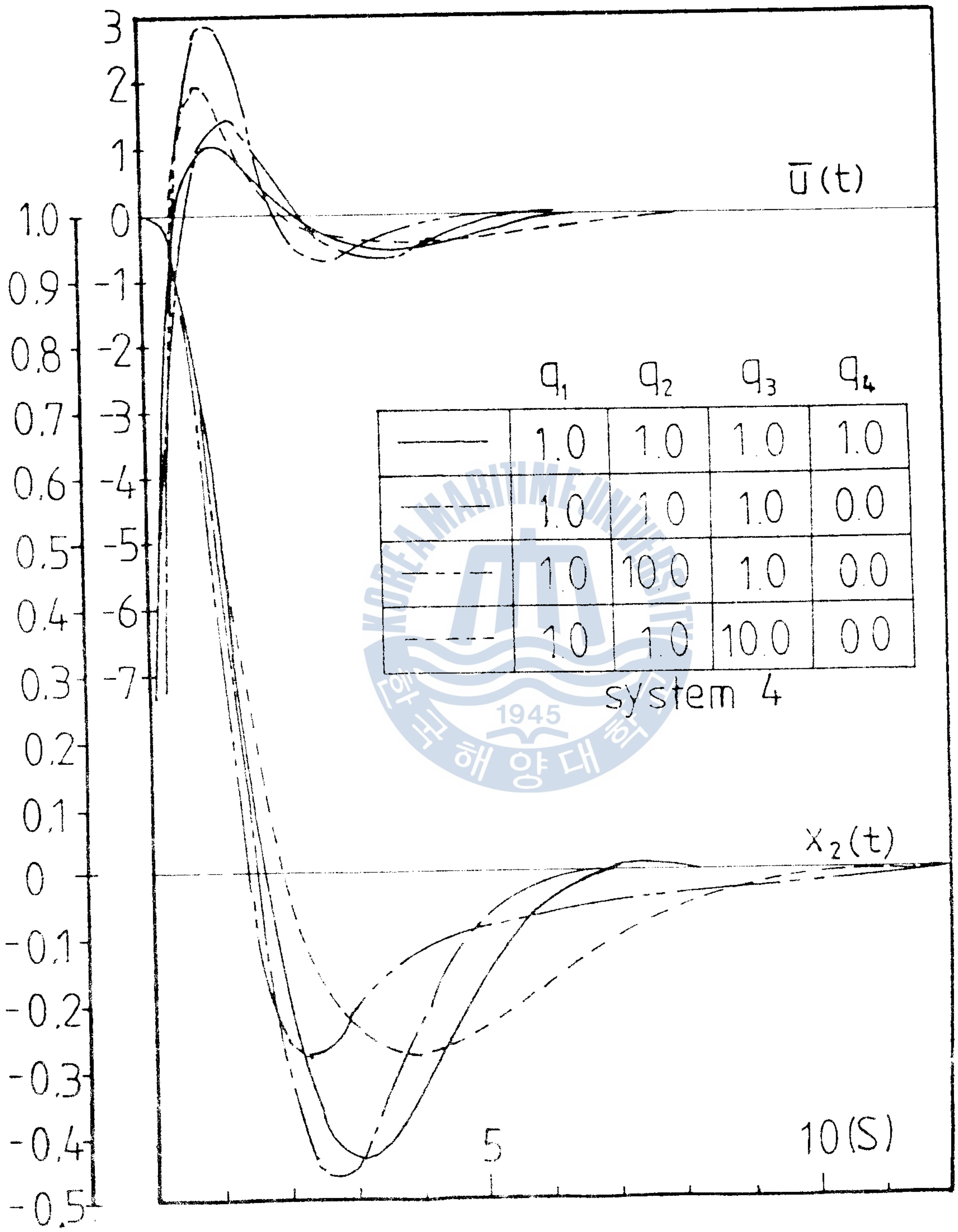


Fig.16 Curves of state $x_2(t)$ and control input $\bar{u}(t)$ with observer for system 4

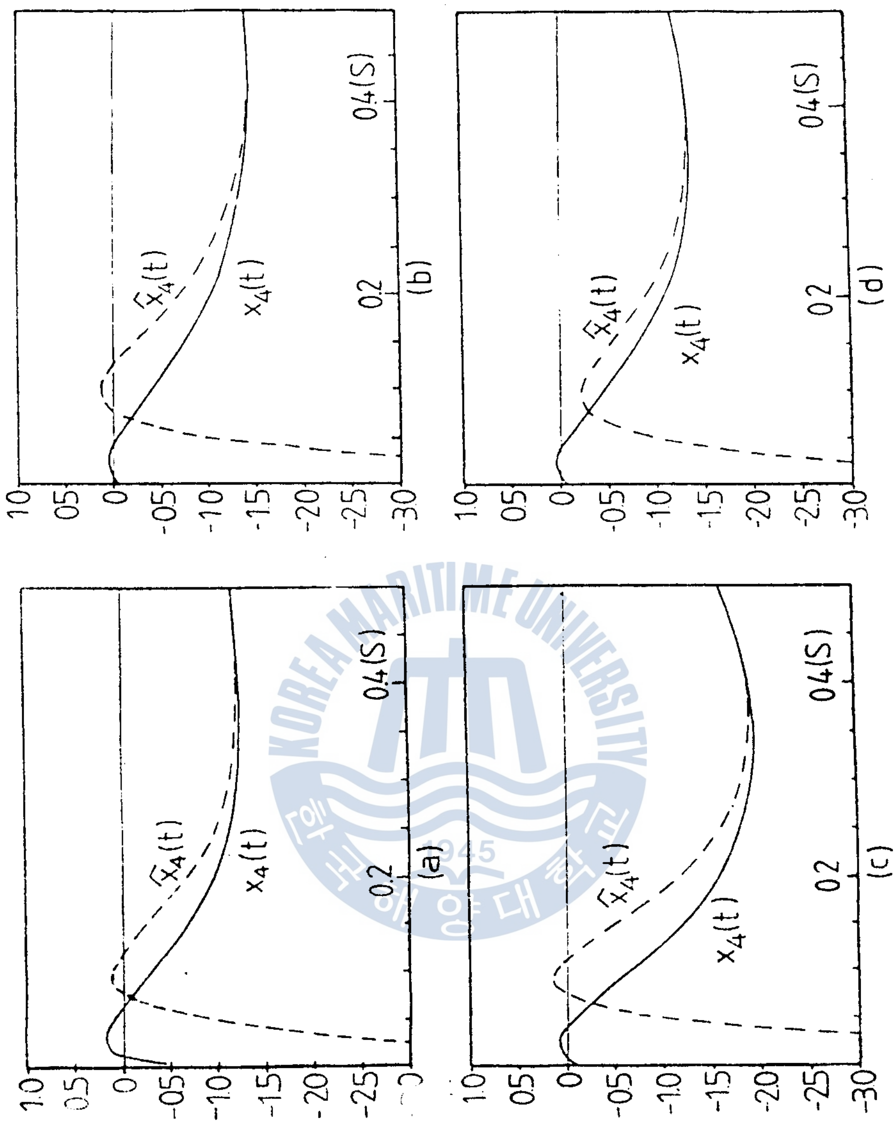


Fig.17 Curves of true state $x_4(t)$ and estimated state $\hat{x}_4(t)$ for system 4 when $p = 20.0$

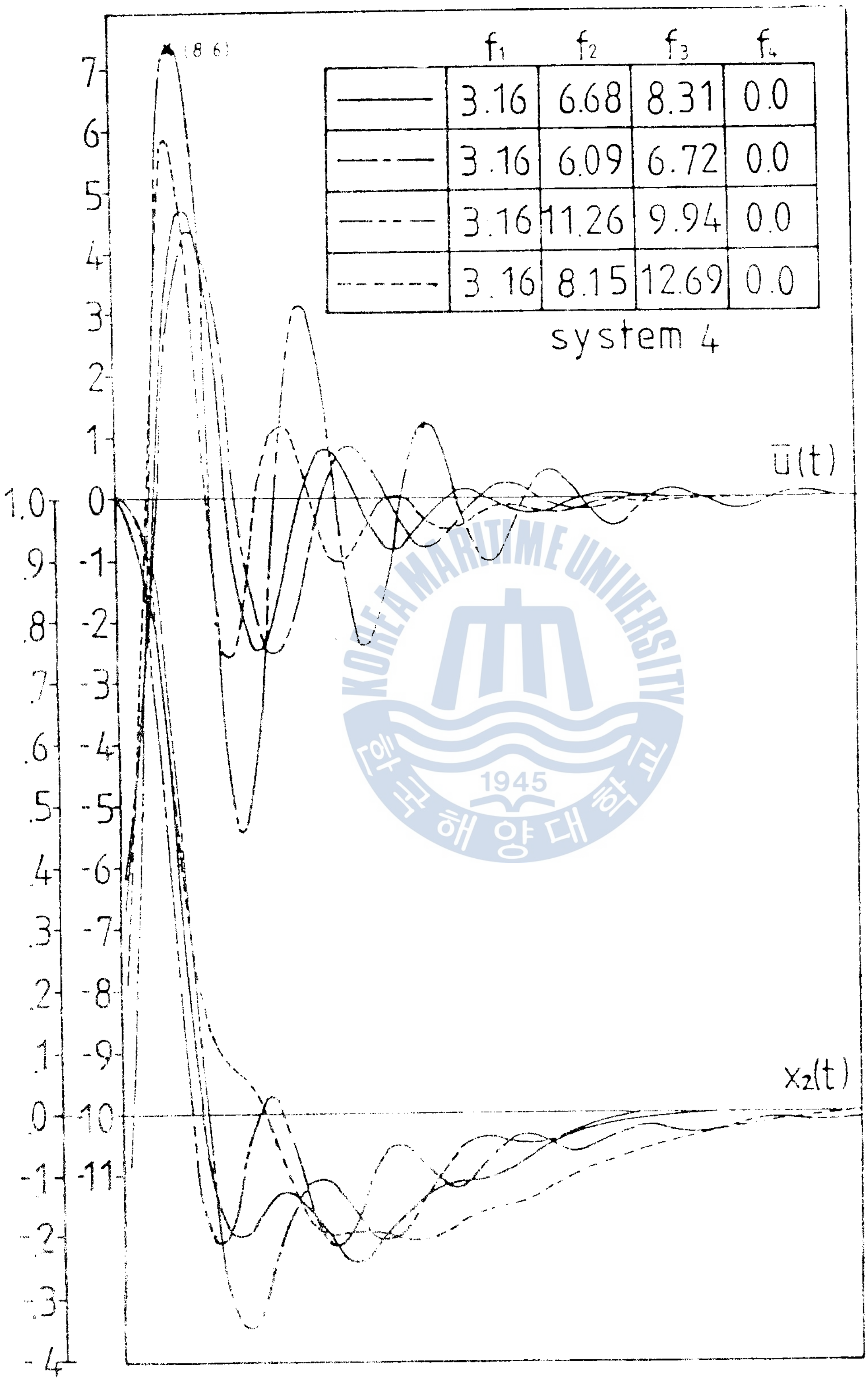


Fig.18 Curves of state $x_2(t)$ and control input $\bar{u}(t)$ for system 4 when gain f_1, f_2 and f_3 are optimal gains and f is zero

Table 8 Comparision with performance index

$a_1=2.2$, $a_2=1.4$, $a_3=2.0$, $r=0.1$; system 4						
q_1	q_2	q_3	q_4	value of performance index(J_1))	value of performance index(J_2)	ε (%)
1.0	1.0	1.0	1.0	6.389	7.292	14.13
1.0	1.0	1.0	0.0	4.948	5.329	7.70
1.0	10.0	1.0	0.0	13.242	14.202	7.25
1.0	1.0	10.0	0.0	12.305	12.878	4.66

第6章 ; 마이크로 콤퓨터를 利用한 實時間制御 實驗

本 章에서는 實際의 플란트에 대하여 콘버어터와 마이크로 콤퓨터로써 制御器와 觀測器를 實現함으로써 第2章 및 第3章에서 提案한 방법으로 最適피이드백 制御系統을 構成하고, 第4章에서 言及한 디지탈 制御 알고리즘으로 實時間 制御를 行하는 應答實驗을 行하기로 한다.

6-1. 實驗裝置의 構成.

Fig.5의 블록선도 中의 制御器 및 觀測器와 최적 피이드백 게인의 계산을 위한 CAD부분은 마이크로 콤퓨터를 이용하고 플란트는 아날로그 콤퓨터(Analog Computer) 51)로써 實現하여 Fig.19의 블록선도와 같이 최적 피이드백 제어계를 구성하였으며, 여기서 使用된 ADC(Anlog-to-Digital Converter) 및 DAC(Digital-to-Analog Converter) 52-53), 마이크로 콤퓨터와 아날로그 콤퓨터의 仕樣은 Table 9 와 같으며 Photo 1 은 實驗裝置의 實物 寫眞이다.

그리고, 制御器의 設計와 觀測器의 設計 및 實時間 制御를 위한 프로그램의 알고리즘을 나타내는 플로우차트는 Fig.20에 表示한 바와 같다. Fig.20에서 制御器의 설계 및 主 制御 알고리즘은 FORTRAN言語로 프로그램을 作成하였으며 SUBROUTINE OPERATION 내의 信號變換 부분 등은 ASSEMBLY言語로 프로그램을 作成하였다.

Table 9 Microcomputer, ADC/DAC converter and analog computer

Microcomputer	Analog computer	AD & DA converter
기기명:TRIGEM AT	기기명:ADAC L-100	기기명:LAB-8000
MAIN CPU:80286(16bit)	연산전압:-10V~+10V	구성요소:IBM-BUS TRANSLATER
RAM:6[illegible]KB	출력전류:±4mA(±10V에서)	I/O DECODER
ROM:32KB	정적정도:±.1~±.3%(선형요소)	DI-24 CHANNEL
I/O SLOT:12EA	±.1~±1.5%(비선형요소)	DO-24 CHANNEL
ERIAL POT:RSC 232C	동적정도(CYCLE TEST 치)	D/A-16 CHANNEL
REAL TIME CLOCK	:±.1%/CYCLE w=1rad/s	A/D-16 CHANNEL
HARD DISC:20MB	±.3%/CYCLE w=100rad/s	A/D EXPANDER(16CH)
FDD:1.2MB	소비전력:35VA	TIMER/COUNTER
제작사:삼보COMPUTER	제작사:ANDO 전기주식회사	제작사:HANDO ENGINERING CO.

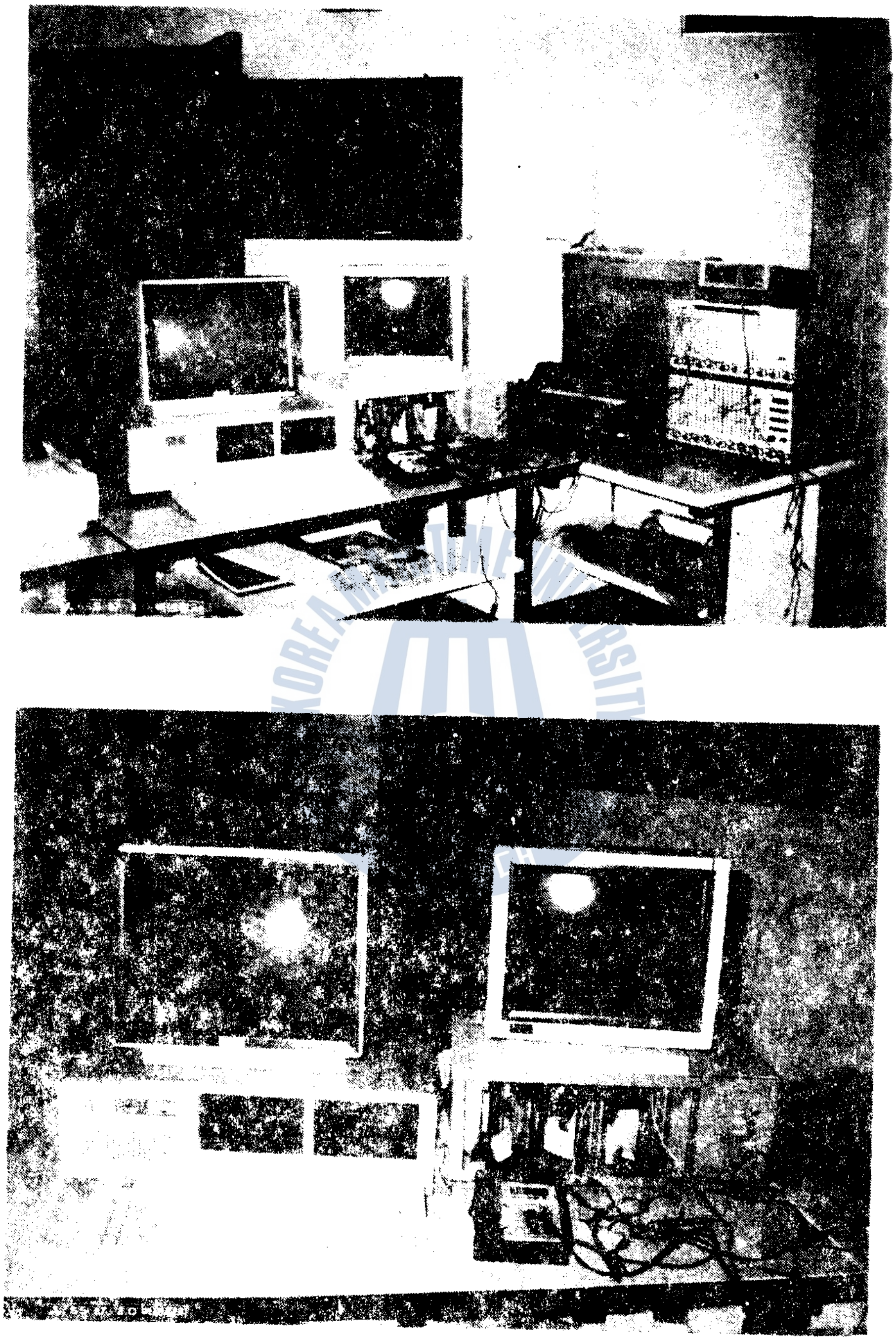


Photo.1 Photographs of experimental apparatus

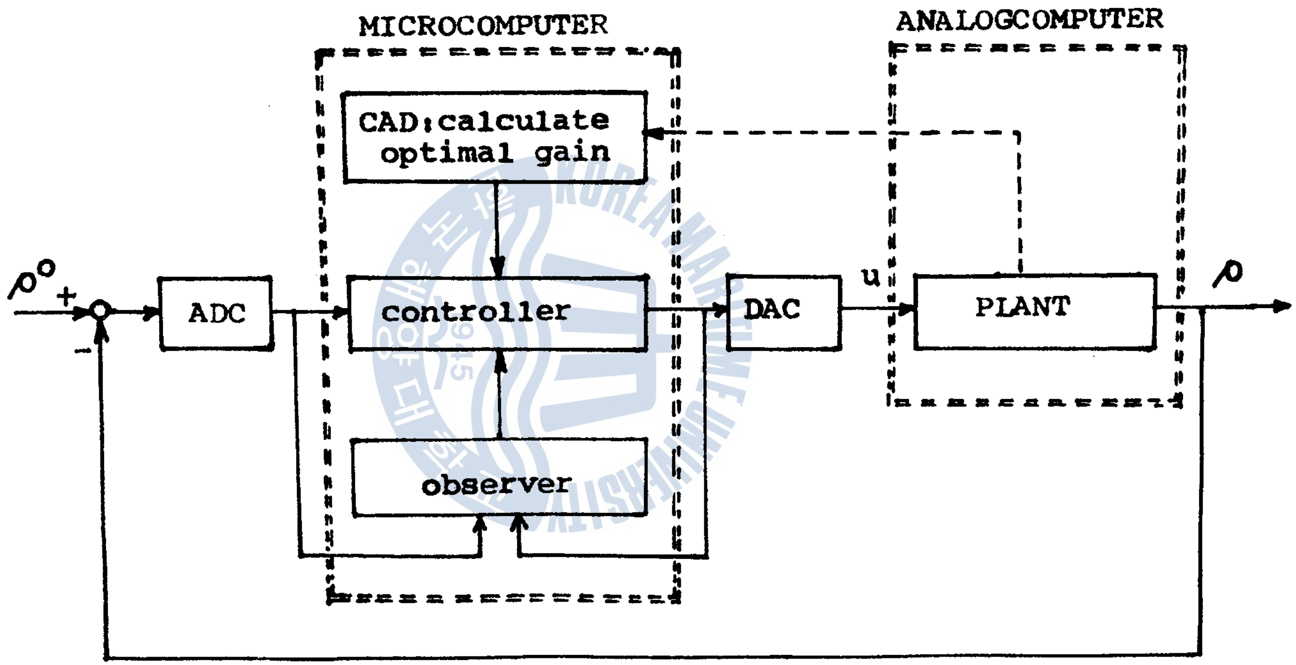


Fig. 19 Block diagram of control system using microcomputer

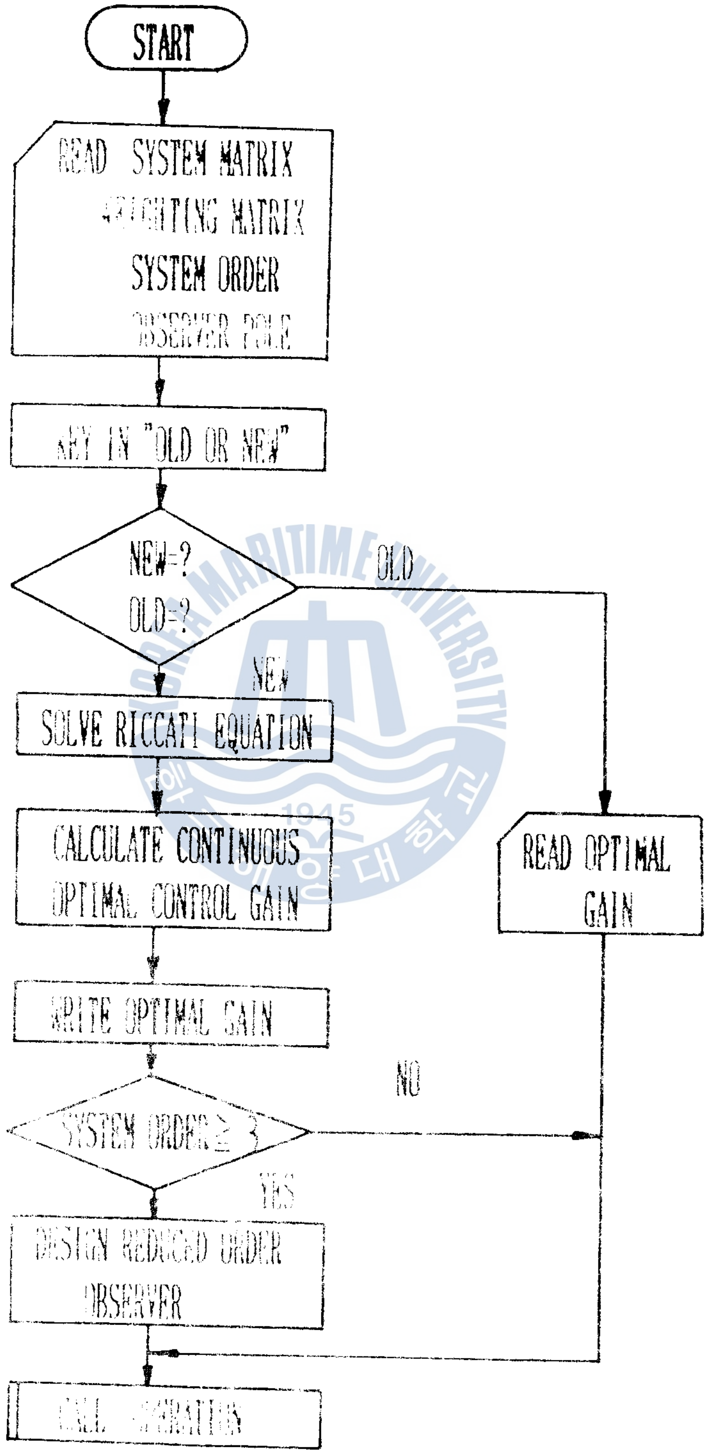


Fig. 20 Flow chart

Fig.21은 制御對狀이 3次인 System 4에 대하여 Fig.19의 플란트 부분을 아날로그 콤퓨터로써 實現한 實驗裝置의 槪略圖이다. 本 實驗에서는 基準入力(目標値)을 ADC, DAC 및 아날로그 콤퓨터의 演算電壓 범위 등의 제약조건을 감안하여 0.5V가 되게 設定하였으며, ADC 및 DAC의 DIP 스위치는 전압의 變換範圍가 ±10V가 되도록 調定하였다.

또한, Fig.22은 Fig.20의 플로우챠트에 의해 作成된 프로그램으로 實時間 制御를 할 때 Key board상의 操作의 일 예를 나타내고 있다. 여기서 밑줄 친 부분은 Key board상에서 入力시키는 것을, ↲ 의 화살표는 Return Key의 操作을 意味한다. Operat는 實行 프로그램명이고, Op33. dat에는 제어대상에 관한 內容, 荷重行列 및 觀測器의 固有値 등에 관한 情報가 들어 있는 data file 名이다. 시스템에 관한 制御器 및 觀測器의 설계가 되어 있지 않는 最初(New)에는 0을, 以前에 이미 계산되어 있는 경우(old)에는 1을 Key로 入力시킨다. 즉, New인 경우는 최적게인 등을 새로이 계산하고 Old인 경우에는 Op33. d에 있는 최적 게인을 읽어 온다.

OP33. r은 演算結果를 write하는 file명이고, OP33. d는 Old일 경우의 入力으로 될 최적게인을 write해 두는 file명이다.

그 다음 段階에서 샘프링 時間을 入力 시킴으로써 實時間 制御에 必要한 모든 準備 動作은 完了 된다. 제어 시작을 표시하는 命令(여기서는 1.0)을 입력 시킴으로써 實時間 制御가 시작되고 정해진 時間 동안 制御를 行하고 나면 제어의 끝남이 表示된다.

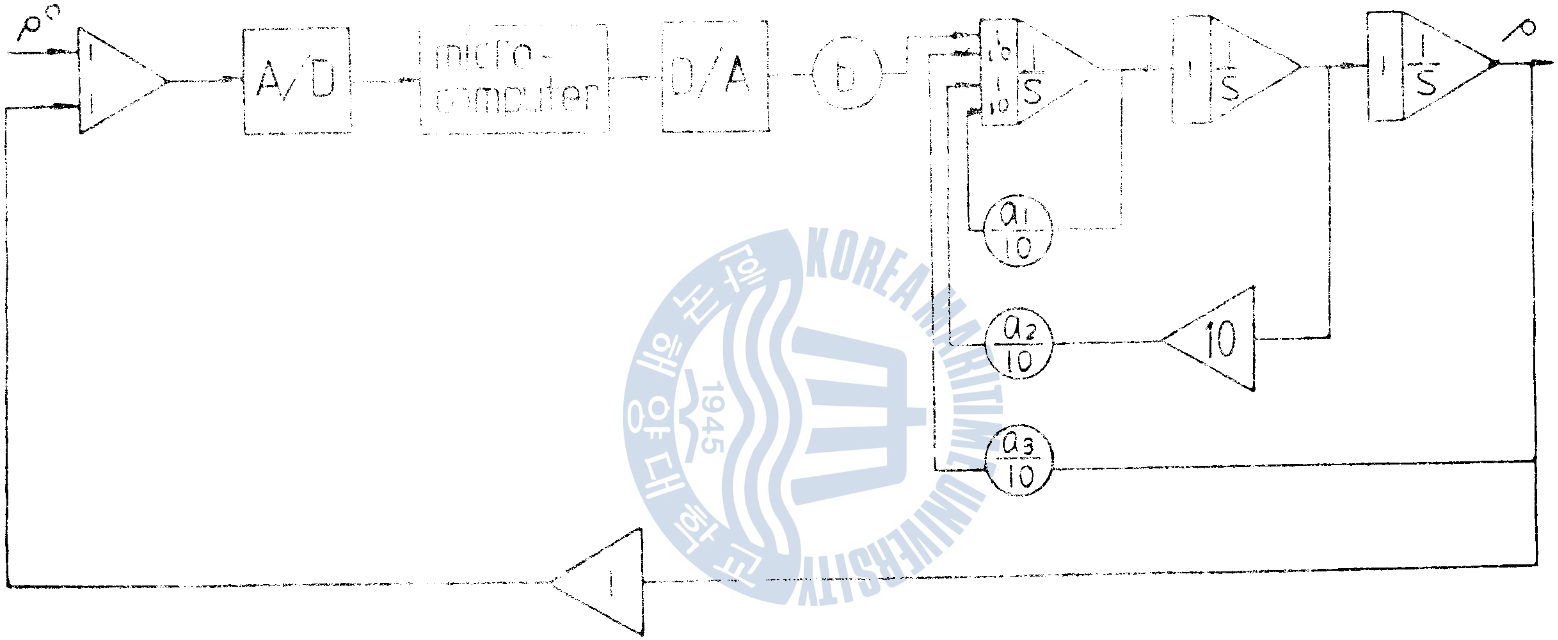


Fig. 21 Block diagram of control system using analog computer for plant of system 4

```
OPERAT
File name missing or blank - Please enter
UNIT 5? OP33.DAT

NEW === 0,   OLD === 1,  ?
0
UNIT 6? OP33.R
UNIT 7? OP33.D

SAMPLING TIME TS IS = ?
0.05

TS = .05000

KP= 8.864      TI= 2.806      TD= 1.198
G1= 221.246    G2=-433.309    G3= 212.303

START ==1.0   ?
1.0

CONTROL IS TERMINATED
CONTINUE = 1,   STOP = 0
0
STOP
```

Fig.22 An example of real time control operation on microcomputer key board

6-2 샘플링 時間 T 의 選定

마이크로 콤퓨터를 이용하여 實際로 實時間 制御를 행하는 경우에 샘플링 時間 T 와 콤퓨터의 演算時間 및 콘버어터의 信號變換時間 등은 매우 重要하다. 일반적으로 T 는 작을 수록 連續制御에 가까와저서 더욱 精密한 制御를 행할 수 있으나, 콤퓨터의 演算時間과 콘버어터의 信號變換時間 등의 制約으로 無限히 작게 할 수는 없다. 또한 A/D 變換時間과 演算時間의 合이 아주 작을 경우에는 A/D 變換과 D/A 變換이 거의 同時에 이루어졌다(즉, 同期가 되었다)고 볼 수 있으므로 샘플치 制御의 理論的 解析에 더욱 符合되어 良好한 制御가 可能하나 이는 콤퓨터 및 A/D 變換器 등의 하드웨어(hardware)적인 問題로 歸着된다. 이 A/D 變換時間, 演算時間, D/A 變換時間 등을 타임차트(time chart)로 表示하면 Fig.23 과 같이 된다.

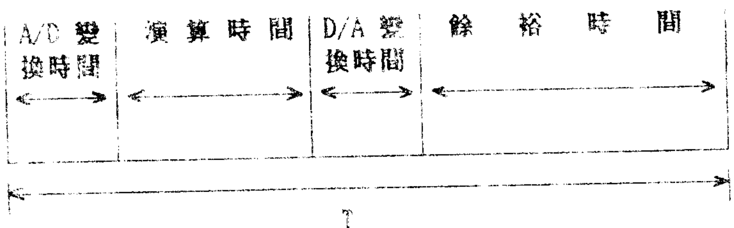


Fig.23 Time chart

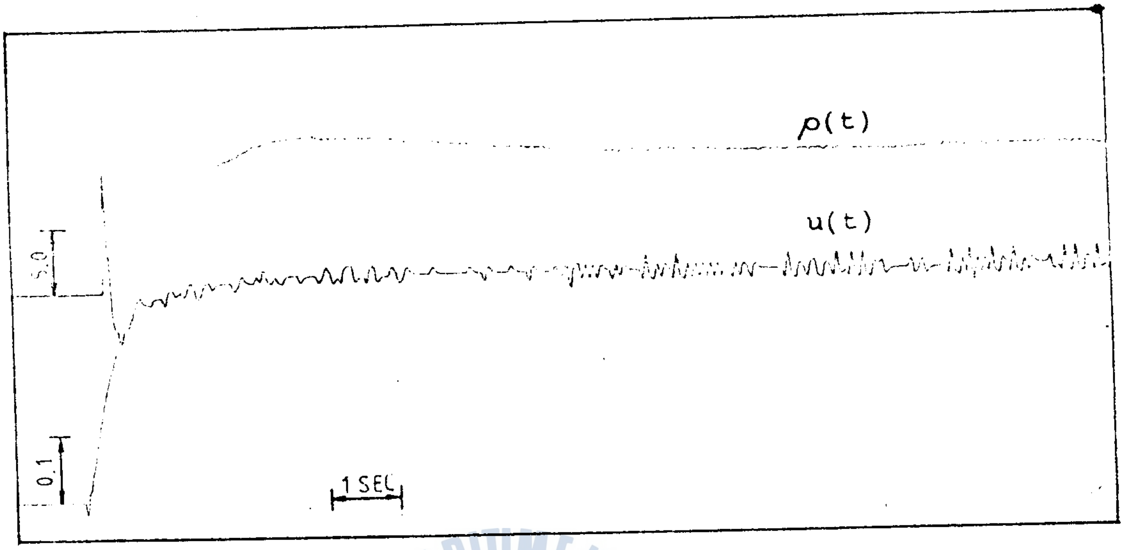
本 研究의 應答實驗에 이용된 콘버어터의 信號變換時間은 A/D變換에 수 μsec, D/A變換에 22μsec가 소요되고, 制御 알고리즘의 演算에 約 2.5msec가 소요된다. 여기서 콘버어터의 信號變換時間에 비해 制御 알고리즘의 演算時間이 훨씬 크기 때문에 샘플링 時間 T의 選定의 決定的인 要因은 制御 알고리즘의 演算時間이라는 것을 알 수 있다. 本 實驗에서는 D/A變換 後 다음 샘플링까지의 餘裕時間(idle time)을 47.5msec로 하여 샘플링 時間 T를 50 msec로 하여 實時間 制御를 행하기로 한다.

6-3. 應 答 曲 線.

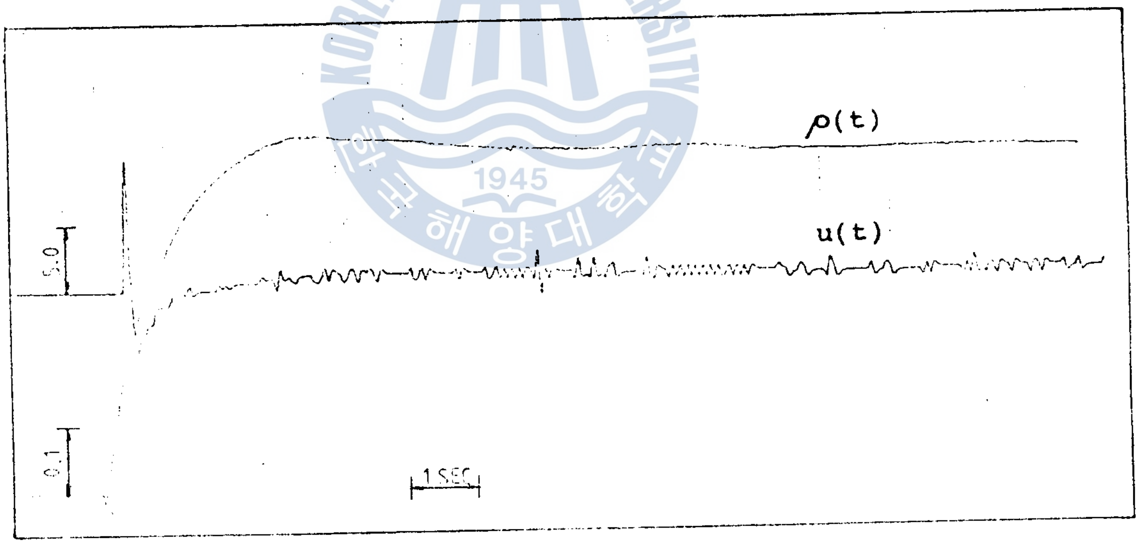
Fig.19와 같이 構成된 最適 피이드백 制御系에 대해서 플란트를 System 1 ～ System 4 의 4가지 경우에 대하여 應答實驗을 行었다.

制御對象이 2次인 경우 즉, System 1, System 2, System 3의 경우에 대해 식(2.1.9)의 評價函數 中 入力에 대한 荷重係數 r을 0.1로 固定하고 상태에 대한 하중계수 對角行列 Q의 對角要素 q_1, q_2, q_3를 各各 變化시키면서 應答實驗한 結果는 Fig.24 ～Fig.26과 같다. 또, Fig.27은 제어대상이 3차인 경우(System 4)의 경우 r을 0.1로 固定하고 q_1, q_2, q_3, q_4를 各各 變化시키면 應答實驗한 結果를 表示하고 있다.

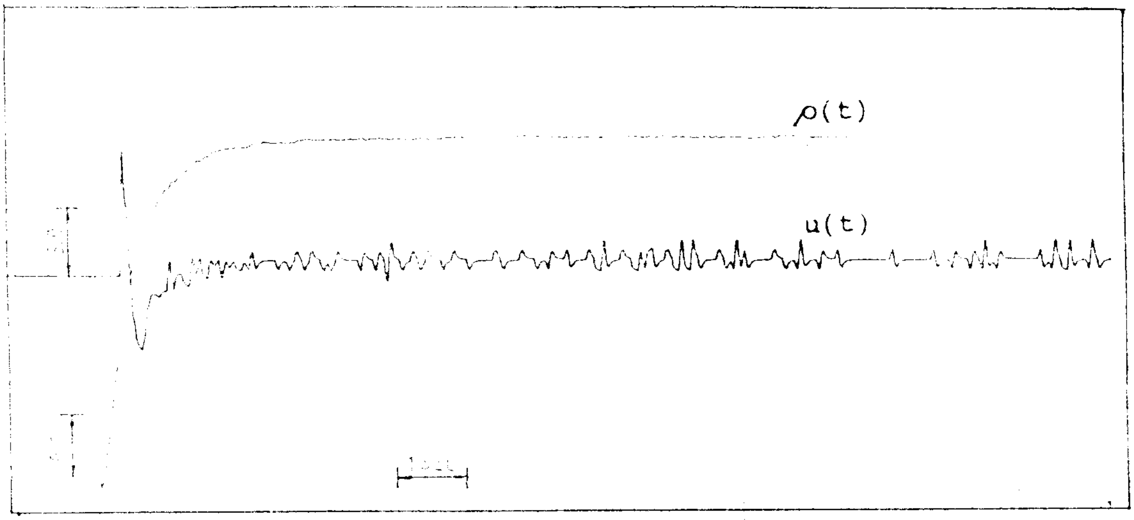
以上은 標準形 디지탈 PID 制御器의 알고리즘에 의해 應答 實驗을 行한 경우이다. system 4 에 대해 修正된 디지탈 PID 制御器의 알고리즘으로 應答 實驗한 것이 Fig.28 에 表示되어 있다.



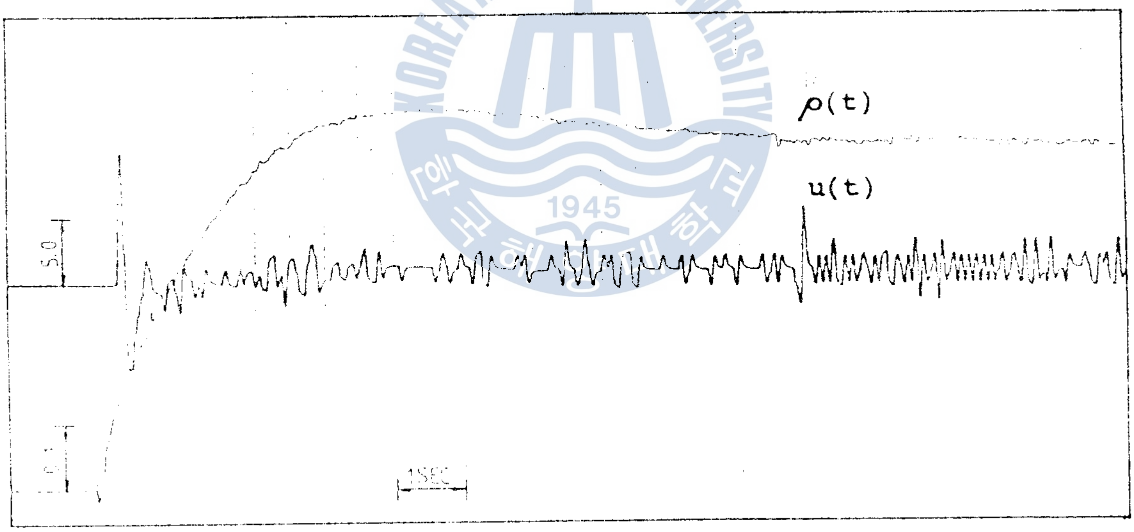
(Fig.24-a): q_1=1.0, q_2=1.0, q_3=1.0, r=0.1



(Fig.24-b): q_1=1.0, q_2=0.0, q_3=0.0, r=0.1

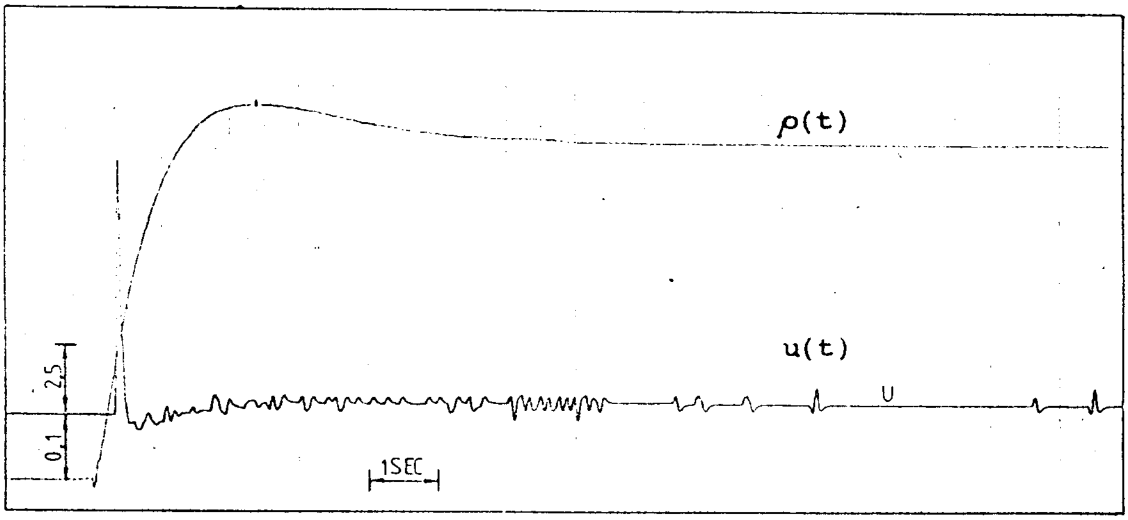


(Fig.24-c) : q_1=1.0, q_2=10.0, q_3=1.0, r=0.1

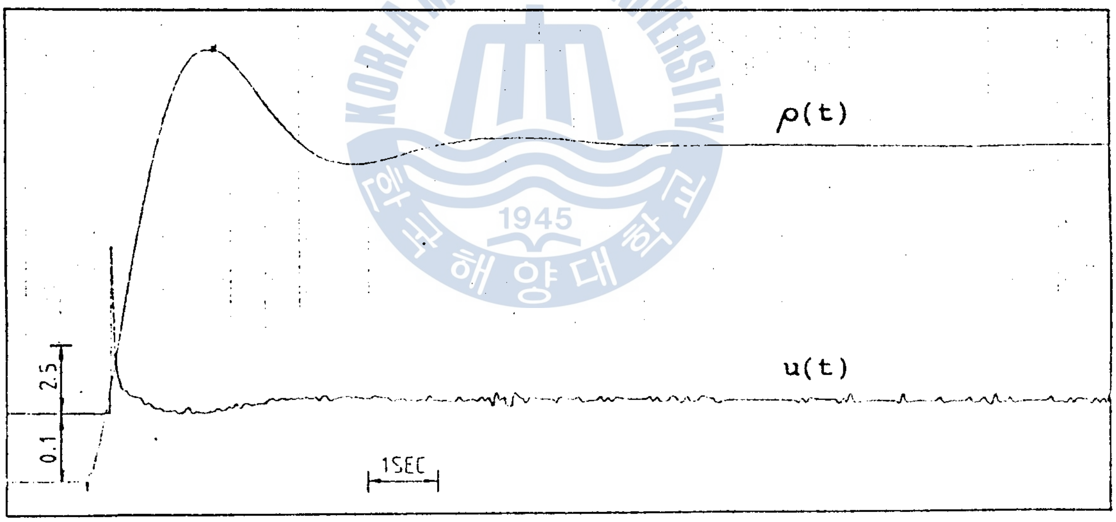


(Fig.24-d) : q_1=1.0, q_2=1.0, q_3=10.0, r=0.1

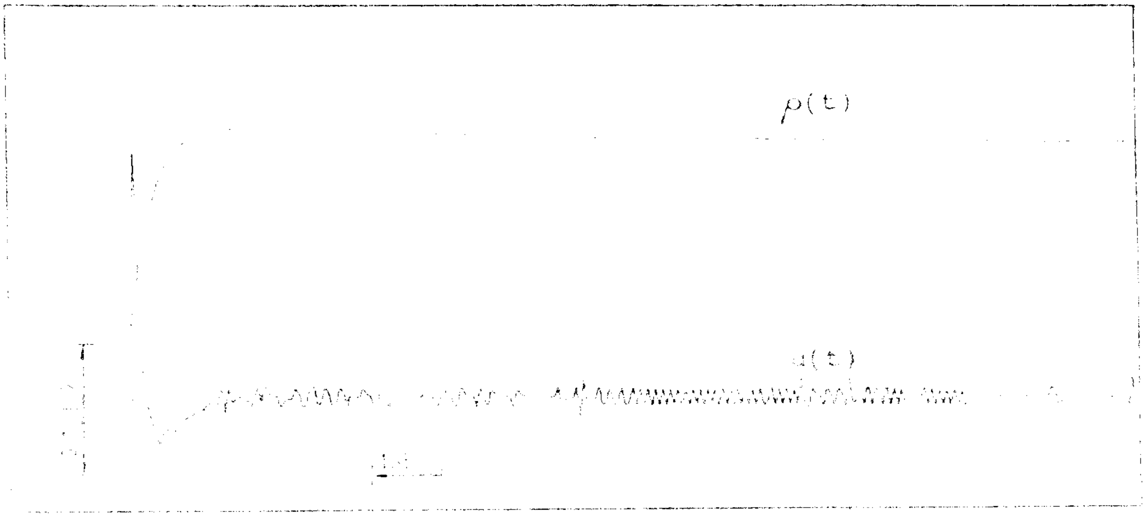
Fig.24 Curves of plant output $\rho(t)$ and control input u(t) for system 1 with standard digital PID controller



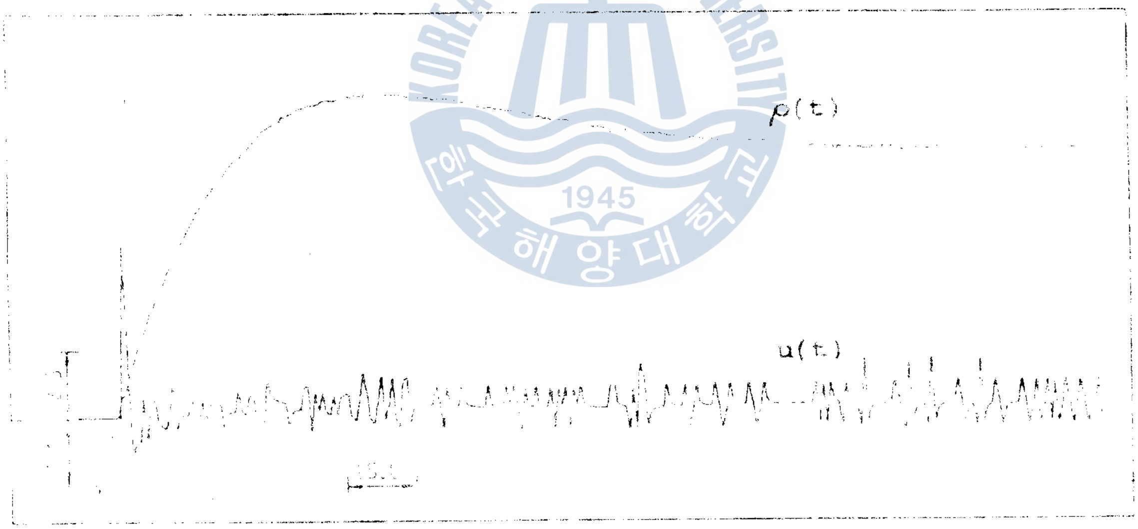
(Fig.25-a) : q_1=1.0, q_2=1.0, q_3=1.0, r=0.1



(Fig,25-b) : q_1=1.0, q_2=0.0, q_3=0.0, r=0.1

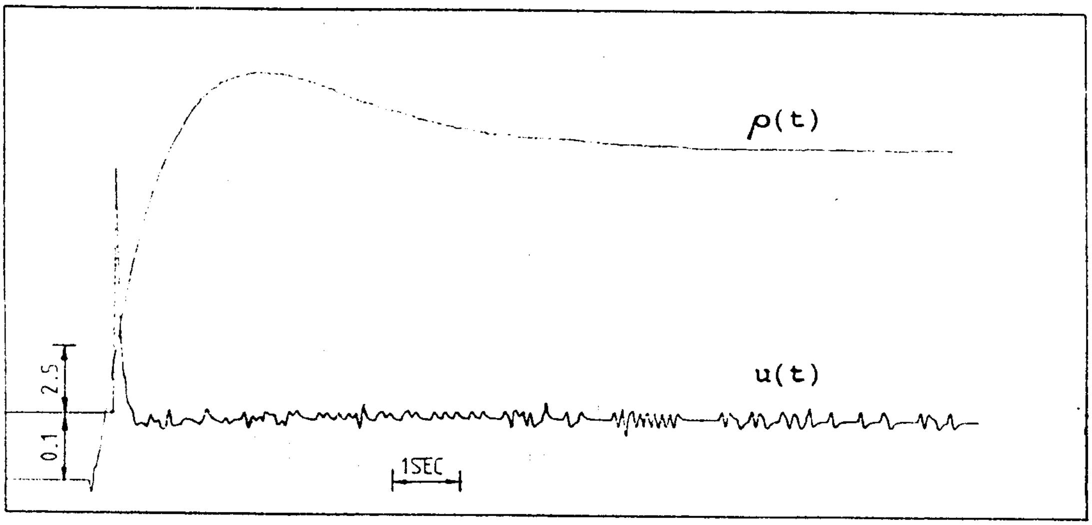


(Fig.25-c) : $q_1=1.0$, $q_2=10.0$, $q_3=1.0$, $r=0.1$

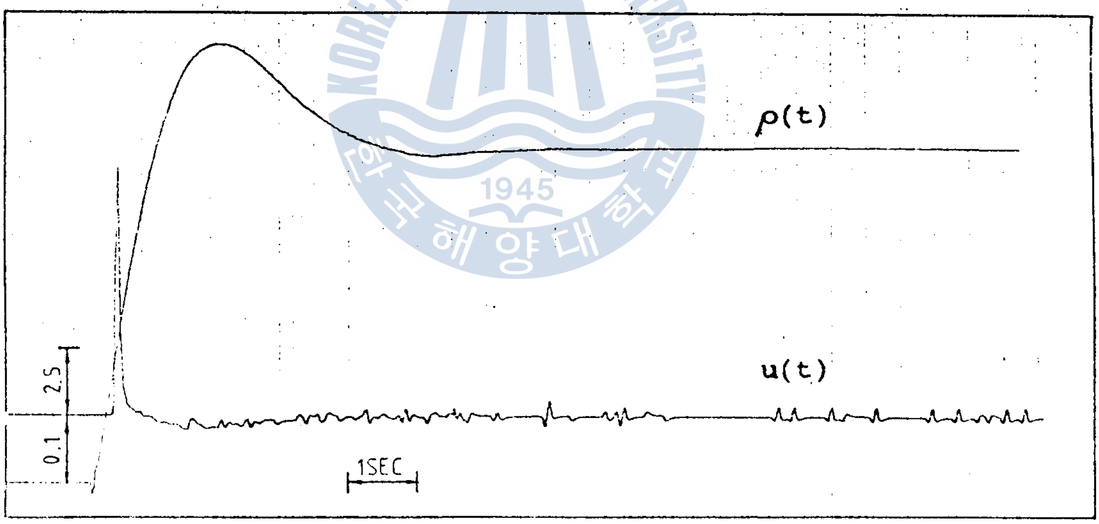


(Fig.25-d) : $q_1=1.0$, $q_2=1.0$, $q_3=10.0$, $r=0.1$

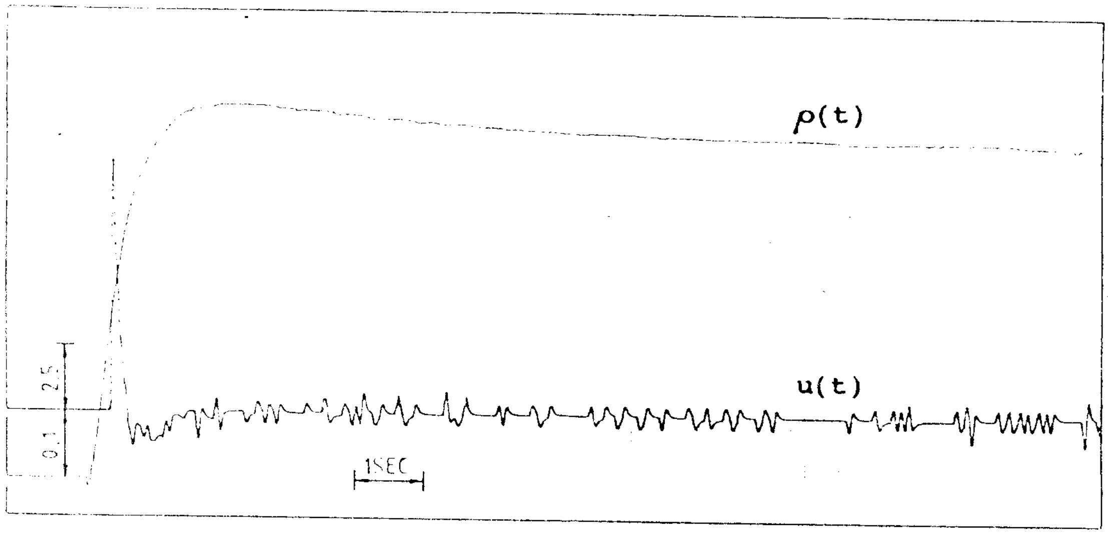
Fig.25 Curves of plant output ρ(t) and control input u(t) for system 2 with standard digital PID controller



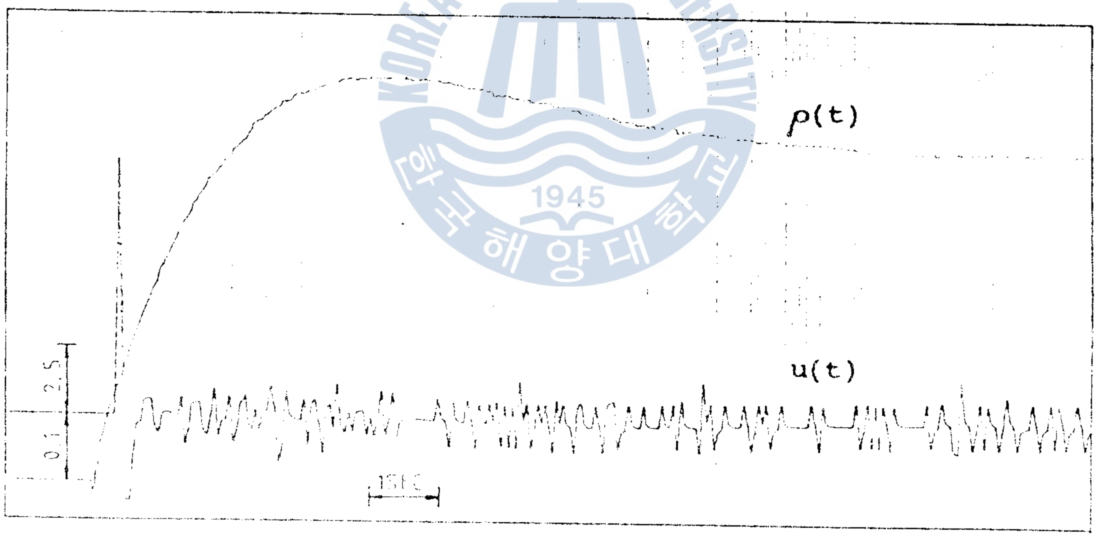
(Fig.26-a) : q_1=1.0, q_2=1.0, q_3=1.0, r=0.1



(Fig.26-b) : q_1=1.0, q_2=0.0, q_3=0.0, r=0.1



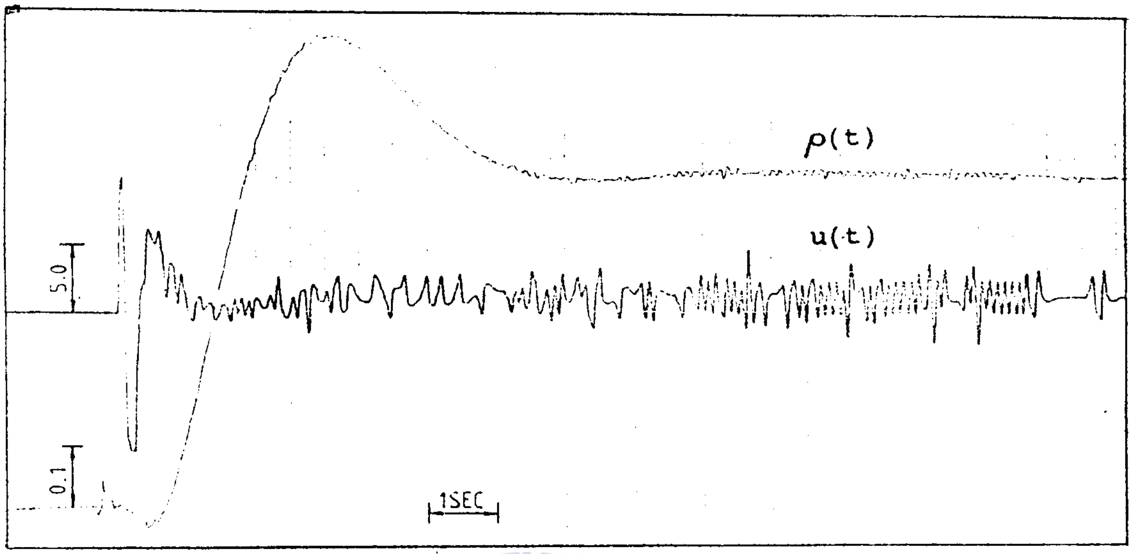
(Fig.26-c) : q_1=1.0, q_2=10.0, q_3=1.0, r=0.1



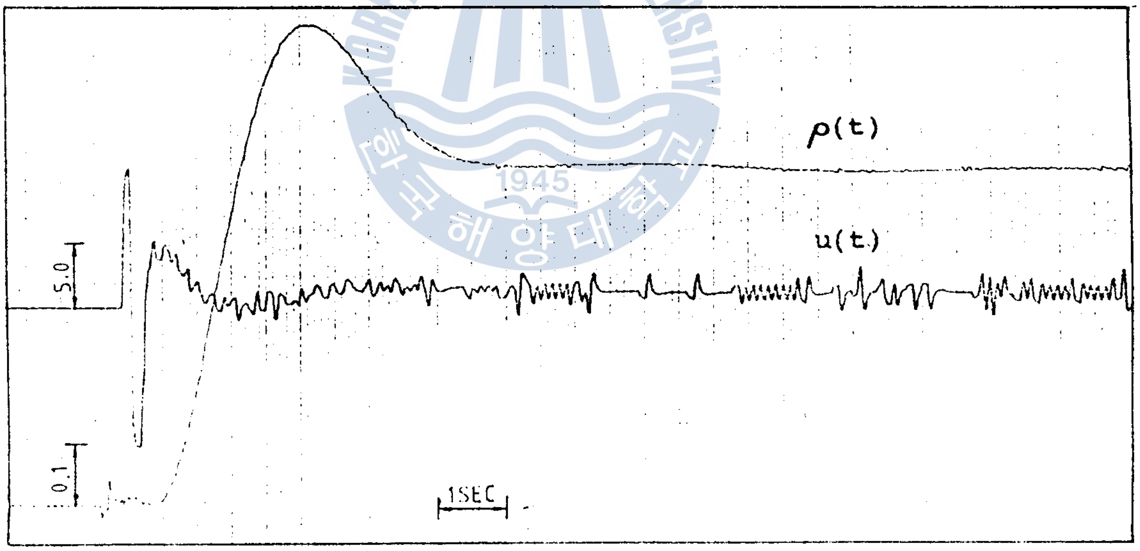
(Fig.26-d) : q_1=1.0, q_2=1.0, q_3=10.0, r=0.1

Fig.26 Curves of plant output ρ(t) and control input u(t)

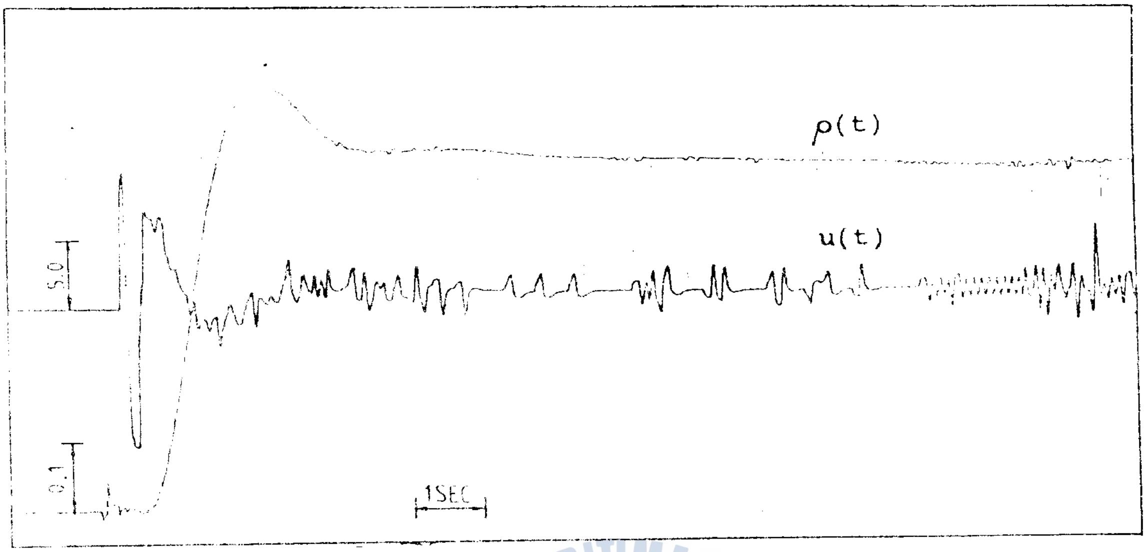
for system 3 with standard digital PID controller



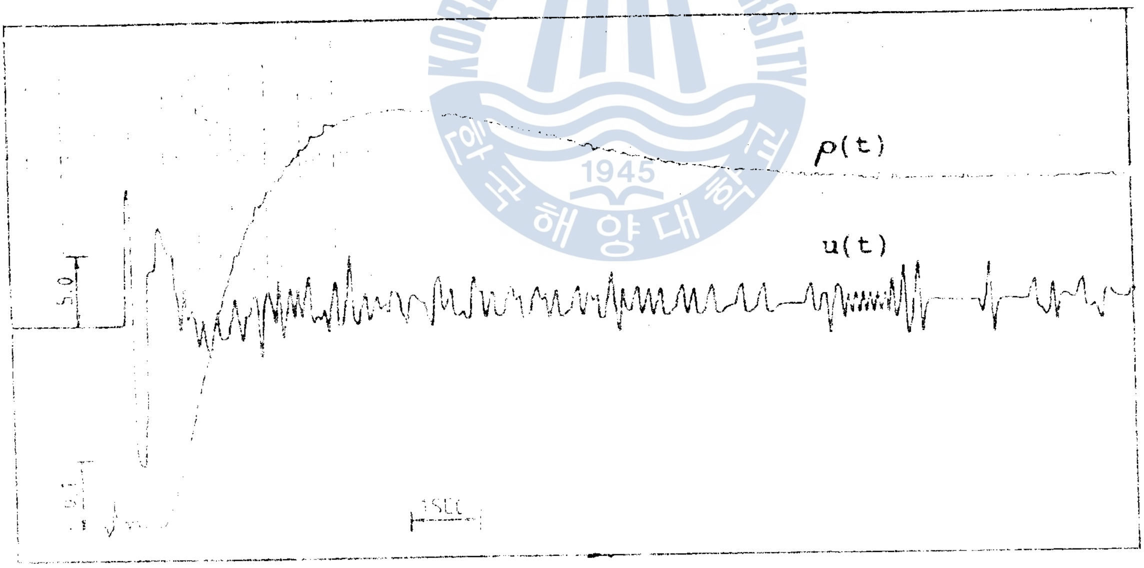
(Fig.27-a) : $q_1=1.0$, $q_2=1.0$, $q_3=1.0$, $q_4=1.0$, $r=0.1$



(Fig.27-b) : $q_1=1.0$, $q_2=1.0$, $q_3=1.0$, $q_4=0.0$, $r=0.1$



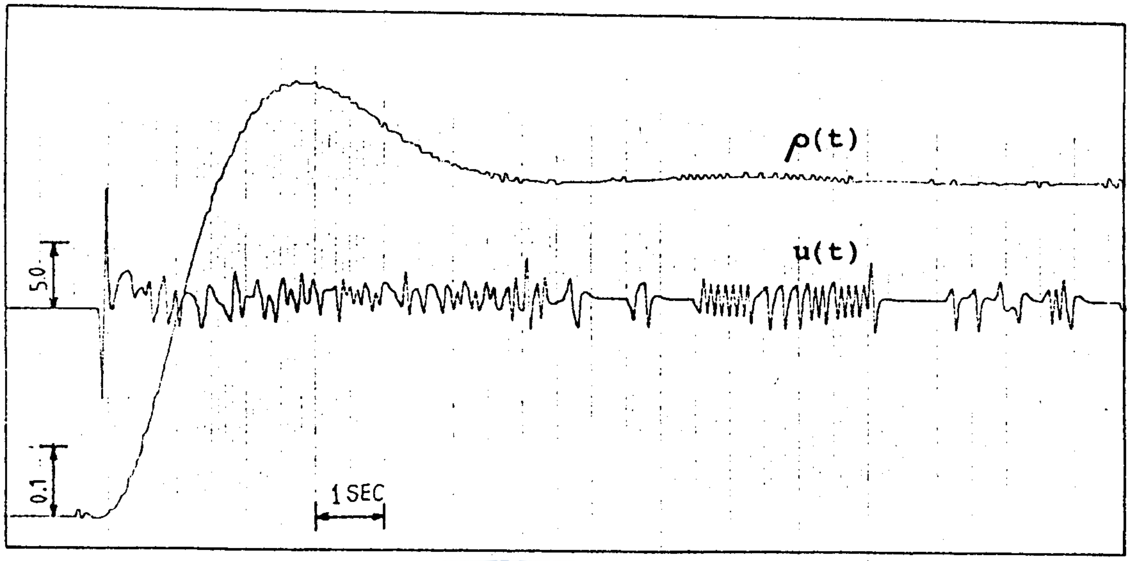
(Fig.27-c) : q_1=1.0, q_2=10.0, $q_3$1.0, q_4=0.0, r=0.1



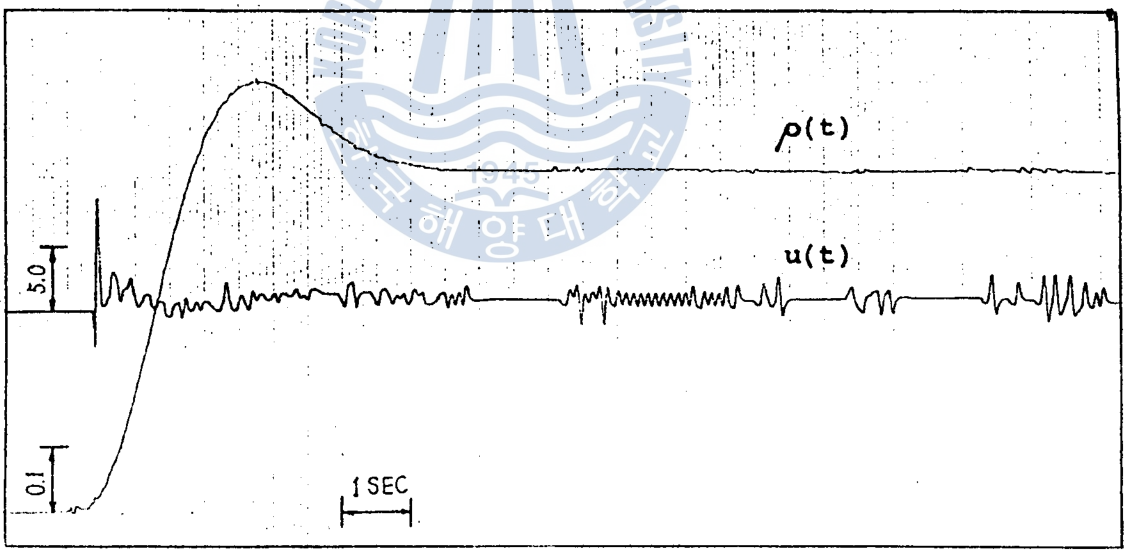
(Fig.27-d) : q_1=1.0, q_2=1.0, q_3=10.0, q_4=0.0, r=0.1

Fig.27 Curves of plant output ρ(t) and control input u(t)

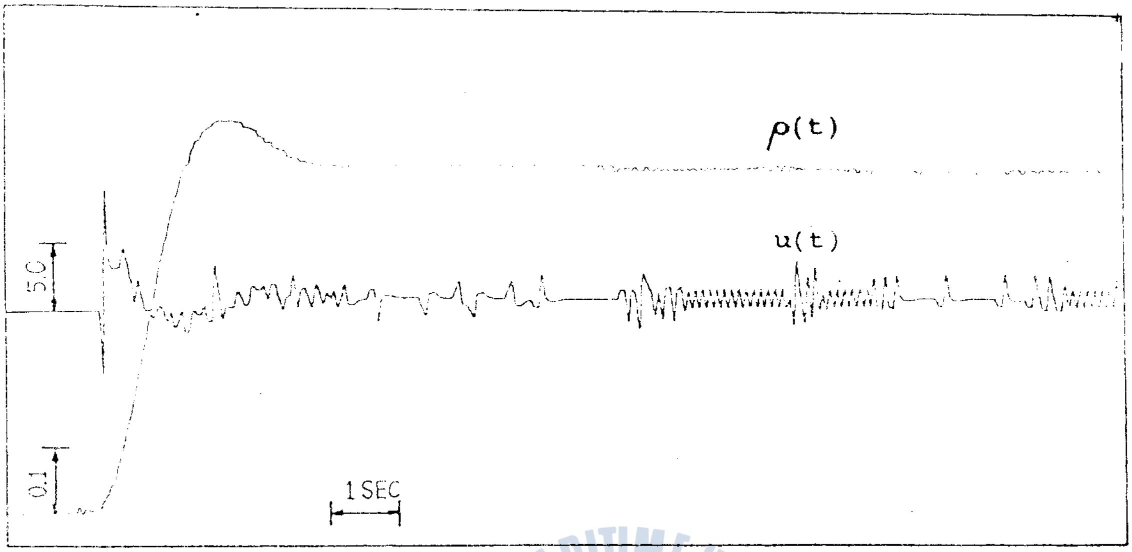
for system 4 with standard digital PID controller



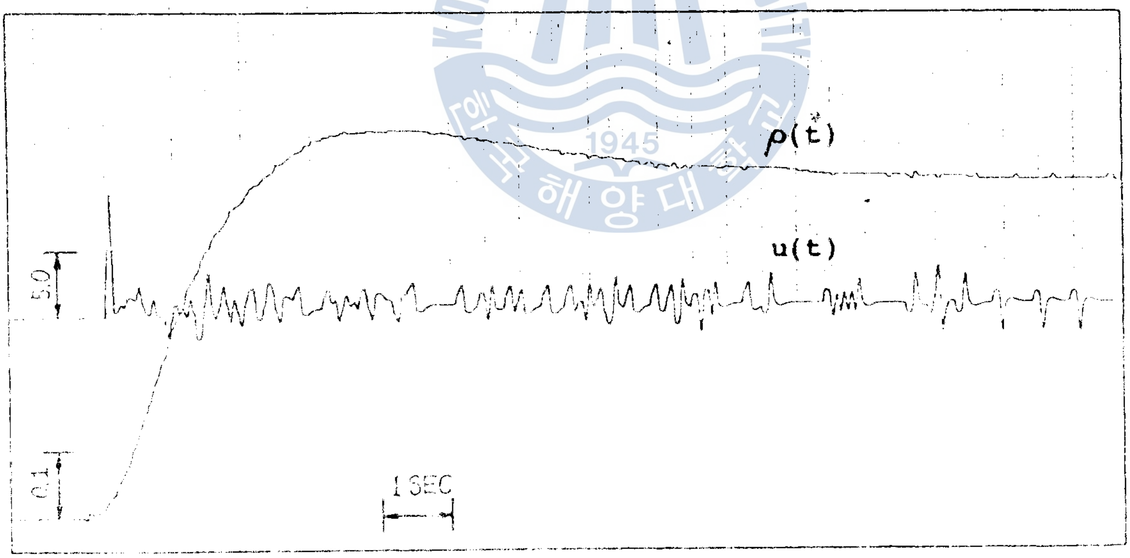
(Fig.28-a) : q_1=1.0, q_2=1.0, q_3=1.0, q_4=1.0, r=0.1



(Fig.28-b) : q_1=1.0, q_2=1.0, q_3=1.0, q_4=0.0, r=0.1



(Fig.28-c) : q_1=1.0, q_2=10.0, q_3=1.0, q_4=0.0, r=0.1



(Fig.28-d) : q_1=1.0, q_2=1.0, q_3=10.0, q_4=0.0, r=0.1

Fig.28 Curves of plant output ρ(t) and control input u(t) for system 4 with modified digital PID controller

第 7 章 ; 檢 討

7-1 u_s , x_{1s} 에 대한 檢討

2-1節의 식(2.1.6)에서 定義한 플란트의 目標値 ρ^o에 對應하는 制御入力의 定常値 u_s, 狀態 x_1 의 定常値 x_{1s} 와 ρ^o사이에는 다음과 같은 關係가 있다.

$$u_s = \frac{a_{n-1}}{b}\rho^o \qquad x_{1s} = \frac{a_{n-1}}{bf_1}\rho^o \tag{7.1.1}$$

따라서 u_s 및 狀態 $x_1(t)$의 定常値 x_{1s} 는 ρ^o가 0이면 모두 0으로 되어 최적 regulator問題와 같게 된다. 또한 $\bar{u}^2(t)$가 $u^2(t)$와 같게 되어 制御入力(에너지)의 제곱형식은 維持하게 된다.

그러나 ρ^o가 0이 아닐 경우에는 2次形式의 評價函數 中 $x_1(t)$는 $\int x_1(t)dt - x_{1s}$ 로서 誤差의 積分과는 相異하게 될 뿐 아니라 制御入力의 2次 形式이 $\bar{u}^2(t)$의 形式 즉,

$$\bar{u}^2(t) = (u_s - u(t))^2 = (u(t) - u_s)^2 \tag{7.1.2}$$

으로 되어 制御入力 $u^2(t)$와는 다른 形式으로 되기 때문에 評價函數 中의 荷重係數 q_1과 r의 選定에는 主意를 要한다. 즉 r 은 狀態變數의 荷重係數 보다 可能한한 작게 取하는 것이 바람직 하다.

7-2 PID制御器의 파라미터 選定에 대한 檢討

本 硏究에서 提案하는 方法에 의하면 制御對象이 2次 以下인 경우는 PI 또는 PID 制御器로써 最適피이드백 制御系統을 構成할 수 있으나, 3次系 以上인 制御對象에 대해서는 식(2.3.28)에서 보는 바와 같이 PID動作 外에 상태 피이드백 動作이 있어야 最適피이드백 制御系統을 構成할 수 있음을 알 수 있다.

또한 오그멘트 시스템의 상태 $x_1(t)$에 대한 荷重係數 q_1을 0으로 하면 식(2.3.14)으로 부터 F_{13}이 0으로 되고 이것을 식(2.3.13)에 적용시키면 I動作이 存在하지 않는다는 것을 알 수 있다.

Table 2, Table 3, Table 4에서 보는 바와 같이 荷重係數 q_1이 크게 됨에 따라 상태 $x_1(t)$의 최적게인 f_1이 상대적으로 크게 되고, q_2가 커지면 최적게인 f_2가, q_3가 크게 되면 최적게인 f_3가 점점 크게 됨을 알 수 있다. 이것은 하중계수 q_1, q_2, q_3가 상태 $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ 의 荷重(weight)이기 때문이다.

하중계수 q_1, q_2, q_3와 PID制御器의 퍼래미터 Kp, Ti, Td와의 關係를 나타내고 있는 Fig.8, Fig.9 및 Fig.10으로 부터 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

즉, Fig.8 에서 보는 바와 같이 r, q_2, q_3를 固定하고 q_1을 增加시킴에 따라 Kp는 增加하고 Ti및 Td는 減小한다. 또 Fig.9

로 부터 q_2가 크게 됨에 따라 Kp와 Ti는 增加하고 Td는 減小한다. Fig.10으로 부터 q_3 가 크게 됨에 따라 Kp, Ti, Td모두가 增加하는 趨勢를 보이고 있다.

또한 이 세 그림을 同時에 比較해 보면 다음과 같은 事實을 알 수 있다.

比例動作의 利得 Kp의 變化幅의 程度는 q_1, q_3 의 變化時 보다 q_2 의 變化時가 가장 크다. 이것은 q_2가 상태 $x_2(t)$의 荷重係數이고 PID制御器의 P動作은 상태 $x_2(t)$에 의해 이루어지기 때문이다.

다음 積分時間 Ti가 減小하는 것은 하중계수 q_1 을 增加시킬 때이고 微分時間 Td 가 增加하는 것은 荷重係數 q_3 가 增加할 때이다. 이것은 q_1및 q_3 가 오그멘트 상태 $x_1(t)$ 및 $x_3(t)$에 관한 하중계수이고 상태 $x_1(t)$은 상태 $x_2(t)$ 의 積分에 該當하는 상태로서 q_1 이 크게 됨에 따라 積分時間 Ti의 크기가 減小하여 積分項의 係數 1/Ti의 값은 증가하게 되어 結局은 PID動作 中 積分動作이 큰 比重을 차지하게 되고 q_3 가 크게 되면 微分動作이 큰 比重을 차지하게 된다고 생각할 수 있다.

7-3 應答 시뮬레이션에 대한 檢討

本 節에서는 實際의 플란트에 대한 實時間制御 實驗을 行하기 前에 最適피이드백 제어系統에 대한 디지탈 콤퓨터로써 應答시뮬레이션을 行한 結果에 대해서 檢討한다.

System 1은 不安定한 제어대상이었으나 本 연구에서 提案하는 방법에 의해 구하여진 最適게인으로 制御器를 구성하였을 경우 그 應答이 安定하면서도 良好하다는 것을 Fig.11로 부터 알 수 있다. 또한 이 Fig.11의 상태 $x_2(t)$의 應答을 觀察해 보면 하중계수 q_2가 큰 경우(實線으로 表示된 曲線)가 다른 세가지의 경우보다 應答速度는 빠르면서 오버슈트는 크게 일어나지 않음을 나타내고 있는데, 이는 상태 $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ 중에서 $x_2(t)$의 荷重을 크게 두어 상태 $x_2(t)$를 重視한 것으로 부터 비롯된 것으로 볼 수 있으며, 이때 최적제이입력은 다른 경우보다 크다는 것을 알 수 있다. 이 理由는 이 경우 操作量에 대한 하중계수 r를 0.1로 두어 操作量에 대한 比重을 상태 $x(t)$에 대한 比重보다 輕視했기 때문이다. 즉, 出力의 2乘誤差面積의 評價函數($\int e^2(t)dt$)를 最小로 하는 경우와 거의 같게 하기 위해서는 플란트 출력의 誤差에 該當하는 오그멘트 상태 $x_2(t)$ 의 荷重係數 q_2를 다른 荷重係數 r, q_1, q_3, q_4보다 아주 큰 값을 取하면 된다.

또, Fig.12, Fig.13에서 보는 바와 같이 安定한 系(System 2) 및 서어보系(System 3)에 대해서도 비슷한 樣相을 나타내고 있다.

Fig.14에서 一點鎖線으로 表示된 曲線은 System 2를 제어대상으

로 하고 PID 제어기의 각 파라미터의 값을 修定된 Ziegler-Nichols방법에 의해 구한 것으로 Kp의 再調定을 2乘誤差面積이 最小가 되도록 조정한 것이다. 그리고 實線의 경우는 本 연구에서 提案하는 方法으로 구한 최적게인으로 制御器를 구성한 경우의 應答으로서 이 두 경우를 比較해 보면 本 方法이 越等히 優秀하다는 것을 알 수 있다.

또한 이들을 數値的인 값으로 比較해 보기 위해 評價函數 J의 값 및 2乘誤差面積을 구해보면 Table 5에서 보는 바와 같이 본 방법에 의해 설계된 制御器로써 制御를 行한 경우가 작다는 것을 알 수 있다.

Fig.15는 3차계(System 4)에 대한 경우로서 2차계의 경우들과 매우 비슷한

7-3 應答 시뮬레이션에 대한 檢討

本 節에서는 實際의 플란트에 대한 實時間制御 實驗을 行하기 前에 最適피이드백 제어系統에 대한 디지탈 콤퓨터로써 應答시뮬레이션을 行한 結果에 대해서 檢討한다.

System 1은 不安定한 제어대상이었으나 本 연구에서 提案하는 방법에 의해 구하여진 最適게인으로 制御器를 구성하였을 경우 그 應答이 安定하면서도 良好하다는 것을 Fig.11로 부터 알 수 있다. 또한 이 Fig.11의 상태 $x_2(t)$의 應答을 觀察해 보면 하중계수 q_2가 큰 경우(實線으로 表示된 曲線)가 다른 세가지의 경우보다 應答速度는 빠르면서 오버슈트는 크게 일어나지 않음을 나타내고 있는데, 이는 상태 $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ 중에서 $x_2(t)$의 荷重을 크게 두어 상태 $x_2(t)$를 重視한 것으로 부터 비롯된 것으로 볼 수 있으며, 이때 최적제어입력은 다른 경우보다 크다는 것을 알 수 있다. 이 理由는 이 경우 操作量에 대한 하중계수 r를 0.1로 두어 操作量에 대한 比重을 상태 x(t)에 대한 比重보다 輕視했기 때문이다. 즉, 出力의 2乘誤差面積의 評價函數($\int e^2(t)dt$)를 最小로 하는 경우와 거의 같게 하기 위해서는 플란트 출력의 誤差에 該當하는 오그멘트 상태 $x_2(t)$ 의 荷重係數 q_2를 다른 荷重係數 r, q_1, q_3, q_4보다 아주 큰 값을 取하면 된다.

또, Fig.12, Fig.13에서 보는 바와 같이 安定한 系(System 2) 및 서어보系(System 3)에 대해서도 비슷한 樣相을 나타내고 있다. Fig.13에서 一點鎖線으로 表示된 曲線은 System 2를 제어대상으

로 하고 PID 제어기의 각 파라미터의 값을 修定된 Ziegler-Nichols방법에 의해 구한 것으로 Kp의 再調定을 2乘誤差面積이 最小가 되도록 조정한 것이다. 그리고 實線의 경우는 本 연구에서 提案하는 方法으로 구한 최적게인으로 制御器를 구성한 경우의 應答으로서 이 두 경우를 比較해 보면 本 方法이 越等히 優秀하다는 것을 알 수 있다.

또한 이들을 數値的인 값으로 比較해 보기 위해 評價函數 J의 값 및 2乘誤差面積을 구해보면 Table 5에서 보는 바와 같이 본 방법에 의해 설계된 制御器로써 制御를 行한 경우가 작다는 것을 알 수 있다.

Fig.15는 3차계(System 4)에 대한 경우로서 2차계의 경우들과 매우 비슷한 樣相을 보이고 있다.

Fig.16은 3차계(System 4)에 대해 최적피이드백 게인 f_1, f_2, f_3, f_4를 구하고 이 中에서 f_4를 0으로 한 경우 즉, PID制御 動作만으로 제어기를 구성한 경우의 상태 $x_2(t)$ 및 制御入力 $\overline{u}(t)$의 曲線을 표시하고 있으며 이 경우는 應答이 바람직하지 못할 뿐 아니라 그 때의 制御入力도 過大하게 크게 된다는 것을 알 수 있다.

또, Table 6, Table 7의 數値的인 比較에서도 評價函數의 값이 크게 되어 좋지 못하다는 것을 同時에 알 수 있다.

그러므로, 本 方法에 의해서 최적피이드백 게인을 구하고 制御器를 구성할 경우는 이 피이드백 게인 모두를 考慮해야 한다는 것을 알 수 있으며 이를 위해서는 제어대상이 3차 以上인 高次

系에 대해서는 觀測器가 必要하다는 것도 아울러 알 수 있다.

다음 앞에서 예로든 System 4에 대해 本 연구에서 提案하는 方法으로 최적 피이드백 게인을 구하고, 이것으로 부터 상태 $x_1(t)$ $x_2(t)$, $x_3(t)$는 眞値로써 피이드백 시키고 상태 $x_4(t)$는 5-4節에서 說明한 方法에 의한 觀測器로써 상태를 推定한 상태 $\hat{x}_4(t)$를 피이드백 시킨 경우의 應答曲線을 나타내고 있는 Fig.17과 모든 상태를 眞値로써 피이드백 시킨 경우의 應答을 表示하는 Fig.15를 比較해 보면 肉眼으로는 거의 구별되지 않을 程度로 잘 一致하고 있음을 보이고 있다.

그러나 Fig.18에서 보는 바와같이 實線으로 表示된 상태 $x_4(t)$의 眞値와 點線으로 표시된 觀測器에 의한 推定値 $\hat{x}_4(t)$는 初期에 상당한 差異가 있음을 보이고 있으며 대략 0.3秒 정도 經過하면 두 값은 잘 一致한다. 이것은 本 연구에서 觀測器를 설계할 때 식(5.1.15)의 $\tilde{A}_{22}$의 固有値 즉 $-p$의 값을 -20.0, -20.0으로 상당히 큰 값을 選擇하기 때문이고 ($e^{-20\times 0.3} = e^{-6.0} = 0.00248$), 이보다 더 큰 값을 選擇하면 收斂速度는 빨라질 것이다. 즉, 만일 $-p$를 [illegible]으로 하면 0.1秒 정도에서 $x_4(t)$의 眞値와 推定値의 差異는 거의 消滅되고 말 것이다.

한편 이 네 경우를 評價函數 J의 값으로 比較해 본 結果 Table 9에서 보는 바와같이 推定値 $\hat{x}_4(t)$로써 피이드백 시킨 경우가 眞値 $x_4(t)$로써 피이드백 시킨 경우보다 J의 값이 크고, 이들 中 상태 $x_4(t)$에 比重을 크게 둔 경우가 다른 세 경우보다 평가함수 J의 값의 增加率이 크다는 것도 알 수 있다.

다음 操作量 $\overline{u}(t)$에 대해서 檢討해 보면, Fig.11 ~ Fig.13의 그림에서 알 수 있듯이 操作量 $\overline{u}(t)$의 絕對값의 크기가 初期에 큰 값으로 되는데 그 理由는 다음과 같이 생각할 수 있다.

즉, 本 硏究에서 취급한 플란트의 傳達函數의 일반식(식(2.1.1))을 $G_p(s)$라 하고 PID制御器의 傳達函數를 $G_{PID}(s)$라 할 때 基準入力 R(S)와 操作量 U(S) 사이에는 다음식과 같은 關係가 있고,

$$\frac{U(S)}{R(S)} = \frac{G_{PID}(S)}{1+ G_{PID}(S)G_p(S)} \tag{7.3.1}$$

이 式의 分母 分子를 S에 관한 多項式으로 整理하면 分子가 (n+1)次로서 分母의 n次 보다 한 次數 높게 되기 때문에 식(7.3.1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\overline{U}(S)}{R(S)} = c_1 S + c_2 + G_1(S) \tag{7.3.2}$$

여기서 $G_1(S)$는 分母의 次數가 n이고 分子의 次數가 n보다 작은 S의 多項式의 比로 表示되는 傳達函數이다.

따라서 R(S)=1/S 일 때 즉, r(t)가 單位階段函數일 때 $\overline{u}(t)$는 다음과 같이 된다.

$$\overline{u}(t) = c_1\delta(t) + c_2 + \int_0^t g_1(\tau)d\tau \tag{7.3.3}$$

단, $g_1(\tau) = \mathcal{L}^{-1}\left[G_1(S)\right]$

c_1, c_2 : 常數

$\delta(t)$: dirac 의 delta function

式(7.3.3)에서 알 수 있듯이 $\overline{u}(t)$의 式 中에는 델타함수가 包含되기 때문에 無限的으로 큰값을 갖게 된다. 이 델타함수는 PID

制御器 中의 D 動作 때문에 생겨난 것으로 實際로는 存在할 수 없는 것이다.

또한, Fig.15의 경우도 制御器의 構成이 PID 動作 外에 상태 $x_4(t)$의 피이드백 動作이 있으나 앞에서와 같은 樣相을 보이고 있으며, 狀態 $x_4(t)$의 피이드백이 없는 경우(Fig.16)는 그 影響이 더욱 크게 나타난다는 것은 알 수 있다.

7-4 實時間 制御實驗에 대한 檢討

本 硏究에서 예로 든 System 1, System 2, system 3, system 4 에 대하여 標準形 디지탈 PID制御器의 알고리즘으로 마이크로 콤퓨터로써 PID 制御器를 구성하여 施行한 實時間 制御實驗의 結果 (Fig.24～Fig.27)와 디지탈 시뮬레이션한 결과(Fig.11～Fig.13, Fig.15)를 比較檢討하기 위하여 이 두 경우의 應答曲線으로 부터 최대 오버슈터와 그때의 時間을 Table로 表示하면 Table 10～Table 13과 같이 된다.

또 system 4에 대해 디지탈 시뮬레이션한 結果(Fig.15)와 標準形 디지탈 PID制御器로써 實時間 制御實驗한 結果(Fig.26)및 修定된 디지탈 PID제어기로써 實時間 制御實驗한 結果(Fig.28)를 比較檢討하기 위하여 앞에서 말한 두 값을 表示한 것은 Table 14과 같다.

system 1에 대해서는 Fig.11과 Fig.24 또는 Table 10에서 알 수 있는 바와 같이 (a)의 경우(入力에 대한 荷重係數 r 를 0.1로 고정하고 상태 x(t)에 대한 荷重係數行列 Q의 對角要素 q_1, q_2, q_3가 모두 1.0인 경우), 시뮬레이션한 結果는 최대오버슈터가 22.28 %이고 그때의 時間은 2.4秒 였으나, 實時間 制御實驗한 結果는 최대오버슈터는 6.5%이고 그때의 時間은 3.4秒로써 實時間 制御實驗한 結果가 오버슈터는 작고 應答速度는 느리게 된다. 또 (b) 및 (d)의 경우도 이와같은 樣相을 나타내고 있으나 (c)의 경우는 시뮬레이션한 結果는 최대오버슈터가 11.60%이고 그때의 時間

Table 10 Comparision of simulation results and real time responses for system 1

weighting facter				simulation		real time response	
	q_1	q_2	q_3	max. over -shoot(%)	time (sec)	max. over -shoot(%)	time (sec)
(a)	1.0	1.0	1.0	22.28	2.4	6.0	3.4
(b)	1.0	0.0	0.0	30.65	2.1	6.2	2.9
(c)	1.0	10.0	1.0	11.60	1.8	x	x
(d)	1.0	1.0	10.0	20.12	3.9	12.0	4.8

Table 11 Comparision of simulation results and real time responses for system 2

weighting facter				simulasion		real time response	
	q_1	q_3	q_3	max. over -shoot(%)	time (sec)	max. over -shoot(%)	time (sec)
(a)	1.0	1.0	1.0	25.19	2.1	11.0	2.4
(b)	1.0	0.0	0.0	50.10	1.85	28.0	1.9
(c)	1.0	10.0	1.0	12.65	1.6	4.0	2.1
(d)	1.0	1.0	10.0	20.51	3.8	16.0	4.3

Table 12 Comparision of simulation results and real time responses for system 3

weighting facter				simulation		real time response	
	q_1	q_2	q_3	max. over -shoot(%)	time (sec)	max. over -shoot(%)	time (sec)
(a)	1.0	1.0	1.0	24.71	2.2	20.5	2.5
(b)	1.0	0.0	0.0	42.52	1.95	30.5	2.0
(c)	1.0	10.0	1.0	12.31	1.7	12.0	2.4
(d)	1.0	1.0	10.0	20.71	3.9	20.5	4.3

Table 13 Comparision of simulation results and real time responses for system 4

	weighting facter				simulation		real time response	
	q_1	q_2	q_3	q_4	max. over -shoot(%)	time (sec)	max. over -shoot(%)	time (sec)
(a)	1.0	1.0	1.0	1.0	42.57	3.1	41.0	3.4
(b)	1.0	1.0	1.0	0.0	45.68	2.7	44.0	3.0
(c)	1.0	10.0	1.0	0.0	27.98	2.3	26.5	2.5
(d)	1.0	1.0	10.0	0.0	26.98	3.9	22.0	4.4

Table 14 Comparision of real time responses controlled by standard digital PID comtroller and by modified digital PID controller

	weighting facter				standard PID cont.		modified PID cont.	
	q_1	q_2	q_3	q_4	max. over -shoot(%)	time (sec)	max. over -shoot(%)	time (sec)
(a)	1.0	1.0	1.0	1.0	41.0	3.4	28.5	3.3
(b)	1.0	1.0	1.0	0.0	44.0	3.0	28.5	2.8
(c)	1.0	10.0	1.0	0.0	26.5	2.5	16.0	2.4
(d)	1.0	1.0	10.0	0.0	22.0	4.4	14.5	4.3

은 1.8秒 였으나, 實時間 制御實驗한 結果에서는 오버슈터가 뚜렷이 나타나지 않는 應答曲線으로 되었다. system 2에 대해서도 Fig.13와 Fig.25또는 Table 11에서 알 수 있는 바와같이 (a),(b),(c),(d)의 네 경우 모두 實時間 制御實驗한 경우의 應答이 오버슈터는 작고 應答速度가 느리게 된다.

system [illegible] system 4도 system 2와 同一한 樣相을 나타내고 있음을 알 수 있다.

이와 같은 現象은 連續 PID제어기의 경우 階段上의 갑작스런 制御器의 入力變化에 대해 初期에 制御器의 出力이 瞬間的으로 큰 [illegible] 갖지 않는 경우라 할지라도 連續 PID制御器를 離散化하여 [illegible] PID제어기의 알고리즘으로 制御를 행할 경우에는 [illegible] 瞬間的으로 큰 값을 갖게 되지만 이 값을 現實的으로 實現시키지 못하기 때문이라고 생각된다.

특히 system 4에서 시뮬레이션한 結果와 實時間 制御實驗한 結果가 [illegible] 差異를 나타내고 있는 것은 플랜트의 制御入力 [illegible] 入力으로 作用하고 있는데, 制御器의 알고리즘에 의해 [illegible] 結果를 그대로 出力시키지 못하기 때문에 상태 $x_4(t)$ [illegible] 時間을 要하기 때문이라고 생각된다.

그리고 이와같이 制御器의 入力이 階段上으로 갑작스럽게 變化하더라도 制御器의 出力이 瞬間的으로 큰 값이 되지 않도록 [illegible] 入力變化를 PID제어기의 微分項에서 除外시킨 修正된 디지탈 PID제어기의 알고리즘으로 system 4에 대해 實時間 制御實驗한

結果(Fig.28) 또는 Table 14에서 알 수 있는 바와같이 修正된 디지탈 PID制御器로써 制御를 行한 경우가 標準形 디지탈 PID 制御器로써 制御한 경우보다 오버슈터도 작고 應答速度도 빠라짐을 알 수 있다. 즉 制御器의 入力이 階段上으로 갑작스런 變化가 많은 경우에는 標準形 디지탈 PID制御器의 알고리즘보다도 修正된 디지탈 PID制御器의 알고리즘으로 디지탈 制御를 行하는 쪽이 더 優秀하다는 것을 알 수 있다.

은 1.8秒 였으나, 實時間 制御實驗한 結果에서는 오버슈터가 뚜렷이 나타나지 않는 應答曲線으로 되었다. system 2에 대해서도 Fig.12와 Fig.25또는 Table 11에서 알 수 있는 바와같이 (a),(b),(c),(d)의 네 경우 모두 實時間 制御實驗한 경우의 應答이 오버슈터는 작고 應答速度가 느리게 된다.

system 3, system 4도 system 2와 同一한 樣相을 나타내고 있음을 알 수 있다.

이러한 現象은 連續 PID제어기의 경우 階段上의 갑작스런 制御器의 入力變化에 대해 初期에 制御器의 出力이 瞬間的으로 큰 값을 갖게 되는 경우라 할지라도 連續 PID制御器를 離散化하여 設計한 디지탈 PID제어기의 알고리즘으로 制御를 行할 경우에는 그러한 瞬間에 큰 값을 갖게 되더라도 이 값을 現實的으로 實現시키지 못하는 때문이라고 생각된다.

또한 system 4에서는 시뮬레이션한 結果와 實時間 制御實驗한 結果가 오랫동안 큰 差異를 나타내고 있는 것은 플랜트의 制御入力이 狀態變數의 入力으로 作用하고 있는데, 制御器의 알고리즘에 의해 計算된 結果를 그대로 出力시키지 못하기 때문에 상태 $x_4(t)$ 가 指定値에 收斂하는 데 긴 時間을 要하기 때문이라고 생각된다.

그리고 이와같이 制御器의 入力이 階段上으로 갑작스럽게 變化하더라도 制御器의 出力이 瞬間的으로 큰 값이 되지 않도록 개선하기 위하여 入力變化를 PID제어기의 微分項에서 除外시킨 修正된 디지탈 PID제어기의 알고리즘으로 system 4에 대해 實時間 制御實驗한

結果(Fig.28) 또는 Table 14에서 알 수 있는 바와같이 修正된 디지탈 PID制御器로써 制御를 行한 경우가 標準形 디지탈 PID 制御器로써 制御한 경우보다 오버슈터도 작고 應答速度도 빠라짐을 알 수 있다. 즉 制御器의 入力이 階段上으로 갑작스런 變化가 많은 경우에는 標準形 디지탈 PID制御器의 알고리즘보다도 修正된 디지탈 PID制御器의 알고리즘으로 디지탈 制御를 行하는 쪽이 더 優秀하다는 것을 알 수 있다.

第 8 章 : 結 論

一般的인 피이드백 制御系統에 대하여 本 研究에서 提案하는 方法으로 制御系를 構成하여 디지탈 電子計算機에 의해 應答 시뮬레이션을 행하고, 마이크로 콤퓨터를 이용하여 實時間 制御實驗을 행한 結果에 대한 檢討를 通하여 다음과 같은 結論을 얻게 되었다.

1) 식(2.1.6)과 같이 플란트의 모델링을 행함으로써 最適制御理論을 利用한 일반적인 피이드백 制御系統의 最適化가 可能하였으며, 식(7.1.1)에서 알 수 있는 바와 같이 ρ^2가 0이면 u_s 및 x_{1s}도 0이 되므로 本 研究에서 提案하는 制御器의 構成 方法은 最適 regulator問題에도 그대로 適用 可能하다.

2) 本 研究에서 提示하는 方法에 의하면 制御系統이 2次 以下일 경우는 PI 또는 PID 制御器 만으로 最適 制御系統을 構成할 수 있으며 3次 以上인 경우는 PID 動作 以外에 狀態 피이드백이 必要하고 이를 위해서는 部分狀態觀測器가 必要하다.

3) PID 制御器의 入力값을 利用함으로써 構成하여야 할 狀態觀測器의 次元을 줄일 수 있으며, 部分狀態觀測器의 [illegible] $\hat{F}_{22}$ 의 固有値가 [illegible] 작은 [illegible] 行列 H의 要素를 식(3.2.8)으로 부터 決定하면 精度 높은 狀態觀測器를 容易하게 構成할 수 있다.

4) 評價函數에 包含되는 荷重係數 q_i 의 값은 制御系統의 特性에 重大한 影響을 미치므로 이 값은 制御目的에 따라 愼重히 選定하여야 한다.

(i) 오그멘트 狀態 x_1에 대한 荷重係數 q_1이 0이면 PID動作中 積分動作(I動作)은 存在하지 않는다.

(ii) 2乘誤差面積의 評價函數를 最小로하는 경우와 類似하게 하기 위해서는 荷重係數 q_2 를 다른 荷重係數보다 相對的으로 크게 하면 된다.

5) 實時間 制御實驗한 경우는 콘버어터, 플란트의 飽和現象 및 마이크로 콤퓨터의 演算時間 때문에 시뮬레이션한 경우보다 應答速度가 느리고 오버슈터는 작게 된다.

6) 目標値나 狀態에 대한 外亂이 階段上으로 變化가 할 경우는 標準形보다도 修定된 디지탈 PID 制御器의 알고리즘으로 制御를 行하는 것이 有利하다.

以上 應答시뮬레이션 및 實時間 制御實驗 結果, 本 研究에서 提案하는 制御器의 構成方法으로 制御系를 構成하면 良好한 制御가 可能하다는 것이 立證되었다.

*** 參 考 文 獻 ***

1) J.G. ZIEGLER and N.B. NICHOLS, "Optimum settings for Automatic Controllers", Trans. ASME, 64, pp 759-768, 1942.

2) [illegible], '自動制御工學', 向學圖書出版部, pp 251-262, 198[illegible]

3) D.R. COUGHANOWR and L.B KOPPEL, "Process Systems Analysis and Control", McGraw-Hill, pp 313-[illegible]4, 1965.

4) [illegible] Taylor Instrument Companies, Technical Data, TDS -10A 120, Issue 1.

5) [illegible]-PING SHIH and CHUN-[illegible]AN CHEN "On the Weighting Factors of the Quadratic Criterion in Optimal Control", Int. J. Control, Vol.19, No.5, pp947-955, 197[illegible]

6) M. ATHANS and P.L. FALB, "Optimal Control: An Introduction to the Theory and Its Application", McGraw-Hill, pp241-284, 1966.

7) [illegible], '船舶制御 System 工學', 成山堂書店, pp 220-2[illegible], 1982.

8) [illegible], 「[illegible]」, [illegible], pp 165-191, 1974

9) [illegible], "最適制御の 數學的[illegible]", 總合圖書, pp 25-98, 1986

10) D. BURGHES and A. GRAHAM, "Introduction to Control Theory Including Optimal Control", Ellis Horwood, pp 307-309, 1980.

11) [illegible] ATHANS and [illegible], "Optimal Control: An Introduction to

the Theory and its Applications", McGraw-Hill, pp 756-787, 1966.

12) S.P. SETHI and G.L. THOMPSON, "Optimal Control Theory, Application to Management Science", Martinus Nijhoff Publishing, pp 21-54, 1981.

13) A.P. SAGE and CHELSEA C. WHITE,III, "Optimum Systems Control", McGraw-Hill, pp 53- 86, 1980.

14) R. OLDENBURGER, "Optimal and Self-Optimizing Control", The Mass-achusetts Institute of Technology, pp 210-266, 1966.

15) G.R. WALSH, "Methods of Optimization", John Wiley and Son pp 164-183, 1975.

16) J.L. KUESTER and J.H. MIZE, "Optimization Techniques with Fortran", McGraw-Hill, pp 155-202, 1973.

17) ARTHUR E. BRYSON, JR. and YU-CHI HO, :Applied Optimal Control, Optimization, Estimation, and Control", John Wiley and Sons, pp 131-147, 1975.

18) M. ATHANS and P.L. FALB, "Optimal Control, An Introduction to the Theory and Its Apprication", McGraw-Hill, pp 504-661, pp 662-749, 1972.

19) Y. TAKAHASHI, M.J. RABINS, "Control and Dynamic System", Addison-Wesley Publishing Company, pp 548-550, 1972.

20) M. ATHANS and P.L. FLAB, "Optimal Control", McGraw- Hill, pp 756-787, 1972.

21) H. KWAKERNAAK and R. SIVAN, "Linear Optimal Contol systems", Willy-Interscience, pp 201-247, 1972.

22) BRAIN D.O. ANDERSON and J.B. MOORE, "Linear Optimal Control", Prentice-Hall, pp 11-49, 1971.

23) N. SUDA and T. FUJII, "The Optimality Property of on Optimal Regulater Incorporating an Observer", Int. J. Control, Vol.33, NO.4, pp 617-647, 1981.

24) M. ATHANS and P.L. FLAB, "Optimal Control", McGraw-Hill, pp 793-812, 1972.

25) H. KWAKERNAAK and R. SIVAN, "Linear OPtimal Contol systems", pp 253-279, 1972.

26) BRAIN D.O. ANDERSON and J.B. MOORE, "Linear Optimal Control", pp 247-271, 1971.

27) 梁注鎬 외1人, "PID制御器의 最適設計에 關한 研究(I)", 慶南專門大學 論文集, 第15輯, pp 229-235, 1987.

28) 梁注鎬, 河注權, "PID制御器의 最適設計에 關한 研究(II)" 韓國船用機關學會誌, 第11卷, 第3號, pp 227-235, 1987.

29) P. WILLIAMSON and J.B. MOORE, "Three-Term Controller Parameter Selection Using Suboptimal Regulator Theory", IEEE Trans. on Automatic Control, pp 82-83, 1971. 2.

30) STEFANO MARSILI-LIBELLI, "Optimal Design of PID Regulators", Int. J. Control, Vol.33, NO.4, pp 601-616, 1981.

31) 梁注鎬, 河注權, "마이크로 컴퓨터를 利用한 最適 피이드백 制

御에 關한 研究", 韓國舶用機關學會誌, 第12卷, 第4號, pp287-295, 1987.

32) G.F.FRANKLIN and J.D.POWELL, "Digital Control of Dynamic Systems", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., pp 251-265, 1980.

33) T. PAPPAS, A.J. LAUB and N.R. SANDELL. JR., "On the Numerical Solution of the Discrete-Time Algebraic Riccati Equation",IEEE Trans.on Automatic Control, Vol. AC-25, NO.4, pp631-641, 1980.

34) C.H. SCHLETY, JR., and I. LEE, "Optimal Control Computation by the Newton-Raphson Method and the Riccati Transformation", IEEE Trans. on Automatic Control,Vol. AC-12, NO.2, pp 139-144 1967.

35) H. KWAKERNAAK and R. SIVAN, "Linear OPtimal Contol systems" pp 335-338, 1972.

36) 伊藤正美, 木村英紀, 細江繁幸, "線形制御系の設計理論", 計測自動制御學會, pp 119-124, 1972.

37) K.FURUTA and S.KAWAJI, "Linear Fuction Observer with Possibly Minimal Dimension",IEEE Trans. on Automatic Control,Vol.AC-22, NO.6, pp 977-980, 1977.

38) W.S. HEATH, "A System Executive for Real-Time Microcomputer Programs",IEEE MICRO, pp 20-32, June, 1984.

39) D.A. CROWL, "A Real-Time Fortran Exeecutive", IEEE MICRO, pp 48-66, August, 1985.

40) T. TSUCHIYA,"Improved Direct Digital Control Algorithm for Mic-rocomputer Impiimentation", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.AC-27, NO.2, pp 295-306, 1982.

41) K. FURUTA, T. CHIKADA and H. KAJIWARA, "Computer Aided Design and Computer Control using Minicomputer", IFAC Computer Aided Design, Indiana, USA, pp 425-429, 1982.

42) E.H. BRISTOL, "Designing and Programming Control Algorithms for DDC Systems", Control Engineering The Foxboro Company, pp 24-26, January, 1977.

43) J.W. BERNARD and J.F. CASHEN, "Direct Digital Control", Instruments & Control Systems, the Foxboro Company, Vol.38, pp 151-158, September 1965.

44) 吉田滕久, "制御系 CAD SYSTEM", 日本電氣學會雜誌, 第106卷, 第2號, pp 106-112, 1986.

45) K.FURUTA.H.KAJIWARA and Y.OHYAMA, "Control System Design for Furnace by using CAD", IFAC Theory and Apprication of Digital Control, New Delhi, India, pp 527-532, 1982.

46) ROLF ISERMANN, "Digital Control Systems", Springer-Verlag, pp 74-76, 1981.

47) K.J. ASTROM and B. WITTENMARK, "Computer Controlled Systems, Theory and Design", Prentice-Hall, pp180-188, 1984.

48) ROLF ISERMANN "Digital Control Systems", Springer-Verlag, pp [illegible]-87, 1981.

49) J.H. AYLOR, R.L. RAMEY and R.L. KAHLER, "Stability and Performance Considerations in the Selection of Digital PID Controller Parameters", Ieee-Ieci Proceeding Apprication pp59-63, 1980.

50) A.M. LOPEZ, P.W. MURRILL, C.L. SMITH, "Tuning PI and PID Digital Controllers", Instruments & Control Systems, Vol. 42, pp 89-95, 1969.

51) AS-40414, ADAC L-100 ANALOG 計算機設明書, 安藤電氣株式會社, 1980.

52) Data Aquisition and Control System, HANDO ENGINEERING CO.1986.

53) EUGENE L.ZUCH, "Data Aquisition and Conversion Handbook, A Technical Guide to A/D - D/A Conversion and Their Applications", Datel-Intersil, 1982.