

액체 화물창내의 SLOSHING 고유주기 산정에 관한 연구

신 장용, 최 경식, 강 신영
(한국해양대학교 해양공학과)

김 현수
(삼성중공업 선박해양연구소)

Estimation of Sloshing Natural Period in Liquid Cargo Tanks

J.R. Shin, K. Choi, S.Y. Kang
Department of Ocean Engineering
Korea Maritime University

H.S. Kim
Maritime Research Institute
Samsung Heavy Industries

ABSTRACT

Recently in the design of super tankers or LNG carriers which transport a large amount of liquid in the cargo holds, the structural damage due to liquid sloshing becomes an important problem. The impact pressure from sloshing is most violent when the liquid motion of a partially filled tank is in resonance with the motion of a ship. In this paper, to avoid the possible structural damages on tank walls the sloshing natural periods in liquid cargo tanks are estimated for partially filled tanks with various geometries. Especially the sloshing periods of baffled tanks which are often installed to reduce liquid motion and sloshing forces, are calculated and the results are compared with numerical results.

1. 서 론

액체의 자유표면은 액체를 담고 있는 용기의 가속도 방향에 항상 수직하게 놓이려는 경향이 있다. 만약 용기가 운동을 할 경우 용기의 가속도 방향이 순간 순간 마다 변함에 따라 용기내의 액체도 운동을 하게 되는데 이를 sloshing 이라 한다. 그러나 용기내 액체의 점성과 관성때문에 용기의 운동과 용기내 액체의 운동사이에 위상차가 생기고 이로 인하여 액체는 용기벽에 큰 동적압력을 유발하게 된다. 이러한 액체화물의 sloshing 은 상당히 높은 충격압을 용기벽에 가할 수 있고 또한 운반수단 그 자체의 안정성 (stability) 에도 많은 영향을 주게 된다.

Sloshing 은 1960년대 우주선 연료탱크내의 유체유동으로 인한 우주선의 안정성 문제로 인하여 연구자들이 많은 관심을 가져온 이래, 최근 조선 및 해양산업에서도 자유표면의 유동에 따른 동역학적 힘의 추정과 그에 따른 탱크선각의 손상가능성 등의 문제가 제기되고 있다. 최근 건조되는 초대형 유조선 (VLCC) 이나 액화천연가스 (LNG) 운반선 등은 화물창의 크기도 대형일 뿐만 아니라 액체화물의 특성상 sloshing 의 문제에 직면하게 된다. 특히 LNG 운반선의 화물창은 고가의 구조재료를 사용하고 있으며 내부구조가 복잡하므로 sloshing 하중에 의해 화물창의 내벽이 손상될 때에는 막대한 수리비가 요구되며 또한 극저온에 노출된 구조의 작은 손상은 취성파괴로 이어져 대형사고의 우려도 존재하고 있다.

국내외의 기록에 의하면 초대형 유조선의 경우 탱크내 sloshing 으로 인하여 탱크내 부착물 뿐 아니라 탱크선각 자체도 손상을 입은 사례가 자주 보고되고 있으며, LNG 운반선의 경우 액체화물의 sloshing 충격으로 인한 구조손상 가능성을 대단히 우려하고 있다.¹⁾

현재 sloshing 해석을 위하여 이론적, 실험적, 수치해석적인 방법이 모두 동원되고는 있으나 아직까지도 실제 sloshing 현상을 정교하게 해석할 수 있는 체계적인 방법은 제시되지 못하고 있다. 이론적인 방법은 대부분 선형해석에 그치고 있으며 작은 진폭과 주기의 gentle sloshing 에만 적용이 가능하다. 따라서 실제 선박의 액체 화물창내에서의 sloshing 현상과 같이 액체가 탱크의 천정에 까지 솟구치는 충격파를 수반하는 비선형 해석은 대단히 어려운 것으로 알려져 있으며²⁾ 설계에 필요한 기초자료들은 대부분 실험에 의존하거나^{3,4,5)} 고속전산기

를 이용한 수치해석방법을 사용하고 있는 추세이다.^{6,7,8)}

액체 화물창내의 sloshing 현상은 부분적인 적재상태에서 선체의 동요주기와 sloshing 고유주기가 일치될 때 특히 심하게 발생한다. 더우기 적재용량이 증가함에 따라서 탱크의 크기도 점차 대형화되는 경향이 있고 탱크의 대형화는 공진(resonance)의 가능성을 증대시킨다.^{9,10)} 따라서 설계자는 탱크의 형상과 관련된 sloshing 고유주기와 선체의 동요주기를 비교, 검토한 후 공진이 발생하지 않도록 탱크의 형상과 배치를 결정해야 하며, 이러한 공진을 피할 수 없을 때는 공진시 탱크의 벽에 가해지는 충격압을 감소시킬 수 있도록 내부구조를 변경하거나 탱크의 구조강도를 높여 이러한 압력에 대해서도 안전하도록 해야 할 것이다.

또한 탱크의 크기가 비교적 작고 내부구조가 액체의 운동을 억제할 수 있도록 되어 있다면 sloshing 은 중요한 문제가 되지 않지만 탱크가 크고 내부구조가 아무런 장애물을 가지고 있지 않다면 탱크내의 액체화물은 심각한 sloshing 을 일으킬 수 있다. 지금까지 예를 보면 sloshing 에 의한 탱크의 손상은 주로 10-30 % 적재깊이에서 발생했고 95 % 적재깊이에서도 손상된 기록이 있다. 비록 부분적으로 적재하는 것은 금하고 있지만 실질적으로 부분적재상태를 완전히 피할 수는 없으므로, 부분적재시 특히 선체의 동요주기와 sloshing 고유주기가 일치될 때 탱크내벽에 큰 충격압력이 유발될 수 있음을 예측하고 있어야 한다. 그러므로 이러한 공진의 가능성을 예측하기 위하여 액체 화물탱크의 sloshing 고유주기를 정확히 산정하는 것이 매우 중요한 일이다.

본 연구에서는 공진시 sloshing 으로 인한 화물창의 구조손상 가능성을 피하기 위한 관점에서 탱크내에 액체화물이 부분적으로 적재된 상태에서의 sloshing 고유주기를 산정하고 여러 가지 탱크형상에 대한 sloshing 고유주기의 변화를 조사하였다. 본 연구에서 조사한 탱크의 형상은 직사각형(rectangular) 탱크, 원통형(cylindrical) 탱크, 구형(spherical) 탱크인데 이러한 기본형 탱크의 sloshing 고유주기에 대한 결과는 몇몇 자료(예를 들어, 김 용환⁷⁾)에 원전에 대한 기록이나 이론해석과정에 대한 언급이 없이 간단하게 인용된 바 있다. 본 연구에서는 이들 기본형 탱크에 대한 sloshing 고유주기에 대한 이론해를 구하고 이를 간략하게 정리, 수록하였으며 DnV, SwRI 등 입수가 가능한 실험결과와 본 연구의 계산결과를 함께 도시하고 고유주기를 서로 비교하였다.

또한 본 연구에서는 이론결과와 실험자료를 비교, 분석하여 각 기본형 탱크에 대한 sloshing 고유주기를 하나의 간단한 경험식으로 표현할 수 있었다. 액체의 sloshing 모드는 탱크의 기하학적 형상과 적재깊이에 의존하고 지배방정식과 경계조건이 선형이기 때문에 기본적인 형상에 대한 고유주기와 sloshing 모드를 알면 이러한 기본형상의 조합으로 형성된 단면에 대한 고유주기도 기본형상에 대한 고유주기의 조합으로 얻을 수 있음을 뜻한다. 여기서 취급하는 형상은 직사각형과 원형단면의 조합으로 구성되기 때문에 직사각형 탱크와 원통형 탱크에서의 고유주기를 조합한 단일식으로 모든 고유주기를 표현할 수 있다.

한편 sloshing 을 억제하는 방법으로 흔히 탱크내벽에 baffle 을 설치하는데 탱크벽에 고정된 baffle 은 액체의 유동을 억제하고 sloshing 에 의한 충격하중을 감소시켜 준다. Baffle 은 큰 감쇠효과를 주는 반면 이것으로 인한 전체 중량의 증가는 아주 적어서 sloshing 억제용으로 유효하게 사용되고 있는데, baffle 의 효과는 부착위치, 크기, 형상에 따라 달라지며 따라서 sloshing 고유주기도 baffle 의 설치에 따라 변한다. 직사각형 탱크에 baffle 을 설치하거나 corner 부분을 경사지게 하면 단면변화로 인하여 액체의 유동특성이 바뀌게 되며 따라서 액체가 보유할 수 있는 에너지가 변하게 된다. 고유주기는 한 계가 보유한 운동에너지와 위치에너지의 상호교환 속도를 의미하므로 용기의 형상변화로 인한 운동에너지와 위치에너지를 구해서 그 비를 구하면 변화된 sloshing 고유주기를 계산할 수 있다. 본 연구에서는 직사각형 탱크의 내벽에 baffle 이 설치된 경우에 대하여 sloshing 고유주기를 산정하였고 이를 수치계산의 결과와 비교하였다.

2. 기본형 탱크의 SLOSHING 고유주기

Sloshing 고유주기는 주로 액체화물을 적재한 탱크의 형상에 의해 결정되는데, 이 주기가 선체의 동요주기와 일치할 때 화물창의 내벽에는 가장 큰 충격압이 발생하게 되며 따라서 sloshing 으로 인한 화물창의 구조손상 가능성도 피할 수 없게 된다. 이러한 관점에서 우선 본 연구에서는 여러 가지 탱크형상에 대하여 액체화물이 부분적으로 적재된 상태에서의 sloshing 고유주기의 변화를 조사하였다. 고려된 탱크의 형상은 직사각형, 원통형 및 구형 탱크인데 이러한 기본형 탱크의 sloshing 고유주기에 대한 결과는 몇몇 자료에 간단하게 인용된 바 있다. 여기서는 뒤에 언급될 본 연구내용을 이해하는데 도움이 되도록 이들 자료의 이론적인 해석과정을 다시 정리하였다.

Sloshing 에 의해 발생하는 파의 고유주기는 선형이론을 적용하여 유도할 수 있다. 용기내의 유체는 강체벽 S 와 자유표면 F 에 의해 한정되는데 진동의 진폭이 작고 조화적이라 가정한다. 속도포텐셜 ϕ 가 존재하는 보존력장을 가정하면 탱크내의 유체가 만족해야 할 지배방정식은 다음과 같이 Laplace 방정식으로 표현된다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

또한 강체벽에서는 다음과 같은 경계조건을 만족한다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{on } S \quad (2)$$

한편 자유표면 η 에서의 선형화된 역학적 경계조건과 운동학적 경계조건을 조합한 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \lambda \phi, \quad \lambda = \frac{\omega^2}{g} \quad \text{on } F \quad (3)$$

여기서 g 는 중력가속도이다. 한편 경계조건 (2)식과 (3)식을 만족하도록 미분방정식 (1) 을 직접 푸는 대신 등가의 범함수 (functional) 를 도입하여 변분법을 적용하면 해를 구할 수 있는데, 특히 근사해를 구할 때 유용하다. 범함수는 탱크내 액체의 운동에너지와 위치에너지를 구하여 이를 Hamilton 원리에 적용하여 구할 수 있다. 유동이 시간에 대해서 조화적이라고 가정하면 Hamilton 원리에서의 범함수는

$$\Pi = \int_{t_1}^{t_2} \{ (K.E.) - (P.E.) \} dt$$

즉

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V (\nabla \phi)^2 dV - \frac{\lambda}{2} \int_F \phi^2 dA \quad (4)$$

로 계산되는데 여기서 문제는 범함수 Π 가 극값을 갖도록 하는 ϕ 를 찾는 것으로 귀착되며 경계조건을 만족하는 적절한 ϕ 를 택하여 Π 의 변분을 취하면

고유주기에 대한 결과를 유도할 수 있다.

직사각형 탱크

내부에 아무런 부착물이 존재하지 않는 직사각형 탱크의 경우 좌표축을 Fig.1 과 같이 정하면 위의 경계조건과 지배방정식을 만족하는 해는 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$\phi = -A \cosh k(y+h) \sin kx \quad (5)$$

여기서 파수 (wave number)는 $k = n\pi/L$, $n = 1, 2, 3, \dots$ 이다. 한편 이것을 경계조건 (3)식에 대입하면 고유주기에 관한 다음 식을 얻는다 (Fig.3 참조).

$$\omega^2 = gk G, \quad G = \tanh(kh) \quad (6)$$

또는

$$T\sqrt{\frac{g}{L}} = \frac{2\pi}{\sqrt{n\pi G}} \quad (7)$$

수직으로 놓인 원통형 탱크

수직으로 놓인 원통형 탱크의 sloshing 고유주기는 원통좌표계를 사용하여 구할 수 있으며, 좌표계를 자유표면에 놓이도록 하고 반경을 R 로 표시하면 주어진 지배방정식과 경계조건을 만족하는 해는 다음과 같다.

$$\phi = A \cosh k(y+h) J_0(kr) \quad (8)$$

여기서 $k = \frac{C_n}{R}$, $n = 1, 2, 3, \dots$ 이고 $J_0(x)$ 는 0차의 제1종 Bessel 함수이며, C_n 은 강체벽에서의 경계조건으로부터 결정되는 상수로서 $J_1(kR)$

가 "0"이 되는 위치를 나타내며 진동형에 따라서 $C_n = 3.832, 7.016, 10.173, 13.324 \dots$ 등의 값을 갖는다. 즉 직사각형 탱크에서의 $n\pi$ 에 대응된다. 그러므로 (6)식과 (7)식에서 $n\pi$ 대신에 C_n , 길이 L 대신에 반경 R 을 사용하면 수직으로 놓인 원통형 용기에 대해서도 고유진동수와 고유주기는 (6),(7)식과 같은 형식으로 표현된다. (Fig.4 참조).

수평으로 놓인 원통형 탱크 (횡동요)

수평으로 놓인 원통형 탱크의 횡동요에 대하여는 Budianski¹¹⁾ 에 의해서 고유주기가 계산된 바 있다. Budianski는 주어진 미분방정식을 적분방정식으로 치환하고 수치적분을 통하여 고유주기를 계산했는데 여기서 사용되는 Green 함수는 자유표면에 source-sink 쌍을 연속적으로 분포시키고 등각사상을 이용하여 주어진 영역을 1차원 직선영역으로 mapping 하여 구한다 (Table 1 참조). 이 결과는 NASA 에서 수행된 실험자료⁴⁵⁾와 잘 일치하는데 한편 프랑스 선급 BV 에서는 Table 1에 보여진 이 결과를 해석하면서 기본진동수가 $\lambda_1 = (\text{상수})/(1 - h/D)$ 인 형태를 가진다고 했으나 본 연구에서는 기본진동수로 $\lambda_1 = (\text{상수})/\sqrt{(1 - h/D)}$ 를 선택하는 것이 실험결과에 더 적합하다는 것을 알 수 있었다. 즉

$$T\sqrt{\frac{g}{R}} = 2\pi\sqrt{(1 - \frac{h}{D})^{1/2}} \quad (9)$$

으로 표현된다 (Fig.5 참조).

구형 탱크

수평으로 놓인 원통형 탱크의 종동요와 구형 탱크에서의 sloshing 은 본질적으로 3차원 유동이 형성되기 때문에 엄밀해를 구하는 것이 대단히 어렵다. 구형 탱크에서 위도방향의 진동특성은 각지수 (angular index) 로 묘사하는데, 설계상 흔히 기본진동형만을 고려하므로 각지수를 "0"으로 취한다. 이 경우 구형 탱크에서의 임의의 횡단면에서 진동형은 수평으로 놓인 원통형 탱크에서의 진동형과 같기 때문에 구형용기에서도 고유주기는 (9)식과 같은 형태로 생각할 수

있다. 본 연구에서는 NASA와 SwRI에 의한 실험자료^{3,4,5)}를 사용하여 curve fitting 을 수행했는데 그 결과는 Table 2 에 수록되어 있다 (Fig.6 참조).

수평으로 놓인 원통형 탱크 (중동요)

원통형 용기에서 길이방향으로 동요할 때는 용기의 종진동면은 직사각형이고 횡진동면은 원형이므로 이 경우 고유주기는 직사각형 탱크에서 고유주기 (7) 식과 원통형 용기에서의 고유주기 (9)식을 중첩하여 얻을 수 있다 (Fig.7).

$$T\sqrt{\frac{g \tanh (c h / L)}{L}} = y(h / D) \quad (10)$$

여기서 y 는 횡동요를 묘사해야 하므로 원형수로에 대한 (9)식으로 부터 다음과 같은 함수형태를 취한다.

$$y\left(\frac{h}{D}\right) = a\sqrt{\left(1 - \frac{h}{D}\right)^{1/2}} + b \quad (11)$$

미정계수는 NASA 의 실험자료로 부터 결정할 수 있다 (Table 2 참조). 이러한 중첩이 가능한 이유는 액체의 sloshing 모드가 용기의 기하학적 형상과 적재깊이에 의존하고 지배방정식과 경계조건이 선형이기 때문에 기본적인 형상에 대한 고유주기와 sloshing 모드를 알면 이러한 기본형상의 조합으로 형성된 단면에 대한 고유주기도 기본형상에 대한 고유주기의 조합으로 얻을 수 있다고 가정하기 때문이다. (10)식에서 $L = R$, $c = \infty$ 로 쓰면 (10)식은 (9)식이 되고 (11)식에서 $a = 0$, $b = 1$ 로 놓으면 (11)식은 (7)식이 되므로 (10)식은 앞서 언급한 탱크들에 대한 일반식으로 사용할 수 있다. 뒤에 언급하게 되듯이 (10)식에서 적재깊이 h 를 유효수심으로 하면 바닥에 baffle 이 있는 탱크에서도 (10)식을 적용할 수 있다. 또한 원형단면과 직사각형단면의 조합으로 형성되는 임의의 화물창 형상에 대해서도 (10)식은 고유주기를 추정할 때 유효하게 사용할 수 있으리라 판단된다.

0.1	1.099	4.97	9.13			
0.2	1.165	4.74	8.33			
0.3	1.249	4.65	7.99			
0.4	1.360	4.70	7.96	1.565	5.34	5.66
0.5	1.513	4.91	8.23			
0.6	1.742	5.34	8.89			
0.7	2.13	6.22	10.28			
0.8	3.04	8.42	13.84			
0.9	∞	∞	∞	∞	∞	∞

Table 2 기본형 탱크에 대한 sloshing 고유주기 경험식에 사용된 상수들

	a	b	c	비고
직사각형 탱크	0	$2\sqrt{\pi}$	π	
수직원통형 탱크	0	3.21	7.664	L = R
원통형 탱크 횡진동	2π	0	∞	L = R
원통형 탱크 종진동	3.00	1.485	π	
구형 탱크	7.89	-1.60	∞	L = R

3. BAFFLE 이 설치된 직사각형 탱크의 SLOSHING 고유주기 계산

탱크내에 유동을 억제하기 위한 제어판 (baffle) 을 설치하거나 보강의 목적으로 corner 부분을 경사지게 하면 단면변화로 인하여 탱크내 액체의 유동특성이 바뀌게 된다. 용기의 형상변화로 인해 바뀌어진 액체의 운동에너지와 위치에너지를 구해서 그 비를 구하면 변화된 sloshing 고유주기를 계산할 수 있다. 본 연구에서는 단면형상의 변화로 인한 에너지변화를 고려하여 직사각형 탱크에 baffle 이 있는 경우의 sloshing 고유주기를 이론적으로 계산하였다.

탱크의 바닥에 baffle 을 설치한 경우 액체의 유동특성은 baffle 이 없을 때와는 아주 다른 양상을 나타낸다. 이러한 변화된 유동특성은 baffle 주변과 baffle 깊이 아래쪽 영역에서 주로 나타난다. Fig.2 에서와 같이 baffle 이 설치된 경우 영역 S_0 에 있는 액체는 파수 (wave number) $k = \pi/L$ 로 진동하고 영역 S_i 에 있는 액체는 파수 $k_i = \pi/l_i$, ($l_i = b_i - b_{i-1}$) 로 진동하려는 경향을 가지고 있다. 이 문제에 대한 엄밀해를 구하는 것은 대단히 어려운 과제이므로 앞서 2절에서 제시된 변분과정을 통해 미분방정식과 등가인 범함수율 도입하여 근사해를 구하고자 한다. 이를 위하여 Fig.2 의 영역을 $n+1$ 개로 분할하여 각각의 개별영역에서 지배방정식과 경계조건을 만족하는 포텐셜을 정의하고 이들을 전체영역에서 조합하므로써 고유주기를 구할 수 있다.

Fig.2 처럼 전체영역을 $n+1$ 개의 소영역으로 분할하여 각 영역에서의 속도 포텐셜을 ϕ_i 로 정의하면 이들은 각 개별영역에서의 지배방정식과 경계조건을 만족해야 할 뿐 아니라 각 영역의 경계에서는 인접 영역과 속도포텐셜이 서로 연속되어야 한다.

즉, 영역 S_0 에서

$$\nabla^2 \phi_0 = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial x} = 0 \quad x = 0 \text{ and } x = L \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial y} = \lambda \Phi_0 \quad y = 0 \quad (14)$$

그리고 영역 S_i 에서

$$\nabla^2 \Phi_i = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial x} = 0 \quad x = b_{i-1} \text{ and } x = b_i \quad (16)$$

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial y} = 0 \quad y = -h \quad (17)$$

경계 AB 를 따라서 속도포텐셜은 연속이어야 하므로 $y = -h+a$ 에서

$$\Phi_0 = \Phi_i, \quad i = 1, 2, \dots, n+1 \quad (18)$$

를 만족해야 한다. 여기서 b_i 는 왼쪽 측벽에서 i 번째 baffle 까지 수평거리이고 $l_i = b_i - b_{i-1}$ 는 영역 S_i 의 수평거리이다. 편의상 $b_0 = 0$, $b_{n+1} = L$ 로 정의한다. 지배방정식과 경계조건 그리고 경계 AB 에서 연속조건을 전부 만족하는 속도포텐셜을 찾는 것은 불가능하지만 각 영역에서의 지배방정식과 경계조건을 만족하는 속도포텐셜은 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$\Phi_0 = -A \cosh k(h+y) \cos(kx) \quad (19)$$

$$\Phi_i = -B_i \cosh k_i(h+y) \cos k_i(x-b_{i-1}) \quad (20)$$

이들 속도포텐셜 Φ_i, Φ_0 는 $y = -h+a$ 에서 연속이어야 하므로

$b_{i-1} \leq x \leq b_i$ 에서

$$A \cosh(ka) \cos(kx) = B_i \cosh(k_i a) \cos k_i(x - b_{i-1}) \quad (21)$$

을 만족해야 한다. 액체의 적재깊이 h 가 baffle 의 크기 a 보다 작을 경우, 각각의 영역 S_i 에 있는 유체는 서로 독립적이므로 각 영역 S_i 에서는 $G = \tanh(k_i h)$ 이고 고유주기는 (7)식과 같다. 적재깊이가 baffle 의 크기보다 큰 경우에는 일반적으로 $k \neq k_i$ 이므로 모든 x 에 대해서 (21)식을 만족하지 못한다. 그러나 주어진 속도포텐셜에 대한 연속조건에 대하여 평균적인 의미에서 가장 작은 오차를 주는 미정계수를 찾을 수 있다. 즉 (21)식의 양변에 $\cos k_i(x - b_{i-1})$ 를 곱하여 b_{i-1} 에서 b_i 까지 x 에 대해서 적분한다.

$$\begin{aligned} & \int_{b_{i-1}}^{b_i} A \cosh(ka) \cos(kx) \cos k_i(x - b_{i-1}) dx \\ & = \int_{b_{i-1}}^{b_i} B_i \cosh(k_i a) \cos^2 k_i(x - b_{i-1}) dx \end{aligned} \quad (22)$$

따라서

$$\frac{B_i}{A} = \frac{\cosh(ka)}{\cosh(k_i a)} f_i \quad (23)$$

$$f_i = \frac{2}{\pi} \frac{(l_i/L)}{1 - (l_i/L)^2} \{ \sin(kb_i) + \sin(kb_{i-1}) \} \quad (24)$$

가 된다. 이 결과와 (19)식, (20)식으로 주어지는 포텐셜을 이용하여 탱크내 액체의 위치에너지와 운동에너지를 계산하면 다음과 같다. 위치에너지는,

$$\begin{aligned} P.E. &= \frac{\lambda}{2} \int_F \Phi^2 dF = \frac{\lambda}{2} \int_0^L \Phi_0^2 dx \\ &= \lambda \frac{A^2 L}{4} \cosh^2(kh) \end{aligned} \quad (25)$$

운동에너지는 각 영역에서의 운동에너지의 합으로서, 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 K.E. &= \sum_{i=0}^{n+1} (K.E.)_i \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n+1} \int_{S_i} (\nabla \phi_i)^2 dS_i
 \end{aligned} \tag{26}$$

따라서

$$K.E. = \frac{A^2 k L}{8} \left\{ \sinh(2kh) - \beta \sinh(2ka) \right\} \tag{27}$$

$$\beta = 1 - \sum_{i=1}^{n+1} f_i^2 \frac{\tanh(k_i a)}{\tanh(k a)} \tag{28}$$

(4)식으로 부터 범함수는

$$\begin{aligned}
 \Pi &= \frac{A^2 k L}{8} \left\{ \sinh(2kh) - \beta \sinh(2ka) \right\} \\
 &\quad - \lambda \frac{A^2 L}{4} \cosh^2(kh)
 \end{aligned} \tag{29}$$

와 같고 A 에 대해서 변분을 취하면

$$\lambda = k G \tag{30}$$

여기서

$$G = \tanh(kh) - \frac{\beta}{2} \frac{\sinh(2ka)}{\cosh^2(kh)}, \quad h > a \tag{31}$$

로 표현된다. 그리고 고유주기는 (7)식으로 주어진다. (28)식으로 부터 baffle 을 중간에 설치할 때가 β 는 가장 크며 갯수가 많아질수록 증가한다. 극한의 경우로서 무한히 많은 baffle 을 설치한다면 이것은 탱크의 높이가 baffle 의 높이만

큼 감소한 것을 의미하므로 β 는 1 로 수렴한다. β 는 1 을 초과 할 수 없으며 통상 탱크의 높이를 폭보다 크게 하지는 않으므로, $(h/L) < 1$ 과 $a \leq H/2$ 에 대하여 (31)식은 다음과 같은 표현으로 사용할 수 있다.

$$G = \tanh \{k(h - \beta a)\} \quad (32)$$

여기서 β 는 탱크바닥에 baffle 이 있음으로 인하여 마치 적재깊이가 감소된 것과 동일한 효과를 주는 정도를 나타내는 값으로서 수심감소계수라 정의하기로 한다. 그리고 $h_e = h - \beta a$ 를 유효적재깊이 (혹은 유효수심) 로 정의하면 (32)식은 다음의 (33)식으로 간단히 표현된다.

$$G = \tanh (kh_e) \quad (33)$$

그러므로 유효수심의 개념을 이용하면 baffle 이 설치된 경우도 baffle 이 없을 때 고유주기에 대한 식과 완전히 같은 형태가 됨을 알 수 있다.

4. 계산결과 및 고찰

본 논문의 주된 내용은 탱크내에 액체화물이 부분적으로 적재된 상태에서의 sloshing 고유주기를 산정하고 특히 공진시 sloshing 을 억제하기 위해 탱크바닥에 baffle 이 설치된 경우의 고유주기의 변화를 계산하는 것으로서 삼성중공업의 위탁연구인 액체화물탱크내 sloshing 해석을 위한 3차원 수치프로그램 개발과제의 일부 결과이다. 본 논문에서 도출한 이론해의 비교검증에 사용하고 있는 수치프로그램은 본 연구자와 삼성중공업 실무진과의 공동작업을 통해 개발된 2차원 프로그램으로서¹²⁾, baffle 이 설치된 경우나 corner 에 경사면을 갖는 탱크에 대해서도 수치해석이 가능하도록 SOLA-VOF 알고리즘을 수정보완한 것이다. 본 수치프로그램에 사용된 기법과 검증자료에 대해서는 추후 관계학술지에 발표할 예정이다.

Fig.3 에서 Fig.7 에 제시된 것은 다섯 가지 기본형 탱크에 대한 sloshing 고유주기 계산결과로서 이를 기발표된 실험결과와 비교하였다. Fig.3 은 직사각형 탱크에서 무차원화된 수심에 대한 무차원 고유주기의 변화를 실선으로 보여주

고 있으며 SwRI 와 DnV 의 실험자료도 함께 표기하였다. 4 % 이하의 적재깊이 (filling level) 에서는 이론치와 실험결과가 차이가 있는데 이는 비선형 현상이 sloshing 과정을 지배하기 때문으로 판단된다. Fig.4 - Fig.7 은 각각 수직으로 놓인 원통형 탱크, 수평으로 놓인 원통형 탱크의 횡동요, 구형 탱크 그리고 수평으로 놓인 원통형 탱크의 종동요에 대한 무차원 고유주기의 계산결과를 보여주고 있다. 실선으로 나타난 것이 이론에 의한 고유주기치이고 점선은 BV 에서 사용하는 경험식이며 Δ 표는 NASA 의 실험자료를 나타내고 있다.

원통형 탱크와 구형 탱크에서 사용되는 BV 의 경험식은 실험자료와 차이를 보여주는데 이러한 차이 때문에 SwRI 에서는 BV 공식에 적절한 보정계수를 써서 사용하기도 한다. 본 연구에서 유도한 단일식인 (10)식과 (11)식에 따른 계산결과는 이 경우에 대해서도 실험결과와 잘 일치함을 보여주고 있다.

다음으로 탱크바닥에 baffle 이 설치된 경우 고유주기의 변화를 살펴보기 위하여 폭이 48 m 높이가 28 m 인 직사각형 탱크의 바닥에 크기가 7 m, 10 m 인 baffle 을 바닥중앙에 한 개 설치한 경우를 다루어 보았다. 3절에 제시된 계산방식에 따라 고유주기를 산정하면서 한편 sloshing 수치프로그램을 이용하여 기진진폭을 0.01 rad 로 하고 baffle 이 없을 때의 고유주기를 기준으로 동요주기를 약간씩 변경하면서 수치시험도 병행하였다. Fig.8 에서는 그중 7 m baffle 이 설치된 탱크에 대한 이론 계산결과를 실선으로 보여주고 있다. 점선은 baffle 이 없을 때의 결과이고 Δ 표는 수치시험결과를 나타내고 있다. 한편 Fig.9 은 7 m baffle 이 설치된 탱크에 30 % 까지 액체를 적재했을 때의 공진근방에서의 거동을 보여주고 있다. Baffle 이 없을 때는 공진점 근방에서 압력과 자유표면의 높이가 급격히 증폭되는 반면에 baffle 있을 때는 고유주기가 커지면서 (약 12 % 정도)압력과 자유표면의 높이가 비교적 완만하게 증폭된다. 이는 baffle 의 설치가 sloshing 에 대한 감쇠효과를 충분히 보여주는 것으로 할 수 있다.

Baffle 을 탱크바닥 중간에 설치할 경우 $b_1 / L = 0.5$ 그리고 $k_1 = k_2 = 2k$ 이므로 (28)식으로 부터 수심감소계수는

$$\beta = 1 - 0.36 \frac{\tanh(2ka)}{\tanh(ka)} \quad (34)$$

수치시험결과에 의하면 $(a/L) > (1/20)$ 일 때 수심감소계수는 대략 $0.5 \leq \beta \leq 0.7$ 의 범위에 있음을 알 수 있다. 7 m baffle 을 설치했을 때는 기본주기가 약 12% 증가하고 10 m baffle 을 설치했을 때는 약 16% 변하는 것을 알 수 있다. 마지막으로 2 m 크기의 baffle 을 2 m 간격으로 촘촘히 설치한 경우의 Fig.10 에 수록하였다. 이 경우 수심감소계수는 $\beta = 0.553$ 에 해당한다.

5. 결 론

최근 액체화물을 운반하는 유조선이나 LNG선의 건조에 있어서 탱크내 유체의 sloshing 으로 인한 탱크의 손상문제가 중요하게 대두되고 있는데 특히 sloshing 에 의한 충격압은 액체화물탱크내의 sloshing 고유주기가 선체의 동요주기와 일치할 때 심하게 발생한다. 본 연구는 공진시 sloshing 으로 인한 화물창의 구조손상 가능성을 피하기 위한 관점에서 탱크내에 액체화물이 부분적으로 적재된 상태에서의 sloshing 고유주기를 산정하고 여러 가지 탱크형상에 대한 sloshing 고유주기의 변화를 조사하였다. 특히 sloshing 을 억제하기 위해 탱크내벽에 baffle 이 설치된 경우의 sloshing 고유주기를 계산하였고 이를 발표된 실험결과 및 수치해석결과와 비교하였다.

화물탱크내 액체의 sloshing 주기와 선박의 동요주기 사이에 공진의 가능성이 있다면 탱크의 형상을 변화시키거나 탱크의 크기를 축소하는 방법을 쓸 수 있다. 한 때 sloshing 에 대한 해석이 불충분했던 과거에는 주로 탱크의 크기를 가능한 작게하므로써 sloshing 문제를 회피하려했던 때가 있었으나 선박의 대형화로 인하여 탱크의 크기가 커져감에 따라 sloshing 으로 인한 화물창의 구조손상 가능성도 더욱 높아지게 되었다. 따라서 탱크의 형상을 바꾸어 탱크내 액체의 고유주기를 변경시켜서 공진을 피하거나, 공진을 피할 수 없는 경우나 전체적인 형상변화가 어려운 경우, 간단히 baffle 을 설치하는 것이 유효한 방법일 수 있다. Baffle 의 설치는 화물적재용량을 거의 감소시키지도 않고 sloshing 고유주기 변화와 함께 충격압도 대폭 감소시킬 수 있는 장점이 있다. 현재까지 baffle 의 크기와 설치 위치가 고유주기 변화에 미치는 영향을 정량적으로 기술한 이론식이나 실험자료가 없다는 것을 볼 때 본 연구의 결과는 액체 화물탱크의 설계와 관련해서 매우 유용한 것이라 본다.

참 고 문 헌

1. 장 재호, 현 재균, 류 제한, 1991. "LNG선의 각종 사고, 손상 등에 관한 기록" 대우조선기술, 29호, p.75-89.
2. Faltinsen, O.M., 1974. "A Nonlinear Theory of Sloshing in Rectangular Tanks", Journal of Ship Research, Vol.18. p. 224-241
3. Cox, P.A., Bowles, E.B. and Bass, R.L., 1979. Evaluation of Liquid Dynamic Loads in Slack LNG Cargo Tanks, Southwest Research Institute Report No. SR-1251.
4. Su, T.C. and Kang, S.Y., 1986. "Analysis and Testing of the Large Amplitude Liquid Sloshing in Rectangular Containers", ASME PVP Conference, Vol.108, p.145-154.
5. Su, T.C., Lou, Y.K., Flipse, J.E. and Bridge, T., 1982. A Numerical Analysis of Large Amplitude Liquid Sloshing in Baffled Containers, Maritime Administration Report No. MA-RD-940-82046, U.S. DOT.
6. Arai, M., 1984. "Experimental and Numerical Studies of Sloshing Pressure in Liquid Cargo Tanks", 일본조선학회논문집 제155호, p.114-121.
7. 김 용환, 1990. "유한차분법을 이용한 Tank 내의 Sloshing 해석" 대우조선기술, 25호, p.60-74.
8. 이 경중, 이 기표, 1987. "유한차분법에 의한 2차원 탱크내의 유체유동해석", 대한조선학회지, 제24권 3호, p.9-19.
9. Bureau Veritas, 1976. Study of Partially Fillings in Ship Holds.
10. 이 판목, 홍 석원, 홍 사영, 1990. "구조물의 탄성을 고려한 2차원 탱크내 유동해석", 대한조선학회지, 제27권 3호, p.107-116.
11. Budiansky, B., 1960. "Sloshing of Liquids in Circular Canals and Spherical Tanks," Journal of the Aero/Space Sciences, Vol.27, p.161-173.
12. 강 신영, 1993. 탱크내 3차원 SLOSHING에 의한 동적하중해석, 삼성중공업 위탁연구 중간보고서.

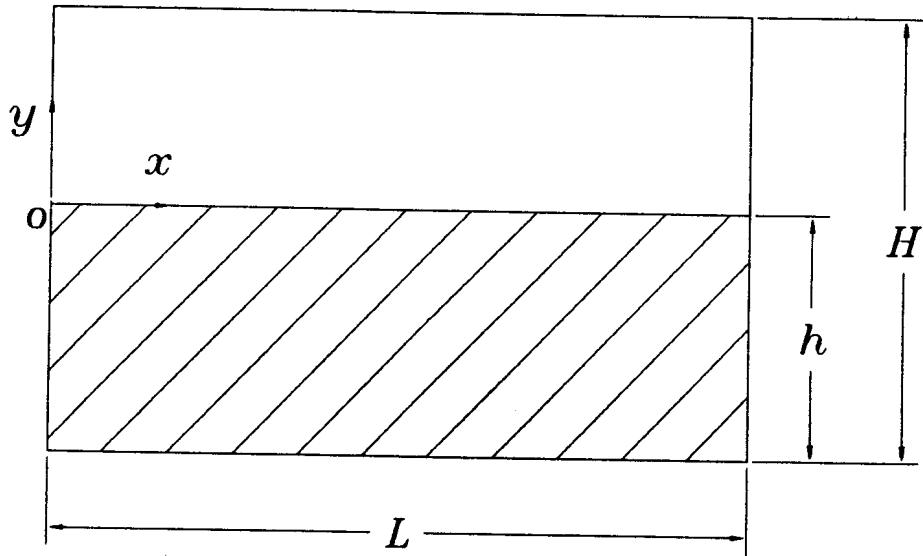


Fig.1 Coordinate system for a rectangular tank.

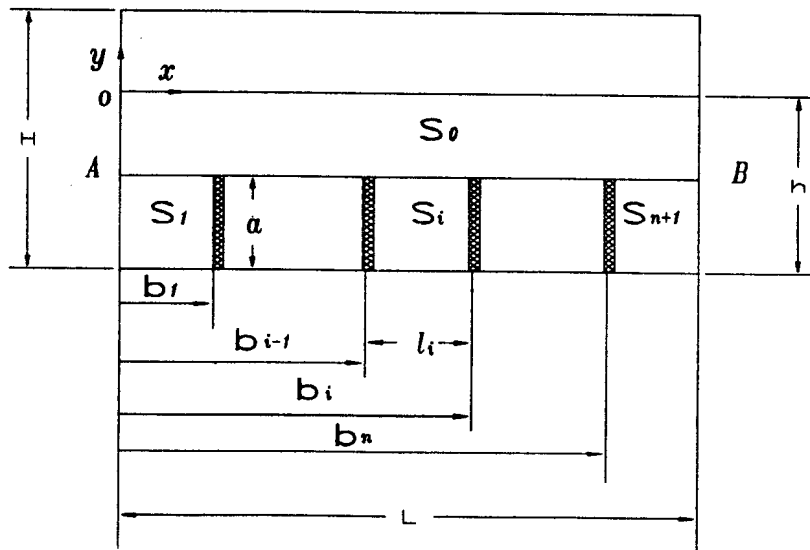
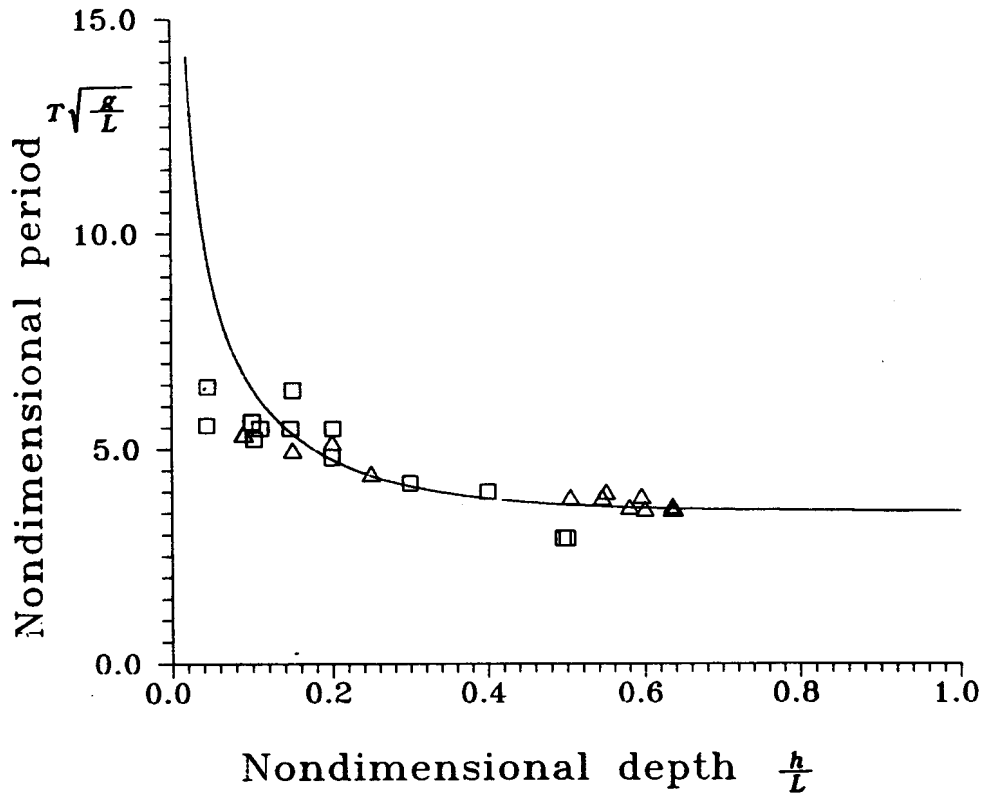
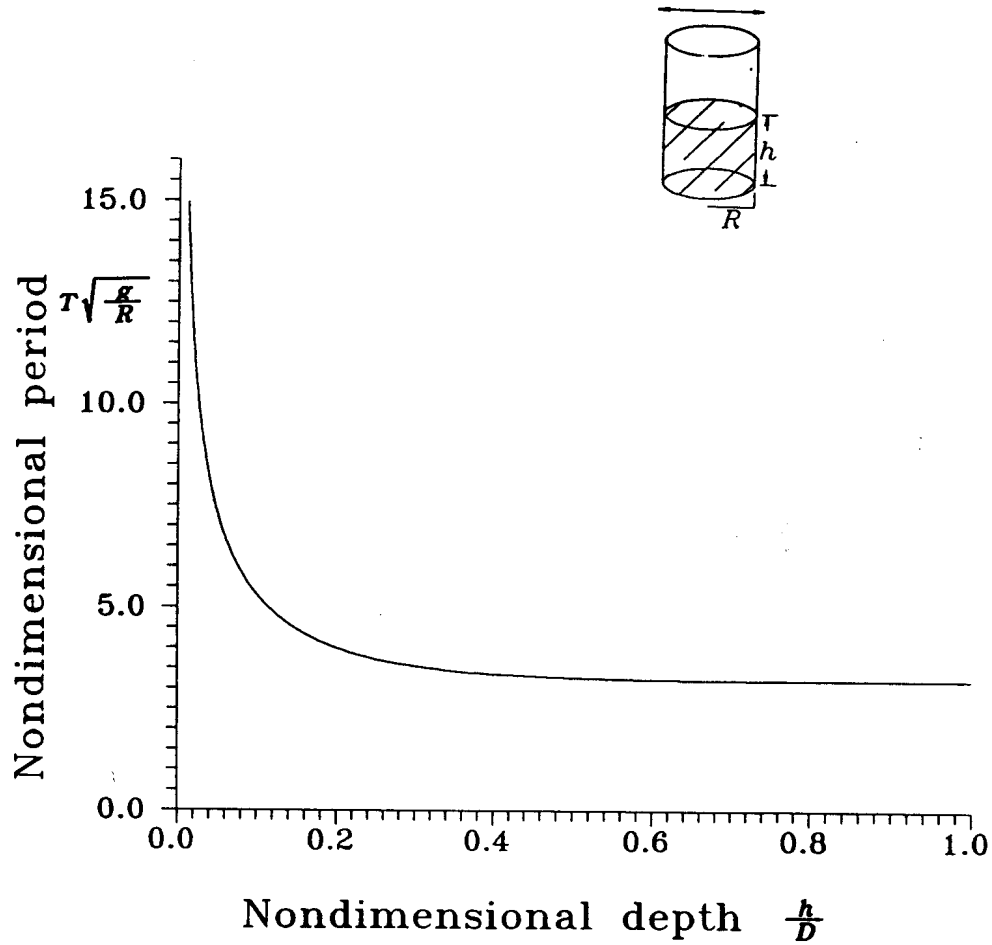


Fig.2 Coordinate system for a baffled rectangular tank.



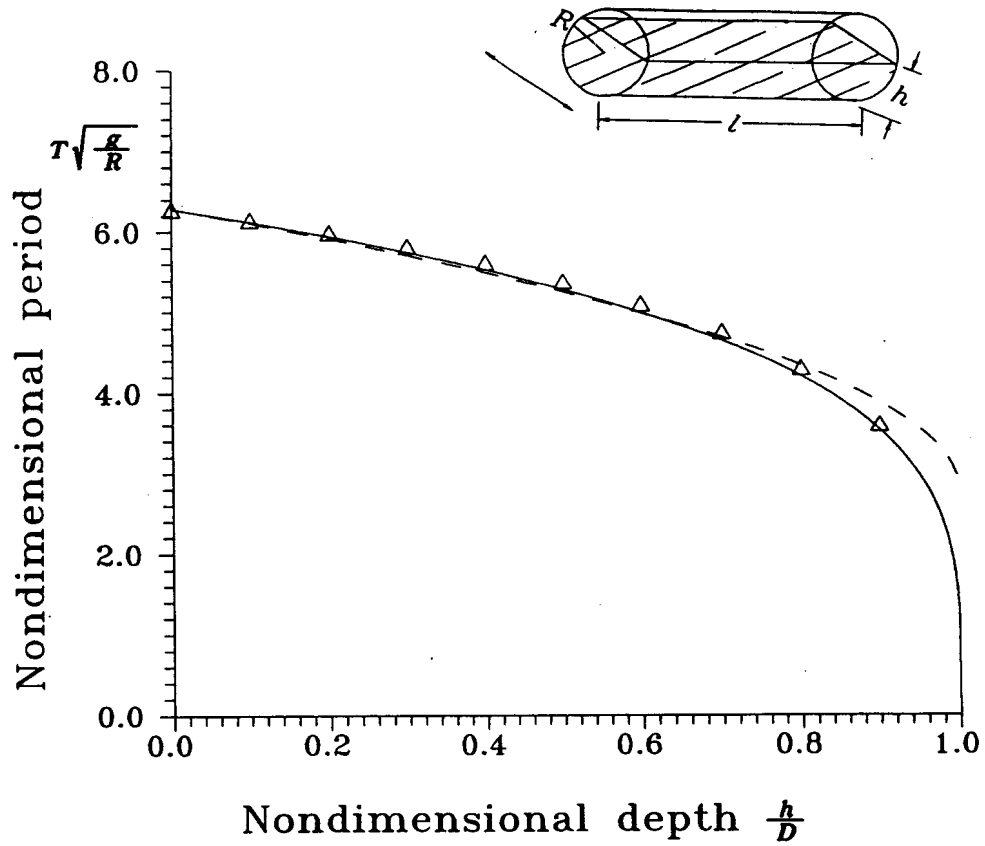
$$T\sqrt{\frac{g}{L}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\pi \tanh(\pi h/L)}}$$

Fig.3 Natural period vs. filling depth for a rectangular tank. (Δ - SwRI, \square - DnV)



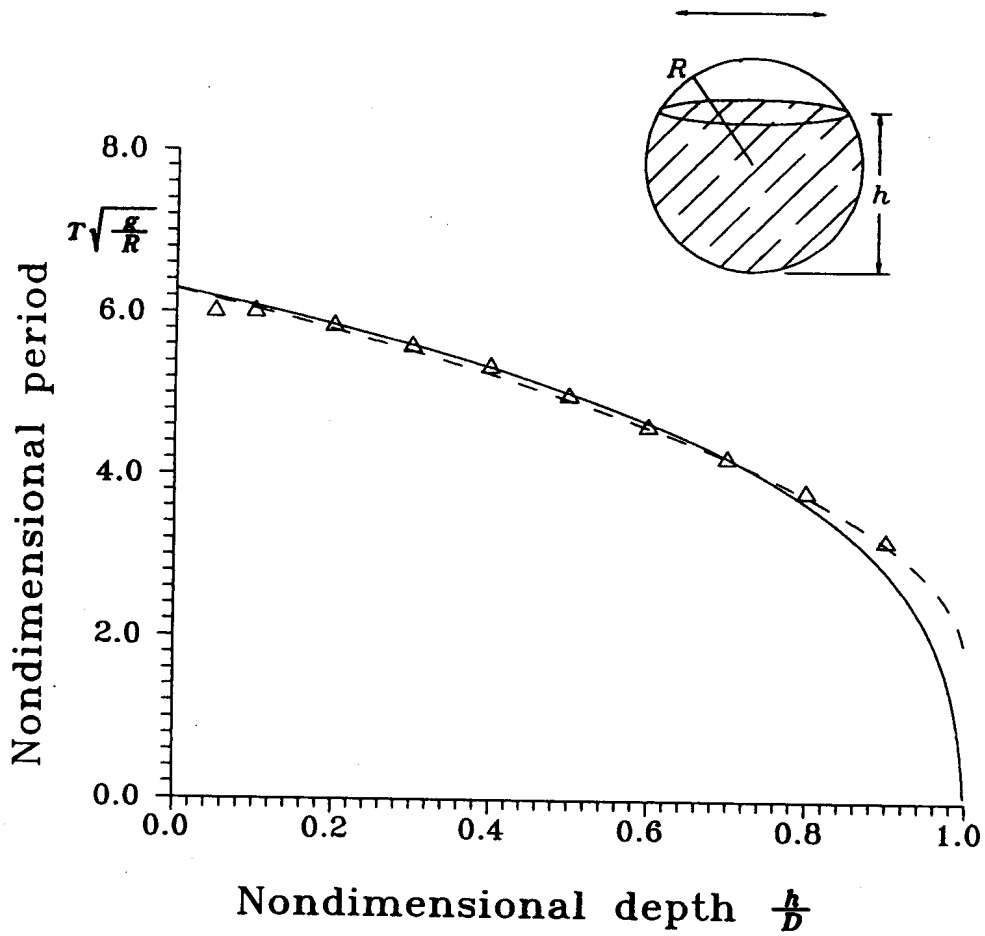
$$T\sqrt{\frac{g}{R}} = \frac{3.21}{\sqrt{\tanh(7.664 h/D)}}$$

Fig.4 Natural period vs. filling depth for a cylindrical tank with vertical motion.



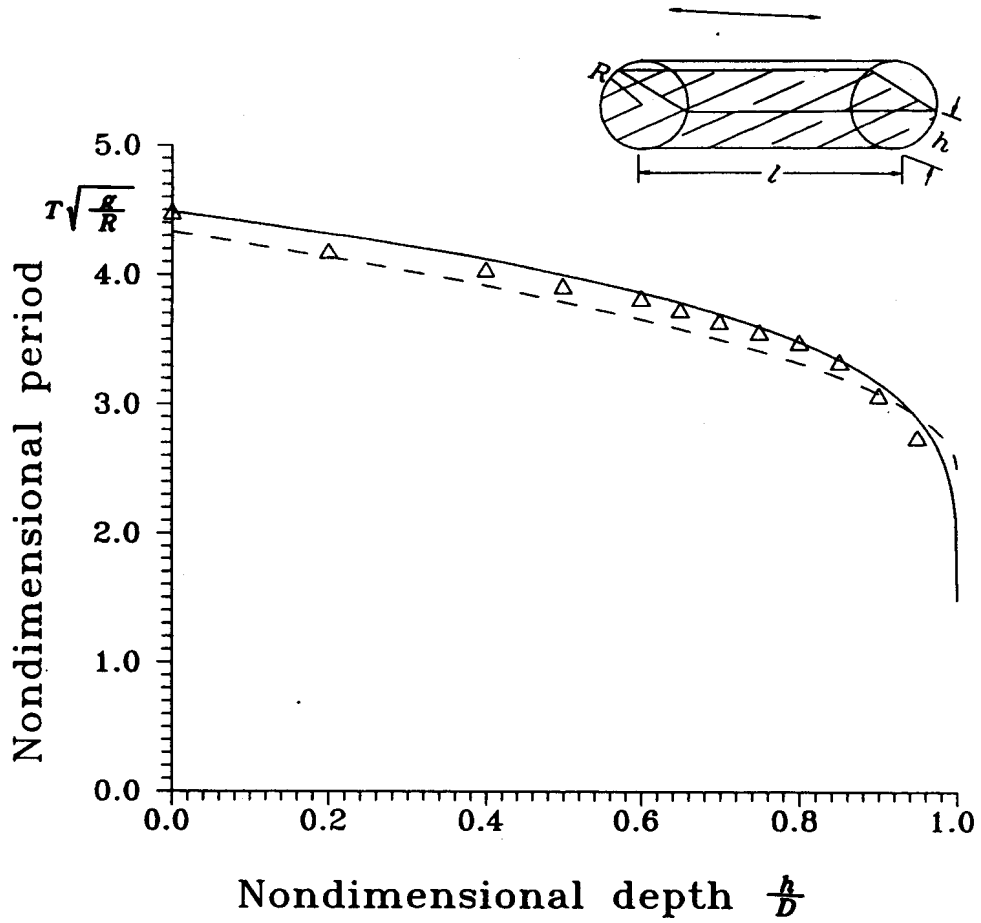
$$T\sqrt{\frac{g}{R}} = 2\pi\sqrt{\left(1 - \frac{h}{D}\right)^{1/2}}$$

Fig.5 Natural period vs. filling depth for a circular canal with transverse motion. (Δ - NASA , ---- BV)



$$T\sqrt{\frac{g}{R}} = 7.89\sqrt{\left(1 - \frac{h}{D}\right)^{1/2}} - 1.60$$

Fig.6 Natural period vs. filling depth for a spherical tank. (Δ -NASA, ---- BV)



$$T\sqrt{\frac{g \tanh(\pi h/L)}{L}} = 3.00\sqrt{\left(1 - \frac{h}{D}\right)^{1/2}} + 1.485$$

Fig.7 Natural period vs. filling depth for a circular canal with longitudinal motion. (Δ -NASA, ---- BV)

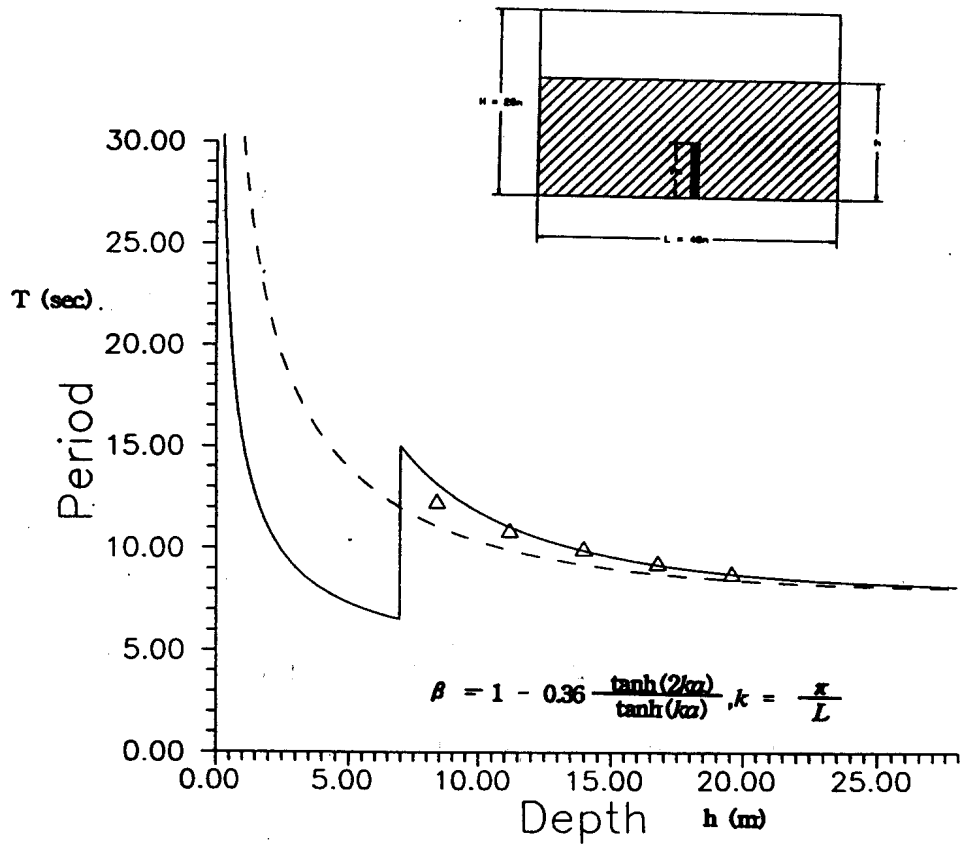
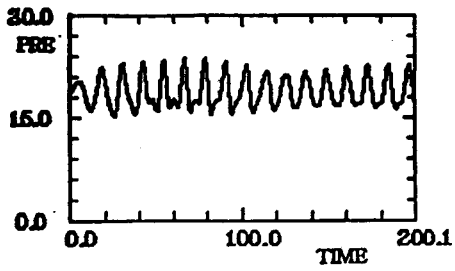
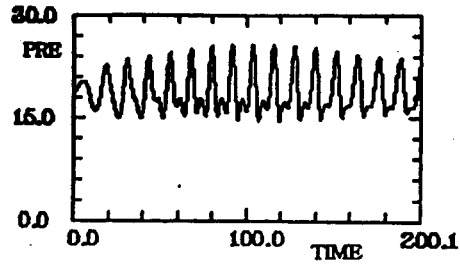


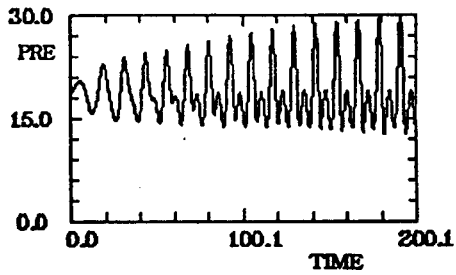
Fig.8 Natural period vs. filling depth for a rectangular tank (48m × 28m) with a baffle (7m) in the middle of bottom. (dashed line - unbaffled tank)



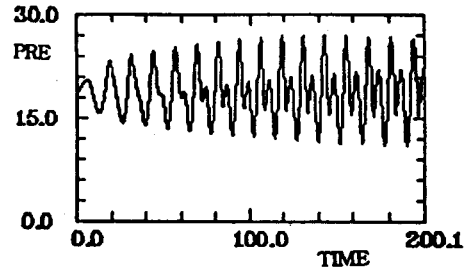
진동수 ; 0.5328(rad/sec) ; -6%



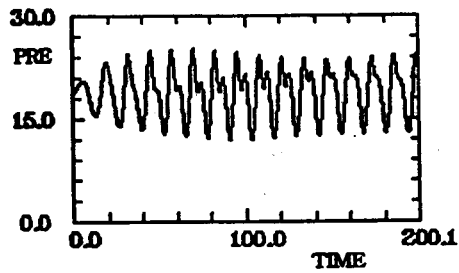
진동수 ; 0.5215(rad/sec) ; -8%



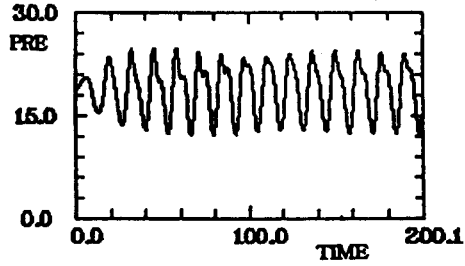
진동수 ; 0.5101(rad/sec) ; -10%



진동수 ; 0.4988(rad/sec) ; -12%



진동수 ; 0.4874(rad/sec) ; -14%



진동수 ; 0.4761(rad/sec) ; -16%

Fig.9 Pressure variation at free surface position for a rectangular tank (48m × 28m) with a baffle (7m). (30% filling depth)

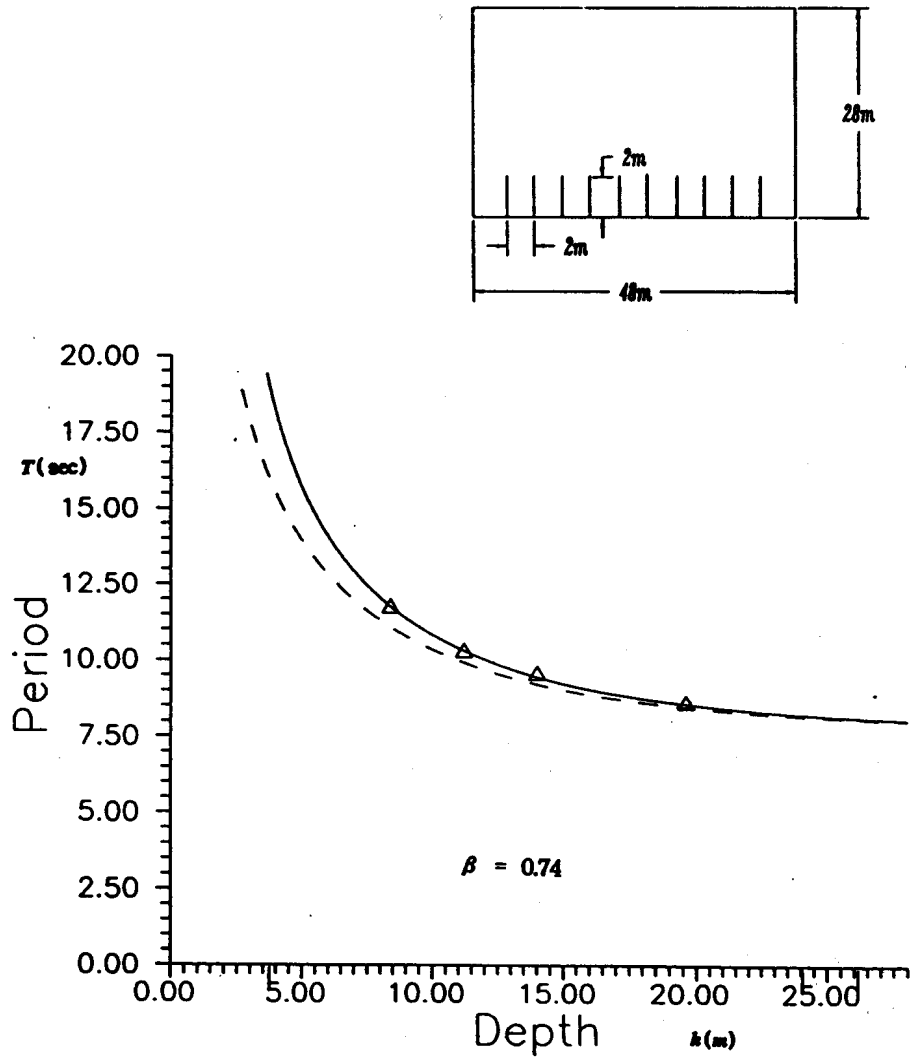


Fig.10 Natural period vs. filling depth in a rectangular tank (48m × 28m) with baffles (2m) at intervals of 2m. (dashed line - unbaffled tank)