

덮개 구동 정방형 2차원 캐비티 유동에 관한 연구

김진구* • 김춘식** • 이영호***

A Study on 2-D Lid-Driven Square Cavity Flow

J.K. Kim, C.S.Kim, Y.H.Lee

Abstract

Two-dimensional lid-driven closed flows within square cavity were studied numerically for eight Reynolds numbers : 8×10^3 , 8.5×10^3 , 9×10^3 , 9.5×10^3 , 10^4 , 3×10^4 , 5×10^4 and 7.5×10^4 . The calculation results show that the critical Reynolds number at which flow unsteadiness appears is assumed to be in the neighbourhood of 8.5×10^3 . And exponentially decreasing vortices formation at corners is found commonly from the time-mean flow patterns at higher Reynolds numbers ($Re = 3 \times 10^4$, 5×10^4 and 7.5×10^4). Another critical Reynolds number where flow random unsteadiness commences is assumed to exist in the range of $Re = 10^4 - 3 \times 10^4$ from the temporal variation of total kinetic energy curves. At three higher Reynolds numbers : 3×10^4 , 5×10^4 and 7.5×10^4 , an organizing structure of four consecutive vortices at two lower corners with diminishing size is revealed from the time-mean flow patterns. But, instantaneous flow characteristics show very random unsteady fluctuation.

1. 서 론

무한벨트에 의해 구동되는 2차원 정방형 캐비티 흐름은 전형적인 밀폐흐름이며 CFD 및 실험연구에서 간단한 경계조건으로 인하여 자주 채택되어 왔다. Hyun(1)은 전단응력을 기계적으로 전달받거나 온도에 의해서 에너지를 공급받는 캐비티유동을 포함한 여러 종류의 밀폐흐름을 폭넓게 고찰하였다. Ghia 등(2)은 유선함수식과 와도

* 한국해양대학교대학원 박사과정

** 한국해양대학교 기관공학부

*** 한국해양대학교 기계·냉동·자동차공학부

전달방정식 및 다중격자를 이용한 계산을 통하여 2차원 뒷개구동 정방향 캐비티를 연구하였고 고레이놀즈수($Re=10^4$)까지의 유동특성을 정량적으로 보고하고 있다. 불규칙한 비정상성과 난류에 관한 실험적인 연구도 발표되어 있다. Koseff 등 [3]-[5]은 3차원 입방 캐비티유동에 대하여 실험을 행하였다. 이들은 $Re=3.2 \times 10^3$ 에서 가시화 기법을 동원하여 난류의 특성을 설명하고 있으며 LDV에 의해서도 스펜방향의 중앙단면에서의 속도측정으로부터 레이놀즈수 10^4 까지의 난류특성을 보고하고 있다. 이 결과에서 스펜방향으로 회전하는 와류의 쌍들이 캐비티 유동현상을 지배하며 이를 Taylor-Goertler Like (TGL) 와류 (Vortices)라고 명칭하였다. Lee 등 [6]-[7]은 $Re=10^4$ 까지의 고레이놀즈수에서 2종류의 변장비 (Spanwise Aspect Ratio, SAR=1:1 and 1:3.2)에 대하여 PIV 측정을 행하였고 속도계측에 따른 불확실성해석을 행함과 동시에 TGL 와류의 존재영역에서의 시간평균 속도분포를 제시하였다. Huser [8]는 자유표면에서의 마찰속도와 캐비티높이에 의해 규정되는 $Re=3 \times 10^4$ 에서 전단구동 캐비티의 시간의존 유동특성을 수치적으로 구하고 있다. 이들 결과에서 보면 모서리부에서 다수의 와류 (eddy)가 나타나고 있으며 주파수분석에 의하여 난류특성을 보고하고 있다. Verstappen 등 [9]은 2차원의 정방향 캐비티 유동장에 대하여 333×333 개의 등간격 격자를 이용한 MAC법을 적용하여 DNS의 수치해석을 행하였다. 그 결과, $Re=2.2 \times 10^4$ 에서 유동장은 카오스적임을 보이고 있으며 attractor의 크기와 Kolmogorov 엔트로피를 계산하였다. Lee 등 [11]-[12]은 SOLA-VOF [13]에서의 대류항 수정기법을 새롭게 제시하고 $Re=3 \times 10^4$ 까지의 고레이놀즈수 유동장에 대하여 계산을 행하였다. 주요 결과로서는 $Re=10^4$ 에서 모서리부에서의 정현파의 속도파형을 얻고 있으며 $Re=3 \times 10^4$ 에서는 매우 활발한 비정상 유동특성이 나타나며 모서리부에서 조직적인 시간평균 와류열 (vortices series)이 존재함을 처음으로 밝히고 있다. 또한 주와류의 회전방향으로 방출된 와류가 모서리의 박리영역과 벽면의 경계층과 상호작용을 일으키는 현상을 보고하면서 이 와류를 TLV (Typhoon-Like Vortex)라고 명칭하였다. 나아가 완전히 발달된 고레이놀즈수 흐름 ($Re=10^4, 3 \times 10^4, 5 \times 10^4, 7.5 \times 10^4$)에 대하여도 계산결과를 제시하고 있다 [14].

그러나 레이놀즈수 10^4 미만에서 유동장의 비정상성이 나타나기 시작하는 임계레이놀즈수의 추정치는 유동장의 안정성해석의 관점에서 매우 중요하나 이에 대한 내용이 아직 제시되지 못하고 있다. 따라서 본 연구에서는 이와 같은 배경으로부터 특히 임계레이놀즈수의 추정에 관한 내용을 중심으로 하였으며 그 결과 $Re=8.5 \times 10^3$ 근처에서부터 유동장의 비정상성이 처음으로 나타남을 알 수 있었다. 또한 완전히 발달된 고레이놀즈수 흐름 ($Re=10^4, 3 \times 10^4, 5 \times 10^4, 7.5 \times 10^4$)에 대하여도 유동장의 특성을 고찰

하였다.

2. 계산방법

그림1은 MAC 법[10]에서 제시한 등간격 격자상의 변수를 부등간격 격자상에서 보정하여 대류항의 차분식을 보존형으로 유지하기 위한 변수의 배치를 보이고 있다. 기본적으로 내분의 원리를 적용하고 있다[11]. 지배방정식은 2차원, 점성, 비압축 및 비정상 흐름에 대한 NS방정식이며 보간된 대류 방정식은 그림1에 따라 다음과 같이 보존형의 형태로 정리될 수가 있다.

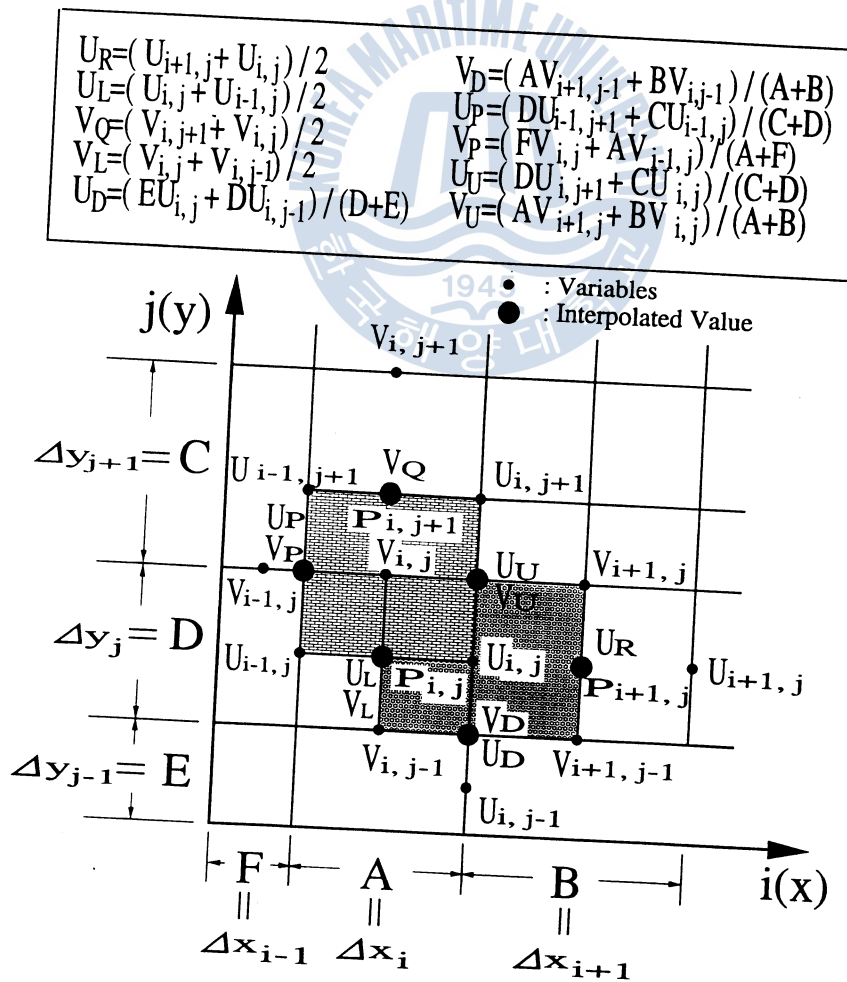


Fig. 1 Conservative Variables Allocation

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} \doteq 2(u_R^2 - u_L^2)/(A+B) \quad (1)$$

$$\frac{\partial uv}{\partial y} \doteq (v_U u_U - v_D u_D)/D \quad (2)$$

$$\frac{\partial uv}{\partial x} \doteq (u_U v_U - u_P v_P)/A \quad (3)$$

$$\frac{\partial v^2}{\partial y} \doteq 2(v_Q^2 - v_L^2)/(C+D) \quad (4)$$

점성항과 압력구배항도 부등간격 격자배치를 고려하여 다음과 같이 수정한다. 수정된 차분식의 예를 x방향에 대하여 다음과 같이 표시한다.

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \doteq \frac{2}{s(s+1)} \cdot \frac{u_{i+1,j} - (1+s)u_{i,j} + su_{i-1,j}}{A^2}, \quad s = B/A \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{i,j} \doteq \frac{2}{(A+B)} (p_{i+1,j} - p_{i,j}) \quad (6)$$

이상에서와 같은 이산화 방정식에 대한 안정성해석은 Hirt[15]에 의한 기법을 적용하여 공간차분정도를 확인하였다. 시간적분은 양적인 오일러기법을 적용하였다. Lee 등[16]은 x방향만의 운동방정식에 대한 인공점성항을 식(7)과 같이 제시하고 있다. 여기에서 G_1 , G_2 는 테일러급수 전개식의 형태로 표현되는 인공점성항이며 선도항의 절단오차는 $(B-A)$ 또는 $(C-E)$ 로서 이웃하는 격자크기의 미소한 차이이다. 이 결과는 제안된 방법이 2차정도에 접근하는 공간해상도를 유지함을 나타내고 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} - g_x = \left(\nu - \frac{\Delta t}{2} u^2 - G_1 \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \left(\nu - \frac{\Delta t}{2} v^2 - G_2 \right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (7)$$

$$G_1 = (B-A)u + \frac{1}{2} (A^2 - AB - B^2) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{8} (B-A)(A^2 + B^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$G_2 = \frac{1}{8} \left\{ (C-E)v + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} (C+2D+E)D + \frac{D^2}{8} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} (C-E) \right\}$$

그림2는 본 연구에서 채택한 2차원 정방형 캐비티의 부등간격 격자의 분포를 나타낸다. 격자수는 80×80 이고, 벽면에서의 최소격자의 크기는 $1/400H$ (H 는 캐비티 높이) 전후이며 캐비티 중앙부분에서의 최대크기는 약 $1/53 H$ 이다. 격자배치는 식(8)에 의하여 행하였다. 여기에서 M 은 격자수를 나타내고 CF 는 격자의 크기를 조정할 수 있는 가중계수이다. 이

값은 0.01로 하였다.

$$\Delta X(i) = \left\{ \sin\left(\pi \frac{i}{M-1}\right) + CF \right\} / \sum_{j=1}^{M-2} \left\{ \sin\left(\pi \frac{j}{M-1}\right) + CF \right\} \quad (8)$$

$$i, j = 1, 2, 3, \dots, M-1$$

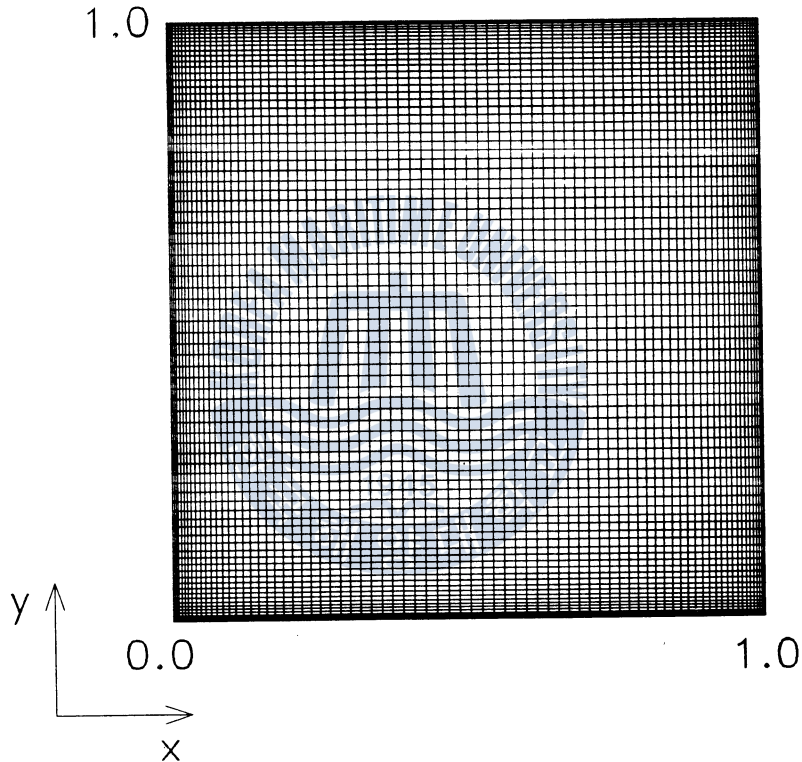
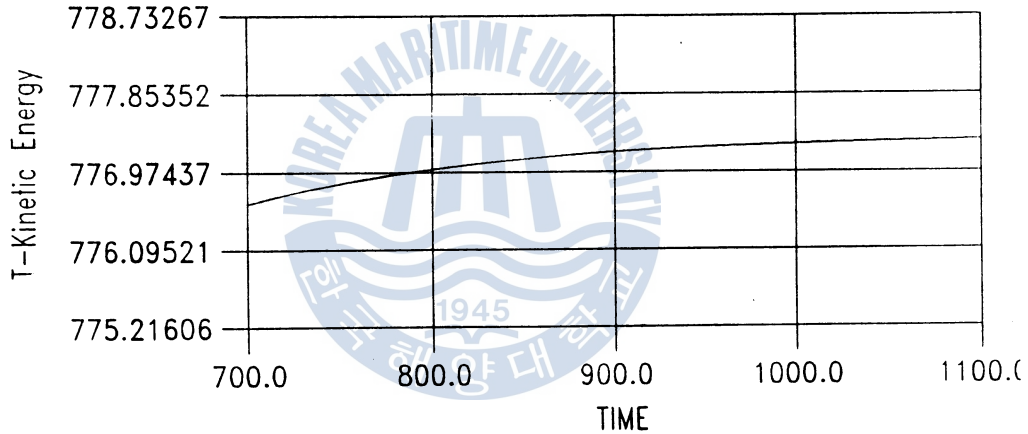


Fig. 2 Irregular Grid Formation (80x80)

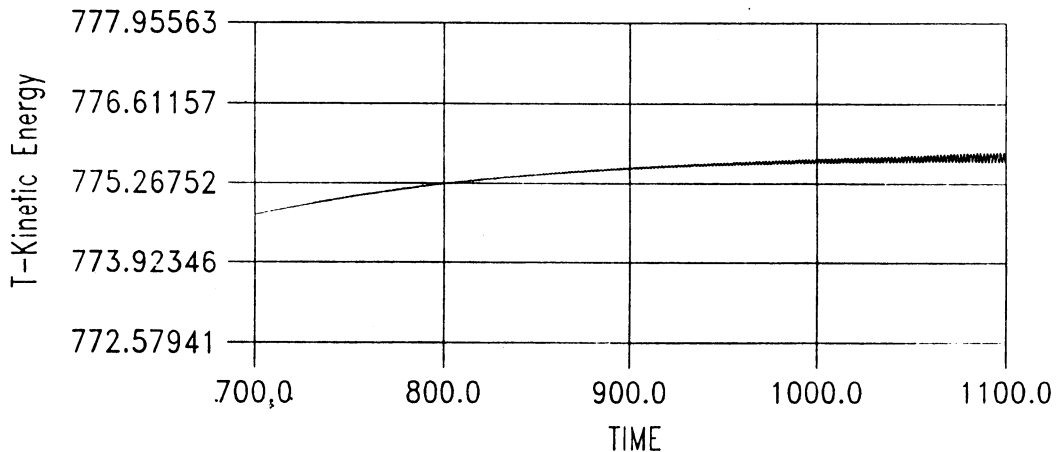
비정상계산을 위한 매사이클마다의 시간간격은 Courant수와 확산수를 동시에 만족시키도록 자동적으로 결정된다. 실제로는 이 값에 안정계수를 곱하여 수치불안정성의 발생을 억제하였다. 각 레이놀즈수에 대한 안정계수는 0.8(Re=8x10³, Re=8.5x10³), 0.4 (Re=9x10³), 0.6(Re=9.5x10³, Re=10⁴), 0.4(Re=3x10⁴) 그리고 0.1(Re=5x10⁴, Re=7.5x 10⁴)의 값을 취하도록 하였다. 평균시간간격은 Re=3x10⁴에서 0.001이다. 매 사이클마다 모든 격자점에서의 발산값이 0.002이하가 되면 시간진행이 되도록 하였다. 계산시간은 예를 들어 Re=3x10⁴의 경우 완전히 발달한 유동장에 대하여 무차원시간 100당 펜티엄PC(60MHz)에서 약 20CPU시간을 요하였다.

3. 계산방법 및 고찰

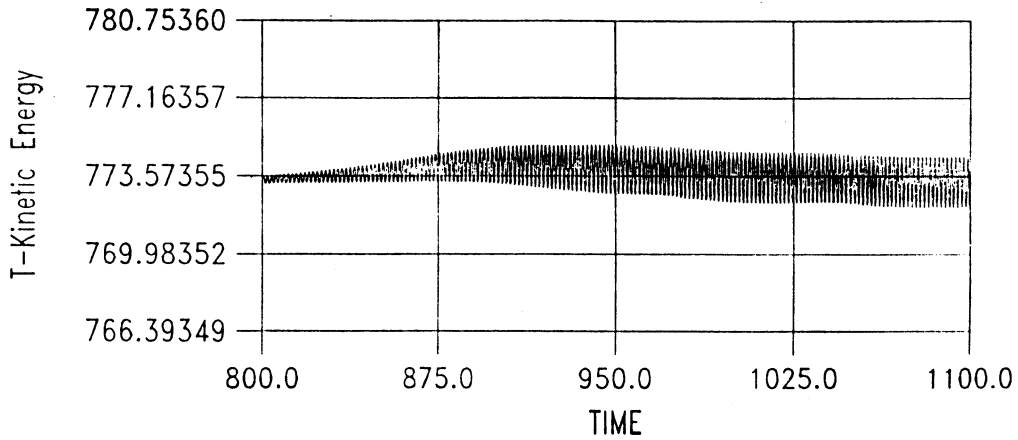
그림3은 모든 격자점에서의 운동에너지 $1/2 \cdot (u^2 + v^2)$ 의 성분을 합산하여 이를 시계열로 나타낸 그림이다. 이 때에 각 레이놀즈수마다의 y축 눈금값이 다름에 주의하여야 한다. 이와 같은 그림은 비정상성의 거시적인 특성관찰에 유용하다. 데이터의 샘플링 시간 간격은 0.25이다. 따라서 무차원시간으로 100에 해당하는 ($t=1000-1100$) 시간간격 동안의 데이터수는 400조임을 의미한다. 이러한 그림들은 비정상성이 나타나기 시작하는 임계 레이놀즈수의 추정에 유용하게 이용될 수가 있다. 우선 $Re=8 \times 10^3$ 에서 보면 계속 발달해 가는 곡선특성이 나타나고 있으나 모든 기간중 운동에너지의 미소한 변동특성이 나타나고



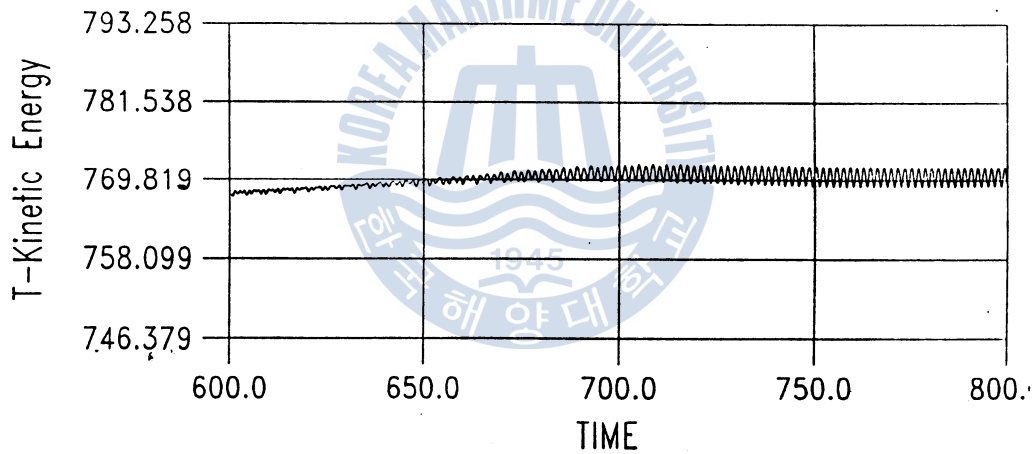
(a) $Re=8 \times 10^3$



(b) $Re=8.5 \times 10^3$



(C) $Re=9 \times 10^3$



(d) $Re=9.5 \times 10^3$

Fig. 3 Fluctuation of Total Kinetic Energy

(a) $Re=8 \times 10^3$ (b) $Re=8.5 \times 10^3$

(c) $Re=9 \times 10^3$ (d) $Re=9.5 \times 10^3$

있지 않다. 예비검토단계에서는 같은 시간간격($t=700-1100$)에서 10^{-6} 오더의 매우 작은 변동이 모서리부(속도검출점, $x=0.22$, $y=0.44$)에서 검출되었다. 그러나 이와 같은 변동이 수렴판정기준과 같은 수치적 조건에 의한 것인가 또는 실제의 비정상 흐름에 기인하는 것인가에 대한 명확한 이해가 어려웠다.

$Re=8.5 \times 10^3$ 의 경우에는 작은 진폭을 갖는 주기적변동이 나타나고 있다. 이것은 2차원 정방형 캐비티 유동에서 비정상성이 시작되고 있음을 의미한다. $Re=9 \times 10^3$ 에서는 완전히 발달된 비정상 흐름이 무차원시간 $t=1000$ 이후에서 형성되며 $Re=9.5 \times 10^3$ 에서는 이 시간이

$t=700$ 으로 짧아지고 있다. 이들 네 종류의 그림으로부터 $Re=8.5 \times 10^3$ 근방에서 임계 레이놀즈수가 존재함을 알 수가 있다.

그림4는 $Re=8.5 \times 10^3$ 에서의 시간평균 속도분포를 나타낸다. 그리고 이것은 나머지 3 종류의 레이놀즈수의 경우와 매우 유사한 분포를 나타내며 커다란 규모의 주와류가 강제회전하면서 모서리부에서 박리현상이 나타나고 있다. 이와 같은 현상은 오른쪽하부 모서리에서 형성되는 2차와류의 형태를 제외하고는 $Re=10^4$ 에서의 Ghia의 결과와 유사하다.

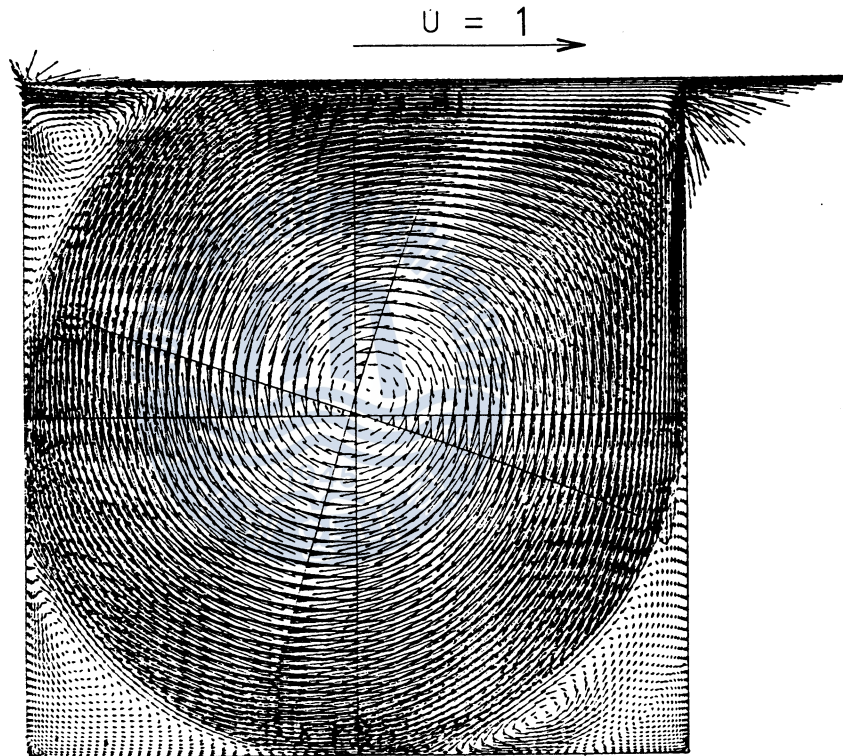


Fig. 4 Time-mean Velocity Vectors ($Re=8.5 \times 10^3$)

그림5는 $Re=9.5 \times 10^3$ 이상에서의 4 종류의 레이놀즈수에 대하여 같은 시간($t=800$)에서의 순시 속도벡터를 나타낸다. 선행연구결과[13], [16]에 의하면 $Re=10^4$ 에서는 Fig5a에서와 같이 모서리 영역에서의 작은 규모의 에디(eddy)의 주기적인 이동에 의해서 발생하는 유동특성이 지배적이다. 그러나 $Re=10^4$ 이상에서의 3 종류의 레이놀즈수에서는 네 모서리에서 크기가 다른 여러 종류의 와류가 발견되며 이들 와류중의 일부가 주와류의 회전방향으로 방출되는 특성을 나타낸다. 이와 같이 활발한 박리작용과 방출된 와류들 상호간의 작용에 의하여 발생하는 비정상성은 난류유동과 밀접한 관련이 있을 것으로 예상하며 이와 같은 현상은 고레이놀즈수 캐비티의 대표적인 유동특성으로 분류가 될 수가 있다.

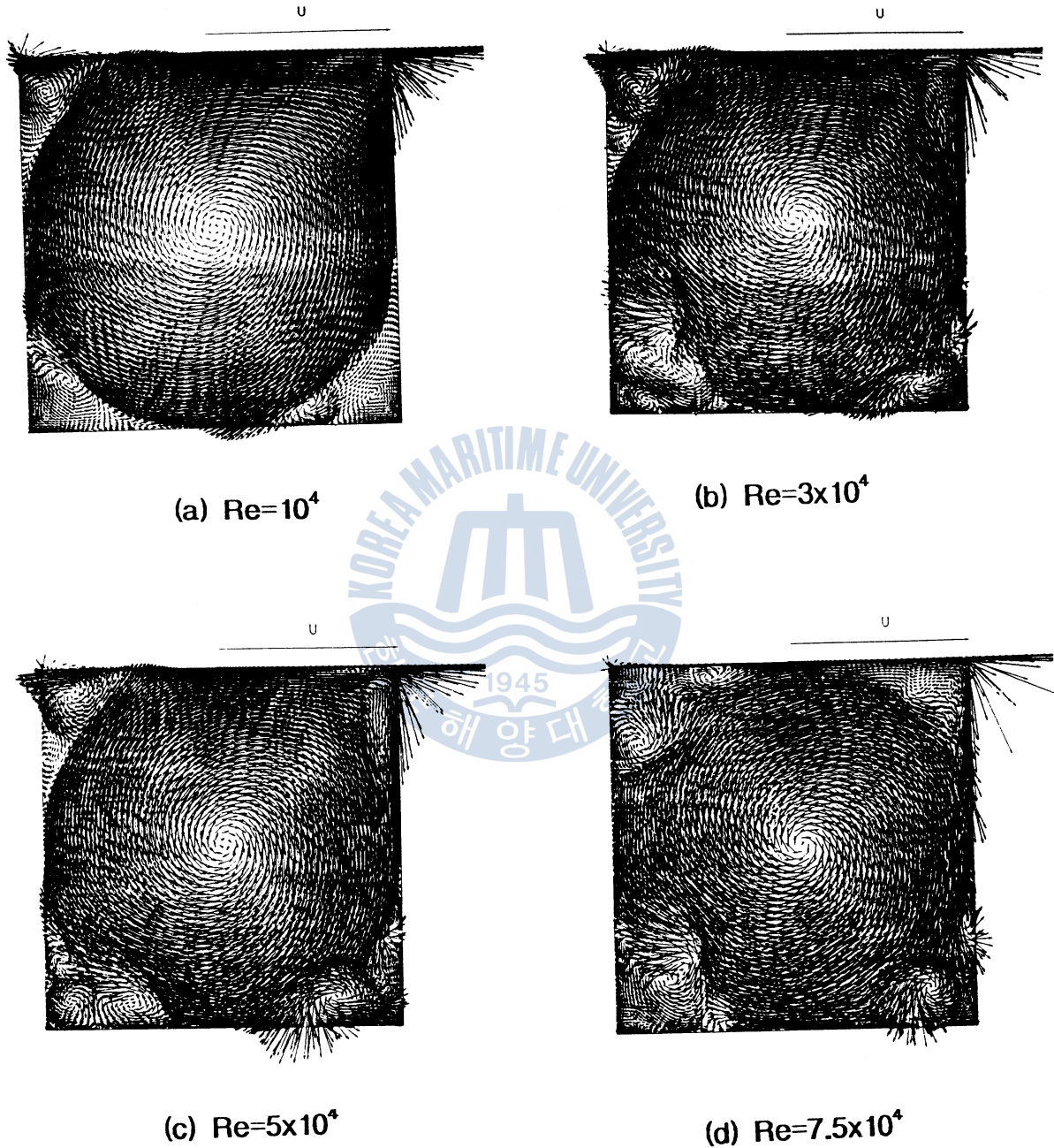


Fig. 5 Instantaneous Velocity Vectors ($t=800$)

(a) $Re=10^4$ (b) $Re=3 \times 10^4$

(c) $Re=5 \times 10^4$ (d) $Re=7.5 \times 10^4$

그림6은 $Re=3 \times 10^4$ 에서의 시간평균 유선도를 나타낸다. 비정상유동과는 다르게 하부 모

서리의 두 영역에서 기하급수적으로 작아지는 네 종류의 와류(주와류-이차와류-삼차와류-사차와류)가 존재하고 있다. 이것은 외견상 매우 불규칙하게 움직이는 복잡유동이 시간평균적으로는 일정한 조직구조를 중심으로 질서있는 유동기구를 유지함을 잘 나타내고 있다. $Re=5 \times 10^4$ 및 $Re=7.5 \times 10^4$ 에서도 유사한 특성이 발견되고 있다. 그러나 이들 그림은 생략하였다.

그림7은 수직과 수평의 2개의 기하학적 중심선에서의 시간평균 속도분포를 나타낸다. $Re=10^4$ 를 제외한 3종류의 고레이놀즈수에서는 상부이동벽으로부터 공급되는 운동에너지가 방출와류의 작용에 의해 유동장 중심영역으로 전파되어 전반적으로 부드러운 곡선의 형태를 유지하고 있으며 이들의 경향은 레이놀즈수에 따라 큰 차이를 나타내지 않고 있다. 그리고 이동벽 바로 하부에서의 u 속도분포에서 나타나는 kink 현상이 3종류의 고레이놀즈수($Re=3 \times 10^4, 5 \times 10^4, 7.5 \times 10^4$)의 오른쪽벽 부근의 v 속도분포에서도 발견되는 것이 주목된다. 이 현상은 운동에너지의 비정상 이동기구에 의한 것으로 추정되나 명확한 설명이 어려운 실정이다.

그림8에서는 4종류의 레이놀즈수에 있어서의 전 운동에너지의 시간변화를 나타내고 있다. 데이터의 획득방법은 그림3에서와 동일하다. 이 그림은 완전히 발달된 유동장에서의 거시적인 불안전성을 잘 보여주고 있다. $Re=10^4$ 에서는 모서리영역에서 분리된 박리부분에 존재하는 작은 에디(eddy)들의 이동으로 인하여 정현파의 운동에너지 변동특성을 나타낸다. 그러나 이 레이놀즈수를 넘어서면 규칙적인 변동곡선이 불규칙하게 바뀌며 고주파수의 변동성분이 레이놀즈수의 증가와 함께 증가하고 있다. 이 그림에서 불규칙한 비정상성이 시작되는 또 다른 임계레이놀즈수는 $Re=10^4-3 \times 10^4$ 의 범위에 존재함을 알 수가 있다. 여기에서 레이놀즈수의 증가와 더불어 시간평균 전운동에너지가 감소하는 것은 구동벽면 운동에너지가 다른 형태, 예를 들면, 압력구배력이나 점성력 같은 에너지로 변환되는 양이 증가함을 의미하고 있다.

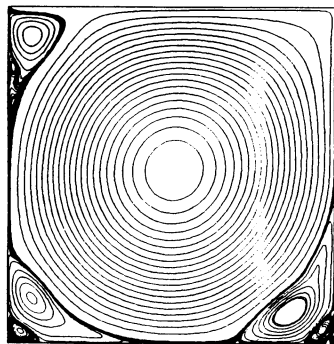


Fig. 6 Time-mean Streamlines
($t=1000-1100$) ($Re=3 \times 10^4$)

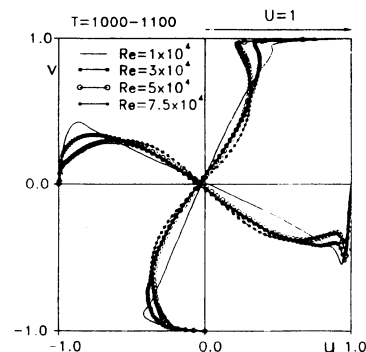


Fig. 7 Time-mean Velocity Profiles
($t=1000-1100$)

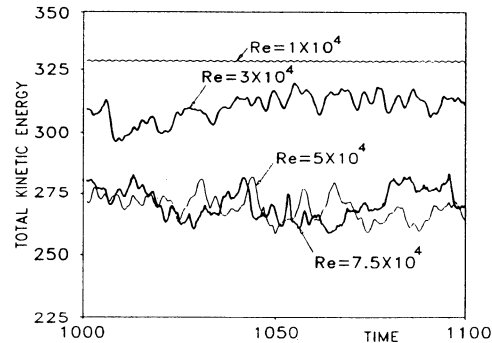


Fig. 8 Temporal Fluctuation of Total Kinetic Energy (t=1000-1100)

4. 결론

2차원 정방형 밀폐 캐비티의 수치해석을 8종류의 레이놀즈수에 대하여 행하였다. 부등간격 격자상 (80x80)에서 보존형의 중심차분 대류항 기법을 채택하였으며 안정성해석에 따른 인공점성값을 제시하였다. 계산결과, 비정상성이 나타나는 임계 레이놀즈수는 8.5×10^3 의 근방에 존재하는 것으로 추정하였다. 그리고 고 레이놀즈수 ($Re = 3 \times 10^4$, 5×10^4 , 7.5×10^4)에서는 하부의 두 모서리영역에서는 지수함수적으로 크기가 감소하는 와류가 시간평균의 유동장에서 발견할 수 있었다. 또한 전운동에너지 시계열곡선 특성으로부터 불규칙한 비정상성이 나타나기 시작하는 또 다른 임계 레이놀즈수는 $Re = 10^4 - 3 \times 10^4$ 의 범위에서 나타나고 있음을 알 수가 있었다.

참고 문헌

1. J. M. Hyun, Some Fundamental Notions of Mechanically-Driven Cavity Flows, Plenary Lecture of the 3rd JSME/KSME Fluids Eng. Conf. 1995.
2. U. Ghia, K.N. Ghia and C.T. Shin, High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multi-grid Method, J. Comp. Phys. Vol. 48, 1982, pp. 387-411.
3. J.R. Koseff, R.L. Street, The Lid-Driven Cavity Flow : A Synthesis of Qualitative

- and Quantitative Observations, Trans. ASME J. Fluids Eng. Vol. 106, 1984, pp. 390-398.
4. J.R. Koseff, R.L. Street, On the End Wall Effects in a Lid-Driven Cavity Flow, Trans. ASME, J. Fluids Eng. Vol. 106, 1984, pp. 385-389.
 5. A.K. Prasad and J.R. Koseff, Reynolds Number and End-Wall Effects on a Lid-Driven Cavity Flow, Phy. Fluids A Vol. 1(2), 1989, pp. 208-218.
 6. Y.H. Lee, Y. Matsumoto, T. Kobayashi and T. Saga, Velocity Measurements in 3-D Cavity Flows by PIV (Particle Image Velocimetry), Proc. 2nd JSME/KSME Fluids Eng. Conf. 1990, pp. 293-298.
 7. Y.H. Lee, A Study on Flow Characteristics of Three-Dimensional Cubic Cavity by PIV, Ph.D. Thesis Univ. Tokyo, 1991.
 8. A. Huser and S. Biringen, Calculation of Two-Dimensional Shear-Driven Cavity Flows at High Reynolds Numbers, Int. J. Num. Meth. in Fluids, Vol. 14, 1992, pp. 1087-1109.
 9. R. Verstappen, J.C. Wissink and A.E.P. Veldman, Direct Numerical Simulation of Driven Cavity Flows, Appl. Sci. Res. Vol. 51, 1993, pp. 377-381.
 10. F.H. Harlow and J.E. Welch, Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface, Phy. Fluids, Vol. 8, No. 12, 1965, pp. 2182-2189.
 11. Y.H. Lee, Active Control of Aerodynamic Properties of the 2-D Square Prism by Backward Ejection, Proc. 5th ACFM, 1992, pp. 554-557.
 12. Y.H. Lee, C.S. Kim and J.W. Choi, A Revised Convective Scheme for the High Reynolds Number and its Application, Proc. 3rd JSME/KSME Fluids Eng. Conf. 1994, pp. 312-316.
 13. C.W. Hirt and B.D. Nichols, Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, J. Comp. Phys. Vol. 39, 1981, pp. 201-225.
 14. 이영호, 최장운, 도덕희, 2차원 정방형 캐비티의 비정상 특성, 공기조화·냉동공학회 논문집, 제7권4호, 1995, pp. 622-632.
 15. C.W. Hirt, Heuristic Stability Theory for Finite Difference Equations, J. Comp. Phys. Vol. 2, 1968, pp. 339-355.
 16. 이영호, 최장운, 구영삼, 2차원 정방형 캐비티의 비정상 유동특성, 대한기계학회 CFD 분과위원회 학술대회논문집, 1994, pp. 149-167.