

# 單獨으로 놓인 舵의 性能에 관하여

宋 江 燮

## The Performance of Open Rudder

Song, Kang Sop

### 目 次

- |                       |             |
|-----------------------|-------------|
| I. 序 論                | (2) 壓力中心    |
| II. 舵의 斷面形狀           | IV. 在來의 實驗式 |
| III. 舵에 作用하는 合力과 壓力中心 | V. 數值計算     |
| (1) 合力과 Moment        | VI. 結 論     |

### Abstracts

The rudder constitutes a driving force when ship is turning or maintaining her course stability. Accordingly, in case of not only dealing with the turning motion or the course keeping stability of a ship, but also of estimating the dimensions of rudder stock and the power of steering engine, the hydrodynamic force and moment applied on the rudder become important factors.

This paper treats the performance of open rudder which is assumed to be symmetrical Joukowsky airfoil about its centerline. Flow around the rudder is also assumed incompressible and non-viscous. The normal force and its center of pressure on the rudder whose characteristics have been already assured experimentally are calculated theoretically and by formulae used in former days. Calculated values are compared with experimental ones on the curves.

The results are as follows:

(1) The normal forces calculated theoretically are generally larger than the experiment ones, but similar at the small angles of attack under the burbling point. Among formulae used in former days the formulae of Joessel, Dorhandt and Okada are comparatively accurate under the

burbling point.

(2) The center of pressure may be calculated theoretically. Its formula is

$$\frac{l_c}{l} = 0.5 - \frac{\cos \alpha}{4 + 3.08(t/l)}$$

## I. 序 論

배가 旋回할 경우 또는 針路를 安定하게 維持할 경우, 舵에는 어떤 힘이 發生하게 된다. 따라서 船舶의 操縱性能, 또는 針路安定性等을 論할 경우에는 勿論이고, 舵頭材의 치수, 操舵機의 力量等を 決定하기 爲해서는 舵에 作用하는 힘과 作用點은 매우 重要한 要素가 된다.

舵의 性能은 形狀比, 形狀, 斷面, 두께 등에 따라 달라진다는 것은 周知의 事實이며, 더욱이 舵는 船尾의 伴流中에서 作動하는 것이므로 船型에 依한 伴流, 推進器後流等 複雜한 影響을 받게 된다. 이런 複雜한 影響을 받는 舵의 性能을 純粹한 解析的인 方法만으로 다루는 것은 不可能하기 때문에 많은 사람들이 實船 또는 模型船을 利用해서 實驗을 實施 研究하고 있다.<sup>3) 4) 5) 6)</sup> 舵를 設計 또는 特性을 決定하는데 있어서는 이런 實驗式이 利用되고 있다. 이들 實船, 模型船의 船後試驗을 爲해서는 많은 時間과 費用을 必要로 하며, 船型, 速度, 推進器等이 複雜化하고 있는 現代에 있어서 그 實驗結果는 그 實驗問題에 限定되는 경우가 많다.

이에 비해 船型 또는 推進器에 依한 影響이 考慮되지 않은 模型舵만의 單獨試驗結果는 舵力의 크기와 이들 힘의 作用點에 관하여 完全하지는 못하나 舵型의 變化로 因한 基本特性을 判斷할 수 있게 하는 長點이 있다.<sup>2) 7) 8) 9)</sup>

本論文에서는 舵의 斷面을 Joukowsky의 翼型으로 假定하고 이 翼型이 非壓縮性 理想流體內에서 單獨으로 運動할 때 받는 垂直力과 作用點을 理論적으로 數值計算하고 이미 性能이 알려진 舵의 實驗値와 여러 實驗式으로 計算한 값들과 比較 檢討하였다.

## I. 舵의 斷面形狀

過去에는 船舶의 舵에 單板舵(single-plate rudder) 또는 複板舵(double-plate rudder)를 使用하였으나 近來에는 抵抗을 減少시키고 推進을 增大시키기 爲해서 거의 大部分의 舵는 流線型化하고 있다. 單螺旋船에 있어서는 流線型均衡舵와 固定舵柱를 갖는 流線舵가 大部分이며, 外形은 거의 長方形 形狀을 하고있다.<sup>2)</sup> 船舶의 舵는 航空翼과 달라 날개의 兩面에서 揚力이 發生하여야 하므로 斷面은 中心線에 관하여 對稱形으로 되어있다.

Joukowsky의 變換을 應用하면 여러型的 翼型을 얻을 수가 있다. Joukowsky의 翼型은 그림 2와 같이 隨伴緣(trailing edge) 近處에서 오목한 形狀을 하고있다. 이런 形狀은 構造上 또는 強度

上 舵에 使用되고 있지는 않으나 舵의 斷面形狀은 中心線에 관하여 對稱인 Joukowsky 의 翼型 이라고 假定하기로 한다.

$z$  平面上에서 點  $z(=x+iy)$ 가 定點  $z_0(=-m+in)$ 를 中心으로 하고 實軸上의 點  $a$  를 通過하여  $-a$ 를 內點으로 갖는 半徑  $b$ 의 圓을 一週할 경우,  $\zeta(=\xi+i\eta)$  平面上에서 變換

$$\zeta = z + \frac{a^2}{z} \quad (1)$$

에 依한 寫像을 考慮하면, 그림 1과 같은 Joukowsky의 翼型을 얻는다. <sup>16) 17) 18)</sup>

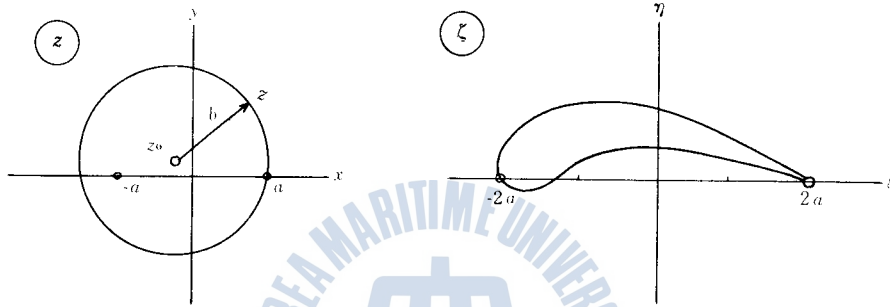


그림 1

$z$  平面上의 圓의 半徑  $b$ 는  $m, n, a$ 와 다음의 관계가 있다.

$$(m+a)^2 + n^2 = b^2 \quad (2)$$

圓의 中心을 通過하며 實軸에 平行한 直線과 動徑이 만드는 角을  $\theta$ 라고 하면

$$z - z_0 = be^{i\theta} \quad (3)$$

이므로

$$z = z_0 + be^{i\theta} = (b \cos \theta - m) + i(b \sin \theta + n)$$

따라서

$$\begin{aligned} x &= b \cos \theta - m \\ y &= b \sin \theta + n \end{aligned} \quad (4)$$

式 (4)를 寫像函數(1)에 代入하면

$$\zeta = x + \frac{a^2 x}{x^2 + y^2} + i \left( y - \frac{a^2 y}{x^2 + y^2} \right)$$

그러므로

$$\begin{aligned} \xi &= x + \frac{a^2 x}{x^2 + y^2} \\ \eta &= y - \frac{a^2 y}{x^2 + y^2} \end{aligned} \quad (5)$$

$\theta$ 를  $0^\circ$ 에서  $360^\circ$ 까지 變化시켜 式(4)로부터  $x, y$ 를 求하고, 이들  $x, y$ 를 式(5)에 代入하여 얻은  $\xi, \eta$ 를  $\zeta$ 平面上에 置點하면 Joukowsky의 翼型을 얻을 수 있다.

實用翼型은  $m, n$ 가  $a$ 에 比하여 작으며, <sup>10)</sup> 이런 경우에는 式(2)의 兩邊을  $a^2$ 으로 除하였을때  $m/a, n/a$ 의 二次以上の 項은 1에 比하여 작으므로 이들을 無視할 수 있다. 즉

$$\frac{b^2}{a^2} = \left(1 + \frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{a}\right)^2 \cong 1 + 2\frac{m}{a}$$

$$\frac{b}{a} \cong 1 + \frac{m}{a}$$

式(4)로부터

$$\frac{x}{a} = \cos \theta + \frac{m}{a} (\cos \theta - 1) \quad (6)$$

$$\frac{y}{a} = \sin \theta + \frac{m}{a} \sin \theta + \frac{n}{a}$$

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} \cong 1 + 2\frac{m}{a}(1 - \cos \theta) + 2\frac{n}{a} \sin \theta$$

$$\frac{a^2}{x^2 + y^2} \cong 1 - 2\frac{m}{a}(1 - \cos \theta) + 2\frac{n}{a} \sin \theta \quad (7)$$

上式 (6), (7)을 式(5)에 代入하면 다음을 얻는다.

$$\frac{\xi}{a} = 2 \left( \cos \theta - \frac{m}{a} \sin^2 \theta - \frac{n}{a} \cos \theta \sin \theta \right) \cong 2 \cos \theta \quad (8)$$

$$\frac{\eta}{a} = 2 \sin \theta \left\{ \frac{m}{a} (1 - \cos \theta) + \frac{n}{a} \sin \theta \right\} \quad (9)$$

式(8)에 依하면  $\xi = 2a \cos \theta$  이므로  $\theta = 0$  일때  $\xi = 2a$ ,  $\theta = \pi$  일때  $\xi = -2a$ 에 寫像되므로 翼弦의 길이  $l$ 은 다음과 같다.

$$l \cong 4a \quad (10)$$

또한  $\theta = \theta$ 와  $\theta = -\theta$ 에 對한  $\xi$ 의 값은 같으므로  $\eta$ 의 값은  $\zeta$ 平面에서는 同一垂直線상에 있는 點이 되며, 그 두點間의 距離는 翼型의 두께가 된다. 지금  $\theta = \theta$ ,  $\theta = -\theta$ 에 對한  $\eta$ 를  $\eta_1, \eta_2$ 라고 하면 式(9)로부터

$$\eta_1 = 2a \sin \theta \left\{ \frac{m}{a} (1 - \cos \theta) + \frac{n}{a} \sin \theta \right\} \quad (11)$$

$$\eta_2 = -2a \sin \theta \left\{ \frac{m}{a} (1 - \cos \theta) - \frac{n}{a} \sin \theta \right\}$$

따라서 翼型의 두께  $t$ 는

$$t = \eta_1 - \eta_2 = 4m \sin \theta (1 - \cos \theta) \quad (12)$$

이다. 또한

$$\frac{dt}{d\theta} = 4m \{ \cos \theta (1 - \cos \theta) + \sin^2 \theta \} = 0$$

$$2 \cos^2 \theta - \cos \theta - 1 = 0$$

을  $\theta$ 에 관하여 풀면 翼型의 가장 두꺼운 部分을 얻게 된다. 즉

單獨으로 놓인 舵의 性能에 關하여 (5)

$$\cos \theta = 1 \text{ or } -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = 0^\circ \text{ or } 120^\circ$$

$\theta = 0^\circ$ 는 最小두께의 部分이므로  $\theta = 120^\circ$ 가 最大두께의 部分이다.  $\theta = 120^\circ$ 를 式(8)과 (12)에 代入하면

$$\xi = 2a \cos 120^\circ = -a$$

$$t_{\max} = 4m \sin 120^\circ (1 - \cos 120^\circ) = 3\sqrt{3}m \quad (13)$$

즉 前進緣으로부터 翼型길이의 1/4 位置에서 最大두께가 되며, 이것은 貨物船, 旅客船에서 使用되는 普遍的인 舵의 最大두께의 位置와 거의 一致한다.<sup>2)</sup> 또한 그 두께는  $m$ 에 比例한다.

$(\eta_1 + \eta_2)/2$ 는 翼型の 中心線의 縱座標이다. 이것을  $f$ 라고 하면

$$f = 2n \sin^2 \theta \quad (14)$$

이다.

즉  $m$ 은 두께에 影響을 주며,  $n$ 은 翼型の camber 에 影響을 준다.

만약  $z$ 平面에 있어서 円의 中心  $z_0$ 를 原點이 아닌 實軸上에 잡으면, 式(1)에 依한 Joukowski의 變換은  $n=0$ 이므로 中心線에 關하여 對稱인 翼型으로  $\xi$ 平面에 寫像된다.

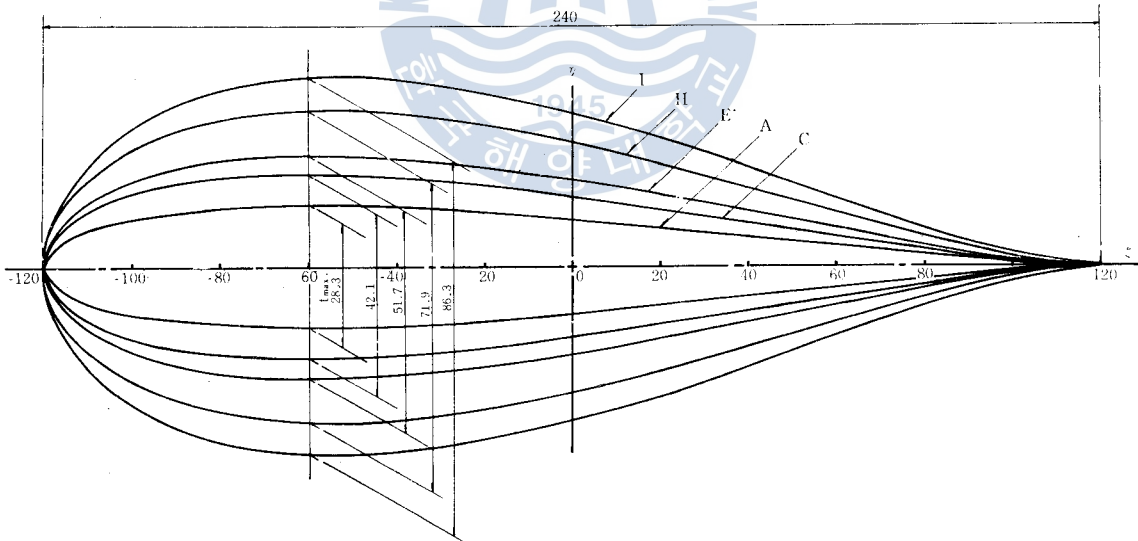


그림 2 Joukowski 翼型

그림 2는 翼弦길이가 一定하며, 最大두께의 位置가 前進緣으로부터 翼弦길이의 1/4 되는 곳에 있는 中心線에 關하여 對稱인 Joukowski의 翼型을 上記한 方法으로 最大두께만 變化시켜 作圖한 것이며, 表 1은 이들 翼型の 各要目を 表示한다.



이다. 여기에서  $\rho$  는 流體의 密度,  $c$  는 物體周邊의 任意的 閉曲線,  $R$  은  $[\ ]$  部의 實數部를 나타낸다.

式 (1)로 變換되는 複素 potential 式(15)의 合力과 合力의 moment 의 結果式은 다음과 같다. <sup>11)</sup>

$$P_x - iP_y = i\rho\Gamma U c^{-\alpha} \quad (18)$$

$$M_o = -2\pi\rho U^2 a^2 \sin(2\alpha) \quad (19)$$

따라서 合力  $P$  는 다음과 같다.

$$P = \rho\Gamma U \quad (20)$$

이것은 Kutta-Joukowski 의 定理이다.

그러나 實際流體의 경우에는 流體의 粘性作用으로 摩擦力, 剝離力 등이 舵面에 接線方向으로 發生作用한다. 따라서 實際流體에서는 舵의 中心線에 거의 垂直이 되는 合力  $P$  가 壓力中心을 통해서 그림 3 에 表示한 것과 같이 作用한다. 迎角  $\alpha$  가 작고 接線力  $T$  를 無視할 수 있다면, 舵에 作用하는 合力  $P$  는 近似的으로 垂直力  $N$  과 같다.

또한 Joukowsky 의 假說을 利用해서 循環  $\Gamma$  를 求할 수 있다. 翼型의 隨伴線  $2a$  에 있어서의 速度  $V$  는,  $\zeta=2a$  는  $z=a$  에 對應하므로

$$V = \left| \frac{dw}{d\zeta} \right|_{\zeta=2a} = \left| \frac{dw}{d\zeta} \right|_{z=a} = \left| \frac{dw}{dz} \frac{dz}{d\zeta} \right|_{z=a} = \left| \frac{dw}{dz} \right|_{z=a} \left| \frac{dz}{d\zeta} \right|_{z=a} \quad (21)$$

그런데 式(1)에 依하면

$$\left| \frac{d\zeta}{dz} \right|_{z=a} = \left| \left( 1 - \frac{a^2}{z^2} \right) \right|_{z=a} = 0$$

이 되며,  $\left| \frac{dz}{d\zeta} \right|_{z=a} = \infty$  가 되므로 式(21)에 있어서 左邊이 有限值가 되려면

$$\left| \frac{dw}{dz} \right|_{z=a} = 0 \quad (22)$$

이 되어야 한다. 式(15)로부터

$$\frac{dw}{dz} = U \left\{ \frac{1}{e^{i\alpha}} - \frac{b^2 e^{i\alpha}}{(z-z_o)^2} \right\} - \frac{\Gamma}{2\pi i} \frac{1}{(z-z_o)}$$

上式에 式(3)을 代入하면 다음을 얻는다.

$$\frac{dw}{dz} = \frac{U}{e^{i\theta}} \left\{ -2i \sin(\alpha - \theta) \right\} - \frac{\Gamma}{2\pi i} \frac{1}{be^{i\theta}} \quad (23)$$

中心線에 關하여 對稱인 翼型에서는  $z=a$  일때  $\theta=0$  이므로 上式을 式(22)에 代入해서 循環  $\Gamma$  를 얻을 수 있다.

$$\left| \frac{U}{e^{i\theta}} \left\{ -2i \sin(\alpha - \theta) \right\} - \frac{\Gamma}{2\pi i} \frac{1}{be^{i\theta}} \right|_{\theta=0} = 0$$

$$\Gamma = (4\pi b) U \sin \alpha \quad (24)$$

따라서 Joukowsky 의 定理에 依하여

$$N \cong P = (4\pi b)\rho U^2 \sin \alpha \quad (35)$$

이것을 無次元인 垂直力係數로 表示하면 다음과 같다.

$$C_N = \frac{(4\pi b)\rho U^2 \sin \alpha}{\frac{1}{2}\rho AU^2} = 2\pi \frac{4b}{l} \sin \alpha = 2\pi \frac{b}{a} \sin \alpha = 2\pi \left(1 + 12\sqrt{3} \frac{t}{l}\right) \sin \alpha \quad (26)$$

여기에서  $A$ 는 翼의 中心線面積을 表示하며, 單位길이 當의 面積은  $l$ 과 같다.

翼의 幅이 有限인 경우에는 翼의 兩端에서 自由渦(free vortex)가 發生하며, 循環流와 揚力에 큰 影響을 준다. 또한 自由渦의 形成으로 翼의 後方에서는 翼面에 垂直하게 誘導速度가 發生한다. 만약 形狀比가  $\lambda$ 인 어떤 翼型의 揚力係數  $C_L$ 을 形狀比가  $\lambda'$ 로 變換 翼型에 使用하려면 迎角에 對한 修正이 다음과 같이 加해 져야한다. <sup>1)2)</sup>

$$\alpha' = \alpha + 57.3 \frac{C_L}{\pi} \left( \frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (27)$$

(2) 壓力中心 原點으로부터 壓力中心까지의 距離  $l_c$ 는 式(19)와 (20)으로부터 얻을 수 있다.

$$\frac{l_c}{l} = 0.5 - \frac{a^2}{bl} \cos \alpha \quad (28)$$

上式에 式(10), (13)等을 代入하여 整理하면 다음의 式을 얻는다.

$$\frac{l_c}{l} \cong 0.5 - \frac{\cos \alpha}{4 + 3.08(t/l)} \quad (29)$$

## IV. 在來의 實驗式

(1) 垂直力 그림 3에 表示된 舵에 作用하는 垂直力  $N$ 은 一般的으로 다음과 같은 式으로 表示될 수 있다.

$$N = \frac{1}{2}\rho AU^2 C_N$$

여기에서  $N$ =舵角  $\alpha$ 에 있어서의 垂直力

$\rho$ =流體의 密度

$A$ =舵의 中心線面積

$U$ =流速

$C_N$ =垂直力係數, 舵角  $\alpha$ 의 函數

表 2는 지금까지 提案되어 온 여러 實驗式들을 上式의 形式으로 變形하여 얻은 垂直力係數  $C_N$ 을 表示한다.

(2) 壓力中心 舵力과 달라 壓力中心은 船舶의 旋回性能에 直接的인 影響은 없으나 舵頭材에 作用하는 torque에 影響을 준다. 實驗結果에 依하면 壓力中心의 位置는 舵의 形狀比, 形狀,



表 2 各種 實驗式의 垂直力係數

	$C_N$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
Joessel	$\frac{0.811 \sin \alpha}{0.195 + 0.305 \sin \alpha}$	0.319	0.568	0.766	0.927	1.058	1.167	1.257
Rayleigh	$\frac{2\pi \sin \alpha}{4 + \pi \sin \alpha}$	0.128	0.240	0.388	0.423	0.498	0.564	0.621
Beaufoy	$1.127 \times \sin \alpha$	0.100	0.200	0.292	0.385	0.476	0.564	0.646
Froude	$1.71 \times \sin \alpha$	0.152	0.304	0.443	0.584	0.722	0.855	0.981
Baker & Bottomley	$0.0352 \alpha^\circ \ (\alpha^\circ < 35^\circ)$	0.176	0.352	0.528	0.704	0.880	1.056	1.232
Renard	$4 \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha$	0.348	0.684	1.000	1.288	1.540	1.750	1.917
Duchemin	$\frac{4 \sin \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$	0.346	0.674	0.970	1.225	1.434	1.600	1.726
Weisbach	$2.5(1 - \cos \alpha) \sin \alpha$	0.001	0.007	0.022	0.052	0.099	0.167	0.259
M. de Louvriè	$\frac{4(1 + \cos \alpha) \sin \alpha}{1 + \cos \alpha + \sin \alpha}$	0.334	0.639	0.914	1.164	1.394	1.578	1.744
M. Goupil	$2(2 \sin \alpha - \sin^3 \alpha)$	0.334	0.634	0.902	1.134	1.334	1.500	1.636
Dorhandt	$\frac{4 \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} \left(1 - \frac{0.62 \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}\right)$	0.304	0.588	0.718	0.858	0.970	1.058	1.129
Legrand	$\frac{\alpha^\circ}{15} \ (\alpha^\circ < 30^\circ)$	0.334	0.667	1.000	1.333	1.667	2.000	
Keck	$\frac{4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$	0.030	0.118	0.252	0.418	0.606	0.800	0.990
岡 田	$2.41 \left(1.3 - \frac{1}{2\lambda}\right) \sin \alpha$	0.221	0.439	0.655	0.865	1.069	1.265	1.451
藤 井	$\left(\frac{6.13}{\lambda + 2.25}\right) \sin \alpha$	0.126	0.250	0.373	0.493	0.609	0.721	0.827

速度的 變化等에 따라 크게 變化하지 않는다. <sup>3) 7) 8)</sup> 壓力中心에 關해서는 Joessel의 實驗式이 有名하다.

$$\text{Joessel : } \frac{l_c}{l} = 0.195 + 0.305 \sin \alpha$$

$$\text{Akazaki : } \frac{l_c}{l} = \sqrt{\frac{\alpha}{90}} / \left(1.2 + \sqrt{\frac{\alpha}{90}}\right) \ (\alpha \leq 45^\circ)$$

### V. 數值計算

그림 4~12는 失速(burbling)이 일어 날때 까지의 各迎角에 對한 垂直力係數를 形狀比  $\lambda=1, 2, 5$ 에 對하여, 壓力中心의 位置는 形狀比  $\lambda=2$ 에 對하여 表示한 것이다. 本圖에서는 實驗에 依하여 이미 性能이 알려진 Göttingen의 Joukowski 翼型(그림 4, 8, 11, 12)과 Flügel의 Joukowski

(10)

1976年 4月 韓國海洋大學 論文集 第11輯

翼型(그림 5, 7, 10)<sup>2)</sup>, 그리고 N. A. C. A. 의 翼型 0018<sup>1)</sup>(그림 6)의 實驗値를 利用하였다. 또한 그림 9에서는 既存舵와 같은 斷面의 實驗値를 利用하였다. Göttingen 翼型은 形狀比  $\lambda=5.0$ , Flügel 翼型과 그림 9는  $\lambda=2.5$ , N. A. C. A. 翼型은  $\lambda=1.67$  이었으며, 이들을 式(28)을 利用하여 各各 該當 形狀比로 修正하였다. 그림 13은 船舶의 舵에 가장 가까운 形狀比  $\lambda=2$ , 翼形比  $l/t=5.7$ 의 翼型 C를 垂直力係數단을 表 2에 있는 實驗式들의 값과 比較를 爲해 置點해 보았다.

## VI. 結 論

非粘性流體의 非回轉運動을 假定하고 Joukowski 翼型の 隨伴緣에서 smooth한 合流가 일어나도록 循環이 생기는 것으로 計算된 垂直力의 理論値는 形狀比에 關係서 修正하였을 때 迎角이 작을 경우에는 實驗値와 近似하다. 그러나 迎角의 增加와 더불어 實驗値와의 差는 顯著해진다. 이것은 計算에서 省略된 粘性作用의 影響이므로 當然하다.

在來에 使用되던 實驗式中에서는 Joessel, Dorhandt의 式과 Baker & Bottomley의 式이 近似하나 이들 式보다는 岡田의 式이 實驗値에 가까우며, 이 式은 舵의 形狀比가 考慮되어 있어 더욱 合理的이다.

理論적으로 計算한 前進緣으로부터 壓力中心까지의 距離는 一般적으로 實驗値보다는 크게 나타나 大略 近似함을 알 수 있다. 實驗式으로는 Joessel, Akazaki의 式도 比較的 正確함을 알 수 있다.

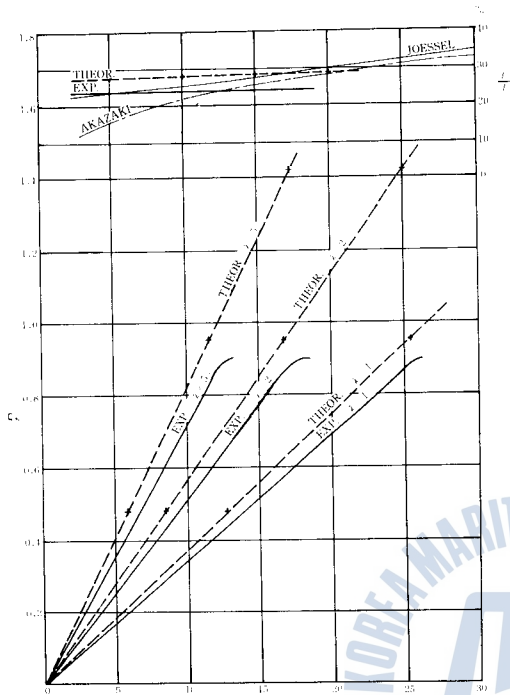


그림 4 Joukowski 翼型 A

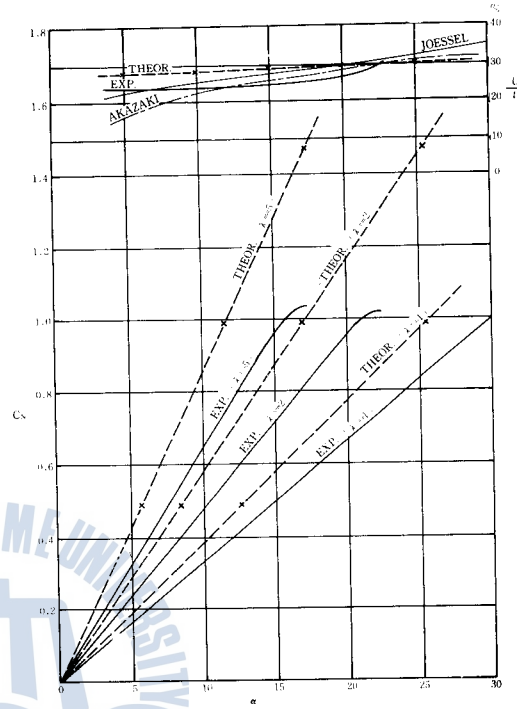


그림 5 Joukowski 翼型 B

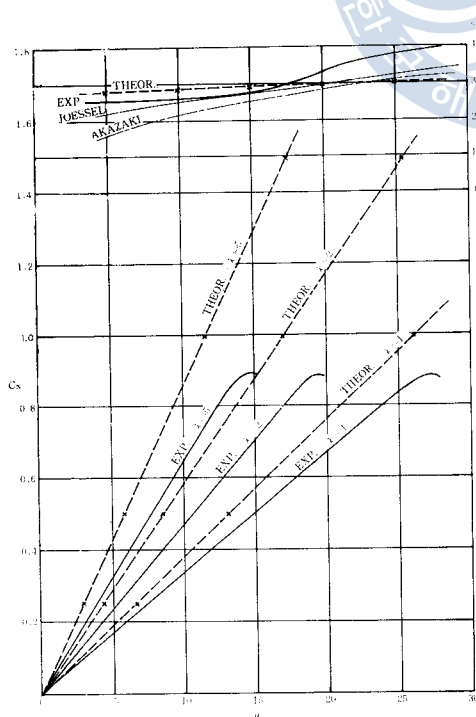


그림 6 Joukowski 翼型 C

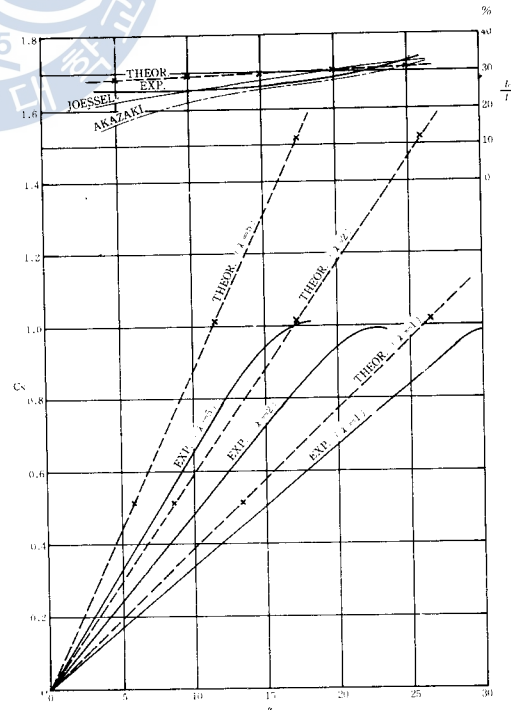


그림 7 Joukowski 翼型 D

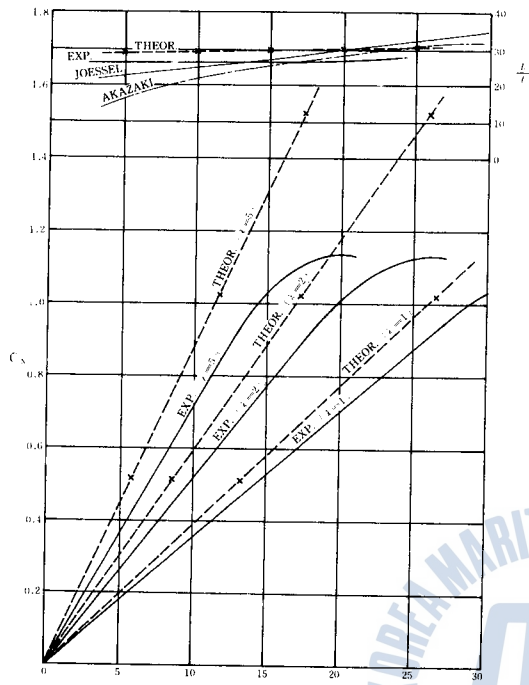


그림 8 Joukowski 翼型 E

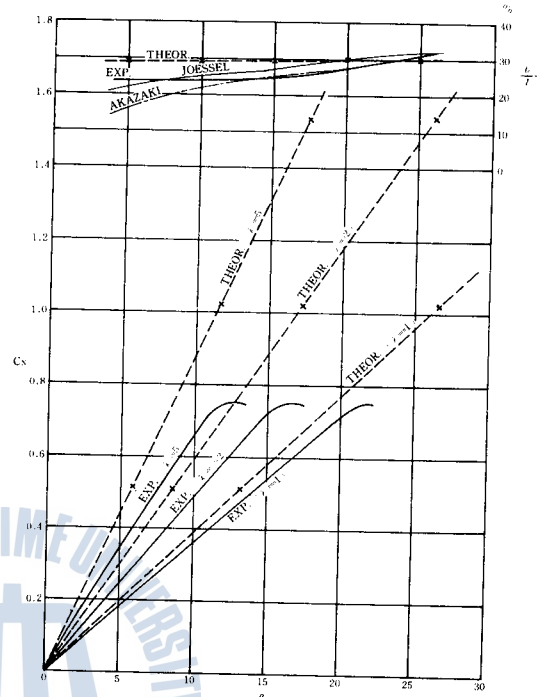


그림 9 Joukowski 翼型 F

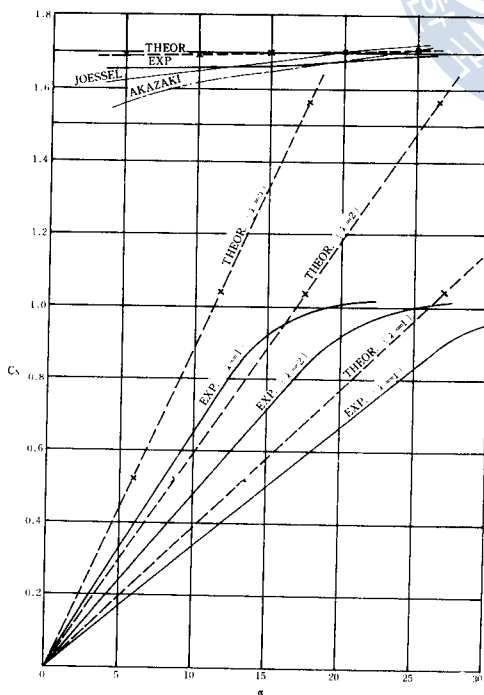


그림 10 Joukowski 翼型 G

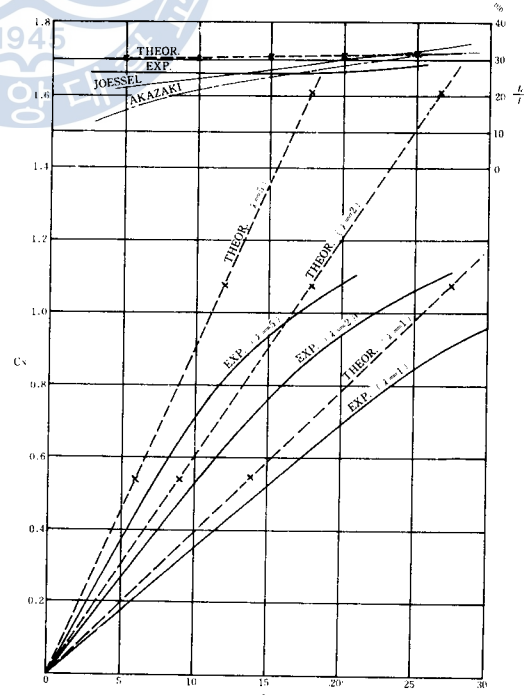


그림 11 Joukowski 翼型 H

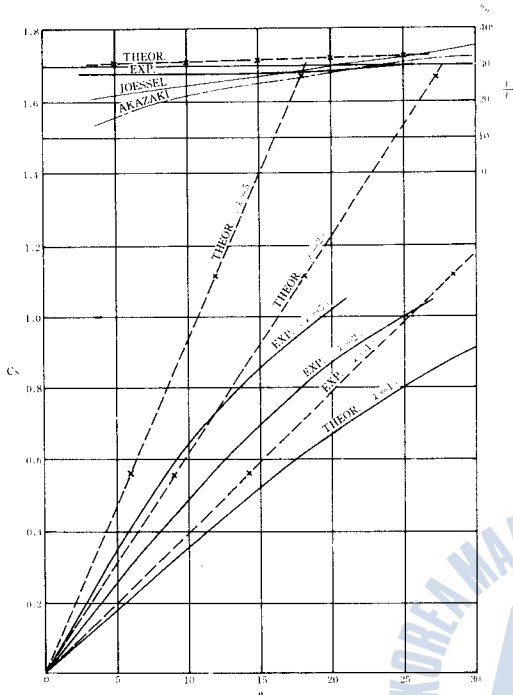


그림 12 Joukowski 翼型 I

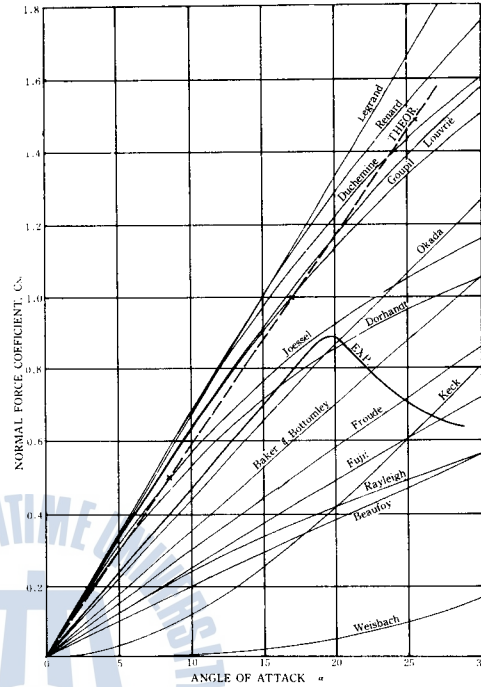


그림 13

參 考 文 獻

- (1) J. P. Comstock "Principles of Naval Architecture", S. N. A. M. E. , Chap. 8, 1967
- (2) Van Lammeren "Resistance, Propulsion and Steering of Ships" Chap. III, 1948
- (3) R. W. L. Gawn "Steering Experiments" T. I. N. A. , 1943
- (4) 岡田正次郎 "船の背後に置かれた舵の性能に關する實驗結果について" 日本造船學會論文集, Vol. 105, 1959
- (5) 志波久光 "模型試驗による舵の研究" 日本造船學會論文集, Vol. 106, 1959
- (6) 藤井, 津田 "自航模型船による舵特性の研究(Ⅰ), (Ⅱ)" 日本造船學會論文集, Vol. 107, 110, 1960, 1961
- (7) 赤崎繁 "舵の直壓力と其の壓力中心に就て" 第1報~第4報 日本造船協會會報, 第 63, 67, 68, 69 號, 1938~1941
- (8) 岡田方行 "舵板の單獨實驗" 日本造船協會會報, 第 49 號, 1932
- (9) 岡田正次郎 "單獨に置かれた舵の性能に關する實驗結果について" 日本造船學會論文集, Vol. 103, 1958
- (10) H. Rouse "Advanced Mechanics of Fluids" John Willey & Sons, 1959
- (11) 藤本武助 "流體力學" 養賢堂, 1968
- (12) 谷一郎 "流れ學" 岩波全書, 1973

