

최소분산 프로세서를 사용한 정합장 처리에서 신호단편 수에 따른 바이어스의 영향

Effect of Bias for Snapshots Using Minimum Variance Processor in MFP

박재은*, 신기철*, 김재수**
(Jae-Eun Park*, Kee-Cheol Shin*, Jea-Soo Kim**)

* 한국해양대학교 대학원 해양공학과, ** 한국해양대학교 해양시스템공학부

(접수일자: 2001년 7월 2일; 수정일자: 2001년 8월 11일; 채택일자: 2001년 8월 27일)

적응 정합장처리에서 어레이의 센서 수보다 부족한 신호단편 수로 표본 공분산행렬을 구성할 경우 행렬 계수의 부족으로 행렬의 역변환에 문제가 발생된다. 이를 해결하기 위해 표본 공분산행렬의 대각성분에 일정한 값을 더하거나 고유분해와 같은 기법을 사용하나, 그 결과로 프로세서 출력에서는 바이어스가 발생된다. 본 논문은 고정음원에서 신호단편의 수에 따른 적응 프로세서 출력의 바이어스와 음원 위치 추정 결과를 고찰하기 위해 표본 공분산행렬의 대각성분에 일정한 값을 첨가하는 방법으로 최소분산 기법을 사용하여 수치실험과 실측 자료를 분석하였다. 그 결과 센서 수보다 많은 신호단편을 사용하는 것이 바이어스가 적으며, 음원 위치 추정에서도 좋은 성능을 보였다.

핵심용어: 정합장처리, 최소분산 프로세서, 신호단편, 바이어스

투고분야: 수중음향 분야 (5.5)

When using a sample covariance matrix data in paucity of snapshots, adaptive matched field processing will have problem in inverting covariance matrix due to the rank deficiency. The general solutions are diagonal loading and eigenanalysis methods, but there is a significant bias in the power output. This paper presents a quantitative study of bias of power output and the performance of source localization through the simulation and the measured data analysis in fixed source case using the diagonal loading method for the minimum variance processor. Results show that the bias in power output is reduced and the performance of source localization is improved when the number of snapshots is greater than the number of array sensors.

Keywords: MFP, MV processor, Snapshot, Bias

ASK subject classification: Underwater acoustics (5.5)

I. 서 론

정합장처리는 수신된 신호와 복제음장을 상관시킴으로서 미지의 음원의 위치 또는 음장에 관한 매개변수를 추정하는 기법이다. 적응 정합장처리는 최적의 가중벡터를 계산하기 위해 수신된 자료의 표본 공분산행렬을 사용

책임저자: 박재은 (jepark@kmaritime.ac.kr)
606-791 부산광역시 영도구 동삼동 1번지
한국해양대학교 해양과학기술대학 해양개발공학부 사무실
(전화 051-410-4979; 팩스: 051-404-3538)

용하게 되며, 표본 공분산행렬을 구성하기 위해 사용된 신호단편 (snapshot)의 수에 따라 프로세서 출력에 영향을 준다. 그리고 센서 수보다 부족한 신호단편 수를 사용하면 표본 공분산 행렬의 계수 (rank)가 부족해지거나 낮은 조건계수 (condition number)로 인해 적응 정합장처리에서 필요한 공분산행렬의 역변환 결과가 부정확해진다. 이를 해결하기 위해 표본 공분산행렬의 대각행렬에 일정한 값을 더하거나 고유분해와 같은 기법이 사용되고 있으나[1], 그 결과로 정합장처리 출력에서는 바이어스

가 발생된다. 특히 이동음원의 경우 표본 공분산 행렬의 추정은 적분시간이 충분하지 못할 뿐만 아니라 추정시간 동안은 고정된 것으로 가정하여야 하며, 높은 방위 변화율을 가진 음원은 짧은 시간 동안만 정상상태 (stationarity)로 가정하여 처리됨으로써 신호단편의 수는 더욱 부족하게 된다[2].

신호단편 수의 영향에 관한 연구로는 Capon 등이 추정된 공분산행렬로 인한 최소분산 범형성기 출력에서 손실이 발생됨을 보였고[3], Reed 등은 표본 크기의 함수로 적응 어레이의 출력과 신호대잡음비에 대해 연구하여 성능이 좋은 범형성 결과를 얻기 위한 신호단편 수와 어레이 길이에 대한 관계를 고찰하였다[4]. 그리고 Grant 등은 적응 범형성기 출력을 신뢰하기 위한 공분산행렬 추정 문제에 적용 가능한 최적의 방법을 이론적으로 소개하고, 어레이 센서의 수와 신호단편 수에 따른 출력 손실 및 범 잡음 결과에 대해 연구하였다[5]. 최근에는 Beggeroer 등이 평면파 범형성 기법을 사용하여 가중벡터 및 범형성기 출력에서 신호단편 수에 따른 바이어스에 대해 이론적인 고찰과 함께 수치실험을 통해, 신호단편 수가 부족한 경우에는 바이어스가 크며, 가중벡터 출력의 바이어스는 센서 수 근처의 신호단편 수에서 최대값을 가짐을 보였다[2].

본 논문에서는 적응 프로세서인 최소분산 기법들과 이동음원에서의 신호단편 수의 제한에 대하여 이론적으로 살펴보았으며, 고정음원인 경우를 대상으로 기존의 평면파 범형성 기법을 정합장처리 분야로 확장한 수치실험과 실측 자료 분석을 통해 신호단편 수에 따른 최소분산 프로세서 출력의 바이어스와 음원 위치 추정 결과를 분석하였다.

II. 최소분산 프로세서

범형성 기법이나 정합장처리 알고리즘은 다음과 같이 표본 공분산행렬 $\hat{\mathbf{K}}$ 를 사용한다.

$$\hat{\mathbf{K}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{x}_m \mathbf{x}_m^H \quad (1)$$

여기에서 M 은 신호단편 수이고, \mathbf{x}_m 은 시간 표본 또는 중심주파수에서의 데이터 벡터, H 는 공액전치이다. 최소분산 기법은 광범위하게 사용되는 적응 정합장 프로세서로서 출력은 다음과 같다[6,7].

$$\hat{P}(r, z) = [\mathbf{E}^H(r, z) \hat{\mathbf{K}}^{-1} \mathbf{E}(r, z)]^{-1} \quad (2)$$

여기에서 $\mathbf{E}(r, z)$ 는 복제벡터이며, r 은 거리, z 는 수심이다. 신호단편 수의 부족은 어레이 신호처리에서 잘 알려진 문제였기에 많은 개선 방법이 제시되어 왔으며, 일반적으로는 표본 공분산행렬의 대각행렬에 일정한 값을 더해 주거나 고유분해 방법이 사용된다[1]. 본 논문에서는 표본 공분산행렬의 대각행렬에 일정한 값을 첨가하는 방법을 다음과 같이 사용하였다.

$$\hat{\mathbf{K}}(\delta) = \hat{\mathbf{K}} + \delta \mathbf{I} \quad (3)$$

여기에서 I 는 단위 행렬이고, δ 는 임의의 첨가 (loading) 값이다. 이를 사용한 최소분산 프로세서의 가중벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{w}(r, z | \delta) = \frac{\hat{\mathbf{K}}(\delta)^{-1} \mathbf{E}(r, z)}{\mathbf{E}^H(r, z) \hat{\mathbf{K}}(\delta)^{-1} \mathbf{E}(r, z)} \quad (4)$$

최소분산 프로세서의 출력은 두 가지 방법으로 계산되는데, 첫 번째 방법은 식 (5)와 같이 대각행렬에 첨가값이 포함되지 않는 표본 공분산행렬 $\hat{\mathbf{K}}$ 와 식 (4)의 가중벡터를 상관시키는 것이다.

$$\hat{P}_1(r, z) = \mathbf{w}(r, z | \delta)^H \hat{\mathbf{K}} \mathbf{w}(r, z | \delta) \quad (5)$$

또 다른 방법으로는 표본 공분산행렬의 대각행렬에 임의의 값이 첨가된 표본 공분산행렬 $\hat{\mathbf{K}}(\delta)$ 의 역행렬과 음향전파모델로 계산된 복제벡터를 상관시켜 이를 역수로 취하는 방법이다.

$$\hat{P}_2(r, z) = [\mathbf{E}(r, z)^H \hat{\mathbf{K}}(\delta)^{-1} \mathbf{E}(r, z)]^{-1} \quad (6)$$

대각행렬에 더해지는 δ 값의 양에 따라 프로세서를 구분하면 δ 값이 무한대인 경우 선형 프로세서 (또는 Bartlett 프로세서)가 되며, δ 값이 일정한 값으로 고정된 경우 최소분산 프로세서가 된다. 그리고 δ 값을 적응적으로 변화시키면 백색잡음 이득억제 (White Noise gain Constraints: WNC) 프로세서가 된다[6].

III. 바이어스와 신호단편 수의 제한

신호단편 수가 부족한 경우 표본 공분산행렬 $\hat{\mathbf{K}}$ 는 센서의 수가 N 이라고 할 때, $M < N$ 에서 행렬의 계수가 부족하거나 $M \geq N$ 에서 낮은 고유값을 갖는다. 신호단

편과 센서 수와의 관계에 의한 Capon 등의 결과에서 바이어스와 분산은 각각 다음과 같다[3].

$$\frac{E[\hat{P}(r,z)]}{\hat{P}(r,z)} = \frac{M-N+1}{M} \quad (7)$$

$$\frac{\sigma_{\hat{P}}(r,z)}{\hat{P}(r,z)} = \frac{\sqrt{M-N+1}}{M} \quad (8)$$

식 (5)와 (6)의 $\hat{P}_1(r,z)$ 과 $\hat{P}_2(r,z)$ 에 의한 최소분산 프로세서의 바이어스는 각각 다음과 같이 적용된다.

$$P_{Bias_1} = \frac{E[\hat{P}_1(r,z)]}{\hat{P}_1(r,z)} \quad (9)$$

$$P_{Bias_2} = \frac{E[\hat{P}_2(r,z)]}{\hat{P}_1(r,z)} \quad (10)$$

여기에서, $P_1(r,z)$ 는 식 (5)로 계산된 완전해 (exact solution)로서 신호단편 수를 무한대로 가정한 프로세서 출력이다.

이동음원에서 사용 가능한 신호단편 수의 범위는 다음과 같다. 짧은 시간 동안의 정상상태라는 가정은 신호를 관측할 때의 해상도에 따라 결정된다. 어레이와 수직인 방향 (broadside)으로 신호가 입사하는 경우 해상도 격자의 주빔 (main beam)의 영역에 포함되는 범위는 근사적으로 다음과 같다.

$$\Delta X \approx \frac{\lambda R}{L} \quad (11)$$

여기에서 R 은 수신기와 음원간의 거리이고, L 은 어레이 길이, λ 는 파장이다. 이동음원의 방위 변화율이 ϕ' 라면 음원의 속도 v 는 식 (12)와 같으므로 음원이 주빔에 해당하는 시간 범위는 식 (13)과 같이 계산된다.

$$v = R \phi' \quad (12)$$

$$\Delta T \approx \frac{\Delta X}{v} = \frac{\lambda}{L \phi'} \quad (13)$$

공분산행렬을 구성함에 있어 사용 가능한 신호단편의 주파수 대역은 다음의 위상 범위에 있어야 한다.

$$\frac{2\pi L}{c} (f_1 - f_2) < \frac{\pi}{4} \quad (14)$$

여기에서 c 는 음속이다. 따라서 사용 가능한 주파수 대역 ($B = f_1 - f_2$)은

$$B < \frac{1}{8} \frac{c}{L} \quad (15)$$

이 된다. 따라서 식 (13)과 (15)에 의해 표본 공분산행렬에서 사용한 신호단편 수 M 의 범위는 다음과 같다[2].

$$M < \Delta T \cdot B \quad (16)$$

$$M < \frac{1}{8f\phi'} \left(\frac{c}{L} \right)^2 = \frac{f}{8\phi'} \left(\frac{\lambda}{L} \right)^2 \quad (17)$$

신호단편 수의 부족과 대각행렬에 일정한 값이 더해진 공분산행렬을 사용할 때 발생하는 프로세서 출력에서의 바이어스는 약한 신호가 탐지될 경우 오탐지에 영향을 주는 것으로 알려져 있다. Capon 등의 해석적인 식 (7)과 (8)을 참고로 하여 최소분산 프로세서의 성능에 대한 많은 연구가 수행되었으나, 하나의 신호단편 수와 같이 특정한 경우를 제외하고는 프로세서 출력의 바이어스와 대각행렬에 더해진 δ 값의 관계를 해석하기는 어렵다[2].

이동음원의 정합장처리에서는 사용된 신호단편들이 누적될수록 프로세서의 출력에서 바이어스와 함께 음원의 이동으로 인한 위치오차가 발생된다. 즉, 다수의 신호단편이 사용된 표본 공분산행렬은 신호단편들의 누적 시간 동안 이동한 음원 신호를 평균한 값이 되어 정합장처리 출력 결과는 음원 이동 거리의 중간 값으로 위치를 추정한다. 따라서 식 (17)의 범위 내에서 신호단편을 사용하더라도 신호단편 수만큼 누적된 위치오차가 포함되어 정확하게 바이어스만을 계산하기는 어렵다. 이에 본 논문에서는 고정음원에 대한 경우로 한정하여 정합장처리 출력에서의 바이어스의 영향에 대해 수치실험하였고, 실측 자료를 사용하여 분석하였다.

IV. 정합장처리 결과

4.1. 실험 환경

본 논문에서 사용한 실험 자료와 환경은 1993년 10월에 NATO SACLANTCEN에서 측정하여 공개된 SACLANT SONAR 자료를 사용하였다[8-10]. 해양환경은 진흙 또는 모래-진흙이 분포된 비교적 평탄한 해저 지형을 가진 수심 128 m의 천해이며, 음파의 전달 조건은 전형적인 부경사 (negative slope)의 여름 음속분포이다. 수직 어레이 (Vertical Line Array: VLA)는 2 m 간격으로 배열된 48개의 센서로 구성되어 전체 길이가 96 m이며, 첫 번째 센서의 수심은 18.7 m에 위치하고 마지막 센서는

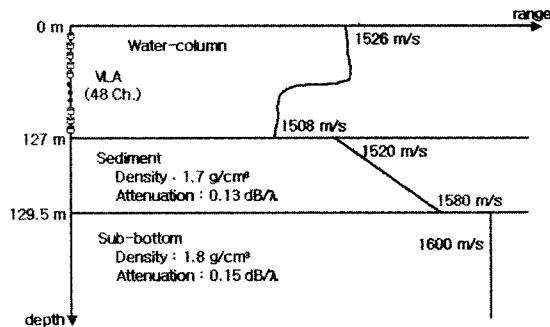


그림 1. SACLANT 실험 환경
Fig. 1. SACLANT experimental environment.

112.7 m에 위치하였다. 2일 동안 측정된 자료는 중심 주파수 170 Hz와 335 Hz의 음원이 사용되었으나, 고정음원으로서 비교적 장시간 동안 측정된 10월 26일의 자료 중에서 주파수 170 Hz에 대한 자료를 사용하였으며, 음원준위는 163 dB *re* 1 $\mu\text{Pa}/\sqrt{\text{Hz}}$ 이다. 음원의 위치는 수심이 79 m이고, 거리는 수직 어레이에서 북쪽으로 약 5,800 m에 위치하였다. 음속분포와 해저 저질에 대한 음향 매개변수는 그림 1과 같다.

4.2. 수치실험

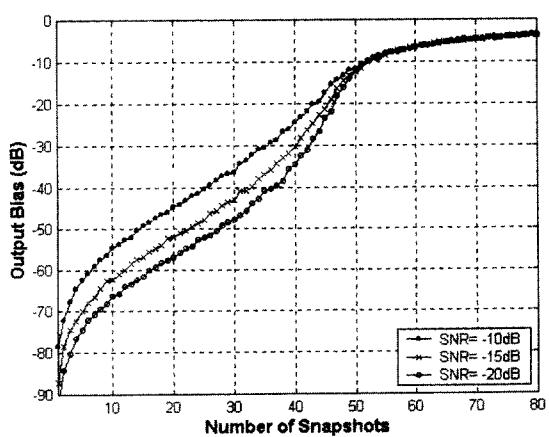
SACLANT 실험 환경에서 신호벡터와 복제벡터 모두 정상모드 음향전파모델인 KRAKENC를 이용하여 계산하였으며[11], 어레이의 경사(tilt)는 없는 것으로 가정하였다. 신호대잡음비는 백색잡음 환경에서 -10 dB에서 -20 dB 까지 5 dB 간격으로 3가지 경우로 하였다. 식 (5)와 (6)으로 표현된 최소분산 프로세서를 비교하기 위해 신호단편을 500개를 사용한 식 (5)의 최소분산 프로세서를 완전해

로 가정하여 사용하였으며, 신호단편 수를 1개에서 80개 까지 변화시키며 50회의 몬테칼로 수치실험을 수행하여 음원 위치에서 각 프로세서들의 바이어스와 정위치 추정 확률(PCL: Probability of Correct Localization)을 계산하였다. 여기에서 정위치 추정확률은 몬테칼로 횟수만큼 해당되는 신호대잡음비에서의 백색잡음을 생성하여 공분산행렬을 구성한 후 이를 프로세서에 적용하여 추정된 음원의 위치가 실제 음원위치를 중심으로 수심 10 m, 거리 10 m의 범위 안에 포함될 확률로 하였다. 계수가 부족한 공분산행렬의 역변환을 위해 대각행렬에 식 (18)과 같이 어레이 센서 평균 출력의 1%를 첨가하였다.

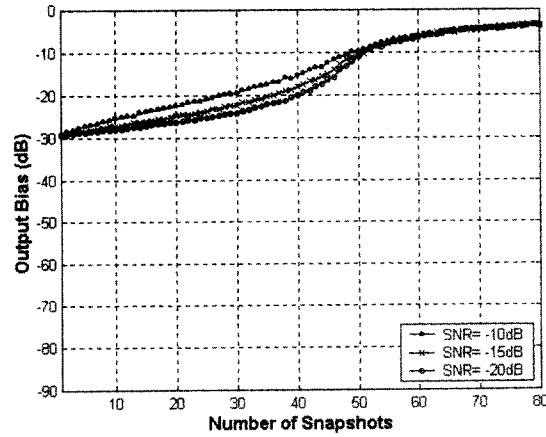
$$\delta = \frac{\text{Tr}(\widehat{\mathbf{K}})}{N} \times 10^{-2} \quad (18)$$

여기에서 $\text{Tr}(\widehat{\mathbf{K}})$ 는 표본 공분산행렬에서 대각성분의 합이다.

편의상 식 (5)에 의한 프로세서를 MV-1이라 하고, 식 (6)을 MV-2라 하면, 그림 2의 결과에서 보듯이 MV-2 프로세서가 MV-1 프로세서보다 바이어스가 적으며, 센서의 수 $N = 48$ 보다 신호단편 수가 부족한 영역에서는 센서 수보다 많은 신호단편을 사용한 경우보다 바이어스가 많았고, 신호단편 수가 55개를 넘는 영역에서는 두 가지 방법 모두 바이어스가 일정한 값에 수렴하였다. 또한 동일한 프로세서에서 신호대잡음비가 낮을수록 바이어스가 많아지며, 센서 수에 근접하게 신호단편을 사용할수록 신호대잡음비에 따른 바이어스의 차이가 적어짐을 보였다. 바이어스의 영향은 그림 3과 같이 정위치 추정확률에서도 같은 결과를 보여 MV-1보다 MV-2 프로세서의

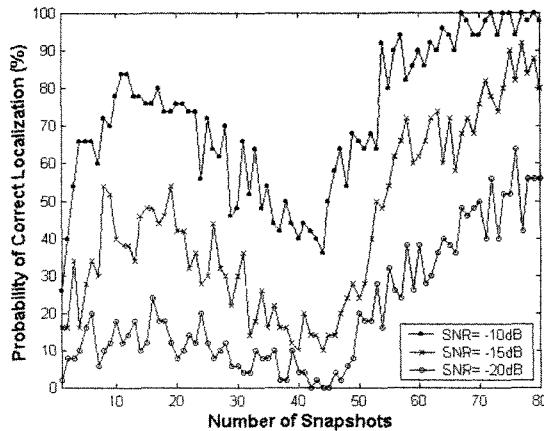


(a) MV-1

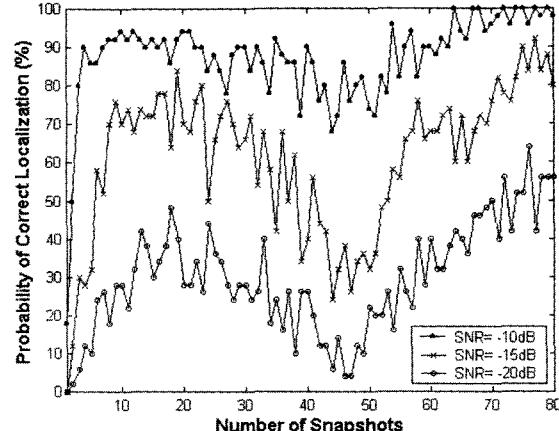


(b) MV-2

그림 2. 신호단편 수에 따른 최소분산 프로세서 출력의 바이어스
Fig. 2. Bias of MV processor outputs versus number of snapshots.



(a) MV-1



(b) MV-2

그림 3. 신호단편 수에 따른 정위치 추정확률

Fig. 3. PCL versus number of snapshots.

위치 추정확률이 더 높았으며, 이는 신호단편의 수가 센서 수보다 부족한 영역에서 공분산행렬의 대각행렬에 첨가값을 포함시키는 것은 역변환을 위해 임의적으로 백색 잡음을 첨가하는 효과와 같으므로 MV-2 프로세서가 MV-1 프로세서에 비해 공분산행렬의 역변환행렬을 적게 사용함으로써 음원 위치 추정 확률이 높게 나타난다.

4.3. 실측자료 분석

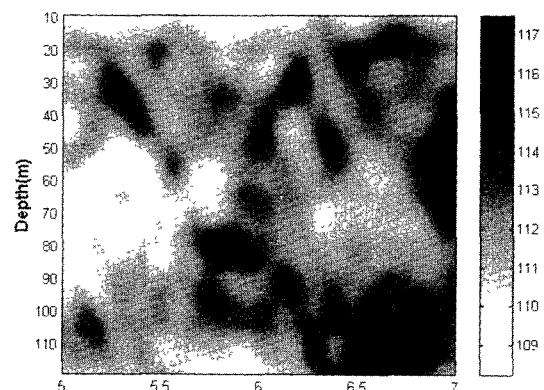
NATO SACLANTCEN에서 공개한 자료는 모두 10개의 파일로 구성되어 있으며[10], 각 파일의 용량은 6.5 MB로서 48개 채널별로 65,536개의 데이터로 구성되었으나, 5번과 10번 파일은 3.8 MB의 용량이다. 자료의 중심주파수는 169.9219 Hz, 샘플링 주파수는 1 kHz이고, FFT 크기는

2,048개이다. 신호처리시 신호단편 하나의 크기는 2048개로 하였고, 신호단편들은 50% 중첩(overlap)하여 사용하였다. 그리고 어레이의 경사는 없는 것으로 가정하고 복제 음장을 계산하였다.

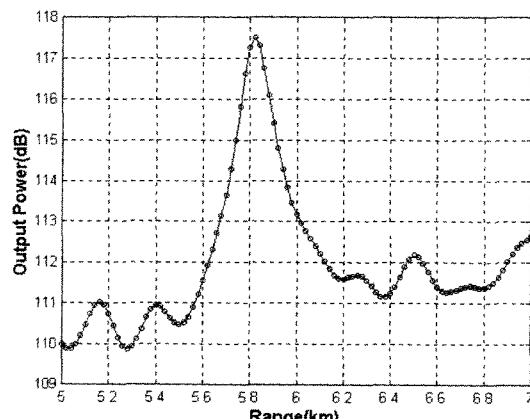
공분산행렬의 역변환을 위한 첨가값은 실측자료의 경우 어레이 센서 평균 출력은 음원준위에서 전달손실 등으로 감소된 값이 되므로

$$\delta = \frac{SL - 10 \log(T_r(\hat{K}))}{N} \times 10^{-2} \quad (19)$$

를 사용하였다. Baggeroer 등의 결과에서 보듯이 센서 수보다 부족한 영역에서 일정한 수의 신호단편을 사용하여 표본 공분산행렬을 구성한 경우 δ 값이 증가될수록



(a) 정합출력장
(a) Ambiguity Surface



(b) 수심 82m에서 추정된 음원 거리
(b) Estimated source range at 82m depth

그림 4. 실측 자료에서 신호단편 500개를 사용한 음원 위치 추정 결과
Fig. 4. Estimated source position using 500 snapshots of the SACLANT data.

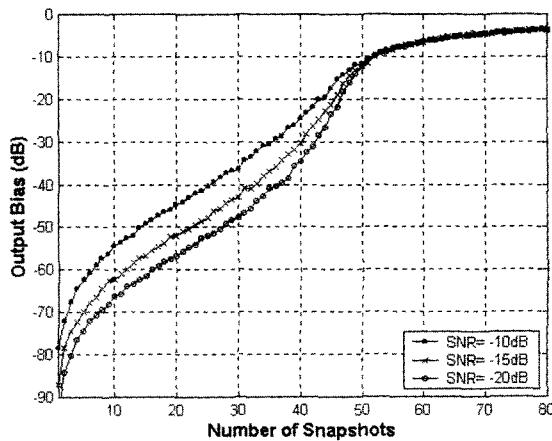
바이어스는 줄어들지만[2], 상대적으로 부엽의 크기가 증가되어 음원의 정위치 추정 성능이 향상된다는 결과를 얻기는 어렵다.

신호단편 500개를 사용한 위치 추정 결과는 그림 4와 같다. 음원 추정 위치는 수심 82 m, 거리는 5820 m였으며, 이러한 추정 결과는 SACLANT 실험에서의 초기 음원 위치에서 수심에서는 3 m, 거리에서는 20 m의 오차를 보이지만, 해/조류 등의 영향에 의한 어레이 형상과 GPS의 오차 등의 변화를 고려할 경우 비교적 정확한 위치 추정 결과를 보였다.

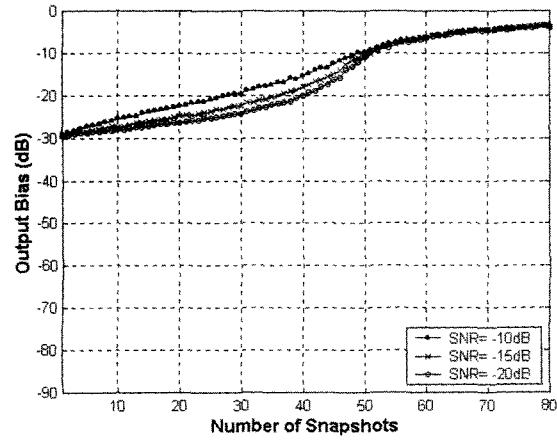
앞에서 신호단편 500개를 사용한 위치추정 결과를 기준으로 각각의 최소분산 프로세서의 바이어스를 계산하였다. 그 결과 그림 5에서 보듯이 47개의 신호단편을 사

용한 정합장처리 출력에서부터 바이어스가 현저하게 줄어들며, 신호단편을 57개를 사용한 출력에서부터 일정한 값으로 수렴하였다.

그림 6은 탐색격자 (search grid)의 크기를 수심 1 m, 거리 10 m로 하였을 경우 신호단편 수에 따른 음원의 수심과 거리를 추정한 결과이다. 57개 이상의 신호단편이 사용된 경우 음원의 위치는 수심 82 m, 거리 5,820 m로 추정하였으며, 바이어스와 위치 추정 결과를 볼 때, 신호단편의 수는 어레이의 센서 수보다 최소한 많아야 된다는 것을 보였다. 그러나 신호단편 수가 어레이 센서 수보다 같거나 많은 48개에서 56개 사이의 결과를 보면 신호단편 수가 부족한 경우보다 바이어스는 현저하게 줄어들지만 음원 위치 추정 결과에 오차가 많아 정위치를 찾지 못하



(a) MV-1



(b) MV-2

그림 5. 신호단편 수에 따른 최소분산 프로세서 출력의 바이어스

Fig. 5. Bias of MV processor outputs versus number of snapshots.

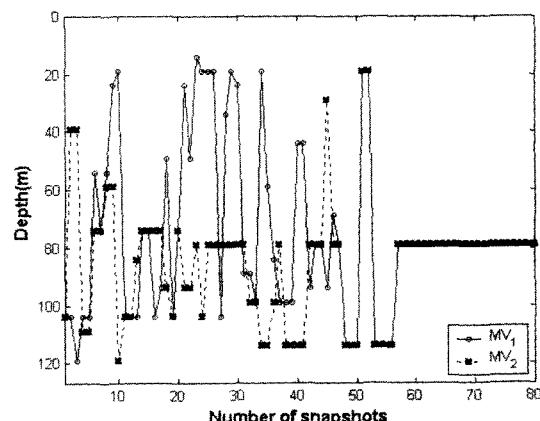
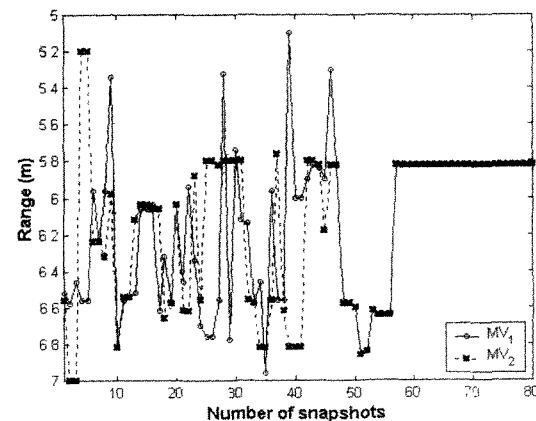
(a) 추정된 음원 수심
(a) Estimated source depth(b) 추정된 음원 거리
(b) Estimated source range

그림 6. 실측 자료에서 신호단편 수에 따른 음원 위치 추정 결과

Fig. 6. Estimated source position versus number of snapshots using the SACLANT data.

였다. 따라서 고정음원의 경우에는 적어도 어레이 센서 수보다 많은 신호단편 수가 필요하지만, 보다 좋은 음원 위치 추정 성능을 위해서는 센서 수보다 충분하게 많은 신호단편 수를 사용하여 표본 공분산행렬을 구성해야 된다는 결과를 확인할 수 있다.

V. 결론

적용 정합장처리에서 센서 수보다 부족한 신호단편 수로 구성된 표본 공분산행렬의 역변환 문제를 해결하기 위해 표본 공분산행렬의 대각행렬에 일정한 값을 더하거나 고유분해 방법과 같은 기법이 사용되나, 그 결과 적용 프로세서 출력에서는 바이어스가 발생된다.

본 논문에서는 기존의 빙형성 기법에서 수치실험 결과로 확인된 신호단편 수에 따른 프로세서 출력의 바이어스 영향을 정합장처리로 확장 적용하였으며, 고정음원의 경우에 대해 최소분산 프로세서를 사용하여 수치실험과 함께 SACLANT 실험 자료를 사용하여 신호단편 수의 부족에 대한 바이어스 현상을 고찰하였다.

수치실험 결과 최소분산 프로세서의 기법 중에서 MV-2의 기법이 MV-1 기법보다 프로세서 출력의 바이어스가 적고, 음원의 정위치 추정 성능이 더 우수하였으며, 실측 자료를 적용한 결과 두 가지 기법 모두 신호단편의 수가 센서 수와 같거나 많은 경우에는 바이어스 크기가 같으며, 음원 위치 추정 결과에도 차이가 없음을 확인하였다. 그리고 신호단편의 수가 부족한 영역에서는 바이어스와 음원 위치 추정 오차가 많았으며, 어레이 센서 수보다 충분히 많은 수의 신호단편을 사용한 표본 공분산행렬을 이용하는 것이 바이어스가 적고, 음원 위치 추정 성능도 우수하였다.

감사의 글

본 연구는 수중음향특화센터의 연구 지원에 의하여 수행되었습니다.

참고문헌

1. A. Tolstoy, *Matched-field Processing for Underwater Acoustic*, World Scientific, Singapore, 1993.
2. A. B. Baggeroer and H. Cox, "Passive Sonar limits upon nulling multiple moving ships with large aperture arrays," Unpublished manuscript, 2000.
3. J. Capon and N. R. Goodman, "Probability distributions for estimators of the frequency wavenumber spectrum," *Proceedings of the IEEE*(58), pp. 1785-1786, November 1970.
4. I. Reed, J. Mallat, and L. Brennan, "Rapid convergence rate in adaptive arrays," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, AES(10), pp. 853-863, November 1974.
5. D. E. Grant, J. H. Gross, and M. Z. Lawrence, "Cross-spectral matrix estimation effects on adaptive beamforming," *J. Acoust. Soc. Am.*, 98(1), pp. 517-524, July 1995.
6. H. Cox, R. Zeskind, and M. Owen, "Robust adaptive beamforming," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, ASSP(35), pp. 1365-1376, June 1987.
7. D. H. Johnson and D. E. Dudgeon, *Array Signal Processing : Concepts and techniques*, Prentice-Hall, Inc., 1993.
8. D. F. Gingras and P. Gerstoft, "Inversion for geometric and geoacoustic parameters in shallow water : Experimental results," *J. Acoust. Soc. Am.*, 97, pp. 3589-3598, 1995.
9. P. Gerstoft and D. F. Gingras, "Parameter estimation using multifrequency range-dependent acoustic data in shallow water," *J. Acoust. Soc. Am.*, 99(5), pp. 2839-2850, May 1996.
10. Signal Processing Information Base in <http://oalib.saic.com/Other/other.html>
11. M. B. Porter, The KRAKEN Normal Mode Program, SACLANT Undersea Research Center, 1994.

한국음향학회지 (2001) 20: 94~100