

보강재를 이용한 열린 상자형 구조물의 구조변경법에 관한 연구

최 창 우¹⁾, 박 석 주²⁾

A Study on the Structural Modification of Open-box-type Structure using the Stiffener

Chang-Woo Choi, Sok-Chu Park

Abstract

The finite element method has become a very popular technique in the field of structural analysis. Recently, the sub-structure synthesis technique is also employed in conjunction with finite element method, which analyzes the structure by dividing it into sub-structures. These methods, however, can not provide an appropriate technique for the optimal structural design.

The sensitivity method is a useful tool for this optimal design. The sensitivity is defined as the differentials of design variables for the characteristics of the structures. The change quantities and the modification positions can be obtained by the optimum structural modification method using the sensitivities.

The objective of this paper is to suggest the optimum structural modification method to the structure with the stiffener, and to validate the suggested method by performing the followings: The first is to analyze the vibration characteristics of the structure of open-box-type, the second is to perform the structural modification using sensitivity method and the optimum structural modification method, and the last is to reanalyze and to examine the obtained results by sub-structure synthesis method.

-
- 1) 한국해양대학교 선박공학과 석사과정 선체구조 전공
2) 한국해양대학교 교수

The followings can be found as the result of this study.

1. The analytical results from the sub-structure synthesis method coincide with one from the experiment.
2. The sensitivities of the natural frequency can be easily obtained from the sensitivity method.
3. The structural modifications can be also easily calculated by the optimum structural modification method.

1. 서 론

유한요소법이나 부분구조합성법 등의 해석법을 사용하면 구조물의 정적·동적 특성을 정도(accuracy) 높게 해석할 수 있다. 그러나, 이러한 해석법이 구조물의 설계, 또는 구조 변경 등의 문제에 대해서는 명확한 해결책을 제시하여 주지는 못한다.

일반적으로 구조물을 설계하기 위해서는 설계자의 직관이나 경험에 의존하는 시행착오적인 방법을 사용한다. 이러한 시행착오적인 방법은 시간과 비용의 낭비가 심해 비효율적이며 대형이거나 복잡한 구조물에 대해서는 적용하기가 곤란하다.

이러한 문제점을 개선할 수 있는 방법이 감도해석법(sensitivity analysis method)^[1]이다. 여기서 감도해석이란 설계변수변경에 대한 구조물의 특성변화율을 구하는 방법을 말하고, 감도값을 구하게 되면 원하는 구조특성을 갖도록 하기 위한 구조변경량을 정량적으로 계산할 수 있다. 그리고 일반적으로 변경위치는 여러 곳이 될 수 있고 이런 경우 최적화수법(optimization method)을 이용하면 목표하는 구조특성의 최적구조물을 얻을 수 있다.

본 연구에서는 비교적 설치위치에 제약을 받지 않는 보강재(stiffener)를 이용하여 구조물의 고유진동수를 바꾸는 구조변경방법을 제시하고자 한다. 구조변경을 위한 실험모델로서 기둥을 이용한 구조변경에서 사용한 열린 상자형 구조물을 사용하고 구조물의 중앙에 10~35Hz의 기진원이 설치되어 있는 것으로 가정한다. 우선 부분구조합성법을 사용하여 구조물의 진동특성을 해석하여 실험을 통해 얻은 결과와 비교한다. 그리고 구조물에서 문제가 되고 있는 고유진동수를 문제가 되지 않는 범위 밖으로 변경하기 위해서 감도해석법 및 최적화 수법을 이용하여 보강재의 치수를 결정한다. 그 다음 구해진 치수의 보강재를 구조물에 부가해서 재해석하여 고찰함으로써 제시한 방법의 타당성을 검증하고자 한다.

2. 부분구조합성법

유한요소법은 공학분야에서 일반적인 해석방법으로 이용되고 있다. 그러나 일반적으로 복잡한 구조물에 대해서는 해석정도를 높이기 위하여 큰 요소 분할 수를 요구하게 되고 적극은 해석 자유도가 매우 커지게 된다. 이와 같은 자유도의 증가로 인해서 계산시간과 계산기 기억용량의 제한을 받게 된다.

이러한 문제점을 개선하기 위해 전체구조물을 여러 개의 단순한 부분구조물로 분할하여 각 부분구조에 대해서 해석한 결과를 적절한 결합조건하에서 다시 결합하여 전체구조물을 해석하는 부분구조합성법(sub-structure synthesis method)^[2]이 최근 실용적인 동적 해석 방법으로 사용되고 있다. 부분구조합성법은 각 부분구조물의 동특성을 소수의 저차 고유모우드의 결합으로 나타내기 때문에 계산시간을 절약할 수 있다. 또한, 해석상에 있어서도 구조물의 일부만을 변경할 경우 변경된 부분구조물에 대해서만 재해석을 해서 사용할 수 있다는 잇점이 있다. 그리고 또한 유한요소법을 이용한 해석에서 고려할 수 없었던 결합부 특성을 고려할 수 있다는 장점도 갖고 있다.

부분구조합성법은 크게 전달함수합성법(transfer function synthesis method), 특성행렬 합성법(characteristic matrix synthesis method), 모우드합성법(component mode synthesis method : CMS) 등으로 구분된다. 그리고 모우드합성법은 결합부 절점의 자유도를 구속하는 상태에 따라서 구속 모우드형, 불구속 모우드형, 혼합형으로 구분된다.

본 연구에서는 구속형 모우드합성법을 이용하여 구조물의 진동특성을 해석하였다.

3. 감도해석법 및 최적구조변경법

3.1 감도해석법

감도해석은 구조물의 치수나 재료의 변경 등으로 인한 정적·동적 특성의 변화율을 구하는 것이다. 고유진동수와 고유진동형의 감도를 구하는 많은 방법들이 제안되어 있으나 본 연구에서는 Fox의 방법^[3]을 이용하기로 하고 다음과 같은 운동방정식을 고려하기로 한다.

$$(-\omega^2[M] + [K])\{X\} = (-\lambda[M] + [K])\{X\} = \{0\} \quad (3-1)$$

이 고유치 문제의 r차의 고유치 λ_r 에 대한 고유진동모우드 벡터를 $\{\phi_r\}$ 이라고 두고, 실제

변수 γ 가 γ_0 에서 미소량 $\Delta\gamma$ 만큼 변화해서

$$\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma \quad (3-2)$$

이 되면 $[K]$, $[M]$, λ_r , ω_r , $\{\phi_r\}$ 들도 따라서 변화하게 되는데, 설계변수에 대한 1차 미분항만을 고려하면 이것들은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$[K] = [K_0] + \frac{\partial [K]}{\partial \gamma} \cdot \Delta\gamma = [K_0] + [K'] \Delta\gamma$$

$$[M] = [M_0] + [M'] \Delta\gamma$$

$$\omega_r = \omega_{0r} + \omega_r' \Delta\gamma \quad (3-3)$$

$$\lambda_r = \lambda_{0r} + \lambda_r' \Delta\gamma$$

$$\{\phi_r\} = \{\phi_{0r}\} + \{\phi_r'\} \Delta\gamma$$

또, $\lambda_r = \omega_r^2$ 이므로

$$\lambda_r' = 2 \omega_{0r} \omega_r', \quad \omega_r' = \lambda_r' / 2 \omega_{0r} \quad (3-4)$$

이 되고, 따라서 고유진동수의 감도는 고유치의 감도에 의하여 구할 수 있게 된다. 초기 r 차 고유치 λ_{0r} 은 $\lambda = \lambda_0$ 일 때의 고유치이므로

$$(-\lambda_{0r} [M_0] + [K_0]) \{\phi_{0r}\} = \{0\} \quad (3-5)$$

이 되고, 변경 후에도

$$(-\lambda_r [M] + [K]) \{\phi_r\} = \{0\}$$

인 관계를 만족시켜야 한다. 식(3-6)에 식(3-3)의 관계를 대입하여 $\Delta\gamma^2$ 이상의 항을 무시하고 $\Delta\gamma$ 의 계수를 비교하여 정리하면,

$$(-\lambda_{0r} [M_0] + [K_0]) \{\phi_r'\} = (\lambda_{0r} [M'] + \lambda_r' [M_0] - [K']) \{\phi_{0r}\} \quad (3-7)$$

이 되며, 식(3-7)의 앞에 $\{\phi_{0r}\}^T$ 를 곱하면, 좌변은 고유치 문제이므로 결국 0이 되므로,

$$\{\phi_{0r}\}^T (\lambda_{0r} [M'] + \lambda_r' [M_0] - [K']) \{\phi_{0r}\} = 0 \quad (3-8)$$

여기에서 고유진동모우드 벡터를 다음과 같이 정규화하기로 한다.

$$\{\phi_{0r}\}^T [M_0] \{\phi_{0r}\} = 1$$

$$\{\Phi_{0r}\}^T [K_0] \{\Phi_{0r}\} = \lambda_{0r} = \omega_{0r}^2 \quad (3-9)$$

식(3-8)에 식(3-9)의 관계를 이용하여 정리하면

$$\lambda_r' = \{\Phi_{0r}\}^T ([K'] - \lambda_{0r}[M']) \{\Phi_{0r}\} \quad (3-10)$$

이 되어 고유치의 감도가 강성행렬의 감도 $[K']$, 질량행렬의 감도 $[M']$ 와 r 차의 고유진동모우드 $\{\Phi_{0r}\}$ 에 의하여 표시됨을 알 수 있다.

3.2 최적구조변경법

감도해석에 의해 구해진 감도행렬을 $[A]$, 설계를 변경하고자 하는 장소의 변경량을 $\{\Delta Y\}$, 변경하고자 하는 목표값과 현재값과의 차를 $\{\Delta \omega\}$ 라 하면, 이의 최적화 문제는

$$[A]\{\Delta Y\} = \{\Delta \omega\} \quad (3-16)$$

로 나타낼 수 있다. 이 식은 행렬 $[A]$ 가 일반적으로 정방행렬이 아니므로 최소자승해를 구하는 문제이다.

먼저, 변경하고자 하는 변경량의 수가 방정식의 개수보다 적은 경우는 통상 말하는 다음과 같은 S 를 최소로 하는 최소자승해를 구하면 된다.

$$S = |[A]\{\Delta Y\} - \{\Delta \omega\}| \quad (3-17)$$

그러나, 일반적으로 구조변경의 문제는 위와는 달리 구하고자 하는 변경량의 개수가 방정식의 개수보다 많은 것이 특징이다. 이런 경우에는 무수히 많은 해를 가지게 되나 다음과 같은 S 를 최소로 하는 제약을 가하면 해가 일의적으로 결정된다.

$$S = \{\Delta Y\}^T \{\Delta Y\} \quad (3-18)$$

이러한 경우를 의사 최소자승법의 문제라 부른다. 여기에서 행렬 $[A]$ 가 독립성을 가지고 있으면 이의 해는 다음과 같이 간단히 구해질 수 있다.

$$\{\Delta Y\} = [A]^T ([A][A]^T)^{-1} \{\Delta \omega\} \quad (3-19)$$

그러나, 원판 등과 같이 대칭구조물은 감도행렬의 열이 같은 경우가 생길 수도 있다. 바꾸어 말하면, 행렬 $([A][A]^T)$ 의 역행렬이 존재하지 않게 되어 이 문제를 푸는 것은 간단하지 않고 식(3-16)에 제약조건인 식(3-18)을 부가하여 풀거나 식(3-19)의 $([A][A]^T)$ 의 일반 역행렬을 구하여 풀어야 한다.^[4]

4. 열린 상자형 구조물의 진동해석과 구조변경

4.1 부분구조합성법에 의한 진동해석

본 연구를 위해서 Fig. 4.1과 같은 두께가 1.6 mm인 연강판을 사용하여 제작한 길이 400 mm, 폭 200 mm, 높이 250 mm인 열린 상자형 구조물을 실험 및 해석모델로 사용하였다. 우선 구속형 모우드합성법으로 구조물의 진동특성을 해석하기 위해서 전체구조물을 Fig. 4.2와 같이 간단한 4개의 부분구조로 나누고 각 부분구조를 50 mm 간격의 정방형 유한요소를 사용하여 모델링(modeling)하여 해석하였다.

Fig. 4.3 (a)~(f)는 각각의 고유진동수에 대한 고유모우드를 나타내고 있다. 또한 1번 분계 23번 절점을 가진해서 얻은 실험결과의 전달함수와 해석결과의 전달함수를 비교해서 나타낸 것이 Fig. 4.4와 Fig. 4.5이다. Fig. 4.4는 1번 부분구조 23번 절점의 응답을 나타내고 있고 Fig. 4.5는 3번 부분구조 23번 절점의 응답을 나타내고 있다. 표와 그림에서 알 수 있는 바와 같이 해석결과와 실험결과가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

실험모델에서 기진원의 주파수범위 안에 있는 고유진동수는 21.2Hz와 31.4Hz의 고유진동수이지만 21.2Hz의 고유진동수는 Fig. 4.4, Fig. 4.5의 전달함수나 Fig. 4.5 (a)의 고유모우드를 통해서 알 수 있는 바와 같이 기진원이 작용하고 있는 지점이 그 고유진동수의 고유모우드 절에 해당되는 부분이므로 진동문제를 일으키지 않는다. 여기서 문제가 되고 있는 고유진동수는 31.4Hz의 고유진동수이고 본 연구에서는 부가부재인 보강재를 이용하여 이 31.4Hz의 고유진동수를 기진원의 운전범위 밖인 45Hz로 변경하고자 한다.

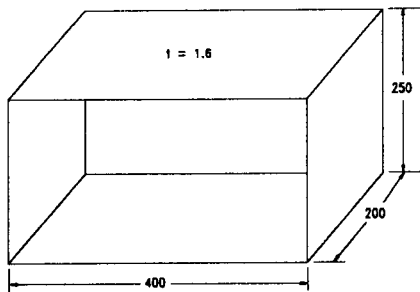


Fig. 4.1 실험모델

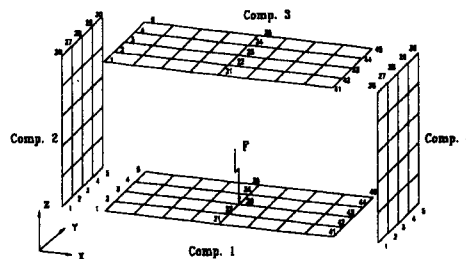


Fig. 4.2 모델링(modeling)

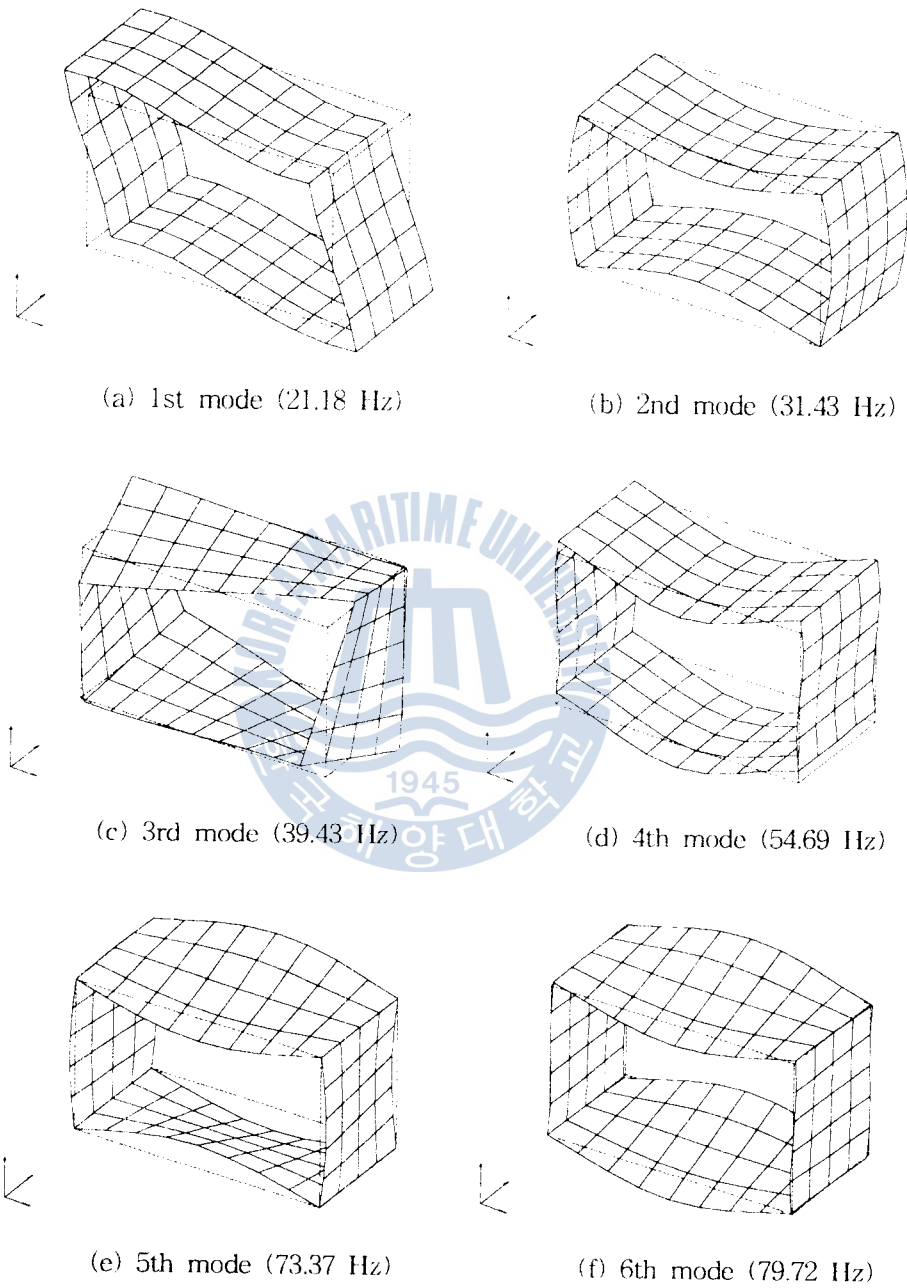


Fig. 4.3 변경전의 고유모우드

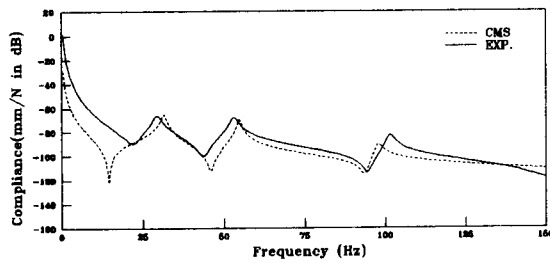


Fig. 4.4 전달함수(1-23)

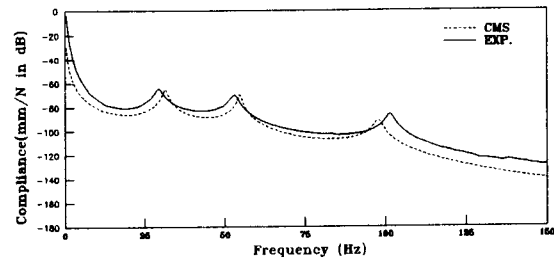


Fig. 4.5 전달함수(3-23)

4.2 감도해석 및 구조변경

문제가 되고 있는 31.4Hz의 고유진동수를 45Hz로 변경하기 위해서 보강재를 이용하여 구조변경을 수행하였다. Table 4.1에는 감도해석의 결과를 나타내었고, 보강재를 설치할 위치는 비록 감도값이 양변쪽이 크지만, 양변쪽에 보강재를 설치하는 것보다 작업등 여러 면에서 중앙에 1개만 설치하는 것이 보다 효율적이므로 중앙부분에만 설치하기로 하였다. 그리고 설치할 보강재의 두께는 구조물의 두께와 동일한 1.6mm로 하고 높이는 5mm의 초기값으로 하여, 보강재의 높이 값을 변경량을 최소로 하는 최적화 수법을 이용하여 계산하였다. 이렇게 얻어진 치수의 보강재를 구조물에 부가해서 재해석해서 그 결과를 확인 하는 방법을 반복적으로 사용하여 31.4Hz의 고유진동수를 45Hz로 변경 하였다.

Table 4.2는 수평판에만 보강재를 설치할 경우이고, Table 4.3는 수직판에만, 그리고 Table 4.4는 수평, 수직판 모두에 보강재를 설치한 경우에 대하여 감도의 변화추이, 보강재의 높이, 그에 따른 고유진동수의 변화를 나타내고 있다. 그리고 최종적으로 구해진 진동수값을 세경우에 대하여 정리하고 Table 4.5에 나타내었다.

Table 4.1 보강재의 감도

No. comp.	Hori. plate		No. comp.	Verti. plate	
	N.P	sensitivity (Hz/mm)		N.P	sensitivity (Hz/mm)
1	1 - 41	.69259E+00	2	1 - 26	.54638E+00
	2 - 42	.61436E+00		2 - 27	.46132E+00
	3 - 43	.59210E+00		3 - 28	.44353E+00

Table 4.2 수평판에 보강재를 설치한 경우

No. comp.	N.P	1st calculation		2nd calculation		3rd calculation	
		sensitivity (Hz/mm)	γ (mm)	sensitivity (Hz/mm)	γ (mm)	sensitivity (Hz/mm)	γ (mm)
1	3-43	.59210E+00	9.132	.12328+E01	11.047	.15123+E01	10.861
3	3-43	.59210E+00	9.132	.12328+E01	11.047	.15123+E01	10.861
N.F		40.28 Hz		45.56 Hz		45.01 Hz	

Table 4.3 수직판에 보강재를 설치한 경우

No. comp.	N.P	1st calculation		2nd calculation		3rd calculation	
		sensitivity (Hz/mm)	γ (mm)	sensitivity (Hz/mm)	γ (mm)	sensitivity (Hz/mm)	γ (mm)
2	3-28	.44353E+00	9.702	.58082+E00	15.921	.26388+E00	21.015
4	3-28	.33353E+00	9.702	.58082+E00	15.921	.26388+E00	21.015
N.F		37.78 Hz		43.11 Hz		44.95 Hz	

Table 4.4 양쪽 모두에 보강재를 설치한 경우

No. comp.	N.P	1st calculation		2nd calculation		3rd calculation	
		sensitivity (Hz/mm)	γ (mm)	sensitivity (Hz/mm)	γ (mm)	sensitivity (Hz/mm)	γ (mm)
1	3-43	.59210E+00	7.341	.91714+E00	10.238	.13315+E01	9.765
2	3-43	.59210E+00	7.341	.91714+E00	10.238	.13315+E01	9.765
3	3-28	.44353E+00	5.499	.47670+E00	7.0046	.66479+E00	6.768
4	3-28	.44353E+00	5.499	.47670+E00	7.0046	.66479+E00	6.768
N.F		38.25 Hz		46.57 Hz		45.00 Hz	

Table 4.5 구조변경후 고유진동수의 변화

N.F. Order	1	2	3	4	5	6
Original (Hz)	21.18	31.43	39.43	54.96	73.37	79.72
Modi. Hori. plate (Hz)	26.69	45.01	51.41	76.56	74.73	80.83
change rate(%)	(26.0)	(43.2)	(30.4)	(39.3)	(1.9)	(1.4)
Modi. Verti. plate (Hz)	24.32	44.95	68.85	61.81	73.62	81.58
change rate(%)	(14.8)	(43.0)	(74.6)	(12.5)	(0.3)	(2.3)
Modi. Both plate (Hz)	30.76	45.03	59.64	79.00	74.66	81.14
change rate(%)	(45.2)	(43.3)	(51.3)	(43.8)	(1.8)	(1.8)

4.3 구조변경 후의 고찰

수직판에 보강재를 설치한 경우, 수평판에 보강재를 설치한 경우, 그리고 양쪽 모두에 보강재를 설치한 경우 31.4Hz의 고유진동수가 목표했던 45Hz로 변경되었음을 확인할 수 있었으며, 이는 3회 정도의 반복계산을 통해 얻을 수 있었다.

Fig. 4.6과 Fig. 4.7은 구조변경 전과 각각의 경우에 대한 구조변경 후의 전달함수의 변화를 보여주고 있다. Fig. 4.6은 1번 부분구조의 23번 절점을 가진했을 때 같은 점에서의 전달함수이고, Fig. 4.7은 같은 가진상태에서 3번 부분구조 23번 절점에서의 전달함수이다. 구조변경 전의 31.4Hz에서의 공진점이 모든 경우에 대해 45Hz로 옮겨진 것을 알 수 있고, 구조물의 고유진동수가 전반적으로 높아졌음을 확인할 수 있었다. 그리고 Fig. 4.8~Fig. 4.10에는 변경 후의 고유모우드를 나타내었다.

① 보강재를 수평판에 설치한 경우

Fig.4.8 (b), (e)와 같이 수평판의 고유모우드 진폭이 큰 차수의 고유진동수의 변화가 크고 Fig.4.8 (d), (f)와 같이 수평판의 고유모우드의 진폭이 작은 차수에 대해서는 고유진동수의 변화가 작다. 그리고 기둥을 사용한 구조변경에서 문제가 되었던 동위상의 고유모우드를 갖는 Fig.4.9 (e)와 같은 차수에 대해서도 고유진동수를 변경하는 것이 가능하다는 것을 알 수 있다.

② 보강재를 수직판에 설치한 경우

Fig. 4.9 (b), (d)와 같이 수직판의 고유모우드 진폭이 큰 차수에 대하여 고유진동수의 변화가 크고 Fig. 4.9 (c), (e), (f)와 같이 수직판의 고유모우드 진폭이 작은 차수에 대해 고유진동수의 변화가 작다.

③ 보강재를 양쪽 모두에 설치한 경우

Fig. 4.10 (a)와 같이 양쪽 모두의 고유모우드 진폭이 큰 차수에 대해 가장 큰 고유진동수 변화를 보이고 있다.

이상에서와 같이 고유진동수를 바꾸기 위해서는 바꾸려고 하는 고유진동수의 진폭이 큰 부분에 보강재를 설치하는 것이 효과적이라는 것을 확인할 수 있었다.

본 연구전에 기둥을 이용하여 같은 구조물에 대하여 구조변경을 시도한 바^[5]가 있다. 기둥을 설치한 경우 비교적 다른 차수의 고유진동수에는 영향이 적고 주목하는 고유진동수만이 변화가 큰 것에 비해 보강재를 설치한 경우 거의 고유진동수가 전반적으로 높아졌음을 알 수 있다. 그리고 기둥을 사용한 구조변경에서 문제가 되었던 동위상의 모우드를 갖는 차수의 고유진동수도 보강재를 사용하면 효과적으로 변경이 가능하다. 결론적으로 기둥을 사용하면 비교적 다른 차수의 고유진동수에는 영향을 주지 않고 주목하는 고유진동수만을 바꿀 수 있고, 보강재의 경우 전반적으로 구조물의 고유진동수를 높이는 데 효과적이므로 목적에 따라 어느 한가지 부가부재만을 사용하거나, 또는 경우에 따라 같이 사용할 수도 있을 것이다.

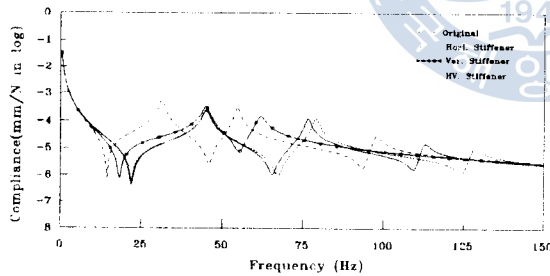


Fig. 4.6 변경후 전달함수(1-23)

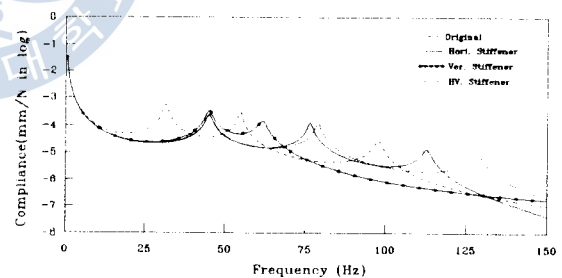


Fig. 4.7 변경후 전달함수(3-23)

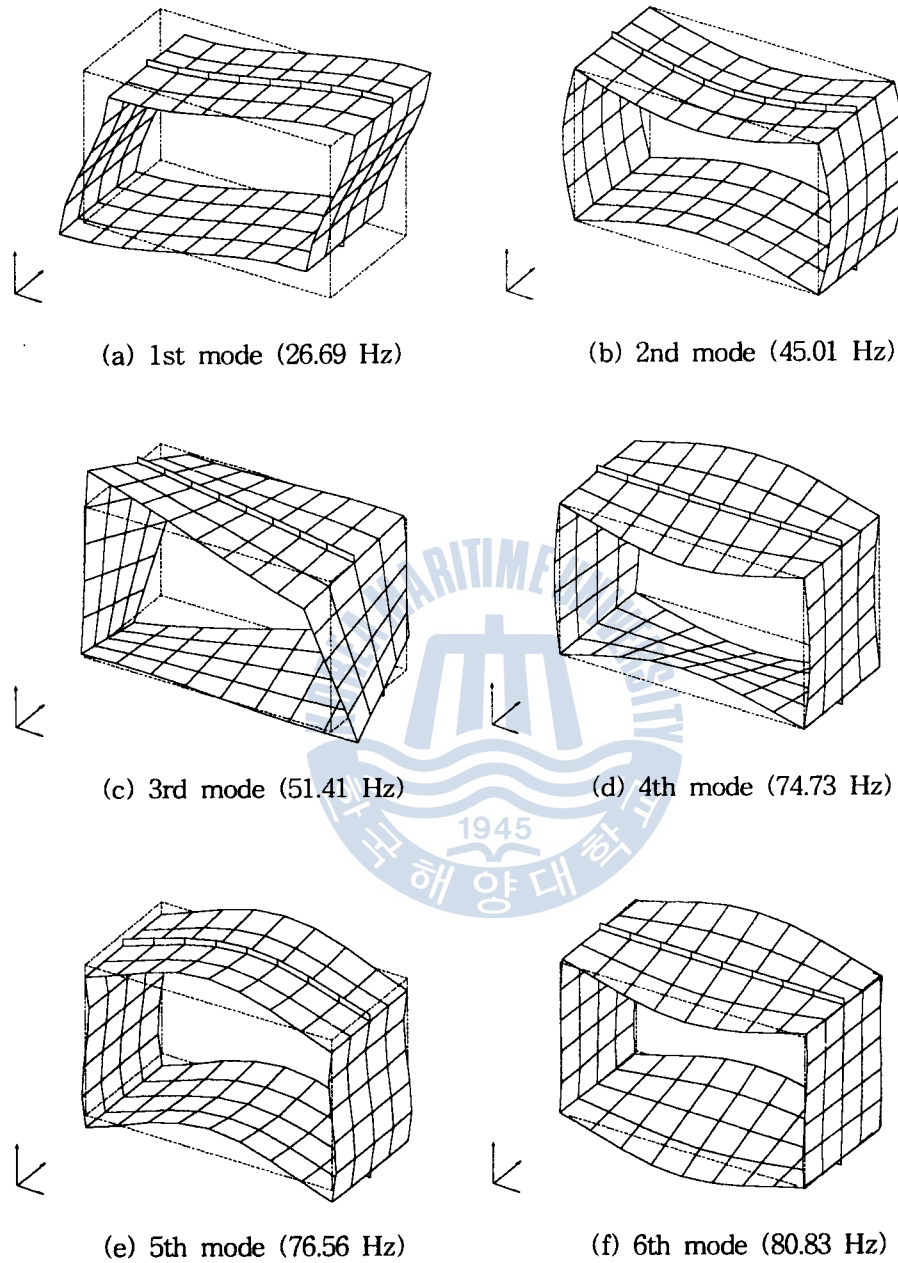


Fig. 4.8 수직판을 변경한 경우의 고유모우드

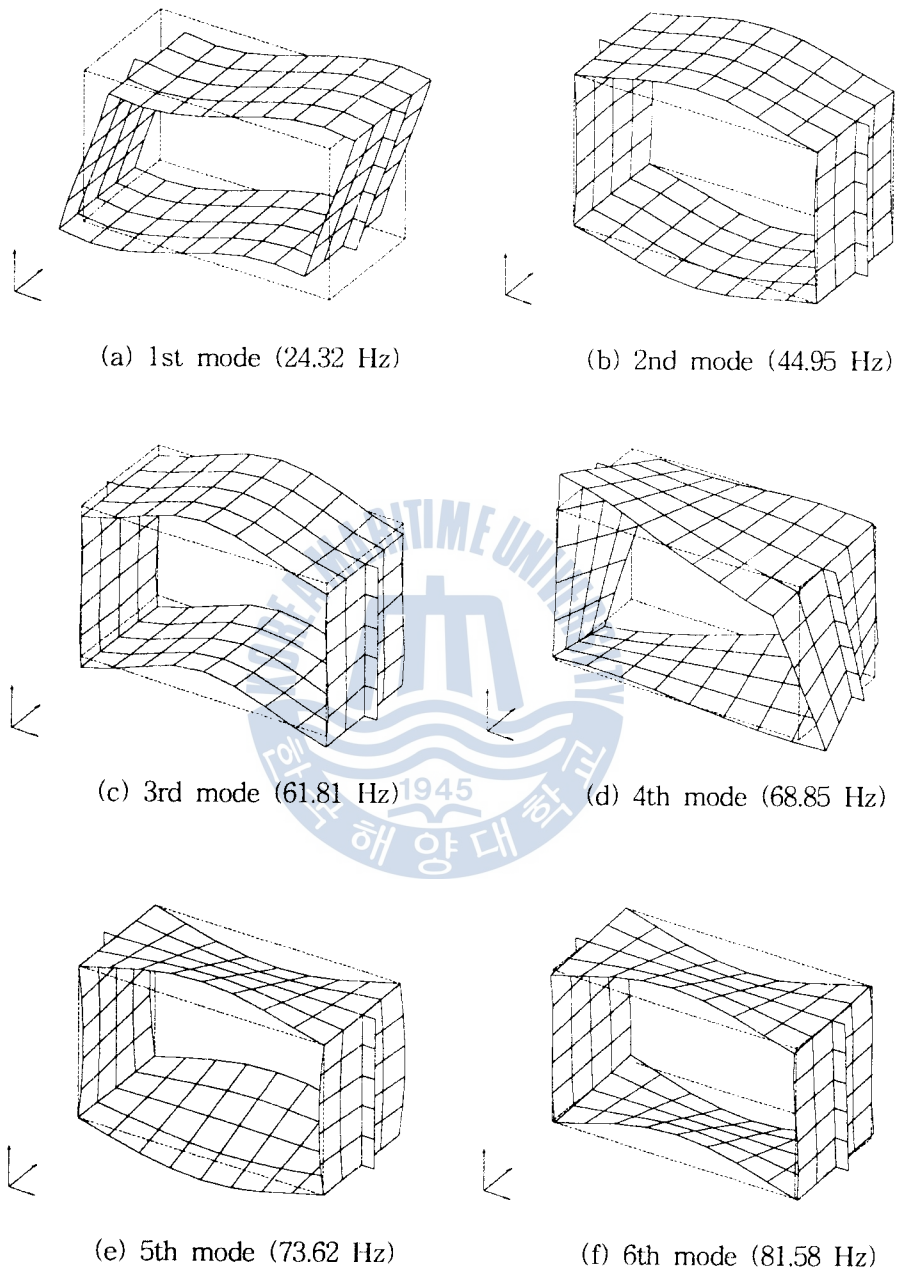


Fig. 4.9 수직판을 변경한 경우의 고유모우드

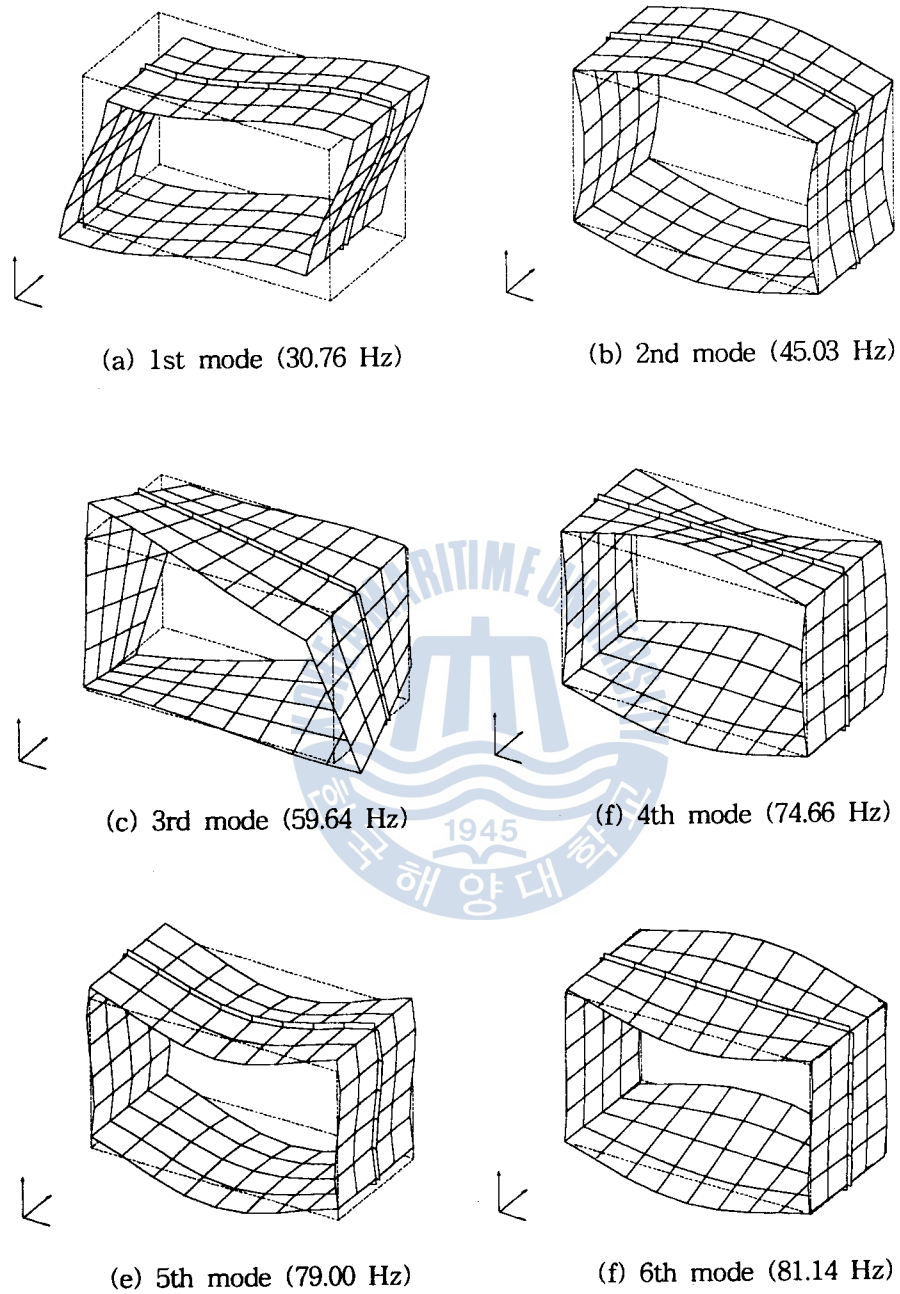


Fig. 4.10 양쪽 모두를 변경한 경우의 고유모우드

5. 결 론

본 연구에서는 보강재를 이용하여 열린 상자형 구조물의 진동특성을 변경하는 구조변경을 시도하였다. 그리고 그 결과를 고찰하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 감도해석법을 이용하여 구한 감도값과 최적화수법을 이용하여 변경할 위치의 변경량을 최소로 하는 구조변경량을 정량적으로 구할 수 있었고, 문제가 되고 있는 고유진동수를 목표한 값으로 쉽게 바꿀 수 있었다.
2. 기둥을 이용하여서는 진동절에 해당하는 고유진동수와 동위상의 고유진동모우드에 대한 고유진동수에 대해서는 변경이 불가능하였으나, 보강재의 경우에는 효과적으로 대처할 수 있었다.
3. 부가부재인 보강재는 구조물의 고유진동수를 높이는데 효과적임을 확인할 수 있었다.

기둥이 비교적 다른 차수의 고유진동수에는 영향을 미치지 않고 주목하는 고유진동수만을 변경할 수 있는 것에 비해서 보강재는 다른 차수의 고유진동수에도 전반적으로 영향을 미친다는 특성을 가지고 있다. 구조변경을 더욱 효율적으로 수행하기 위해서는 목표하고 있는 구조변경에 효과적일 수 있도록 구조물의 치수, 형상, 부가부재, 재료 등의 설계변수를 종합적으로 고려하는 감도해석과 이를 바탕으로 하는 최적구조변경이 필요할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 朴錫柱 外 4人, “感度解析技法에 의한 最適 構造變更法”, 韓國船舶機關學會誌, 第16卷, 第1號, 1992, p.47
- [2] 朴錫柱, 長松召男, “프레스 機械의 振動解析과 動特性的 最適化”, 韓國船舶機關學會誌, 第14卷, 第3號, 1990, p.34
- [3] R.L.Fox, “Rates of Changes of Eigen Values and Eigen Vectors”, AIAA J., Vol.6, No.12, 1968, p. 2426
- [4] 柳井晴夫, 竹内 啓, “射影行列, 一般行列, 特異値分解”, 東京大學出版會, 1983, p.65
- [5] 박석주 외 3인, “열린 상자형 구조물의 진동최소화기법에 관한 연구”, 한국소음진동학회 춘계학술발표대회 논문집, 1994, p.28-33

