

## 전자-음향포논계의 사이클로트론 천이의 흡수선폭 (Cyclotron Resonance Linewidth for Electron- Acoustic Phonon Systems)

이삼녕  
Sam Nyung Yi.

Department of Refrigeration and Air-Conditioning Engineering  
Korea Maritime University, Pusan, Korea

본 연구진이 이미 발표한 사이클로트론 흡수선의 이론을 음향포논계에 적용하여, 자기장에 의존하는 사이클로트론 주파수의 함수로 그 선폭을 계산했다. 변형포텐셜형 및 압전형에 관해서 절대 영도에서 구한값은 하나의 불연속점이 생기는 것을 제외하고는 Larsen의 결과와 정성적으로 일치하고 있다. 이 불연속치는 주로 두 이론의 근사과정에 기인하고 있다고 생각한다.

### I. 서 론

사이클로트론 공명흡수선(cyclotron resonance absorption lineshape)의 연구는 고체내의 전자띠의 구조를 조사하는데 매우 중요한 역할을 한다. 사이클로트론 흡수의 연구는 지난 몇년동안 많은 발전을 해왔다. 이에 관한 이론은 주로 흡수 계수가 천이확률, 유전상수의 허수부분 또는 전기전도도의 실수 부분에 비례한다는 관계식에서 출발한다. 이 때 외부전자파를 흡수하는 양을 나타내는 흡수 계수는 그 분모에 선모양함수 (lineshape function)라고 부르는 산란항을 포함한다. 이 함수는 전자의 거동에 영향을 주는 산란기구(scattering mechanism)의 형태에 따라 결정된다. 많은 종류의 산란중에 특히 불순물이나 포논의 영향이 자주 거론되어 왔다. 본 연구진은 1983년 전자와 포논의 상호작용에 의한 선폭함수를 유도한 바 있다.<sup>[1]</sup> 이 이론은 Kubo형식<sup>[2]</sup>

과 Argyres 와 Sigel의 연산방법<sup>[3]</sup>을 바탕으로 한것이다. 또 최근에 Mori의 계산방법<sup>[4]</sup>을 사용하더라도 똑같은 결론에 도달한다는 사실을 알았다.<sup>[5,6]</sup> 이 이론은 고차 섭동항의 무시로 인한 몇몇 결점은 갖고 있으나 산란의 형식이 전자의 천이에 주는 영향을 물리적으로 설명하는데 어느 정도 성공하고 있다. 또, InSb 내의 광학성 포논계에 관해서 Summers등의 실험<sup>[7]</sup>과 Raju와 Fujita의 이론치<sup>[8]</sup> 및 Vigneron등의 이론치<sup>[9,10]</sup>와도 유사한 결과를 얻었다. 그러나 전자와 포논의 결합이 관계할때 전자상태의 계산을 우선 하느냐, 또는 포논의 계산을 먼저 하느냐에 따라서 소위 MWC와 EWC라고 하는 두가지의 방식을 수반한 것이 본 이론의 특징중의 하나이다(상세한 것은 참고문헌6을 참고). 본 논문에서는 전자와 음향성 포논의 상호작용이 흡수선에 주는 영향을 이론적으로 조사하고자 한다. 음향성 포논의 대표적인 두가지는 변형포텐셜형과 압전형이다. 이들에 관한 실험은 아직 발견할 수는 없으나 Larsen<sup>[11]</sup>이 Golden rule을 사용하여 절대 영도에서 얻은 이론치는 보고된 바가 있다. 본 논문에서는 전자와 포논의 결합이 매우 약하다고 가정한 EWC방식을 택하여 이 계의 선모양함수를 계산한다. 또, 절대 영도에서 이 함수의 실수 부분인 선폭(반폭)을 자기장의 함수로 구하여 Larsen의 결과와 비교하기로 한다.

## II. 흡수선폭

선폭이 F이고 각 진동수가  $\omega$ 인 원편광된 마이크로파가 z축을 따라 고체 내로 입사할 때 평균 흡수력은

$$P = (F^2/2) \text{Re} \sigma_{+}(\omega) \quad (2.1)$$

로 주어진다. 여기서 Re는 실수부분을 의미하고, 포물선띠를 갖는 물질의 z방향을 따라 인가한 정자기장 B에 대하여 전도도 텐서  $\sigma_{+}(\omega)$ <sup>[12]</sup>는

$$\sigma_{+}(\omega) = \frac{1 - \exp(-\beta \hbar \omega_0)}{\hbar \omega_0 \Omega} \sum_{\alpha} f(E_{\alpha}) (1 - f(E_{\alpha} + \hbar \omega_0)) \cdot \frac{|\langle \alpha + 1 | j_z | \alpha \rangle|^2}{i(\omega - \omega_0) + \Gamma_{\alpha}(\omega)} \quad (2.2)$$

와 같다. 단,  $f(E)$ 는 Fermi분포함수,  $\omega_0 = eB/m$ ,  $m$ 은 전자의 유효질량이다.  $\Omega$

는 계의 체적이고  $\beta = (k_B T)^{-1}$ 이다. 전자의 전류연산자  $j$ 에 대해서  $j^z = j_x \pm ij_y$ 이고,  $E_\alpha$ 는 상태  $|\alpha\rangle \equiv |N, k\rangle$ 에 대응하는 비섭동하밀토니언의 에너지고유치이고,  $N$ 은 Landau지수,  $k$ 는 전자의 파수벡터이다.  $\omega_\alpha$ 는 상태  $|\alpha\rangle$ 에서  $|\alpha+1\rangle \equiv |N+1, k\rangle$ 로 천이하는 경우의 공명진동수이고,  $\Gamma_\alpha(\omega)$ 는 그 때의 선모양을 결정하는 선모양함수이다, 여기서 에너지가  $\hbar\omega_q$ 이고 운동량이  $\hbar q$ 인 포논에 대해서 포논 하밀토니언

$$H_p = \sum_q \hbar\omega_q b_q^\dagger b_q \quad (2.3)$$

및 전자와 포논의 상호작용을 나타내는 산란퍼텐셜

$$V = \sum_q (\gamma_q b_q + \gamma_q^\dagger b_q^\dagger) \quad (2.4)$$

$$\gamma_q = C_q \exp(iq \cdot r) \quad (2.5)$$

을 모델로 선택한다. 단  $b_q^\dagger, b_q$ 는 각각 포논의 생성 및 소멸연산자이고,  $r$ 는 전자의 위치벡터이다. 그러면,

$$\omega_\alpha = \langle \omega_0 + \langle \alpha+1 | V | \alpha+1 \rangle - \langle \alpha | V | \alpha \rangle \rangle_p \quad (2.6)$$

이고  $\langle A \rangle_p$ 는  $A$ 의 포논분포에 대한 평균이다. 만약  $\langle \alpha | V | \alpha \rangle_p = 0$ 을 가정하면,  $\omega_\alpha = \omega_0$ 가 된다. 이와같이 하여 계산한 결과에 의하면 (상세한 것은 Ref. 5 참조)

$$\begin{aligned} (i\hbar\Gamma_\alpha(\omega))_{EWC} = & \sum_q (1+n_q) \left\{ \sum_{\beta(\neq\alpha+1)} \frac{(\gamma_q)_{\alpha+1,\beta} \{ (\gamma_q^\dagger)_{\beta,\alpha+1} - j_{\beta-1}^\dagger / j_\alpha^\dagger (\gamma_q^\dagger)_{\beta-1,\alpha} \}}{\hbar\omega - E_\beta + E_\alpha - \hbar\omega_q - i\hbar\eta} \right. \\ & + \sum_{\beta(\neq\alpha)} \frac{(\gamma_q)_{\beta,\alpha} \{ (\gamma_q^\dagger)_{\alpha,\beta} - j_\beta^\dagger / j_\alpha^\dagger (\gamma_q^\dagger)_{\alpha+1,\beta+1} \}}{\hbar\omega - E_{\alpha+1} + E_\beta - \hbar\omega_q - i\hbar\eta} \\ & + \sum_q n_q \left\{ \sum_{\beta(\neq\alpha+1)} \frac{(\gamma_q^\dagger)_{\alpha+1,\beta} \{ (\gamma_q)_{\beta,\alpha+1} - j_{\beta-1}^\dagger / j_\alpha^\dagger (\gamma_q)_{\beta-1,\alpha} \}}{\hbar\omega - E_\beta + E_\alpha + \hbar\omega_q - i\hbar\eta} \right. \\ & \left. + \sum_{\beta(\neq\alpha)} \frac{(\gamma_q^\dagger)_{\beta,\alpha} \{ (\gamma_q)_{\alpha,\beta} - j_\beta^\dagger / j_\alpha^\dagger (\gamma_q)_{\alpha+1,\beta+1} \}}{\hbar\omega - E_{\alpha+1} + E_\beta + \hbar\omega_q - i\hbar\eta} \right\} \end{aligned} \quad (2.7)$$

를 얻는다. 단,  $\eta \rightarrow 0^+$ 이고,  $n_q$ 는 Planck분포함수이다. 이것은 전자의 생성연산

자  $a_a^\dagger$ 와 소멸연산자  $a_a$ 에 대해서 사영연산자  $A_a = a_a^\dagger a_{a+1}$ 을 만들 때

$$\langle \text{Tr}(BA_a C) \rangle_p = \langle \langle \alpha | A_a | \alpha + 1 \rangle \sum_{\beta} \langle \beta | B | \alpha \rangle \langle \alpha + 1 | C | \beta \rangle \rangle_p \quad (2.8)$$

와 같이 계산한 결과인데, Choi와 Chung의 계산의 EWC스킴의 결과와 같다. 고로 이 공식을 EWC스킴의 선모양함수라고 부르기도 한다.

이 함수를 좀 더 편리한 꼴로 나타내기 위하여 다음과 같은  $K$ 행렬<sup>[12]</sup>을 도입한다.

$$K(N, N'; it) = \begin{cases} -\frac{N!}{N'!} t^{N'-N} \exp(-t) L_N^{(N'-N)} L_{N+1}^{(N'-N-1)}(t), & N' > N \\ \frac{N'!}{(N+1)!} t^{N-N'+1} \exp(-t) L_N^{(N-N')} L_{N', N'+1}^{(N, N'+1)}(t), & N' \leq N \end{cases} \quad (2.9)$$

단,

$$L_n^{(m)}(t) = \frac{\exp(t)}{n!} t^{-m} \frac{d^n}{dt^n} [t^{n+m} \exp(-t)], \quad (2.10)$$

$$t \equiv r^2 \frac{q_x^2 + q_y^2}{2}, \quad (2.11)$$

$$r_0 \equiv \left( \frac{\hbar}{m\omega_0} \right)^{1/2} \quad (2.12)$$

이다. 선모양함수를  $K$ 행렬로 나타내면,

$$\begin{aligned} (ih\Gamma_a(\omega))_{EWC} = & \sum_q |C_q|^2 \left( (1+n_q) \left( \sum_{N_s(\neq N_s+1)} \frac{1}{\hbar\omega - E_\beta + E_\alpha - \hbar\omega_q - ih\eta} \right. \right. \\ & + \sum_{N_s(\neq N_s)} \frac{1}{\hbar\omega - E_{\alpha+1} + E_\beta - \hbar\omega_q - ih\eta} \Big) \\ & + n_q \left( \sum_{N_s(\neq N_s+1)} \frac{1}{\hbar\omega - E_\beta + E_\alpha + \hbar\omega_q - ih\eta} \right. \\ & \left. \left. + \sum_{N_s(\neq N_s)} \frac{1}{\hbar\omega - E_{\alpha+1} + E_\beta + \hbar\omega_q - ih\eta} \right) \right) K(N_\alpha, N_\beta; it) \delta_{k_b, k_a+q} \end{aligned} \quad (2.13)$$

가 된다 ( $\eta \rightarrow 0^+$ ).

지금  $|\alpha\rangle = |0\rangle$ ,  $|k\rangle \rightarrow |\alpha+1\rangle = |1\rangle$ ,  $|k\rangle$ 의 사이클로트론 천이에 대해서만 관심을 갖는다면,  $N_\beta \neq N_\alpha + 1$ 에 대해서는  $N_\beta = 0$ ,  $N_\beta = 2$ 의 항이,  $N_\beta \neq N_\alpha$ 에 대해서는  $N_\beta = 1$ ,  $N_\beta = 2$ 의 항이 주된 기여를 한다. 그러면

$$\lim_{\eta \rightarrow 0^+} (x+i\eta)^{-1} = p(1/x) - i\pi\delta(x) \quad (2.14)$$

를 취하여  $i\hbar\Gamma$ 의 허수부분, 즉  $\hbar\Gamma$ 의 실수부분을  $\hbar\Gamma$ 라 하면, 이것은 선편(엄밀히는 반편)이 되고,

$$\begin{aligned} \hbar\Gamma_{\alpha,k} = & \pi \sum_q (n_q+1) |C_q|^2 \exp(-t) (t\delta_1 + (t^3/2 - t^2)\delta_2 + (t^2 - t)\delta_3 + (t^3/2 - t^2)\delta_4) \\ & + \pi \sum_q n_q |C_q|^2 \exp(-t) (t\delta'_1 + (t^3/2 - t^2)\delta'_2 + (t^2 - t)\delta'_3 + (t^3/2 - t^2)\delta'_4) \end{aligned} \quad (2.15)$$

가 된다. 단,  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ 는

$$\begin{aligned} \delta_1 = & (m/\hbar^2) (k_z^2 + (2m/\hbar)(\omega - \omega_q))^{-1/2} \{ \delta(q_z + k_z - \sqrt{k_z^2 + (2m/\hbar)(\omega - \omega_q)}) \\ & + \delta(q_z + k_z + \sqrt{k_z^2 + (2m/\hbar)(\omega - \omega_q)}) \} \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \delta_2 = & (m/\hbar^2) (k_z^2 + (2m/\hbar)(\omega - 2\omega_0 - \omega_q))^{-1/2} \{ \delta(q_z + k_z - \sqrt{k_z^2 + (2m/\hbar)(\omega - 2\omega_0 - \omega_q)}) \\ & + \delta(q_z + k_z + \sqrt{k_z^2 + (2m/\hbar)(\omega - 2\omega_0 - \omega_q)}) \} \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \delta_3 = & (m/\hbar^2) (k_z^2 - (2m/\hbar)(\omega - \omega_q))^{-1/2} \{ \delta(q_z + k_z - \sqrt{k_z^2 + (2m/\hbar)(\omega - \omega_q)}) \\ & + \delta(q_z + k_z + \sqrt{k_z^2 - (2m/\hbar)(\omega - \omega_q)}) \} \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \delta_4 = & (m/\hbar^2) (k_z^2 - (2m/\hbar)(\omega + \omega_0 - \omega_q))^{-1/2} \{ \delta(q_z + k_z - \sqrt{k_z^2 + (2m/\hbar)(\omega + \omega_0 - \omega_q)}) \\ & + \delta(q_z + k_z + \sqrt{k_z^2 - (2m/\hbar)(\omega + \omega_0 - \omega_q)}) \} \end{aligned} \quad (2.19)$$

이고,  $\delta'_1, \delta'_2, \delta'_3, \delta'_4$ 는 각각  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ 의  $\omega_q$ 를  $-\omega_q$ 로 치환한 값, 즉

$$\delta'_1 = \delta_1 (\omega_q \rightarrow -\omega_q) \quad (2.20)$$

$$\delta'_2 = \delta_2 (\omega_q \rightarrow -\omega_q) \quad (2.21)$$

$$\delta'_3 = \delta_3 (\omega_q \rightarrow -\omega_q) \quad (2.22)$$

이삼녕

$$\delta_4' = \delta_4 \quad (\omega_q \rightarrow -\omega_q) \quad (2.23)$$

이다.

### III. 저온근사

극저온에서는  $C_q$  및  $\omega_q$ 의  $q$  의존성은

$$q \approx q_{\perp} \equiv (q_x^2 + q_y^2)^{1/2} \approx 1/r_0 \quad (3.1)$$

에 따라  $r_0$  의존성으로 바꾸는 근사방법이 가끔 행하여진다.<sup>[13]</sup> 그러면, 속도  $s$ 인 음향포논에 대해서는

$$\omega_q = sq \rightarrow \omega_s \approx s/r_0 \quad (3.2)$$

$$|C_q|^2 = |C_q|^2 \approx |C_{r_0}|^2 \quad (3.3)$$

와 같이 치환하는 것이 가능하다. 또, 극저온에서는

$$n_q \equiv (\exp(\beta/\hbar\omega_q) - 1)^{-1} \approx 0 \quad (3.4)$$

$$\langle \hbar^2 k_x^2 / 2m \rangle_{\omega} \rightarrow k_B T / 2 \approx 0 \quad (3.5)$$

의 근사를 취하는 것도 가능하다. 그러면, 근사계산

$$\Sigma_q \rightarrow \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} dq_x \int_0^{\infty} \frac{2\pi}{r_0^2} dt \quad (3.6)$$

를 취한다. 이때의 선폭  $\Gamma$ 는 다음과 같아진다.

$$\begin{aligned} \hbar\Gamma = \frac{m\Omega}{\hbar^2 2\pi r_0^2} |C_{r_0}|^2 & \left( \frac{1}{\sqrt{2m(\omega - \omega_s)/\hbar}} + \frac{1}{\sqrt{2m(\omega - 2\omega_0 - \omega_s)/\hbar}} \right. \\ & \left. + \frac{1}{\sqrt{2m(\omega_s - \omega)/\hbar}} + \frac{1}{\sqrt{2m(\omega_s - \omega - \omega_0)/\hbar}} \right). \end{aligned} \quad (3.7)$$

만약,  $\omega = \omega_0$ 에 있어서의  $\Gamma(0, k)$ 을 얻고 싶으면, 두번째의 항은 없어진다.

(a) 변형퍼텐셜형 포논

포논의 종류가 변형퍼텐셜(deformation potential)형<sup>[14]</sup>이면, 식 (3.3)에 의

하여

$$|C_q|^2 = \frac{G_D}{\Omega} q \rightarrow |C_{r_0}|^2 = \frac{G_D}{\Omega} \frac{1}{r_0} \quad (3.8)$$

$$G_D = hE_1^2 / 2\rho s \quad (3.9)$$

가 된다.  $E_1$ 은 물질의 변형퍼텐셜 상수이고,  $\rho$ 는 밀도이다. 이 경우에는

$$h\Gamma = \frac{mG_D}{h^2 2\pi r_0^3} \{ (2m(\omega_s - \omega_0)/h)^{-1/2} + (2m(\omega_s - 2\omega_0)/h)^{-1/2} \\ + (2m(\omega_0 - \omega_s)/h)^{-1/2} \} \quad (3.10)$$

가 된다. 지금

$$\frac{\sqrt{2}\omega_0}{\omega_s} = (h\omega_0 / \frac{1}{2} ms^2)^{1/2} \quad (3.11)$$

을 변수로 하여 고쳐쓰면, 다음의 양 극한의 근사치를 얻는다.

$$h\Gamma / \frac{1}{2} ms^2 \approx 2^{-3/4} (h\omega_0 / \frac{1}{2} ms^2)^{5/4} + \frac{3}{8} (2)^{-1/4} (h\omega_0 / \frac{1}{2} ms^2)^{7/4} \\ ; h\omega_0 \ll \frac{1}{2} ms^2 \quad (3.12)$$

$$h\Gamma / \frac{1}{2} ms^2 \approx \frac{1}{2\sqrt{2}} (h\omega_0 / \frac{1}{2} ms^2) + \frac{1}{4} (h\omega_0 / \frac{1}{2} ms^2)^{1/2} \\ ; h\omega_0 \gg \frac{1}{2} ms^2 \quad (3.13)$$

이것이 변형포텐셜형에 관하여 자기장( $\omega_0$ )의 함수로 나타낸 선폭( $\Gamma$ )의 근사치이다.

(b) 압전형 포논

포논의 종류가 압전(piezoelectric)형<sup>[15]</sup>이면, 식 (3.3)으로 부터

$$|C_q|^2 = \frac{G_P}{\Omega} \frac{1}{q} \rightarrow |C_{r_0}|^2 = \frac{G_P}{\Omega} r_0 \quad (3.14)$$

이삼녕

$$G_P = \frac{K^2 e^2 s h}{2\varepsilon} \quad (3.15)$$

가 된다.  $K$ 는 전기역학적 결합상수이고,  $\varepsilon$ 는 물질의 유전율이다. 이 경우에는

$$\begin{aligned} h\Gamma = \frac{mG_P}{h^2 2\pi r_0} + \{ (2m(\omega_s - \omega_0)/h)^{-1/2} + (2m(\omega_s - 2\omega_0)/h)^{-1/2} \\ + (2m(\omega_0 - \omega_s)/h)^{-1/2} \} \end{aligned} \quad (3.16)$$

가 된다. 고로 양 극한의 근사치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} h\Gamma / \frac{1}{2} ms^2 \approx 2^{1/4} (h\omega_0 / \frac{1}{2} ms^2)^{1/4} + \frac{3}{4} (2)^{-1/4} (h\omega_0 / \frac{1}{2} ms^2)^{3/4} \\ ; h\omega_0 \ll \frac{1}{2} ms^2. \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} h\Gamma / \frac{1}{2} ms^2 \approx 2^{-1/2} + \frac{1}{2} (h\omega_0 / \frac{1}{2} ms^2)^{-1/2} \\ ; h\omega_0 \gg \frac{1}{2} ms^2. \end{aligned} \quad (3.18)$$

이것이 압전형포논에 관하여 자기장 ( $\omega_0$ )의 함수로 나타낸 선포 ( $\Gamma$ )의 근사치이다.

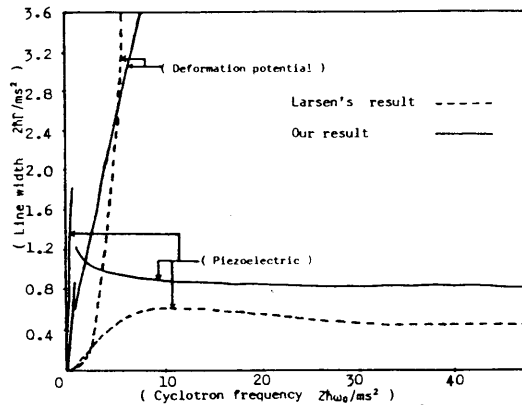


Fig. 1. Cyclotron frequency dependence of the linewidth at  $T=0$ .



#### IV. 결과와 토의

이상과 같이 본 연구실에서 발표한 이론을 써서 전자와 포논의 상호작용이 싸이클로트론의 흡수곡선의 선폭에 주는 영향을 조사했다. 두 극한  $\hbar\omega_0 \ll ms^2/2$ 와  $\hbar\omega_0 \gg ms^2/2$ 에 대한 식 (3.12), (3.17)과 (3.13), (3.18)을 통상의 섭동 이론에 근거를 둔 Larsen의 결과와 비교하면 그림I과 같다. 이러한 근사를 취하지 않으면,  $\hbar\omega_0$ 와  $ms^2/2$ 의 비로서 표시한 선폭은 물질고유의 상수에 의존하기 때문에 Larsen의 결과와 비교하는것이 불가능하다. 그래서 이 근사를 취했던 것이다. 그런데 이 근사에 의하면, 절대 영도에서의 전자의 운동량  $\hbar k_z$ 의 값이 중요한 역할을 한다. 보통  $\langle \hbar^2 k_z^2 / 2m \rangle_\omega = k_B T / 2$ 의 근사를 취하여  $k_z$ 를  $T$ 에 대응시키지만 절대 영도에서는 그것이 곤란하다.  $k_z=0$ 이면, 마땅하지 않은 위치에 발산이 일어난다. 물론 이 이론에도  $\delta$ 함수근사를 취하는 한 선폭의 값이 발산되는 점이 존재하지만  $k_z=0$ 에 의한 발산은 예외적이다. 다시 말하면, 불연속점의 출현은 본 이론을 구조적으로 다른 Larsen의 이론과 비교하고자 (3.5)와 같은 근사를 취했기 때문에 생긴 결과이다. 그러나 이 비교에서 주목할만한 것은 이 점을 제외하고는 두 이론이 변형포텐셜형과 압전형의 포논산란에 대해서 유사한 선폭의 모양을 보여주고 있다는 점이다. 여기에서 사용한 이론은 엄격한 Kubo공식에 Argyres-Sigel의 계산방식 또는 Mori의 계산방식을 적용하여 얻은 바이지만, 그 도입과정에 몇개의 근사가 행해졌다. 고로 그 이론이 갖는 한계가 현재의 수치계산에 영향을 주고 있다. 따라서 더 많은 섭동항을 고려하여 이 이론을 발전시키는 것이 앞으로의 과제이다.

#### 부 록

본 논문의 식 (2.2)는 참고문헌1의 식 (2.5)와 같으며 이를 증명하면 다음과 같다. 식 (2.2)로부터

$$(1 - \exp(-\beta/\hbar\omega_0)) \{f(E_\alpha)(1 - f(E_\alpha + \hbar\omega_0))\}$$

이삼녕

$$\begin{aligned}
 &= \{1 - \exp(-\beta\hbar\omega_0)\} \{f(E_\alpha) - f(E_\alpha)f(E_\alpha + \hbar\omega_0)\} \\
 &= \{f(E_\alpha) - f(E_\alpha)f(E_\alpha + \hbar\omega_0)\} - \exp(-\beta\hbar\omega_0) \{f(E_\alpha) - f(E_\alpha + \hbar\omega_0)\} \\
 &= \frac{1}{\exp(E_\alpha - \beta_\mu N) + 1} - \frac{1}{\exp(E_\alpha - \beta_\mu N) + 1} \frac{1}{\exp(E_\alpha + \beta\hbar\omega_0 - \beta_\mu N) + 1} \\
 &\quad - \frac{\exp(-\beta\hbar\omega_0)}{\exp(E_\alpha - \beta_\mu N) + 1} + \frac{\exp(-\beta\hbar\omega_0)}{(\exp(E_\alpha - \beta_\mu N) + 1)(\exp(E_\alpha + \beta\hbar\omega_0 - \beta_\mu N) + 1)} \\
 &= \frac{(\exp(E_\alpha + \beta\hbar\omega_0 - \beta_\mu N) + 1) - (\exp(E_\alpha - \beta_\mu N) + 1)}{(\exp(E_\alpha + \beta\hbar\omega_0 - \beta_\mu N) + 1)(\exp(E_\alpha - \beta_\mu N) + 1)} \\
 &= \frac{1}{\exp(E_\alpha - \beta_\mu N) + 1} - \frac{1}{\exp(E_\alpha + \beta\hbar\omega_0 - \beta_\mu N) + 1} \\
 &= f(E_\alpha) - f(E_\alpha + \hbar\omega_0)
 \end{aligned}$$

그러므로

$$\sigma_{+-}(\omega) = \frac{1}{\omega_0} \sum_{\alpha} \frac{\{f(E_\alpha) - f(E_\alpha + \hbar\omega_0)\} |(j_{\alpha}^+)|^2}{i\hbar(\omega - \omega_0) + \hbar B_{\alpha}(\omega)}$$

(참고문헌1의 식(2.5)에서  $\hbar\omega_0$ 는  $\omega_0$ 이고,  $B_{\alpha}(\omega)$ 는  $\Gamma_{\alpha}(\omega)$ 와 같다.)

참 고 문 헌

- [1] S. D. Choi and O.H. Chung, Solid State Commun., 46, 717 (1983).
- [2] R. Kubo, J. Phys. Soc. Jpn. 12, 570 (1957).
- [3] P. N. Argyres and J. L. Sigel, Phys. Rev. Lett. 31, 1397 (1973).
- [4] H. Mori, Prog. Theor. Phys. 34, 399 (1965).
- [5] J. Y. Ryu and S. D. Choi, Prog. Theor. Phys. 72, 429 (1984).
- [6] J. Y. Ryu, Y. C. Chung, and S. D. Choi, Phys. Rev. 32, 7769 (1985).
- [7] C. J. Summers, R. B. Dennis, B. S. Wherrett, P. G. Harper, and S. D. Smith, Phys. Rev. 170, 755 (1968).
- [8] C. S. Raju and S. Fujita, Acta Phys. Austriaca, 43, 1 (1975).
- [9] J. P. Vigneron, R. Evrad, and E. Kartheuser, Phys. Rev. B18, 6930

- (1978).
- [10] J. P. Vigneron, Solid State Commun. 32, 595 (1979).
  - [11] D. M. Larsen, Phys. Rev. 142, 428 (1966).
  - [12] H. Scher and T. Holstein, Phys. Rev. 148, 598 (1966).
  - [13] R. Kubo, S. Miyake, and N. Hashitsume im Solid State Phys. ed. by F. Seitz and D. turnbull, 17, 269(Acad. Pr. N.Y. 1965).
  - [14] J. Bardeen and W. Shockley, Phys. Rev. 80, 72 (1950).
  - [15] H. J. G. Meijer and D. Polder, Physica 19, 255 (1953).



