

# 船舶의 旋回圈 作成에 關한 考察

許 逸

A Study on Developing Ship's Turning Circles

Hugh Ihl

目 次	
ABSTRACT	5. 定常旋回航跡
記號説明	6. 實船에의 適用과 比較
1. 小論	7. 結論
2. 運動方程式	参考文献
3. 運動方程式	附錄：舵角 35°에 대한 偏流角, 進行角 및
4. 初期旋回航跡	初期旋回航跡의 計算

## ABSTRACT

It is very important for both naval architects and ship's officers to know the maneuvering characteristics of their ships.

As the abilities of a rudder which controls a ship can be determined clearly by analyzing the results of Kempf's zig-zag maneuver and directional stability of a ship also known by the results of Dieudonné spiral maneuver, the importance of turning test which takes much time is recently apt to be neglected. But because the test can be executed comparatively more simply than any other maneuvering tests, it gives some informations on the directional stability, and turning characteristics may be expressed simply by the results of the test, it is still often performed.

In this paper several assumptions are made to simplify the turning motion of a ship. The equations of initial transient phase, the radius of steady turning circle, and the center of the steady turning point are derived by using the hydrodynamic derivatives. And then the approximate method of drawing the turning circle geometrically is suggested.

## 記號說明

$B$ : 배의 幅	$u$ : $x$ 軸 方向의 分速度
$C_B$ : 方形係數	$\dot{u}$ : $x$ 軸方向의 分加速度
$C_P$ : 柱形係數	$v$ : $y$ 軸方向의 分速度
$I$ : 배의 質量慣性모우먼트	$\dot{v}$ : $y$ 軸方向의 分加速度
$L$ : 배의 길이	$V$ : 速度
$m$ : 배의 質量	$x, y$ : 배에 固定한 座標軸
$N$ : 배의 重心을 지나는 垂直軸인 $z$ 軸에 관한 모우먼트의 總和	$x_0, y_0$ : 地表에 固定한 座標軸
$p$ : $\frac{L}{V}\sigma$	$X$ : $x$ 軸方向의 힘의 合力
$r$ : 進行角速度 ( $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$ )	$Y$ : $y$ 軸方向의 힘의 合力
$\dot{r}$ : 進行角加速度 ( $\ddot{\psi} = \frac{d^2\psi}{dt^2}$ )	$\beta$ : 偏流角(Drift angle)
$R$ : 定常旋回半徑	$\delta$ : 舵角
$s$ : $\frac{Vt}{L}$	$\Delta$ : 排水量
$t$ : 時間	$\rho$ : 물의 密度
$T$ : 吃水	$\sigma$ : 安定性指數(Stability indexes)
$Y_s, Y_r, N_s, N_r, \dots$ : 流體動力學의 偏導函數 ( $\frac{\partial Y}{\partial v}, \frac{\partial Y}{\partial r}, \frac{\partial N}{\partial v}, \frac{\partial N}{\partial r}, \dots$ )	$\phi$ : $\psi - \beta$
	$\psi$ : 進行角(Yaw angle)

## 1. 序論

船舶의 操縱性能을 正確하게 把握하여야 함은 배를 設計하는 造船技士나 배를 運航하는 航海士들에게는 重要한 課題라고 말할 수 있다.

배를 Control하는 舵의 能力은 Kempf가 提案한 zig-zag 操縱試驗의 結果를 解析함으로써 그 性能을 明確하게 나타낼 수 있게 되었으며, 배의 方向安定性은 Dieudonné가 提案한 spiral 操縱試驗에 의해서 判斷할 수 있어 長時間을 必要로 하는 旋回試驗의 重要性은 近來 漸次 稀薄해지는 傾向이 있는 것 같다.<sup>1) 2) 3) 4)</sup>\* 그러면서도 旋回試驗은 比較的 簡單하게 實施할 수 있고, 航海中에 實際로 使用될 수 있는 重要한 操縱의 하나이며, 試驗結果로부터 旋回性能을 簡單하게 表現할 수 있으며, 또한 方向安定性에 대해서도 어느 程度의 資料를 提供하기 때문에 旋回試驗은 아직도 많이 實施되고 있는 實情이다.

本 論文에서는 몇가지의 假定을 設定하고 旋回時의 배의 運動을 單純化하여 初期旋回에 대한 航跡의 式과 定圓點의 中心點을 流體動力學의 操縱性 導函數를 利用하여 求하고, 또한 旋回航跡인 旋回圈을 幾何學的으로 作成하는 方法을 提示하며, 實船의 旋回試驗結果<sup>9) 10)</sup>와 比較하여 보았다.

## 2. 運動을 單純화하기 為한 假定

波浪中에서의 배의 運動은 一般的으로 自由度가 6이나, 배가 平水中에서 航海하는 操縱運動의 경

\* 數字는 末尾의 參考文獻을 表示한다.

우에는 surge, sway, yaw의 3運動만을 考慮하면 되므로 自由度는 3이된다. 또한 배의 速度의 變化量을 無視할 수 있다면, 前進方向의 運動方程式은 操縱運動에서 除外될 수 있으므로 平水中에서의 배의 操縱運動은 더욱 簡單화될 수 있다.

操縱運動을 單純화하기 위하여 다음과 같은 假定을 設定한다.

- 1) 배가 旋回할 때의 速度의 變化量은 無視될 수 있다.
- 2) 變數의 變化量은 微少하여 運動方程式은 線形化될 수 있다.
- 3) 배에 作用하는 힘과 모우먼트는 變數  $u, \dot{u}, v, \dot{v}, r, \dot{r}$  및  $\delta$ 의 函數로 表示될 수 있다.
- 4) 操舵時의 舵의 角速度, 角加速度의 影響은 無視될 수 있다.
- 5) 배의 旋回運動은 前進運動狀態( $\dot{v} = 0, \dot{r} = 0, v = 0, r = 0$ )에서 第1旋回段階( $\dot{v} \neq 0, \dot{r} \neq 0, v = 0, r = 0$ ), 第2旋回段階( $\dot{v} \neq 0, \dot{r} \neq 0, v \neq 0, r \neq 0$ )를 거쳐 第3旋回段階인 定常旋回運動( $\dot{v} = 0, \dot{r} = 0, v \neq 0, r \neq 0$ )으로 進入하나,<sup>11</sup> 여기에서는 前進運動狀態에서 初期旋回段階( $\dot{v} \neq 0, \dot{r} \neq 0, v = 0, r = 0$ )를 거쳐 바로 定常旋回運動으로 進入하는 것으로 假定한다.
- 6) 定常旋回가 시작하는 定圓點은 赤崎의 1 rad 法則이 適用될 수 있다.

### 3. 運動方程式

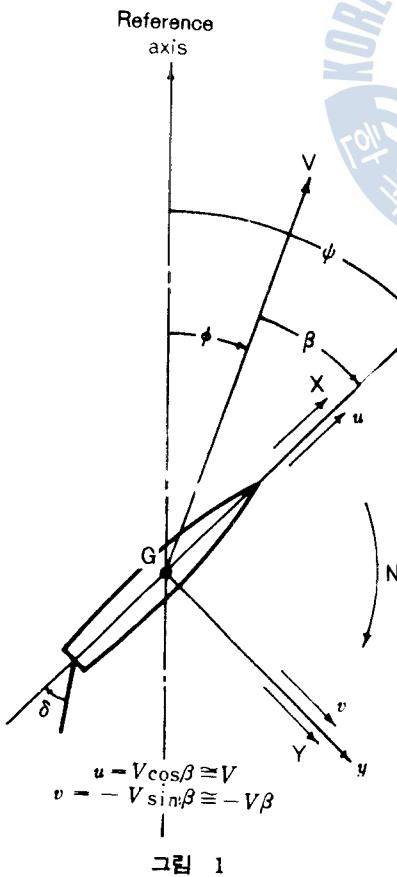
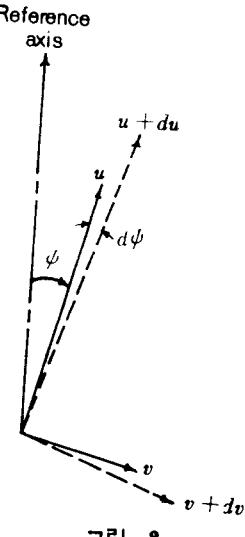


그림1과 같이 原點을 배의 重心位置에 두고, 배에 固定된 移動座標系를 使用한다. 그림에서 화살표는 그 量이 陽(+)이 되도록 잡혀 있는 것을 뜻한다. 배의 運動方程式은 運動量의 法則에 의하여 다음과 같이 얻을 수 있다. 그림2에서 實線은 時間  $t$ 에 대한 것을 定義하고, 點線은 時間  $t+dt$ 에 대한 것을 定義한다. 時間  $dt$ 에 배의 軸에 따르는 運動量成分



(4)

## 韓國海洋大學 大學院 論文集 第 2 輯

의 變化量은 두 부분의 和로 이루어져 있다. 즉 軸에 따르는 速度成分의 變化量인  $mdu$ 와 이 軸에 垂直인 速度成分의 方向에 있어서의 變化量인  $-mvd\phi$ 의 두 部分의 和로 이루어져 있다.

같은 方法으로 時間  $dt$ 에 있어서 배의 軸에 垂直인 成分의 運動量의 變化量은  $mdv + mud\dot{\phi}$ 이다. 배에 作用하는 힘은 單位時間當의 運動量의 變化量과 矛盾으로 運動方程式으로서 다음 式(1)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} m(\dot{u} - v\dot{\phi}) &= X \\ m(\dot{v} + u\dot{\phi}) &= Y \\ I_s\ddot{\phi} &= N \end{aligned} \quad (1)$$

假定 1, 2, 3 및 4에 의하여 式(1)을 線形化하면 다음 式(2)를 얻는다.<sup>11)</sup>

$$\begin{aligned} -Y_s v + (m - Y_i)\dot{v} - (Y_r - mu_1)r - Y_i\dot{r} &= Y_i\delta \\ -N_s v - N_i\dot{v} - N_r r + (I_s - N_i)\dot{r} &= N_i\delta \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서  $u_1$ 은  $x$ 軸方向의 初期狀態의 速度이다.

式(2)를 無次元화하여 다음 式(3)을 얻는다.

$$\begin{aligned} -Y'_s v' + (m' - Y'_i)\dot{v}' - (Y'_r - m')r' - Y'_i\dot{r}' &= Y'_i\delta \\ -N'_s v' - N'_i\dot{v}' - N'_r r' + (I'_s - N'_i)\dot{r}' &= N'_i\delta \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서

$$\begin{aligned} m' &= \frac{m}{\left(\frac{\rho}{2}\right)L^2 T}, \quad v' = \frac{v}{V}, \quad \dot{v}' = \frac{\dot{v}L}{V^2}, \quad I'_s = \frac{I_s}{\left(\frac{\rho}{2}\right)L^2 T}, \quad r' = \frac{rL}{V}, \quad \dot{r}' = \frac{\dot{r}L^2}{V^2} \\ Y'_s &= \frac{Y_s}{\left(\frac{\rho}{2}\right)LTV}, \quad Y'_i = \frac{Y_i}{\left(\frac{\rho}{2}\right)L^2 T}, \quad N'_s = \frac{N_s}{\left(\frac{\rho}{2}\right)L^2 T}, \quad N'_i = \frac{N_i}{\left(\frac{\rho}{2}\right)L^2 T} \\ Y'_r &= \frac{Y_r}{\left(\frac{\rho}{2}\right)L^2 TV}, \quad Y'_i = \frac{Y_i}{\left(\frac{\rho}{2}\right)L^2 T}, \quad N'_r = \frac{N_r}{\left(\frac{\rho}{2}\right)L^2 TV}, \quad N'_i = \frac{N_i}{\left(\frac{\rho}{2}\right)L^2 T} \end{aligned}$$

주어진 배에 대한 操縱性 導函數  $Y'_s$ ,  $N'_s$ ……等이 決定되면, 배에 대한  $m'$ ,  $I'_s$ 은 알 수 있으므로 聯立 二元一階偏微分方程式인 式(3)을 亂으로써 平面에서의 操縱運動은 完全히 定義될 수 있다.

式(3)의 一般解는 다음과 같이 表示될 수 있다.

$$\begin{aligned} v' &= v_{s0}' + v_{i1}'e^{\sigma_1 t} + v_{i2}'e^{\sigma_2 t} \\ r' &= r_{s0}' + r_{i1}'e^{\sigma_1 t} + r_{i2}'e^{\sigma_2 t} \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)에서  $v_{s0}'$ ,  $v_{i1}'$ ,  $v_{i2}'$ ,  $r_{s0}'$ ,  $r_{i1}'$ ,  $r_{i2}'$ 는 積分常數이며,  $t$ 는 時間이고  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ 는 다음의 2次方程式에 서 얹어지는 時間의 逆數의 次元을 갖는 두 根이다.

$$A\sigma^2 + B\sigma + C = 0 \quad (5)$$

여기에서

$$\begin{aligned} A &= (I'_s - N'_i)(m' - Y'_i) - Y'_i N'_s \\ B &= -(I'_s - N'_i)Y'_s - (m' - Y'_i)N'_r - (Y'_r - m')N'_i - Y'_i N'_r \end{aligned}$$

$$C = Y_{\theta}' N_r' - (Y_r' - m') N_r'$$

가 운동한 거리를 배의 길이의 배수인 次元數로 表示하면 (6)式과 같다.

$$s = -\frac{Vt}{L}, \quad ds = \frac{V}{L} dt \quad (6)$$

式(6)을 式(4)에 代入하면 다음 式(4')과 같은 形의 式을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} v' &= v_{\theta}' + v_1' e^{s_1 s} + v_2' e^{s_2 s} \\ r' &= r_{\theta}' + r_1' e^{s_1 s} + r_2' e^{s_2 s} \end{aligned} \quad (4')$$

여기에서  $p_1 = \frac{L}{V} \sigma_1$ ,  $p_2 = \frac{L}{V} \sigma_2$  이다.

#### 4. 初期旋回航跡

舵角이  $\delta_{\theta}$ 로 轉舵 固定되었을 경우의 運動方程式은 式(3)에  $\delta = \delta_{\theta}$ 를 代入함으로써 얻을 수 있으며, 이 方程式의 一般解는 式(4')로 表示될 수 있다. 式(4')의  $v_{\theta}'$ ,  $r_{\theta}'$ 를 얻기 위해서는  $t$ (또는  $s$ )와 無關한 項의 方程式을 셰우면 된다. 즉, 定常旋回에 대한 條件  $\dot{v}' = 0$ ,  $\dot{r}' = 0$ 을 式(3)에 代入하면 다음의 式(7)을 얻는다.

$$\begin{aligned} -Y_{\theta}' v' - (Y_r' - m') r' &= Y_{\theta}' \delta_{\theta} \\ -N_r' v' - N_r' r' &= N_r' \delta_{\theta} \end{aligned} \quad (7)$$

윗 式을 풀어서 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} v_{\theta}' &= \frac{Y_{\theta}' N_r' - (Y_r' - m') N_r'}{(Y_r' - m') N_r' + Y_{\theta}' N_r'} \delta_{\theta} \\ r_{\theta}' &= \frac{Y_{\theta}' N_r' - N_r' Y_{\theta}'}{(Y_r' - m') N_r' - Y_{\theta}' N_r'} \delta_{\theta} \end{aligned} \quad (8)$$

方向安定性을 가진 배에 있어서는  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ 는 모두 陰(-)의 값을 가지므로  $t \geq 0$  充分히 커지면, 즉  $s$ 가 充分히 커지면  $v' \rightarrow v_{\theta}'$ ,  $r' \rightarrow r_{\theta}'$ 가 된다는 것은 式(4')로써 明白해진다.

等速直線運動을 하는 배에 갑자기 어떤 舵角  $\delta_{\theta}$ 를 주었다고 가정하자. 初期條件는  $t = 0$ , 즉  $s = 0$  일 때  $v' = 0$ ,  $r' = 0$  이므로 式(4')로 부터 다음의 式을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} 0 &= v_{\theta}' + v_1' + v_2' \\ 0 &= r_{\theta}' + r_1' + r_2' \\ \dot{v}_{\theta}' &= p_1 v_1' + p_2 v_2' \\ \dot{r}_{\theta}' &= p_1 r_1' + p_2 r_2' \end{aligned} \quad (9)$$

또한  $\dot{v}_{\theta}'$ ,  $\dot{r}_{\theta}'$ 는 式(3)으로부터 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{v}_{\theta}' &= -\frac{Y_r' \dot{r}_{\theta}' + Y_{\theta}' \delta_{\theta}}{(m' - Y_r')} \\ \dot{r}_{\theta}' &= \frac{N_r' \dot{v}_{\theta}' + N_{\theta}' \delta_{\theta}}{(I_r' - N_r')} \end{aligned} \quad (10)$$

式 (8), (9), (10)을 풀면  $v_{\theta}'$ ,  $v_1'$ ,  $v_2'$ ,  $r_{\theta}'$ ,  $r_1'$ ,  $r_2'$ 는 決定되므로 初期旋回段階의 運動은 定義

될 수 있다.

$$v' = \frac{v}{V} \cong -\beta = v_o' + v_1' e^{s_{1s}} + v_2' e^{s_{2s}}$$

$$\phi = \int_o^t r dt = \frac{V}{L} \int_o^t r' dt = \int_o^t r' ds = r_o' s + \frac{r_1'}{p_1} (e^{s_{1s}} - 1) + \frac{r_2'}{p_2} (e^{s_{2s}} - 1) \quad (11)$$

$$\phi = \psi - \beta = \frac{r_1'}{p_1} (e^{s_{1s}} - 1) + \frac{r_2'}{p_2} (e^{s_{2s}} - 1) + r_o' s + v_o' + v_1' e^{s_{1s}} + v_2' e^{s_{2s}}$$

그림 3으로부터 다음을 얻을 수 있다.

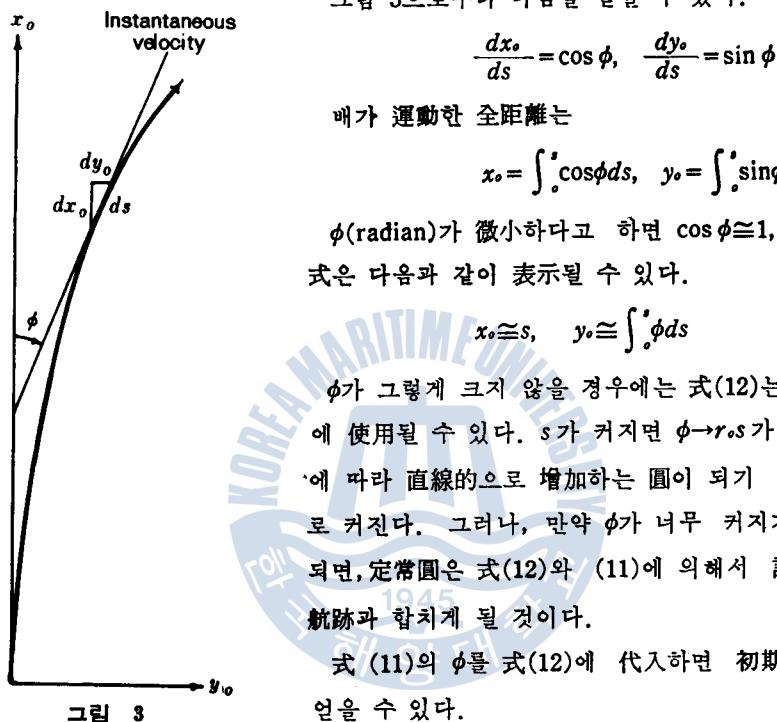


그림 3

배가 運動한 全距離는

$$x_o = \int_o^s \cos \phi ds, \quad y_o = \int_o^s \sin \phi ds$$

$\phi$ (radian)가 微小하다고 하면  $\cos \phi \cong 1, \sin \phi \cong \phi$  이므로 上式은 다음과 같이 表示될 수 있다.

$$x_o \cong s, \quad y_o \cong \int_o^s \phi ds \quad (12)$$

$\phi$ 가 그렇게 크지 않을 경우에는 式(12)는 航跡을 求하는 데에 使用될 수 있다.  $s$ 가 커지면  $\phi \rightarrow r_o s$ 가 되며, 航跡은  $\phi$ 가  $s$ 에 따라 直線의으로 增加하는 圓이 되기 때문에  $\phi$ 는 實際의으로 커진다. 그러나, 만약  $\phi$ 가 너무 커지기 前에 航跡이 圓이 되면, 定常圓은 式(12)와 (11)에 의해서 記述되는 初期段階의 航跡과 합치게 될 것이다.

式(11)의  $\phi$ 를 式(12)에 代入하면 初期段階의 배의 航跡을 얻을 수 있다.

$$y_o \cong \left( v_o' - \frac{r_1'}{p_1} - \frac{r_2'}{p_2} \right) x_o + \frac{r_o'}{2} x_o^2 + \frac{(r_1' + p_1 v_1') (e^{s_{1s}} - 1)}{p_1^2}$$

$$+ \frac{(r_2' + p_2 v_2') (e^{s_{2s}} - 1)}{p_2^2} \quad (13)$$

## 5. 定常旋回航跡

定常旋回運動은  $\dot{\nu}=0, \dot{r}=0$ 의 特性을 갖는 運動이므로 式(3)의 運動方程式은 式(7)로 表示될 수 있다. 方向安定性이 있는 배에 있어서는  $s$ 가 充分히 커지면 式(4')에 의해서  $r' \rightarrow r_o'$  이므로 式(8)은 다음과 같이 表示될 수 있다.<sup>11)</sup>

$$r' = r_o' = \left[ \frac{Y_o' N_o' - N_o' Y_s'}{(Y_s' - m') N_o' - Y_o' N_s'} \right] s_o$$

따라서 定常旋回半徑  $R$ 은  $Rr = V, r' = rL/V$ 으로  $R = L/r'$ 이다. 즉,

$$R = -\frac{L}{\delta_o} \left[ \frac{Y_o' N_o' - N_o' (Y_s' - m')}{Y_o' N_s' - N_o' Y_s'} \right] \quad (14)$$

旋回圈은 定常旋回가 始作되는 定圓點의 位置가 決定되면 作成될 수 있다.

赤崎<sup>5) 6) 7)</sup>는 2 m의 模型船에 垂直 回轉軸을 붙여 여러 回轉모우먼트를 加하고, 回轉 角速度가 一定하게 될 때까지의 回轉角速度를 計測한 바 回轉軸의 位置, 回轉모우먼트의 크기, 또는 慣性모우먼트의 크기에 관계없이 模型船은 1 radian(57.3°) 回轉하였을 때 角速度가 一定하게 됨을 實驗으로 밝히고, 回轉 1 radian의 法則을 發表하고 있다. 즉 배에 垂直軸을 붙여 一定한 모우먼트로 停止狀態에서 回轉시키면 배는 1 radian 回轉하였을 때 旋回角速度는 一定하게 되며, 回轉軸의 位置, 回轉모우먼트의 크기, 慣性모우먼트의 크기는 이에 無關係하다는 것이다. 그는 그의 法則을 理論으로 밝히지는 못하였으나 그 實驗의 結果를 正當하다고 認定한다면, 모든 船舶은 轉舵한 後 처음 航路에 對하여 1 rad 旋回한 다음에는 旋回角速度가 一定한 定常旋回運動에 進入한다고 볼 수 있다. 따라서 赤崎의 1 radian의 法則을 適用하면, 式(11)과 (13)에 의하여 배가 定常旋回運動에 進入하는 定圓點의 位置를 決定할 수 있다.

$s$  가 클 경우 初期旋回段階의 航跡의 기울기는 式(13)을 微分함으로써 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{dy_o}{dx_o} = \left( v_o' - \frac{r_1'}{p_1} - \frac{r_2'}{p_2} \right) + r_o' x_o \quad (15)$$

이 기울기에 垂直인 法線의 方程式은 다음과 같다.

$$y_o - y_{o1} = -\frac{1}{\frac{dy_o}{dx_o}} (x_o - x_{o1}) \quad (16)$$

$x_{o1}, y_{o1}$ 에 定圓點의 值을,  $(dy_o/dx_o)_{x_o=x_{o1}}$ 과  $x_o = 0$  을 式(16)에 代入하면 定圓點을 通過하는 法線의  $y_o$ 軸上의 切片點을 얻을 수 있다. 즉,

$$y_o = y_{o1} + \frac{x_{o1}}{\left( v_o' - \frac{r_1'}{p_1} - \frac{r_2'}{p_2} + r_o' x_{o1} \right)} \quad (17)$$

定常旋回의 中心點은 定圓點과 이 點을 連結하는 線上에 놓일 것이므로 定常旋回半徑이 주어지면 旋回航跡은 作成될 수 있다.

## 6. 實船에의 適用과 比較

表1은 實船實驗을 한 배의 試驗時의 要目을 나타내며,<sup>9) 10)</sup> 表2는 表1의 배에 對한 操縱性 導函數들이다. 이들 導函數들은 水槽에서의 直線曳引試驗, 回轉試驗, PMM試驗等의 模型船試驗으로 決定되어야 하나 여기에서는 文獻 (1)의 理論的 推定方法에 의해 計算하여 얻은 值들이다.<sup>11)</sup>

그림 4(a) 및 4(b)는 舵角이 15°, 25°, 35° 및 45°일 경우의 배의 進行角  $\psi$ 와 偏流角  $\beta$ 를 式(11)로 計算하고, 배의 길이를 單位로 하는 進行距離에 대하여 表示한 것이다. 이 그림은 定常旋回 한 計算例를 附錄에 表示하였다.

그림 5(a) 및 5(b)는 各 舵角에 대한 初期旋回航跡과 定常旋回航跡을 式(13)과 (14)로 計算하여

表 1 : 實船의 要目

SHIP	A	B
$L(m)$	90.0	105.0
$B(m)$	14.5	16.0
$T(m)$	4.03	4.81
$\Delta(\text{ton})$	3,035	4,467
$m(\text{kg sec}^2/\text{m})$	309,378	455,352
$\varnothing B(m)$	0.41	-0.697
$C_B$	0.60	0.541
$C_P$	0.62	0.580
$V(\text{knot})$	15.43	17.0
(m/sec)	7.94	8.75
Rudder	Stream-lined Balanced	Stream-lined Semi-Balanced
Area( $\text{m}^2$ )	7.487	9.03
Height(m)	3.45	4.23
Breadth(m)	2.17	2.42
Aspect Ratio	1.59	1.75

表 2 : 操縱性 導函數

SHIP	A	B
$Y_s'$	-0.306	-0.274
$N_s'$	-0.085	-0.075
$Y_r'$	0.085	0.072
$N_r'$	-0.076	-0.063
$Y_t'$	-0.180	-0.156
$N_t'$	0	0
$Y_s''$	0	0
$N_s''$	-0.011	-0.00864
$Y_s'''$	0.052	0.032
$N_s'''$	-0.026	-0.016
$m'$	0.181	0.164
$I_s'$	0.0153	0.0202
$C$	0.0151	0.0104
$\sigma_1$	-0.49	-0.455
$\sigma_2$	-3.22	-3.52

表示한 것이다. 또한 定圓點의 中心點이 놓이게 되는 法線이 通過하는 切片點을 式(17)로 計算하여 + 票로 記點 表示하였다.

그림 6(a) 및 6(b)는 舵角이  $35^\circ$ 일 경우의 實船試驗에 의한 旋回圈과 理論計算에 의한 것을 나타낸 것이다. 이 그림에 의하면 船舶 "A"의 右舷旋回試驗에 의한 旋回徑은 401 m, 理論計算에 의한 것은 370 m이며, 約 8%의 誤差를 나타내고, 左舷은 旋回試驗에 의한 것이 419 m이며, 約 11%의 近似的인 誤差를 나타낸다.

"B"船의 경우에는 實船의 旋回試驗에 의한 旋回徑은 右舷이 667 m, 左舷이 583 m로써 理論計算에 의한 550 m와 比較하면 平均值로서 約 12%의 誤差를 나타내고 있다. 그러나 左舷의 誤差는 約 6%가 안되는 近似한 值을 나타내고 있다.

"A"船의 경우 實船試驗에 의한 縱距(advance)는 右舷이 373 m, 左舷이 318 m로 實測이 되어 理論計算에 의한 値 273 m와 比較하면 約 27%와 14%의 큰 誤差를 나타낸다.

"B"船의 경우 實船試驗에 의한 縱距는 右舷이 494 m, 左舷이 440 m로 實測되었으며, 理論計算에 의한 値 380 m와 比較하면, 이 경우에도 約 23%와 14%의 큰 誤差를 나타낸다.

旋回徑보다 縱距에서 比較的 큰 誤差가 생기는 것은, 實際의 操舵過程에 있어서는 操舵命令이 發令되고서 그 命令한 舵角에 到達할 때까지 舵는 어느 時間동안 움직일 것이다, 그 다음에 그 角度로 固定되나, 理論計算에 있어서는 操舵가 瞬間的으로 이루어지고, 그 瞬間부터 旋回運動이 始作되는 理想的인 것으로 다루어 지기 때문인 것으로 생각된다.

이 誤差는 實際 旋回와 理論的인 旋回와의 差인 旋回遲延(turning lag)을 考慮하면<sup>1) 3) 8)</sup> 어느 程度 減小될 수 있다. 그림 6의 點線은 旋回遲延이 있는 것으로 假定하였을 경우의 旋回航跡을 보여준다.

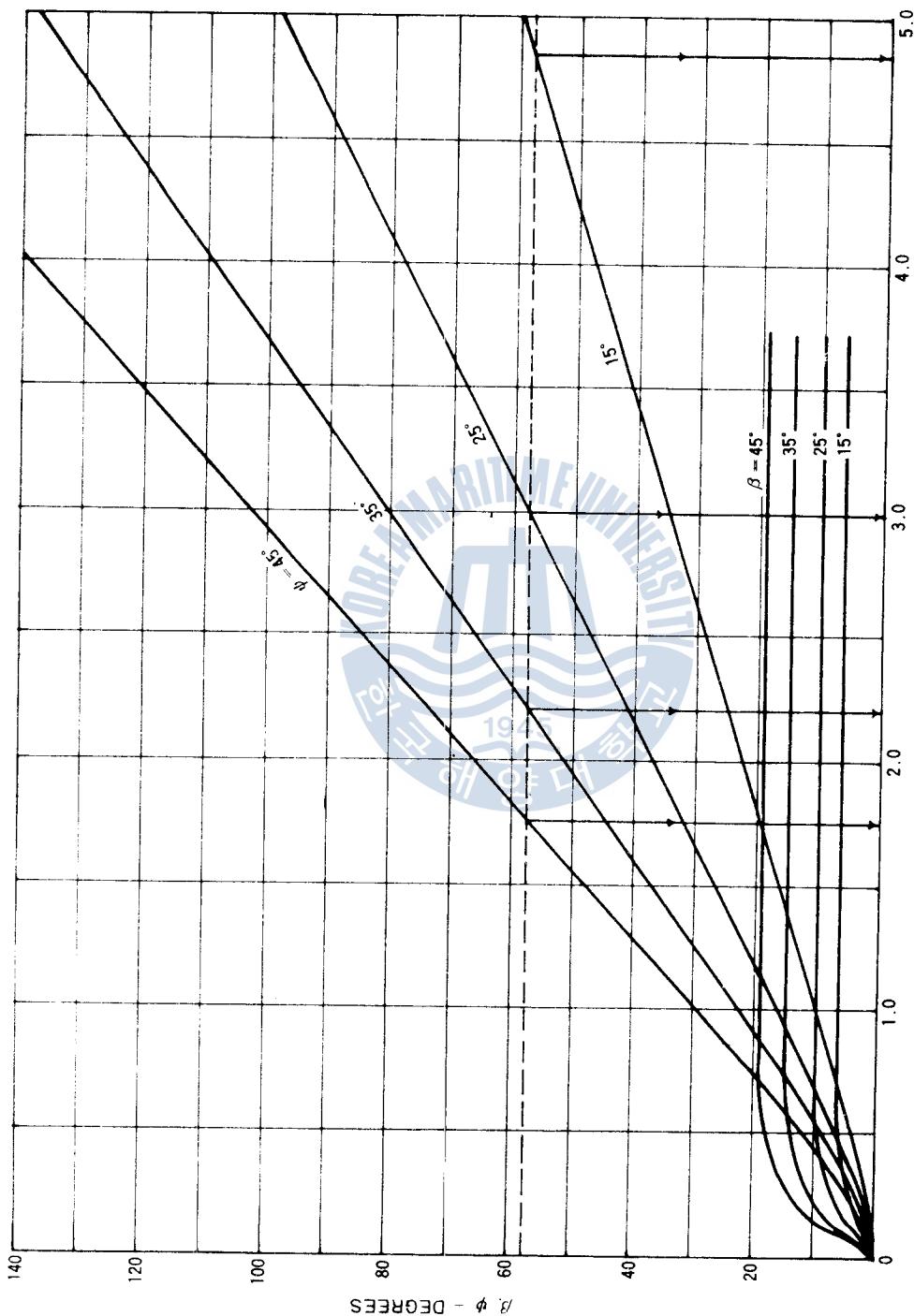


그림 4(a) 進行角と 偏流角(船舶"A")

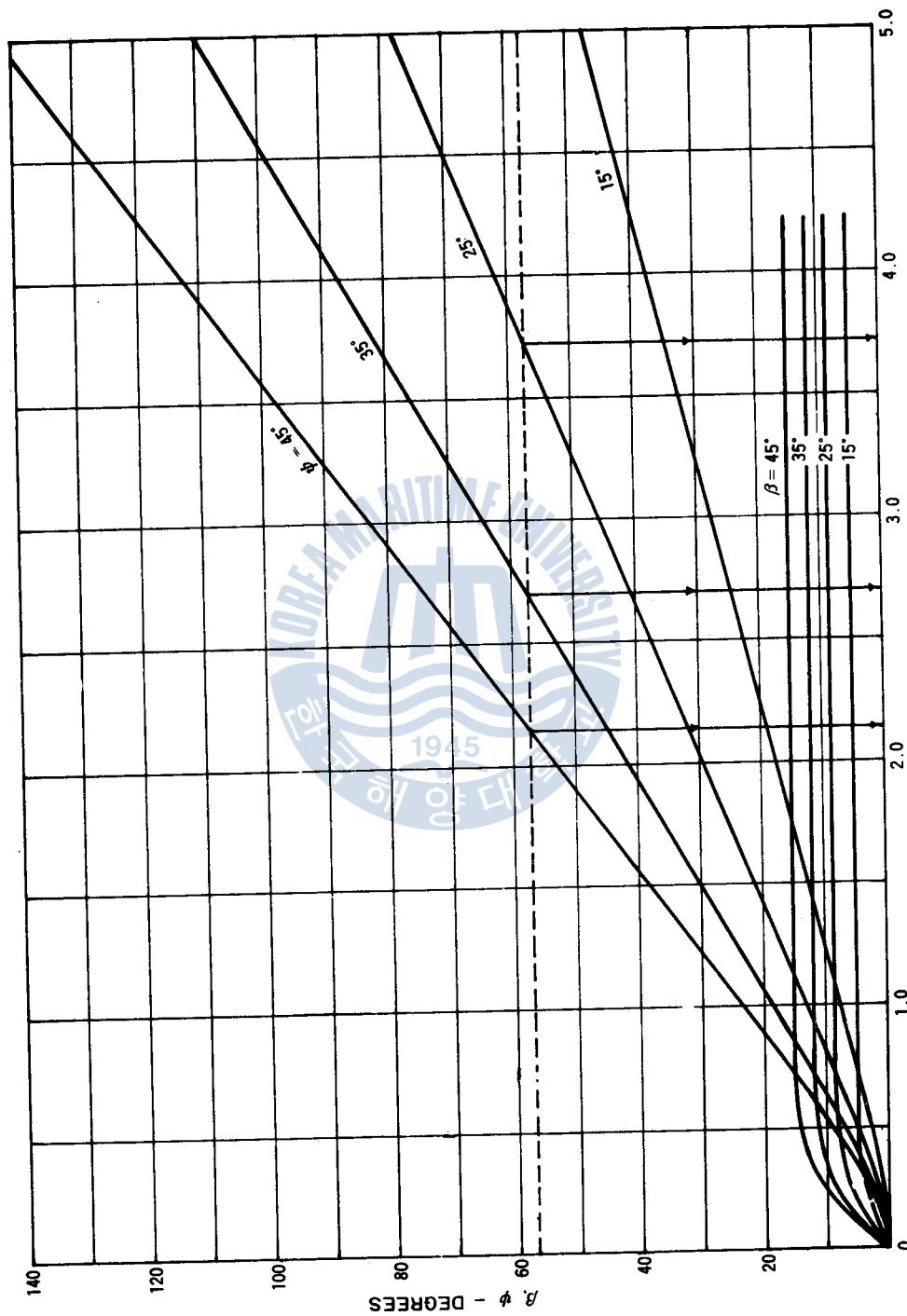


그림 4(b) 進行角與 偏流角(船舶“B”)

“A”船의 경우 右舷 旋回에 있어서는 배의 길이의 約 1.1倍(12秒), 左舷 旋回에 約 0.5倍(6秒)의 走行距離에 該當하는 旋回遲延이 있는 것으로 考慮하면 縱距는 거의 一致한다.

“B”船의 경우에는 右舷 旋回에 있어서는 배의 길이에 該當하는 走行距離(12秒), 左舷 旋回에 있어서는 約 0.5倍(6秒)의 走行距離에 該當하는 旋回遲延이 있는 것으로 考慮하면 縱距는 近似的으로 一致한다.

그림 7(a) 및 7(b)는 實船試驗에서 얻은 舵角에 대한 定常旋回徑을 式(14)로 計算한 理論值와 比較하기 위하여 表示하였다. 이 그림에서 “A”船의 旋回徑은 實驗值와 理論值가 거의 一致함을 보여 준다.

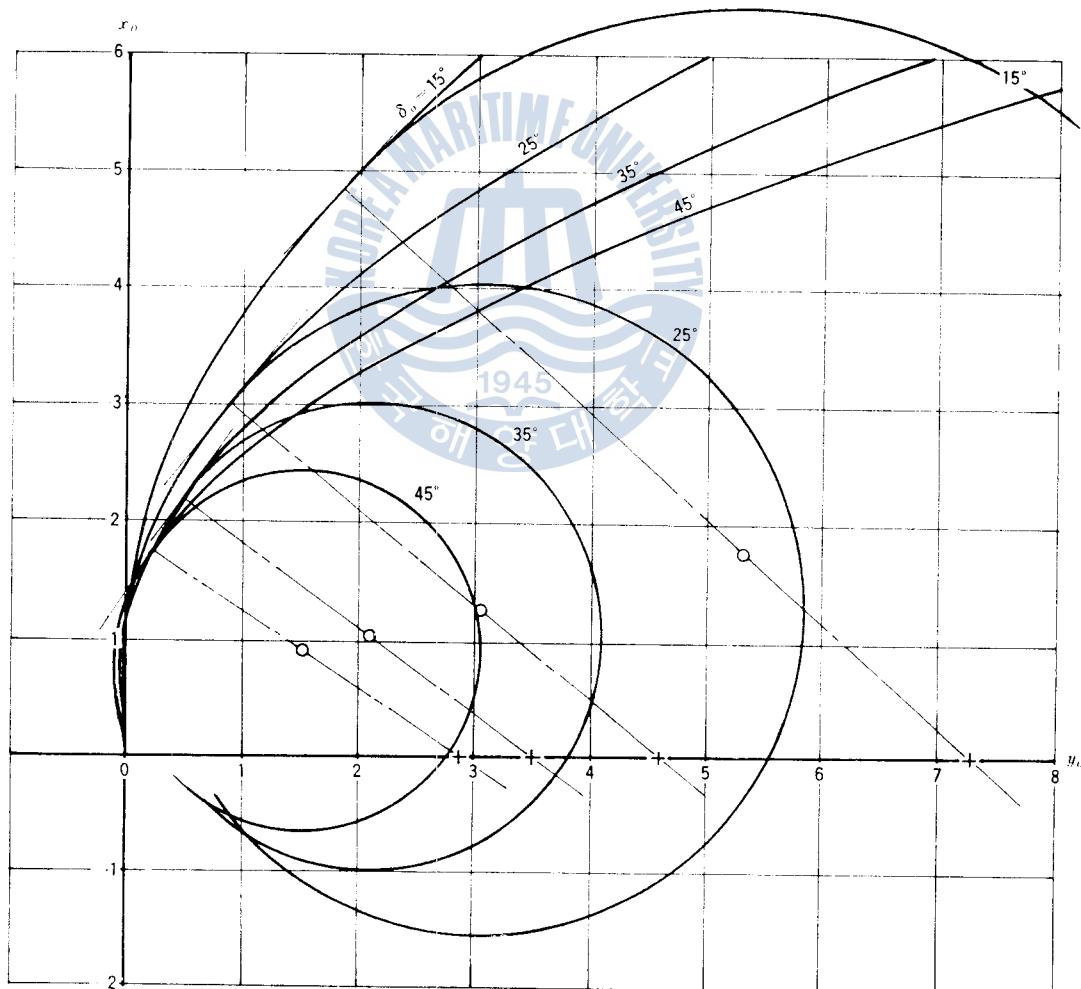


그림 5(a) 初期旋回航跡과 定常旋回航跡 (船舶“A”)

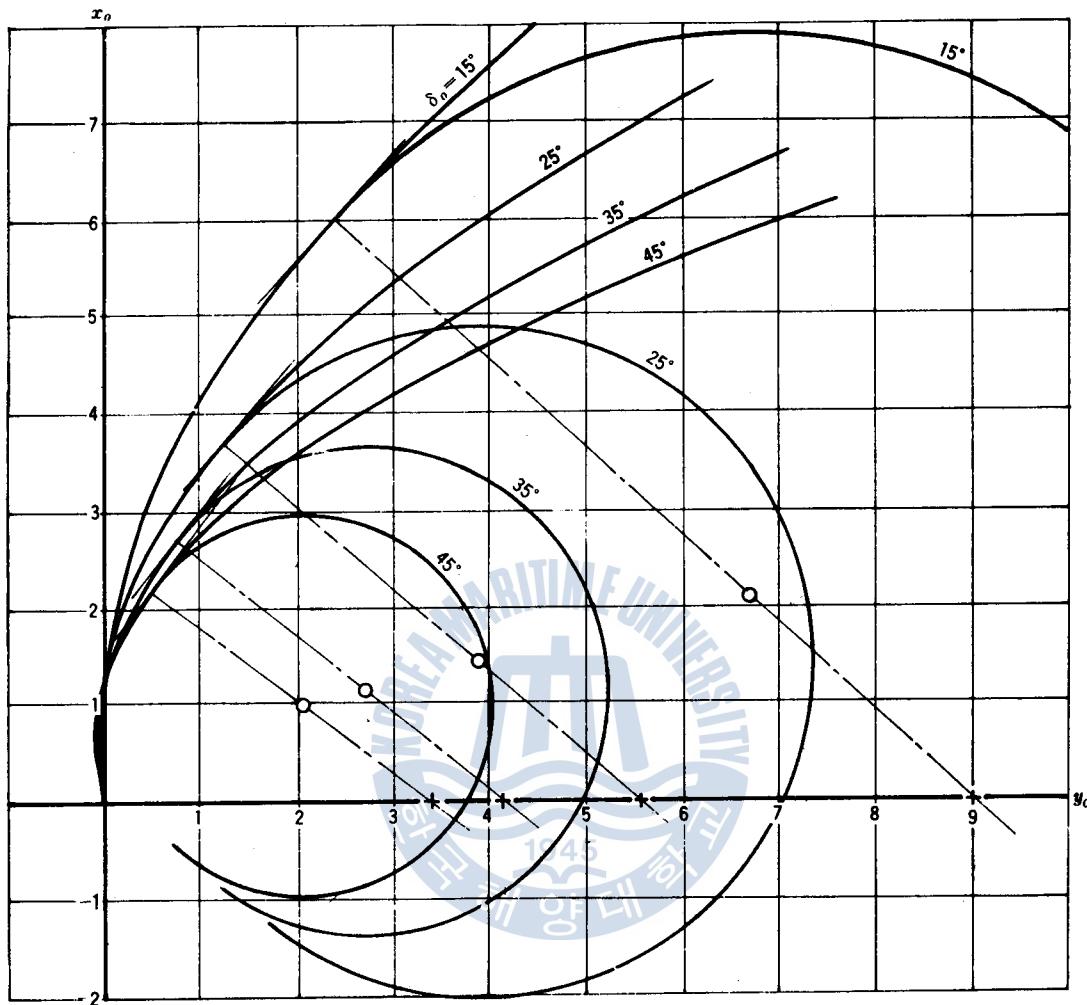


그림 5(b) 初期旋回航跡과 定常旋回航跡 (船舶“B”)

## 7. 結論

上述한 것을 要約하면 다음과 같다.

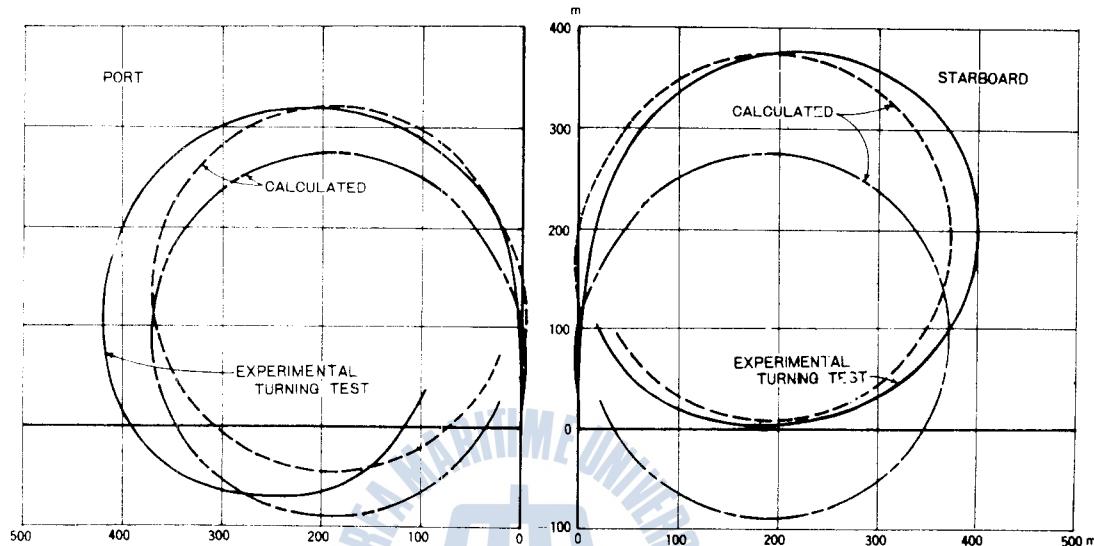
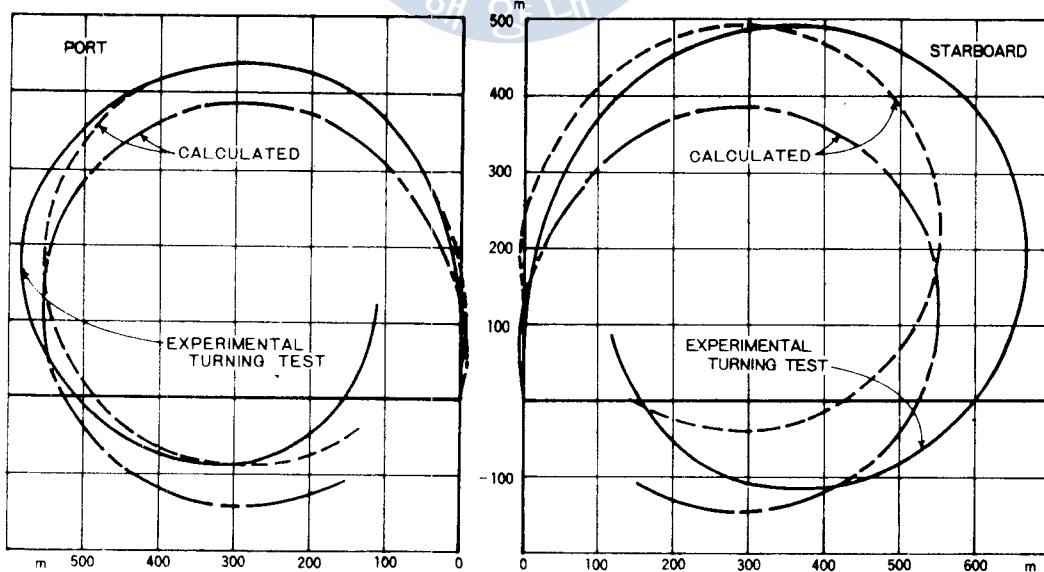
(1) 初期旋回時의 배의 航跡은 다음의 式으로 術을 수 있다. 즉,

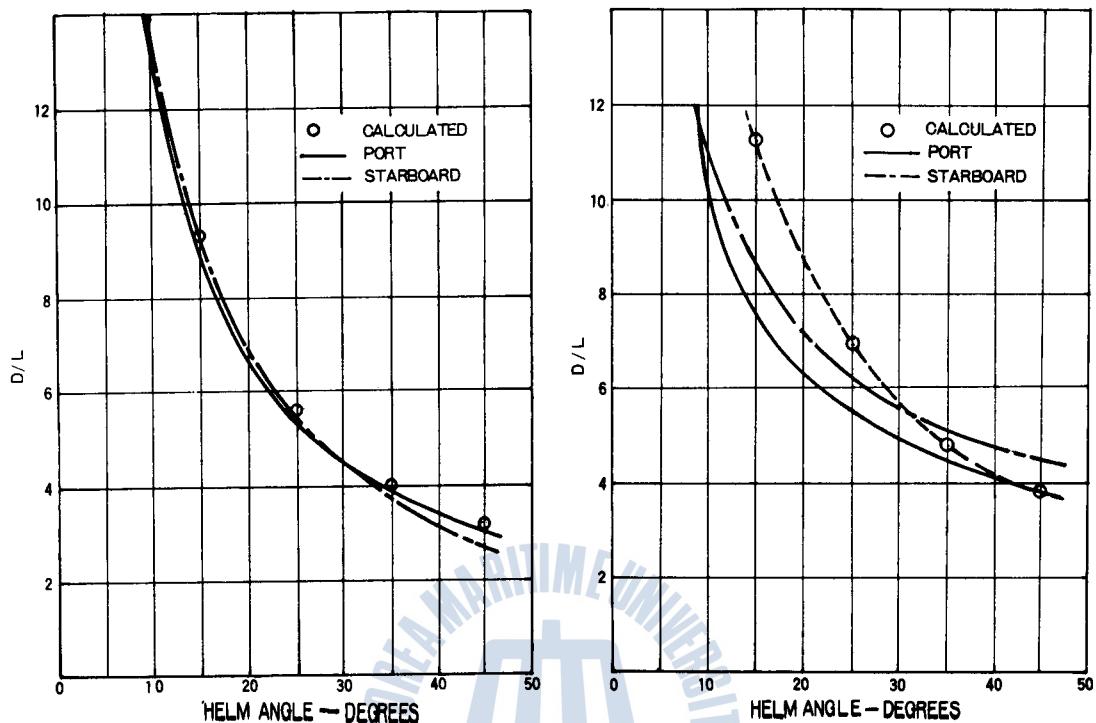
$$y_0 \cong \left( v_0' - \frac{r_1'}{p_1} - \frac{r_2'}{p_2} \right) x_0 + \frac{r_1'}{2} x_0^2 + \frac{(r_1' + p_1 v_1') (e^{p_1 x_0} - 1)}{p_1^2} + \frac{(r_2' + p_2 v_2') (e^{p_2 x_0} - 1)}{p_2^2}$$

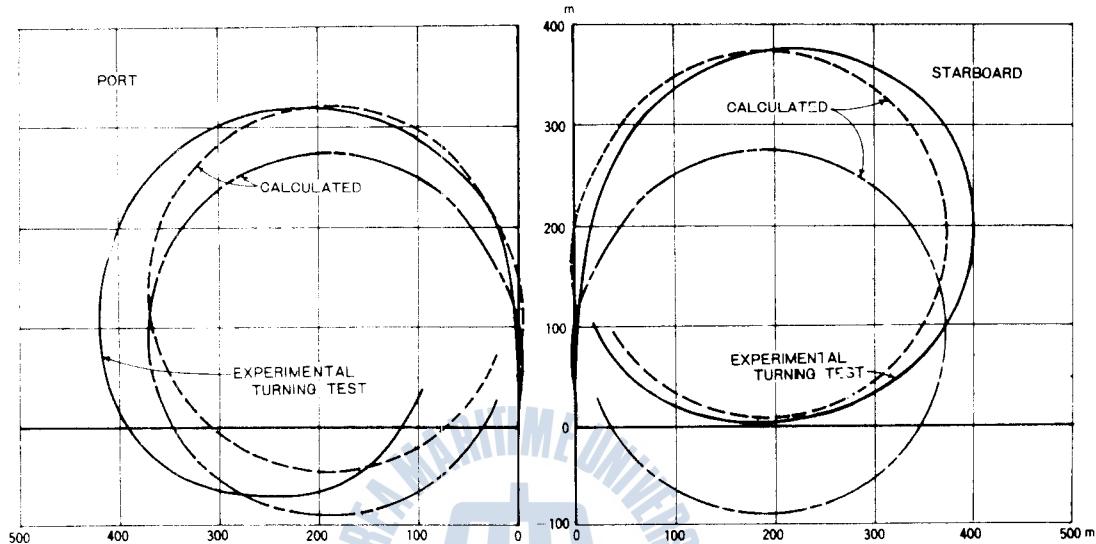
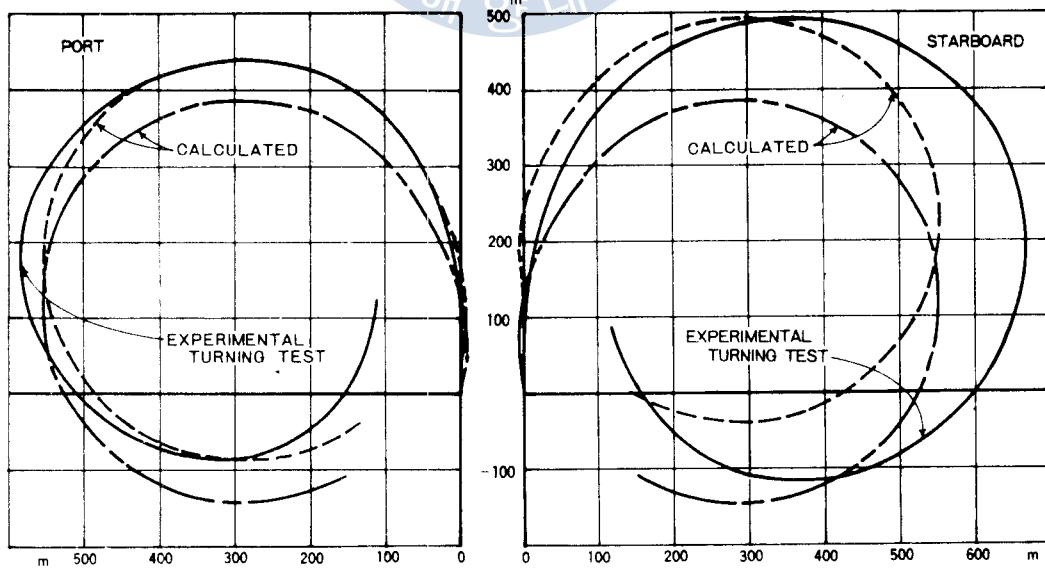
또한 定常旋回半徑은 式(14)에 의해서 術을 수 있으므로 旋回圈을 流體動力學的인 操縱性 導函數를 利用하여 近似하게 幾何學的으로 作成할 수 있다.

(2) 定圓點을 通過하는 法線과 交叉하는 \$y\_0\$ 軸上의 切片點은 다음의 式으로 術을 수 있다.

$$y_0 = y_{01} + \frac{x_{01}}{\left( v_0' - \frac{r_1'}{p_1} - \frac{r_2'}{p_2} + r_0' x_{01} \right)}$$

그림 6(a) 舵角  $35^{\circ}$ 에 대한 旋回圈 (船舶“A”)그림 6(b) 舵角  $35^{\circ}$ 에 대한 旋回圈 (船舶“B”)



그림 6(a) 舵角  $35^{\circ}$ 에 대한 旋回圈 (船舶“A”)그림 6(b) 舵角  $35^{\circ}$ 에 대한 旋回圈 (船舶“B”)

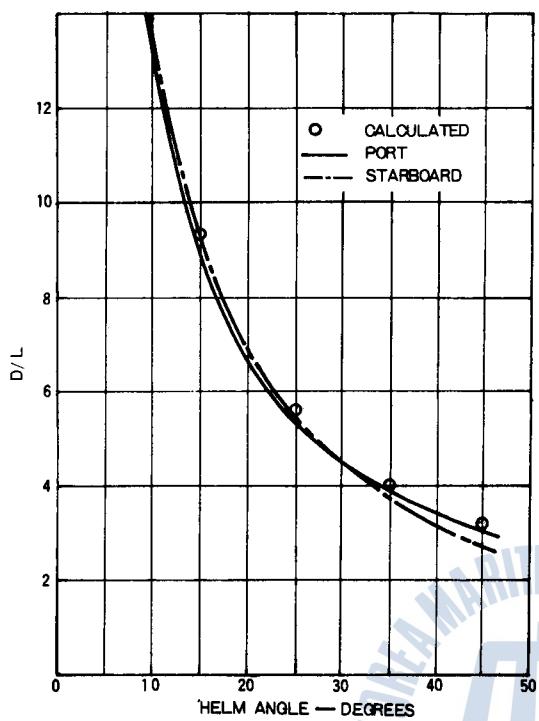


그림 7(a) 舵角에 대한 定常旋回徑(船舶"A")

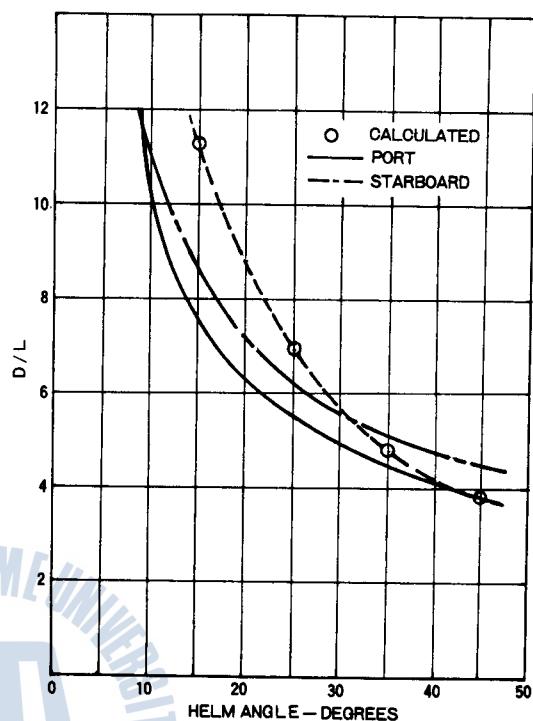


그림 7(b) 舵角에 대한 定常旋回徑(船舶"B")

(3) 理論的인 旋回圈은 旋回遲延을 考慮해서 實際 旋回圈에 더욱 近似시킬 수 있다. 旋回遲延은 本方法으로 많은 船舶의 旋回圈을 作成하고 이들로부터 統計的인 方法으로 얻을 수 있을 것이다.

### 參 考 文 獻

1. P. Mandel, "Ship Maneuvering and Control", PNA, SNAME, 1967.
2. K. S. M. Davidson, "Turning and Course-keeping Qualities", TSNAME, Vol. 54, 1946.
3. Kensaku Nomoto, "Response Analysis of Maneuverability and its Application to ship Design", 60th Anniversary Series, Vol. II, SNAJ, 1966.
4. 藤井齊, 野本謙作, "操縱性試験法", 第2回 操縱性 Symposium Text, SNAJ, 1970.
5. 赤崎繁, "船の 旋回性に就いて", 日本造船學會報, Vol. 66, 1940.
6. 赤崎繁, "旋回學" 日本海文堂, 1975.
7. 大串雅信, "理論船舶工學" 日本海文堂, 1975.
8. 元良誠三, "船體運動學" 下卷, 日本共立出版社, 1967.
9. 日本運輸省 航海訓練所, "進徳丸の 特色", 日本鋼管株式會社, 1963.
10. 日本運輸省 航海訓練所, "練習船 青雲丸", 日本成山堂, 1969.

## APPENDIX: 舵角 35°에 대한 偏流角, 進行角 및 初期旋回航跡의 計算

## 1) 偏流角, 進行角

$$\delta_o = -35^\circ = -\frac{35}{57.3} \text{ rad} = -0.611$$

$$v_o' = \frac{Y_s' N_r' - (Y_r' - m') N_s'}{(Y_r' - m') N_s' - Y_s' N_r'} \delta_o \quad (\text{Eq. 8})$$

$$= \frac{-0.052 \times 0.076 + (0.085 - 0.181) 0.026}{-(0.085 - 0.181) 0.085 - 0.306 \times 0.076} \times (-0.611) = -0.261$$

$$r_o' = \frac{Y_s' N_s' - N_r' Y_s'}{(Y_r' - m') N_s' - Y_s' N_r'} \delta_o \quad (\text{Eq. 8})$$

$$= \frac{0.306 \times 0.026 + 0.085 \times 0.052}{-(0.085 - 0.181) 0.085 - 0.306 \times 0.076} \times (-0.611) = 0.500$$

$$\dot{v}_o' = \frac{Y_s' \delta_o}{(m' - Y_r')} = \frac{-0.052 \times 0.611}{0.181 + 0.180} = -0.088 \quad (\text{Eq. 10})$$

$$\dot{r}_o' = \frac{N_s' \delta_o}{(I_s' - N_r')} = \frac{0.026 \times 0.611}{0.0153 + 0.011} = 0.600$$

$$p_1 = \frac{L}{V} \sigma_1 = \frac{90}{7.94} (-0.49) = -5.55, \quad p_2 = \frac{L}{V} \sigma_2 = \frac{90}{7.94} \times (-3.22) = -36.5$$

이들의 값을 式 (9)에 代入하면 다음의 聯立方程式을 얻는다.

$$0 = -0.261 + v_1' + v_2' \quad (\text{Eq. 9})$$

$$0 = 0.500 + r_1' + r_2'$$

$$-0.088 = -5.55 v_1' - 36.5 v_2'$$

$$-0.600 = -5.55 r_1' - 36.5 r_2'$$

위의 聯立方程式을 풀므로써

$$v_1' = 0.305, \quad v_2' = -0.044, \quad r_1' = -0.570, \quad r_2' = 0.070$$

$$v' = -0.261 + 0.305e^{-5.55s} - 0.044e^{-36.5s} \quad (\text{Eq. 4}')$$

$$r' = 0.500 - 0.570e^{-5.55s} + 0.070e^{-36.5s}$$

$$v' = -\beta = -0.261 + 0.305e^{-5.55s} - 0.044e^{-36.5s} \quad (\text{Eq. 11})$$

	①	②	$-\beta = -0.261 + ① + ②$	
s	$0.305e^{-5.55s}$	$-0.044e^{-36.5s}$	radian	degree
0	0.305	-0.044	0	0
0.1	0.185	-0.001	-0.077	-4.4
0.2	0.101	0	-0.160	-9.2
0.3	0.058	0	-0.203	-11.6
0.4	0.033	0	-0.228	-13.1
0.5	0.019	0	-0.242	-13.9
0.6	0.011	0	-0.250	-14.3
0.7	0.006	0	-0.255	-14.6
0.8	0.004	0	-0.257	-14.7
0.9	0.002	0	-0.259	-14.8
1.0	0.001	0	-0.260	-14.9

1.1	0.001	0	-0.260	-14.9
1.2	0	0	-0.261	-15.0
1.3	0	0	-0.261	-15.0

$$\begin{aligned}\psi &= r_o' s + \frac{r_1'}{p_1} (e^{s_1 s} - 1) + \frac{r_2'}{p_2} (e^{s_2 s} - 1) \\ &= 0.50 s + \frac{0.57}{5.55} (e^{-5.55 s} - 1) + \frac{0.07}{36.5} (e^{-36.5 s} - 1) = 0.50 s + 0.103(e^{-5.55 s} - 1) + 0.002(e^{-36.5 s} - 1)\end{aligned}\quad (\text{Eq. 11})$$

s	①	②	③	$\psi = ① + ② + ③$		$\phi = \psi - \beta$
	0.5s	$0.103 \times (e^{-5.55 s} - 1)$	$0.002 \times (e^{-36.5 s} - 1)$	radian	degree	degree
0	0	0	0	0	0	0
0.1	0.05	-0.044	0.002	0.008	0.5	-3.9
0.2	0.10	-0.069	"	0.033	1.9	-7.3
0.3	0.15	-0.084	"	0.068	3.9	-7.7
0.4	0.20	-0.092	"	0.110	6.3	-6.8
0.5	0.25	-0.097	"	0.155	8.9	-5.0
0.6	0.30	-0.099	"	0.203	11.6	-2.7
0.7	0.35	-0.101	"	0.251	14.4	-0.2
0.8	0.40	-0.102	"	0.302	17.3	+2.6
0.9	0.45	-0.102	"	0.350	20.1	5.3
1.0	0.50	-0.103	"	0.399	22.9	8.0
1.1	0.55	-0.103	"	0.449	25.7	10.8
1.2	0.60	-0.103	"	0.499	28.6	13.6
2	1.0	-0.103	0.002	0.899	51.5	36.5
3	1.5	-0.103	"	1.399	80.2	65.2
4	2.0	-0.103	"	1.899	109	94.0
5	2.5	-0.103	"	2.399	137	122
6	3.0	-0.103	"	2.899	166	151
7	3.5	-0.103	"	3.399	195	180

## 2. 初期旋回航跡

$$\begin{aligned}y_o &= \left( v_o' - \frac{r_1'}{p_1} - \frac{r_2'}{p_2} \right) x_o + \frac{r_o'}{2} x_o^2 + \frac{(r_1' + p_1 v_1') (e^{s_1 x_o} - 1)}{p_1^2} + \frac{(r_2' + p_2 v_2') (e^{s_2 x_o} - 1)}{p_2^2} \\ &= -0.362 x_o + 0.25 x_o^2 - 0.073 (e^{-5.55 x_o} - 1) + 0.001 (e^{-36.5 x_o} - 1)\end{aligned}\quad (\text{Eq. 13})$$

$x_o$	1	2	3	4	$1+2+3+4$
	$\times (-0.073 \times (e^{-0.05x_o} - 1))$	$\times (e^{-0.05x_o} - 1)$	$-0.362 y_o$	$0.25x_o^2$	$y_o$
0	0	0	0	0	0
0.1	0.031	-0.001	-0.036	0.003	-0.003
0.2	0.049	"	-0.072	0.010	-0.014
0.3	0.059	"	-0.109	0.023	-0.028
0.4	0.065	"	-0.145	0.040	-0.041
0.5	0.068	"	-0.181	0.063	-0.051
0.6	0.070	"	-0.217	0.090	-0.058
0.7	0.072	"	-0.253	0.123	-0.059
0.8	0.072	"	-0.290	0.160	-0.059
0.9	0.073	"	-0.326	0.203	-0.051
1.0	"	"	-0.362	0.250	-0.040
2.0	"	"	-0.724	1.000	+0.348
3.0	"	"	-1.086	2.250	1.236
4.0	"	"	-1.448	4.000	2.624
5.0	"	"	-1.810	6.250	4.512
6.0	"	"	-2.172	9.000	6.900
7.0	"	"	-2.534	12.25	9.788
8.0	"	1945	-2.896	16.00	13.176

## 3) 定常旋回半徑

$$R = -\frac{L}{\delta_o} \left[ \frac{Y'_s N'_r - N'_s (Y'_r - m'_r)}{Y'_s / N'_s - N'_r / Y'_r} \right] \quad (\text{Eq. 14})$$

$$= -\frac{90}{-0.611} \left[ \frac{-0.306 \times 0.076 + 0.085(0.085 - 0.181)}{0.306 \times 0.026 + 0.085 \times 0.052} \right] = 180 \text{ m}$$

$$\frac{D}{L} = \frac{2 \times 180}{90} = 4.0$$

## 4) 定圓點의 中心

$$y_o = y_{o1} + \frac{x_{o1}}{\left( r'_s / p'_s + r'_r / p'_r - r'_s / x_{o1} \right)} \quad (\text{Eq. 17})$$

上式의  $x_{o1}$ 과  $y_{o1}$ 에  $\phi=1 \text{ rad}(57.3^\circ)$ 에서의 값  $\phi$ 를 대입하기 위해서 다음과 같은 과정을 밟는다. 그림 4의  $\phi=57.3^\circ$ 에서  $s \approx x_o \approx 2.2$ 를 얻는다. 즉, 舵角  $35^\circ$ 인 경우에는  $x_{o1} \approx 2.2$ 로 대는 定常旋回에 進入하였고 그림 5의 初期旋回軌跡에서  $y_{o1} \approx 0.5$ 를 얻는다. 이를  $x_{o1}=2.2$ ,  $y_{o1}=0.5$ 를 式(17)에 대입하면 다음과 같다.

$$y_o = 0.5 + \frac{2.2}{-0.261 - \frac{0.57}{5.55} + \frac{0.07}{36.5} + 0.5 \times 2.2} = 3.48$$

$y_o=3.48$ 은  $y_o$  軸上의 切片點이며, 이 點와 點  $(x_{o1}=2.2, y_{o1}=0.5)$ 를連結하면, 이 直線은 點  $(x_{o1}=2.2, y_{o1}=0.5)$ 에서의 接線에 垂直인 法線이므로 이 法線上에 定圓點의 中心이 있게 된다.

