

內燃機關의 振動解析과 騒音防止에 關한 研究

＝第一報 內燃機關의 振動解析＝

洪 永 杓 全 孝 重 河 注 植

A Study on Vibration Analysis and Noise Control of Internal Combustion Engines

Part I Vibration Analysis of Internal Combustion Engines

Hong Yeongpyo Jeon Hiojung Ha Jooshik

目 次	
I. 序 論	VI. 電算프로그램의 入力資料 및 出力形式
II. 內燃機關의 새로운 等價軸系	VII. 計算例
III. 內燃機關軸系에 作用하는 起振力	VIII. 結 論
IV. 內燃機關軸系에 作用하는 減衰力	參 考 文 獻
V. 內燃機關軸系聯成振動的 解法	附 錄

Abstract

In this paper some calculating methods of natural and forced vibration of internal combustion engine shaftings are investigated and some useful analyzing methods are proposed. The important items are summerized as follows:

- (1) A new equivalent system of crankshaft is introduced so as to tolerate 4 degrees of freedom: axial, torsional and two kinds of lateral motion.
- (2) Equations of motion are written in matrices, transformed into eigen value problems and solved with the Jacobi-rotation method.
- (3) Two direct calculating methods of forced vibration with damping are proposed, which

provide not only amplitudes for any point of vibrating system or frequencies but also their phase angles.

One of them is to solve a group of independant uncoupled equations, which are derived by transforming the physical co-ordinates into normal one with modal matrix. The modal matrix is given by solving the undamped free vibrating equation.

Another one is to calculate steady-state amplitudes and phases, by applying the mechanical impedance method to the multi-degree freedom equation.

The coupled forced vibrating equation that contains two kinds of lateral motions, is so complex for numerical analysis that another simplified equation, which excludes these elements, is introduced.

(4) Some computer programs are developed for calculation of the natural and forced vibrations of internal combustion engine shaftings according to (2) and (3).

(5) To check the developed computer programs, 3 kinds of marine internal combustion engine shaftings are analyzed numerically and the results are compared with measured ones.

I. 序 論

內燃機關은 運轉中 다음에 列擧하는 原因 때문에 振動을 發生한다. 즉,

- ① 回轉部分의 不平衡遠心力
- ② 往復部分의 不平衡慣性力
- ③ 피스톤側壓
- ④ 機關베드와 基礎의 變型
- ⑤ 크랭크軸의 振動

여기서 ①과 ②는 平衡鍾나 크랭크配置등에 의하여 抑制하든지 또는 되도록 작은 값이 되도록 對處하고 있다.

크랭크軸 回轉部分의 遠心力은 等間隔크랭크配置의 경우에는 遠心力 그 自身만으로써 平衡狀態가 되고 또한 그의 不平衡偶力도 平衡鍾에 의하여 完全히 平衡狀態로 된다. 따라서 往復運動部分의 慣性力이 問題로 되는데 이것은 1次, 2次, 4次, 6次, ……의 調和成分으로 構成되며 1次以外的 奇數項은 없다.

機關의 完全한 平衡이란 運動部分의 合成慣性力과 合成慣性偶力이 零으로 되는 경우인데 實用上으로는 1次와 2次的 合成慣性力과 偶力이 零이면 平衡은 完全하다고 볼 수 있다. 왜냐면 2次的 調和成分係數는 1次的 24%정도인데 比하여 4次는 1次的 0.4%에 지나지않고 實際로 機關을 製作할 때는 各 시린더의 피스톤등 重量의 誤差가 0.4%以下로 되도록 갖추는 것은 매우 困

難하며 4次以上の 慣性力을 平衡시키기 위하여 努力을 하더라도 無意味하기 때문이다. 여하간 이들의 값은 設計段階에서 相當히 正確하게 算定할 수 있으므로 事前에 檢討가 可能하다.

③과 ④에 대하여서는 從來 시린더, 프레임, 베드等を 剛體로 보고 別로 考慮되지 않았으나 事實은 이들도 어느 程度 變形을 하는 彈性體이기 때문에 振動을 하며 設計構造面에서 解決할 事項이다.

實際에 있어 ①, ② 및 ③에 의하여 發生하는 振動中에서 問題로 되는 것은 機關프레임의 振動이다. 이들 振動은 過給機, 其他의 機關附屬品에 惡影響을 미치고 船用機關의 경우에는 船體各部의 局部振動의 原因으로, 나아가서는 機關베드底部며 쇼오크라이너의 摩耗, 사이드스토퍼의 균열등의 原因이 되기도 한다.

이러한 種類의 振動防止策으로서 從來, 機關프레임 上部와 船體와의 사이에 適當數의 스테이 가 設置되었으나 最近 機關의 大形化와 船體가 變形하기 쉬운 點등을 고려하여 油댐퍼붙이 스테이, 摩擦커프링붙이 스테이등 有效한 스테이의 採用이 많아지고 있다.

④에 의한 振動은 周波數가 높기 때문에 機關騒音의 原因을 이룬다. 船用內燃機關의 경우에는 베드自體의 剛性을 크게하거나 二重底板을 頑強하게하는 등의 對策을 세우고 있다.

⑤에 대하여서는 이것을 다시 비틀림振動, 縱振動, 橫振動 및 이들의 聯成振動으로 나눌 수 있으며 이 중 비틀림振動에 관하여서는 半世紀 以上에 걸치는 오랜 研究結果 理論解析이 거의 完成되어 이로 인한 事故도 終息되었다.

크랭크軸의 縱振動은 近來에 問題化된 것으로서 筆者中の 한사람은 이것의 解決을 위하여 相當한 寄與를 한바 있다.¹⁾²⁾

크랭크軸橫振動에 관하여서는 아직껏 問題로 된 일은 없으나 振動周波數가 높기 때문에 機關 騒音의 原因이 되며 縱·비틀림聯成振動을 解析할 경우에는 橫振動이 聯成效果를 誘起하므로 함께 다룰 必要가 있다.

本論文에서는 上記 4가지 크랭크軸振動을 同時에 解析할 수 있는 理論式을 導入한 다음 이것의 數値解析을 可能하게하는 電算프로그램을 開發 提示한다. 또한 이 프로그램을 利用하여 實船에 搭載되어 있는 內燃機關軸系의 振動을 解析하고 計算値와 實測値를 比較하여 設計段階에서 利用할 수 있는 振動防止對策을 提示한다.

Ⅰ. 內燃機關의 새로운 等價軸系

內燃機關크랭크軸의 縱·비틀림聯成振動을 理論적으로 解明하고 實用的 解法을 開發하기 위하여 비틀림과 縱振動 및 2種의 橫振動을 包含하는 4種類의 振動을 同時에 解析하는 것이 可能한 새로운 等價軸系를 導入한다.

다음의 그림2·1은 單一크랭크드로우의 새로운 等價系를 보이고 있다. 이 等價系는 各 크랭크

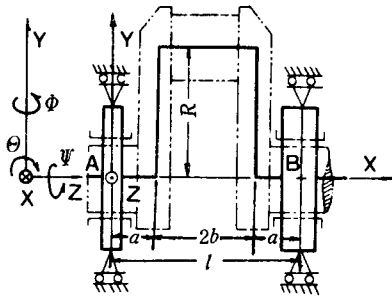


그림 2·1 單一크랭크트로우의 等價系
(Fig 2·1 Equivalent system of the single crank throw)

자아널에 대하여 4自由도를 갖는 하나의 等價慣性物體를 設定한다.

等價慣性物體는 各 메인베어링에 位置하는 얇은 円板으로서 그의 慣性모우먼트는 자아널兩側의 慣性모우먼트를 切半씩 合算한 것이며 連接棒과 피스톤등의 往復質量의 慣性모우먼트를 包含한다.³⁾ 그러나 等價慣性物體의 質量에는 上記 往復質量을 包含하고 있지않다.

다음에 垂直 및 水平軸둘레의 慣性모우먼트는 相當慣性物體가 얇은 円板이므로 크랭크軸中心둘레 慣性모우먼트의 切半이 된다.

慣性物體의 聯成剛性은 다음과 같이 計算한다.

먼저 單位力, 또는 單位모우먼트에 의한 單一크랭크트로우의 彈性變形을 計算하면 影響係數가 얻어진다.

(1)~(11)式은 이와같이하여 구한 結果이며 여기서 f_{ij} 는 i 方向의 힘 또는 모우먼트에 의한 j 方向의 直線 또는 角變位이다. 이와같은 計算은 Castigliano의 定理¹⁾를 利用하는 것이 便利하다.

또한 Maxwell-Betti의 相反定理²⁾에 의하여 $f_{ij} = f_{ji}$ 가 成立한다.

$$f_{xx} = \frac{1}{EJ^2} \left[\left(\frac{\alpha^2 a^3}{3} \right) + 2b \{ (lR)^2 - l^2 R \alpha + \frac{1}{3} \alpha^2 (3a^2 + 6ab + 4b^2) + \frac{\alpha^2 a}{3} \{ l^2 + l(a+2b) + (a+2b)^2 \} \right] + \frac{R}{EJz^2} \left[\frac{2}{3} l^2 R^2 - l^2 R \alpha + \alpha^2 \{ a^2 + (l-a)^2 \} \right] \quad (1)$$

$$f_{\theta\theta} = \frac{2}{GJ_r} \left\{ a + \frac{b}{l} (l - \beta R)^2 \right\} + \frac{\beta^2 l}{3EJ} + \frac{2R}{EJxl^2} (l^2 - l\beta R + \frac{1}{3} \beta^2 R^2) + \frac{\beta^2 R}{GJrl^2} \{ a^2 + (a-l)^2 \} \quad (2)$$

$$f_{\phi\phi} = \frac{l}{3EJ} \{ 1 + \gamma(\gamma-1) \} + \frac{2bR^2(1+\gamma)^2}{GJpl^2} + \frac{R}{GJyl^2} \{ \{ l - (1+\gamma)a \}^2 + \{ l\gamma - (1+\gamma)a \}^2 \} + \frac{2R^3(1+\gamma)^2}{3EJxl^2} \quad (3)$$

$$f_{\psi\psi} = \frac{\beta l(1-2\gamma)}{6EJ} + \frac{2bR(1+\gamma)(l-\beta R)}{GJpl^2} + \frac{R\beta}{GJrl^2} \{ a \{ l - (1+\gamma)a \} + (a-l) \{ l\gamma - (1+\gamma)a \} \} + \frac{R^2(\gamma+1)(3l-2\beta R)}{EJxl^2} \quad (4)$$

$$f_{\nu\nu} = \frac{l}{EJ} \left\{ \frac{1}{3} (\rho+1)^2 - \rho \right\} + \frac{R}{EJzl^2} \{ \{ l - (\rho+1)a \}^2 + \{ l\rho - (\rho+1)a \}^2 \} \quad (5)$$

$$f_{x\psi} = \frac{\alpha a}{EJl^2} \left[\frac{1+\rho}{3} \{a^2 + l^2 + l(a+2b) + (a+2b)^2\} - l^2 \right] \\ + \frac{2b}{EJl^2} [l^2 R - l(a+b) \{ (1+\rho)R + \alpha \} + \frac{\alpha(1+\rho)}{3} \{ (a+2b)^2 \\ + a(a+2b) + a^2 \}] + \frac{R}{EJzl^2} \left[\{ l - a(1+\rho) \} \left(\frac{IR}{2} - \alpha a \right) \right. \\ \left. + \{ l\rho - a(\rho+1) \} \left\{ \alpha(l-a) - \frac{IR}{2} \right\} \right] \quad (6)$$

$$f_{\theta x} = f_{\psi x} = f_{\psi \theta} = f_{\psi \psi} = 0 \quad (7)$$

$$\alpha = \frac{\frac{R}{2} \left(\frac{2b}{J} + \frac{R}{J_z} \right)}{\frac{l}{3J} + \frac{R\{a^2 + (l-a)^2\}}{l^2 J_z}} \quad (8)$$

$$\beta = \frac{\frac{2Rb}{lGJ_P} + \frac{R^2}{lEJ_x}}{\frac{l}{3EJ} + \frac{2bR^2}{l^2 GJ_P} + \frac{R\{a^2 + (l-a)^2\}}{l^2 GJ_Y} + \frac{2R^3}{3l^2 EJ_x}} \quad (9)$$

$$\gamma = \frac{\frac{l}{6EJ} - \frac{2Ra(a-l)}{GJ_Y l^2} - \frac{2R^3}{3EJ_x l^2} - \frac{2bR^2}{GJ_P l^2}}{\frac{l}{3EJ} + \frac{2bR^2}{GJ_P l^2} + \frac{R\{a^2 + (l-a)^2\}}{l^2 GJ_Y} + \frac{2R^3}{3l^2 EJ_x}} \quad (10)$$

$$\rho = \frac{\frac{l}{6J} - \frac{2Ra(a-l)}{J_z l^2}}{\frac{l}{3J} + \frac{R\{a^2 + (l-a)^2\}}{J_z l^2}} \quad (11)$$

단,

a, b, l, R : 그림 2·1을 參照할 것.

J : 차아널(또는 핀)의 斷面 2次모우먼트

J_P : 차아널 (또는 핀)의 極斷面 2次모우먼트

J_x, J_y, J_z : 크랭크암의 X, Y, Z 軸둘레의 斷面 2次모우먼트

$\alpha, \beta, \gamma, \rho$: 固定端B(그림 2·1 參照)에 있어서의 Y, Z 軸둘레의 不靜定反모우먼트

E, G : 縱 및 橫彈性係數

다음에 이들을 매트릭스形式으로 整理한다. 이 매트릭스의 逆매트릭스는 剛性매트릭스이며 그의 各要素는 單一크랭크드로우의 스프링定數이다.

通常 各 크랭크드로우는 同一平面에 配置되는 것이 아니며 任意角으로 다음 드로우에 接續된다. 따라서 어떤 크랭크드로우의 剛性은 基準크랭크드로우 (보통 第1番크랭크드로우)에 대한 位相角에 따라서 計算하여야 한다.

船用機關의 경우 機關全體에 대한 綜合剛性매트릭스는 中間軸, 推力軸, 프로펠러軸 및 모든

單一크랭크드로우의 매트릭스를 合成하여 구한다.

끝으로 推力軸受의 剛性を 알 必要가 있다. 有限要素法에 의한 理論的 計算法을 생각할 수 있으나 機關프레임, 또는 船體와의 結合狀態가 非線型的이기 때문에 아직 信賴할 수 있는 結果를 얻지 못하고 있다. 따라서 機關室의 床板上에 分離하여 設置되어 있는 경우에는 油壓작기등으로 直接 測定하고 機關本體에 直接 設置되어 있는 경우에는 工場試運轉베드에서의 試運轉時에 크랭크軸의 縱振動을 實測하여 逆算한다.

Ⅲ. 內燃機關軸系에 作用하는 起振力

크랭크핀에 作用하는 힘은 等價慣性物體에 直接作用하는 것으로 假定하고 그의 크기는 機關의 半徑力, 또는 接線力의 하아모닉스에 의하여 計算한다.

미틀립振動의 起振力하아모닉스는 지금까지 Lewis⁶⁾의 것이 가장 一般적으로 利用되어 왔는데 이것은 最高壓力 55kg/cm² 정도의 것까지는 比較的 잘 맞는다. 最近의 內燃機關은 高過給으로 말미암아 最高壓力이 100kg/cm²을 넘는 것도 있는데 이러한 경우에는 Lewis의 表를 쓸 수 없다. 各 內燃機關製作會社에서는 獨自의인 하아모닉스表를 갖고 있으므로 이것을 利用하면 된다.

本 論文에서는 最近에 入手한 4行程사이클 高過給디젤機關의 하아모닉스係數를 利用하였다.⁷⁾ 縱振動起振力에는 가스의 壓力과 프로펠러推力變動을 생각할 수 있다. 縱振動의 起振力을 計算하는 데는 半徑方向가스힘의 相當推力을 導入하여야 한다.

다음에 보이는 (12), (13)式은 半徑力의 相當力計算式이다.

$$f_{XR} = \frac{1}{EJ} \left\{ \frac{\alpha\alpha'l}{3} - \frac{\alpha l^3}{16} + \frac{bR(l-b)}{2} - bR\alpha' \right\} + \frac{R}{4EJz^2} [a(l-2\alpha')(IR-2aa) + \{2\alpha'(l-a) - la\} \{2\alpha(l-a) - IR\}] \quad (12)$$

$$\alpha' = \frac{\frac{l^2}{16J} + \frac{Ra}{2Jz}}{\frac{l}{3J} + \frac{R\{a^2 + (l-a)^2\}}{l^2Jz}} \quad (13)$$

단, f_{XR} 는 半徑力에 대한 軸方向의 影響係數이며 또한 α' 는 固定端B에 있어서의 Z軸둘레의 不靜定反모우먼트이다. 各 記號는 앞節의 그림 2·1과 (1)~(11)式을 參照바란다.

上記式에 의하여 半徑力 P_R 의 相當推力 T_e 는 $T_e = P_R(f_{XR}/f_{XX})$ 로서 구하여진다. P_R 의 計算에 必要한 半徑力하아모닉스는 現在까지 發表된 것은 많지 않으며 이 論文의 數值解析에 利用한 것은 大型2行程사이클機關에서 實測한 것이다.⁸⁾

프로펠러의 起振力은 그의 推力變動에 의하는 것이나 이것은 프로펠러와 船尾, 또는 船尾附近의 渦流와의 干涉에 의하여 發生한다. 프로펠러가 偶數날개를 갖는 경우에는 프로펠러의 推力變動이 크기 때문에 그의 影響을 無視할 수 없다.

表 3·1 프로펠러 推力變動率

(Table 3·1 Percentage of the propeller thrust variation to mean thrust)

Nos. of propeller blade	Order	Thrust variation (%)	Order	Thrust variation (%)	Order	Thrust variation (%)
4	4	13.0~9.0	8	4.0~2.0	12	1.5~0.5
5	5	3.5~2.5	10	3.0~2.0	15	0.8~0.2
6	6	9.0~5.0	12	3.0~2.0	18	1.5~0.5

表 3·1은 本 論文에서 數值解析을 위하여 利用한 推力變動率의 概算基準으로서 J. D. Van Manen¹¹⁾ 및 B. Bergtsson¹²⁾ 등의 實測結果를 整理한 것이다.

한편, 프로펠러 推力에 대하여서는 크랭크軸 起振力과의 매칭(matching)問題가 있다. 兩者의 起振力의 크기가 같고 位相이 正反對이면 兩側의 힘을 相殺하는 것이 可能하다.¹¹⁾ 그러나 이와 같은 경우는 매우 드물고 또한 位相은 同一船舶이라도 그때의 條件에 따라 變化하기 때문에 그 成果는 別로 期待할 수 없다. 다만 最惡의 狀態에 對備하여 中間軸커프링의 보울트孔을 交換可能하게 하는 것이 바람직하다.

Ⅳ. 內燃機關軸系에 作用하는 減衰力

內燃機關軸系의 減衰力은 3部分, 즉 베어링減衰, 프로펠러減衰, 軸內部減衰로 나누어서 생각할 수 있다. 베어링減衰와 프로펠러減衰는 等價慣性物體에 直接 作用한다고 보고 軸內部減衰는 隣接等價慣性物體間에서 作用한다고 본다.

비틀림振動의 베어링減衰(機關減衰라 하기도 한다)의 減衰係數比로서 여러가지 값이 주어지고 있으나 本 論文에서는 平均值로서 0.0125¹²⁾를 취하였으며 비틀림振動의 軸內部減衰(히스테레시스減衰라고도 한다)는 그의 消散에너지가 軸應力의 供給에 比例하는 것으로 보고 다음과 같이 計算한다.¹³⁾

$$D_t = 0.711 \times 10^{-8} \times \sigma_t^2 \quad (\text{kg} \cdot \text{cm} / \text{cm}^2) \quad (14)$$

단, D_t 는 應力振幅 $\sigma_t(\text{kg}/\text{cm}^2)$ 의 1사이클마다 軸의 單位體積이 消散하는 減衰에너지이다. 비틀림振動의 프로펠러減衰는 그의 減衰係數를 프로펠러의 瞬間速度에 대한 토크變動率로서 表示하면

$$C_{pt} = \frac{dT}{d\omega} \quad (15)$$

단, C_{pt} : 프로펠러의 비틀림減衰係數

T : 프로펠러의 토크(kg. cm)

ω : 프로펠러의 角速度(rad/s)

그러나 위에서 주어지는 $dT/d\omega$ 는 프로펠러가 振動하고 있는 때의 減衰係數와는 別個의 것이다. 즉, 배의 前進速度는 프로펠러의 回轉數와 더불어 달라지는데 急激한 비틀림 振動의 ω 가 변하는 동안 배의 速度는 一定하다고 생각해야 할 것이다. 이와같이 速力이 一定한 狀態에서 슬립이 變化하는 경우의 $C_{pt} = \frac{dT}{d\omega}$ 의 값은 슬립이 一定하고 速力이 變化하는 定常狀態에 비하여 상당히 크게 된다. 지금 Z 로 이 값을 表示하면

$$C_{pt} = Z \frac{dT}{d\omega} = \alpha \frac{T}{N} \quad (16)$$

단, N 는 프로펠러의 每分回轉數이며 α 에 대하여서는 여러가지 값이 주어지고 있는데 여기서는 $\alpha = 33.5^{14)}$ 를 취하기로 한다.

다음에 縱振動의 베어링 減衰係數比는 大體로 0.030~0.085의 範圍에 있는 것이 實測結果로부터 推定되었다.²⁾¹⁵⁾ 本論文에서 特別한 값이 주어지지 않는 경우에는 上記 값의 平均值 0.057을 취하기로 한다.

縱振動의 軸內部減衰는 비틀림 振動의 경우와 마찬가지로 慣性物體間에 作用하며 그의 消散에너지는 앞의 경우와 마찬가지로 軸應力의 제곱에 比例하는 것으로 보고 다음과 같이 計算한다.¹³⁾

$$D_a = 0.711 \times 10^{-8} \sigma_a^2 \quad (\text{kg} \cdot \text{cm} / \text{cm}^3) \quad (17)$$

단, D_a 는 應力振幅 σ_a (kg/cm^2)의 1사이클마다 軸의 單位體積이 消散하는 減衰에너지이다.

프로펠러의 縱振動減衰는 그의 減衰係數를 비틀림 振動의 경우와 마찬가지로 瞬間線速度에 대한 推力變動率로 주어진다 고 보고 프로펠러 縱振動減衰係數 C_{pa} 는 다음 式으로 주어진다.¹⁶⁾

$$C_{pa} = NPD^2 \frac{dC_t}{dS} \quad (\text{kg} \cdot \text{sec} / \text{cm}) \quad (18)$$

단, N : 프로펠러의 每秒回轉數

P : 프로펠러의 피치(cm)

C_t : 推力係數

D : 프로펠러의 直徑(cm)

S : 프로펠러의 참의 슬립

C_t 와 S 의 값은 모델實驗에 의하여 決定되므로 C_t - S 曲線이 있으면 縱振動의 프로펠러 減衰를 計算할 수 있다.

以上の 結果로서 베어링 減衰와 프로펠러 減衰는 慣性物體의 絕對速度에 比例하고 軸內部減衰는 隣接慣性物體의 相對速度에 比例함을 알 수 있다. 이와같이 하여 減衰를 매트릭스形式으로 쓰면 對稱매트릭스로 된다.

V. 內燃機關軸系 聯成振動的 解法

지금까지 說明한 바와 같은 方法으로 軸系 各 部分에 있어서의 等價慣性物體의 質量과 慣性모우먼트 및 聯成剛性이 구하여지고 이들을 マト릭스形式으로 쓸 수 있다. マト릭스形式으로 表示한 振動方程式은 2階線形微分方程式과 같은 形式으로 되고 매우 簡單하게 表示된다. 이 方程式은 適切한 變換을 한 다음 整理하며는 固有值問題의 特性方程式으로 된다.

固有值問題의 解法^{17) 18) 19) 20)}에는 여러가지 있으나 一般的 方法으로서 固有值의 特性方程式을 固有值에 관한 n 次多項式으로 展開한 다음 풀이할 수 있다. 그러나 次數가 많은 경우 이 方法은 電子計算機를 利用하여도 不可能에 가깝다.

n 次多項式을 푸는 대신에 マト릭스反復法에 의하여 固有值와 固有벡터를 求할 수 있다. 電子計算機를 利用하는 경우에는 n 次의 多項式을 푸는 것 보다는 훨씬 經濟的인 方法이다. 때때로 이 方法은 筆算에 의하여 數個의 가장 큰 固有值와 이것에 관한 固有벡터를 구하는데 利用되어 왔다. 그러나 內燃機關軸系의 경우에는 가장 작은 固有值가 必要하므로 撓性マト릭스(flexibility matrix)를 計算할 必要가 있으며 이러한 경우 高次의 解는 精度가 낮아진다. 더구나 剛性, 또는 質量(慣性모우먼트)의 行列式의 特異인 경우에는 그의 零의 要素를 除去하여 特異의 次數만큼 マト릭스의 次數를 減할 必要가 있다. 不幸하게도 內燃機關軸系는 剛體로서의 回轉運動이 可能하므로 特異點을 갖는다. 이 외에도 固有值가 서로 接近하여 있는 경우랄지 一致하고 있는 경우에도 計算에 支障이 있다.

야코비回轉法(Jacobi-rotation method)^{21) 22)}으로서 알려져 있는 또하나의 解法이 있다. 이 方法은 時間과 精度를 犧牲하지 않고 固有值와 固有벡터를 준다. 이것은 固有值를 變化하지 않고 對角行列로 變換하는 方法이다. 그러나 實對稱行列만이 이 方法에 適合하며 多幸히도 本 論文에서 導入한 새로운 等價系는 이와같은 マト릭스를 준다. 더구나 이 方法은 固有值가 같은 경우랄지 特異點이 있는 경우라도 전혀 支障이 없다.

各 慣性物體가 4自由度를 갖는 自由振動方程式을 電子計算機를 利用하여 Jacobi 回轉法으로 푸는 것은 比較的 簡單하나 여기에 強制力項과 減衰力項을 加한 強制減衰振動方程式을 푸는 것은 計算機를 利用하여도 計算量이 膨大하게 되므로 實用的이 아니다.^{19) 23)} 또한 橫振動的 強制力과 減衰力을 計算하는 것도 複雜할 뿐만아니라 不確實한 要素가 많이 介入하게 된다. 더구나 縱振動과 비틀림振動以外的 振幅이 매우 작고 別로 重要하지 않으므로 縱振動과 비틀림振動만을 包含하는 強制減衰聯成振動方程式을 誘導한다.

強制減衰聯成振動方程式을 풀기 위해서는 非減衰自由振動的 計算結果를 利用한다.^{22) 24)} 즉, 減衰マト릭스가 質量マト릭스와 剛性マト릭스와 같이 振動型マト릭스(modal matrix)에 의하여 對角化되면 強制減衰聯成振動方程式은 n 自由度의 경우, n 個의 獨立한 非聯成 1自由度의 方程式群으로 分解되고 1自由度의 方程式과 같은 方法으로 풀 수 있다. 減衰マト릭스가 對角化되지

않는 경우에는 主對角要素만을 取하여 1自由度の 方程式群을 쓴다.³⁵⁾ 이 방법은 聯成效果가 강한 경우에는 精度가 떨어지므로 다음의 方法에 의한다.

一般的으로 1自由度の 強制減衰振動의 경우, 機械的인피던스法에 의하여 容易하게 定常振動解를 구할 수 있다.¹⁷⁾²²⁾ 內燃機關軸系의 경우에는 그의 過渡振動解가 問題로 되는 일은 거의 없으므로 機械的인피던스法을 適用할 수 있으면 매우 便利할 것이다. 그러나 自由度가 크므로 그 대로 풀이하는 것은 困難하다. 本 論文에서는 マトリクス形式으로 쓴 多自由度の 強制減衰聯成振動方程式에 複素變數를 代入한 다음 實數部와 虛數部로 分離하여 電子計算機로 計算하였다.

VI. 電算프로그램의 入力資料 및 出力形式

앞서 第Ⅱ章에서 說明한 크랭크軸 剛性マトリクス와 第Ⅴ章에서 說明한 크랭크軸系 縱·비틀림·橫聯成自由振動方程式 및 크랭크軸系 縱·비틀림聯成強制減衰振動方程式의 電算프로그램의 入力資料 및 出力形式을 보인다.

프로그램은 Fortran Ⅳ言語를 써서 HITAC5020E를 利用하여 計算하였다. 作成된 電算프로그램은 附錄에 수록되어 있다.

6·1 크랭크軸 剛性マトリク스의 計算프로그램

이 프로그램은 크랭크軸 各 相當慣性物體間의 剛性マトリクス를 부여한다. 單純丸棒으로 表示할 수 있는 部分(舶用內燃機關의 推進軸, 中間軸 및 프로펠러軸등)은 別途로 計算하여야 한다.

計算에 必要한 入力資料와 計算結果의 出力에 關聯하여 本 電算프로그램에서 使用된 變數名의 定義는 表6·1과 같다.

表 6·1 變數名의 定義

(Table 6·1 Summary of the definition of the variable names used for input data and output data)

資 料	本文中의記號	單 位	變數名	備 考
자아널의 左 右 半分의 길이	a	cm	A_1, A_2	A_1 은 左半分, A_2 는 右半分, 左右가 같으면 $A_1=A_2$
핀의 길이의 切半	b	cm	B_1	
等價慣性物體間의 길이	l	cm	AL	
핀 또는 자아널의 內徑		cm	D_1	
핀 또는 자아널의 外徑		cm	D_2	
핀과 자아널의 內徑이 相異할 경우의 핀의 內徑		cm	D_3	
크랭크드로우의 길이		cm	R	
크랭크암의 두께		cm	H	
크랭크암의 幅		cm	W	

W/H의 比에 의한 定數		C
크랭크드로우數		N
基準드로우(No. 1드로우)에 대한 各드로우의 位相角	rad	Z
剛性마트릭스의 各 要素		S_{ij} $i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ $j=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

各 慣性物體間의 剛性마트릭스는 8次的 對稱마트릭스로 되기 때문에 計算結果는 主對角線의 上半分의 要素가 $S_{11}, S_{12}, \dots, S_{18}, S_{22}, S_{23}, \dots, S_{28}, \dots, S_{77}, S_{78}, S_{88}$ 의 順으로 印刷된다.

6.2 크랭크軸 縱·비틀림·橫聯成自由振動的 計算프로그램

이 프로그램은 計算例의 B號船機關에 대한 것이며 最高 51次까지 計算이 可能하다. 機關이 달라지면 資料入力프로그램을 고쳐 써야 한다.

Subroutine DIRNM과 HDIAG는 東京大學 計算센터 프로그램 集으로부터 引用하였으며 內容을 若干 修正하여 利用하였다. Subroutine에 대한 注意事項은 Subroutine 첫머리에 指示되어 있다.

計算에 必要한 入力資料와 計算結果의 出力에 關聯하여 本 電算프로그램에서 使用된 變數名의 定義는 表 6.2와 같다.

表 6.2 變數名의 定義

(Table 6.2 Summary of the definition of the variable names used for input data and output data)

資 料	變 數 名	備 考
振動方程式의 次數	M	크랭크軸系綜合剛性마트릭스의 次數와 같다.
크랭크軸系綜合剛性마트릭스	A(I, J)	I, J는 1부터 M까지의 變數
質量(慣性)마트릭스	B(I, J)	I, J는 1부터 M까지의 變數
對角化를 開始하기 前의 對角要素의 總和	TRACE	
固有值의 總和	SUMR	
振動모오드	X(I, J)	I, J는 1부터 M까지의 變數
固有值	XL(I)	I는 1부터 M까지의 變數

計算結果로서 주어지는 固有值로부터 固有角振動數를 구하기 위하여서는 그의 平方根을 구하면 된다. 이것은 rad/sec로 주어지며 9.55배하면 c. p. m로 表示된다. 振動모오드는 規準화된 것이며 이것을 列로 取하는 正方마트릭스는 振動型마트릭스(modal matrix)이다.

또한 이 프로그램에서 計算結果를 檢討하기 위하여 對角化를 開始하기 前의 對角要素의 總和(sum of trace)와 固有值의 總和(sum of eigen value)가 주어진다. 對角化가 完璧한 경우에는 兩側의 總和는 같은 값이 된다.

이 프로그램에서는 計算時間을 短縮하기 위하여 非對角要素가 2^{-24} 보다 작게 되었을 때 計算을

끝마치도록 하였다. 따라서 兩側의 總和는 반드시 一致한다고 볼 수 없으나 매우 近接한 結果를 주고 있음을 計算例로부터 알 수 있다. 한편 크랭크軸 聯成自由振動의 경우 最低次의 固有值에는 크랭크軸의 自由回轉이 相當하므로 가장 낮은 固有值는 零 또는 여기에 가까운 값이어야 한다. 이것을 檢討함으로써 入力資料의 錯誤를 早期에 發見할 수 있다.

6.3 規準座標系에로의 變換에 의한 크랭크軸强制減衰振動의 計算프로그램

이 프로그램은 2種類의 橫振動을 無視한 縱·비틀림 聯成强制減衰振動을 풀기 위한 計算프로그램이다.

또한 軸系를 15等分한 경우의 프로그램이기 때문에 15等分 以上の 경우에는 Dimension과 資料入力프로그램을 바꾸어 쓸 必要가 있다.

計算에 必要한 入力資料와 計算結果의 出力에 關聯하여 本 電算프로그램에서 使用된 變數名의 定義는 表6.3과 같다.

表 6.3 變數名의 定義

(Table 6.3 Summary of the definition of the variable names used for input data and output data)

資 料	單 位	變 數 名	備 考
振動方程式의 次數		L, M, N	L, M, N 은 같은 값을 取한다.
外力의 數		NN	外力의 數만큼 計算을 되풀이하므로 計算回數가 된다.
振動型마트릭스		$A(I, J)$	I, J 는 1부터 N 까지의 變數
質量(慣性)마트릭스		$B(I, J)$	I, J 는 1부터 N 까지의 變數
크랭크軸 綜合剛性 마트릭스		$C(I, J)$	I, J 는 1부터 N 까지의 變數
各 相當慣性物體에 作用하는 外力의 크랭크軸 先端外力에 대한 位相差	rad	$P(I)$	I 는 1부터 N 까지의 變數
減衰마트릭스		$D(I, J)$	I, J 는 1부터 N 까지의 變數
外力의 角振動數	rad/sec	WI	
機關回轉數	r. p. m	KR	
하아모닉스係數表로부터 計算한 各 慣性物體에 作用하는 外力	kg	$F(I)$	I 는 1부터 N 까지의 變數
變位의 位相差	degree	$ZO(I)$	I 는 1부터 N 까지의 變數
變位(縱變位와 비틀림變位)	cm, rad	$G(I)$	I 는 1부터 N 까지의 變數

計算結果는 크랭크軸系 各 相當慣性物體에 대하여 各 回轉數마다 變位(縱變位는 cm, 비틀림變位는 rad)와 位相差(degree)를 준다. 이 경우의 位相差는 크랭크軸先端慣性物體에 作用하는 外力에 대한 것이다.

6.4 機械的인피던스法에 의한 크랭크軸强制減衰振動의 計算프로그램

이 計算프로그램은 2種의 橫振動을 無視한 縱·비틀림 聯成强制減衰振動方程式의 計算프로그램

이다.

또한 軸系를 15個의 相當慣性物體로 分割한 系의 프로그램이기 때문에 그 以上の 數로 分割한 경우에는 Dimension과 資料入力프로그램을 고쳐 쓸 必要가 있다.

한편, Subroutine MATINV, LAMINV는 逆마트릭스의 計算프로그램이며 東京大學 計算센터 프로그램集에서 引用하였으며 若干 修正하여 利用하였다.

橫振動을 考慮하는 크랭크軸系 剛性마트릭스로부터 橫振動을 無視한 剛性마트릭스를 計算하기 위한 電算프로그램은 이 Subroutine을 利用하면 된다.

計算에 必要한 入力資料와 計算結果의 出力에 關聯하여 本 電算프로그램에서 使用된 變數名의 定義는 表6·4와 같다.

表 6·4 變數名의 定義

(Table 6·4 Summary of the definition of the variable names used for input data and output data)

資 料	單 位	變 數 名	備 考
振動方程式의 次數		L, M, N	L, M, N 은 같은 값을 取한다.
外力의 數		NN	外力의 數만큼 計算을 되풀이 하므로 計算 回數가 된다.
크랭크軸綜合剛性마트릭스		$B(I, J)$	I, J 는 1부터 N 까지의 變數
質量(慣性)마트릭스		$A(I, J)$	I, J 는 1부터 N 까지의 變數
減衰마트릭스		$C(I, J)$	I, J 는 1부터 N 까지의 變數
各相當慣性物體에 作用하는 外力의 크랭크軸先端外力에 대한 位相差	rad	$Z(I)$	I 는 1부터 N 까지의 變數
外力의 角振動數	rad/sec	W	
機關의 回轉數	r. p. m	KW	
하아모닉스係數表로부터 計算한 各相當慣性物體에 作用하는 外力	kg	$P(I)$	I 는 1부터 N 까지의 變數
變位의 位相差	degree	$AM(I)$	I 는 1부터 N 까지의 變數
變位(縱變位와 비틀림變位)	cm, rad	$PH(I)$	I 는 1부터 N 까지의 變數

計算結果는 크랭크軸系 各 相當慣性物體에 대하여 各 回轉數마다 變位(縱變位는 cm, 비틀림變位는 rad)와 位相差(degree)를 준다.

이 경우의 位相差는 크랭크軸先端慣性物體에 作用하는 外力에 대한 것이다.

Ⅶ. 計 算 例

開發된 電算프로그램을 利用하여 表7·1과 같이 各기 그의 特性이 相異하고 實測值가 있는 三個의 船用內燃機關軸系에 대하여 그의 振動計算을 행한 다음 計算值와 實測值를 比較하였다.

그림 7·1, 7·2, 7·3은 各 機關의 크랭크드로우 略圖를 보이고 있다.

(14)

1976年 4月 韓國海洋大學 論文集 第11輯

表 7·2, 7·3, 7·4는 各 機關의 計算된 固有振動數와 實測值를 比較한 것이며 表에서 k_0 는 推定

表 7·1 供試機關의 要目

(Table 7·1 Principal particulars of engines of which vibrational characteristics are analyzed)

Assumed Name of Ship	S	B	M
Kind of Ship	Cargo Ship	Cargo Ship	Oil Tanker
Gross Tonnage (噸)	8,515	6,700	72,000
Type of Main Engine	2-cycle Single-acting Cross-head Type		
No. of Cylinders-Bore × Stroke (mm)	8-720 × 1,250	9-740 × 1,600	10-860 × 1,600
Output (P. S.) × Speed (R. P. M.)	6,100 × 137	8,000 × 110.5	23,000 × 115
Brake Mean Effective Pressure (kg/cm ²)	5.98	6.50	10.91
Firing Order	1-8-3-4-7-2-5-6	1-8-3-6-5-4-7-2-9	1-8-6-5-3-10-4-2-9-7
Type of Crankshaft	Forged Steel Semi-built × 2 Pcs.	Cast Steel Full-built × 2 Pcs.	Forged Steel Semi-built × 2 Pcs.
Propeller	φ 5,100 × 4 Blades	φ 5,800 × 4 Blades	φ 6,650 × 6 Blades
Thrust Block	Bolted to Engine Block	Bolted to Engine Block	Founded on Engine Room Floor
Estimated Thrust Block Stiffness (kg/cm)	0.900 × 10 ⁷	0.200 × 10 ⁷	0.250 × 10 ⁷
Balancing Weight	None	Attached to No. 1, 4, 5, 8 Throw	None
Engine Position	Midship	Midship	Aftship

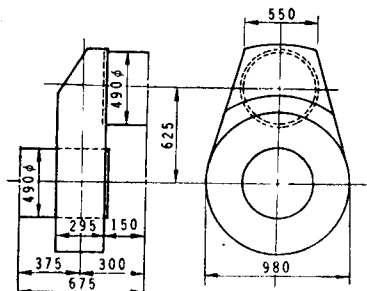


그림 7·1 S號船機關크랭크드로우
(Fig. 7·1 Crank throw of S ship engine)

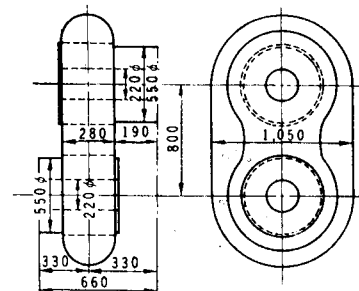


그림 7·2 B號船機關크랭크드로우
(Fig. 7·2 Crank throw of B ship engine)

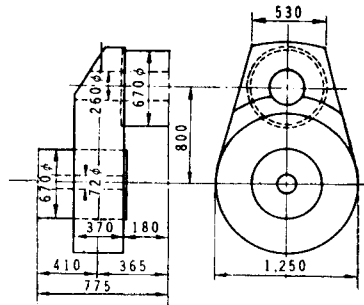


그림 7·3 M號船機關크랭크드로우
(Fig. 7·3 Crank throw of M ship engine)

表 7·2 S號船機關軸系의 固有振動數比較表
(Table 7·2 Comparison of the calculated frequencies to the measured ones of Ship S)

Mode	Meas. values V. P. M	Conventional Holzer method $k_o=0.60 \times 10^7 kg/cm$ according to Anderson's			Author's method $k_o=0.90 \times 10^7 kg/cm$	
		Tor.	Axial	Cal. / Meas.	cal.	Cal. / Meas.
1-node Tor.		191.68			189.28	
0-node Axi.	985		969.41	98%	963.79	98%
1-node Axi.	1064		1103.54	104	1034.46	97
2-node Tor.	1101	1093.68		99	1057.19	96

表 7·3 B號船機關軸系의 固有振動數比較表
(Table 7·3 Comparison of the calculated frequencies to the measured ones of Ship B)

Mode	Meas. values V. P. M	Conventional Holzer method $k_o=0.20 \times 10^7 kg/cm$ according to Anderson's			Author's method. $k_o=0.20 \times 10^7 kg/cm$	
		Tor.	Axial	Cal. / Meas.	Cal.	Cal. / Meas.
1-node Tor.		149.60			144.78	
0-node Axi.	513		549.48	107%	495.57	97%
1-node Axi.	765		769.94	101	753.65	98
2-node Tor.	844	827.03		98	814.44	97

表 7·4 M號船機關軸系の 固有振動數比較

(Table 7·4 Comparison of the calculated frequencies to the measured ones of Ship M)

Mode	Meas. values V. P. M	Conventional Holzer method $k_0 = 0.221 \times 10^7 \text{ kg/cm}$ according to Anderson's			Author's method. $k_0 = 0.250 \times 10^7 \text{ km/cm}$	
		Tor.	Axial	Cal. /Meas.	Cal.	Cal. /Meas.
1-node Tor.	376	388.30		103%	375.03	100%
0-node Axi.	628		660.00	105	623.98	99
2-node Tor.	1017	1053.40		104	1015.18	100
1-node Axi.			1376.40		1364.02	

된 推力軸受剛性係數이다. 結果는 滿足할만 하다.

縱振動과 비틀림振動이 聯成하는 S號船機關軸系와 B號船機關軸系에 대하여 推力軸受的 剛性を 여러가지로 變化시키면서 固有振動數와 振動모드를 구한 다음 振動數스펙트럼을 그린것이 그림 7·4이다.

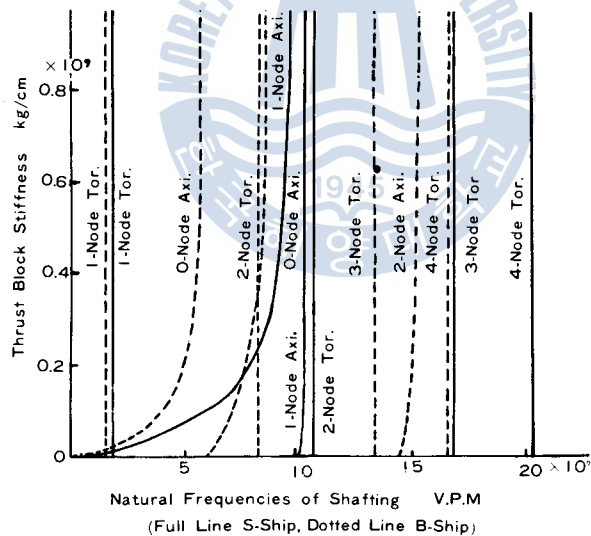


그림 7·4 S號船과 B號船의 軸系振動스펙트럼
(Fig 7·4 Frequency spectrum of Ship S and B)

設計段階에서 이와같은 스펙트럼을 만들고 檢討함으로써 聯成振動的의 可能性을 豫見하고 適切한 推力軸受剛性を 決定하는 것이 可能하다.

表 7·5는 S號船機關과 같이 8시린더機關에서 採擇하는 相異한 3種의 着火順序, 即 크랭크드로우配列에 따라 固有振動數가 어떻게 變化하는가를 보이는 것으로서 이로부터 비틀림振動과 마찬가지로 縱振動 및 縱·비틀림聯成振動에 대하여서도 着火順序를 檢討할 必要가 있음을 알 수

表 7·5 S號船機關의 着火順序에 따른 軸系固有振動數
 (Table 7·5 Natural frequencies for various firing orders of Ship S.)

thrust block stiffness = $0.90 \times 10^7 \text{ kg/cm}$

Kinds of firing order	1-node torsional	0-node axial	1-node axial	2-node torsional	3-node torsional	2-node axial
1-8-3-4-7-2-5-6	V. P. M. 189.28	963.79	1034.46	1057.19	1683.47	2792.04
1-8-3-5-2-7-4-6	189.31	932.75	1024.72	1088.99	1683.05	2708.57
1-7-3-5-4-6-2-8	189.28	943.73	1027.29	1080.77	1683.67	2759.38

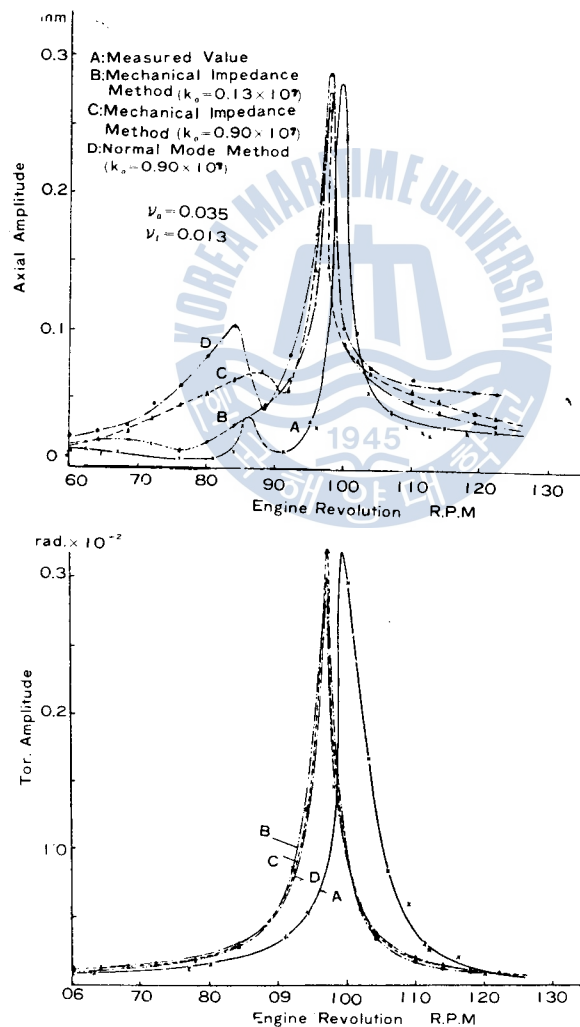


그림 7·5 S號船크랭크軸系의 縱·비틀림 聯成振動의 縱振幅과 비틀림振幅 (ν_a : 縱振動減衰係數比
 ν_t : 비틀림 振動減衰係數比)

(Fig 7·5 Amplitudes of the coupled vibration at the crankshaft fore-end of Ship S)

있다.

軸系의 強制減衰振動을 規準座標系에로의 變換法과 機械的 인피던스法에 의하여 풀이 한 結果 振幅, 位相 모두 實測值와 잘 맞는 것이 確認되었다.

그림 7·5는 縱·비틀림振動의 聯成程度가 강한 S號船機關軸系에 대한 聯成縱振幅과 비틀림振幅을 보여주고 있다. S號船機關軸系에 있어서는 1節縱振動 (固有振動數 1064cpm)과 2節비틀림振動 (固有振動數 1101cpm)이 11次共振點에서 強하게 聯成하고 있다.

그림 7·6은 앞의 경우에 2節비틀림振動에 의하여 誘起되는 크랭크軸 部分의 縱變位曲線을 보여주고 있다. 振幅曲線은 普通의 경우와는 달리 先端의 一部分이 平坦하다.

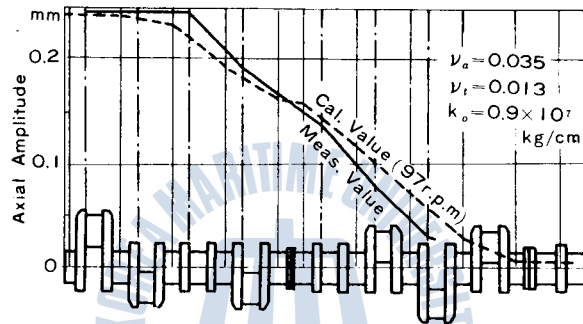


그림 7·6 S號船機關軸系의 2節비틀림振動 11次的 크랭크 軸部分縱振幅曲線 (ν_a: 縱振動減衰係數比 ν_t: 비틀림 振動減衰係數比 k_a: 推力軸受剛性係數)

(Fig 7.6 The calculated and the measured crank-end axial amplitude induced by 2-node torsional vibration of Ship S)

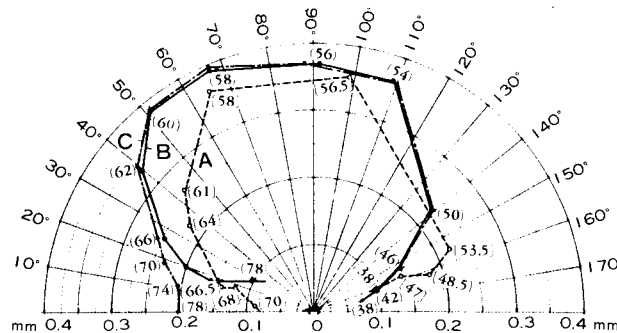


그림 7·7 B號船機關 크랭크軸 先端의 0節 縱振動 9次에 있어서 計算한 縱振幅과 位相의 實測值와의 比較 A: 實測值, B, C: 計算值

(Fig 7.7 Axial amplitudes and their phase angles of 9th order vibration at the fore-end of crankshaft of Ship B. A: Measured value. B, C: Calculated value. Numbers [in the parenthesis and bracket mean the engine revolution)

그림 7·7은 B號船機關의 크랭크軸 先端의 0節縱振動 9次에 있어서의 計算한 縱振幅과 位相을 實測值와 比較한 것이다. 그림에서 A는 實測值, B는 規準座標系에로의 變換에 의한 解法, C는

機械的 인피던스법에 의한 解法의 計算結果이다.

自由聯成振動의 計算에 所要되는 時間은 HITAC5020E(容量 65K)로 52~67秒 정도있다.

強制減衰聯成振動의 경우에는 30×25 個의 變位와 位相을 計算하는데 規準座標系에로의 變換에 의한 解法에서 25秒, 機械的 인피던스法에서는 111秒가 所要되었다.

一般的으로 機械的 인피던스法에 의하는 定常振動解는 計算時間이 걸지만 精度가 좋고 入力資料가 簡單하며 計算에 融通性이 있다. 이에 反하여 規準座標系에로의 變換에 의한 方法은 計算時間이 짧으나 精度가 약간 떨어져고 만드서 自由振動解가 必要하며 入力資料準備가 複雜한 뿐만 아니라 計算의 融通性이 없다.

VIII. 結 論

船用內燃機關軸系의 聯成振動을 解析한 結果에 의하면 비틀림振動에 對한 剛性이 큰 크랭크軸이라도 縱振動에 대하여서는 危險한 경우가 있고 보충 程度의 비틀림振動이라도 강한 縱振動을 誘發할 可能性이 있음을 確認하였다. 또한 크랭크軸 縱振動에 對한 對策의 하나로써 推力軸受의 剛性을 調節하는 경우가 있는데 縱·비틀림聯成振動을 助長할 念慮가 있으므로 事前에 그의 影響을 檢討할 必要가 있다. 특히 最近에 이르러 船用內燃機關軸系의 縱振動이 機關室 上部의 局部振動을 誘發하여 밝혀졌고 이것을 除去하는에는 推力軸受의 剛性을 調節하거나 減衰뎀퍼를 設置하는 것이 가장 効果的이라는 것도 알게 되었다. 따라서 크랭크軸 縱振動을 抑制하는 것은 船用機關의 경우 船體振動을 除去하는것도 效果가 있음을 알 수 있다.

以上の 方法은 內燃機關軸系의 聯成, 非聯成振動 어느 경우에나 適用할 수 있다.

끝으로 本 論文에서는 剛性마트릭스의 電算프로그램과 自由振動方程式 및 強制振動方程式 解法의 電算프로그램이 別途로 쓰여져 있기 때문에 計算準備가 相當히 複雜하다. 앞으로 이들의 諸프로그램을 하나로 묶어서 몇가지 基本資料만으로써 固有振動數와 그의 振動모드 및 強制振動과 位相등을 한꺼번에 얻을 수 있는 單一綜合電算프로그램을 開發하는 問題가 남아 있으며 이것을 뒷받침하기 위한 基本作業의 하나로써 좀더 一般化된 縱振動減衰係數比, 縱振動起振力 하야모닉스등을 究明할 必要가 있다.

本 研究은 1975年度 產學協同財團學術研究費에 의한 것으로서 研究費를 支給하여 주신 財團에 深深한 謝意를 表하는 바이며 電子計算機 使用과 實船實測資料蒐集에 協助하여 주신 關係諸位에게 感謝드리는 바입니다.

參 考 文 獻

- 1) 全, 津田: 日本船用機關學會, 第4卷4號, 1969, 10
- 2) 全: 日本船用機關學會, 第5卷3號, 1970, 3
- 3) 全, 金: 推進軸系振動, 大韓造船學會, 1974, 8, p. 74
- 4) S. Timoshenko: Strength of Materials, 1940, § 69
- 5) 前掲書(4), § 71
- 6) 前掲書(3), p. 82
- 7) 前掲書(3), p. 86
- 8) 前掲書(3), p. 110
- 9) J. D. Van Manen: Int. Shipb Pro, 1960, 9
- 10) B. Bergtsson: Europ. Shipb. Vol. 8, No. 4, 1959
- 11) A. Kleiner: Int. Shipb. Pro., 1960, 9
- 12) Ochi, Inohara: Hitachi Zosen Tech. Rev., Vol. 26, No. 3·4, 1965, p. 75
- 13) B. J. Lazan: Damping of Materials in Structural Mechanics, Pergamon Press, 1968
- 14) W. Ker Wilson: Practical Solution of Torsional Vibration Problems, 1935
- 15) A. J. Johnson, et al.,: Int. Marine Eng. Trans., Vol. 75, No. 4, 1963
- 16) J. R. Kane, et al.,: SNAME Vol. 57, 1949
- 17) E. C. Pestel, et al.,: "Matrix Method in Elastomechanics" McGraw-Hill, 1963
- 18) R. E. D. Bishop, et al.,: "The Matrix Analysis of Vibration" Cambridge Press, 1965
- 19) P. Lancaster: "Lambda-Matrices and Vibratory Systems" Pergamon Press, 1966
- 20) 加藤 勉: "固有値問題" 彰國社(日本), 1966
- 21) R. W. Southworth, et al.,: "Digital Computation and Numerical Methods", McGraw-Hill, 1965
- 22) P. H. Ireton: AIAA Paper, No. 65-786, 1965, 11
- 23) K. A. Foss: ASME Paper, No. 57-A-86, 1957, 5
- 24) T. K. Caughy: ASME Paper, No. 59-A-62, 1959, 4
- 25) V. V. Bolotin: "Dynamic Stability of Elastic System" Holden-Day Inc. 1964

附錄 (1) 크랭크軸剛性마트릭스의 計算프로그램

```

C      STIFFNESS MATRIX OF THE ENGINE CRANKSHAFT
C      MAIN PROGRAM
      COMMON A1, A2, B1, AL, D1, D2, R, H, W, XXI, FXX, XMJ, FMX, YMK, FMY,
1     FYX, ZML, FMZ, FZX, PJ, XJ, ZJ, YJ, PI, C, EL, ER, FXXX, FMXX, FMY,
2     FYXX, FMZZ, FZXX, SXXX, SZXX, SMXX, SYXX, SMYY, SMZZ
      READ (5,101) A1, A2, B1, AL, D1, D2, R, H, W, C
101  FORMAT (5F12.0/5F 12.0)
      WRITE(6,102) A1, A2, B1, AL, D1, D2, R, H, W, C
102  FORMAT (1H1, 5E15.7/5E15.7)
      CALL STIF
      READ (5,103)N
103  FORMAT(I2)
      DO 10 I=1, N
      READ (5,104)Z
104  FORMAT (E15.7)
      S11=SXXX
      S12=0.0
      S13=SIN(Z)*SZXX
      S14=COS(Z)*SZXX
      S15=-S11
      S16=0.0
      S17=-S13
      S18=-S14
      S22=SMXX
      S23=COS(Z)*SYXX
      S24=-SIN(Z)*SYXX
      S25=0.0
      S26=-S22
      S27=S23
      S28=S24
      S33=COS(Z)**2*SMYY + SIN(Z)**2*SMZZ

```



(22)

1976年 4月 韓國海洋大學 論文集 第11輯

```
S34 = -COS(Z)*SIN(Z)*SMYY + COS(Z)*SIN(Z)*SMZZ
S35 = -S13
S36 = -S23
S37 = COS(Z)**2*(- XMJ*SYXX + YMK*SMYY) + SIN(Z)**2*(XXI*SZXX + ZML*SMZZ)
S38 = -COS(Z)*SIN(Z)( -XMJ*SYXX + YMK*SMYY) + CO*S(Z)* SIN(Z)* (XXI*SZXX +
1 ZML*SMZZ)
S44 = SIN(Z)**2*SMYY + COS(Z)**2*SMZZ
S45 = -S14
S46 = -S24
S47 = S38
S48 = SIN(Z)**2*(- XMJ*SYXX + YMK*SMYY) + COS(Z)**2*(XXI*SZXX + ZML*SMZZ)
S55 = S11
S56 = 0.0
S57 = S13
S58 = S14
S66 = S22
S67 = -S23
S68 = -S24
S77 = S33
S78 = S34
S88 = S44
WRITE(6,105) I, Z, S11, S12, S13, S14, S15, S16, S17, S18, S22, S23, S24, S25,
1 S26, S27, S28, S33, S34, S35, S36, S37, S38, S44, S45, S46, S47, S48, S55,
2 S56, S57, S58, S66, S67, S68, S77, S78, S88
105 FORMAT (1H0, 6HNUMBER, 14, 10X, 6HTHETA =E15.7/(1H, 6E15.7))
10 CONTINUE
STOP
END
```

C CALCULATION OF STIFFNESS COEFFICIENT FOR ENGINE CRANKSHAFT
SUBROUTINE STIF

```
COMMON A1, A2, B1, AL, D1, D2, R, H, W, XXI, FXX, XMJ, FMX, YMK, FMY,
1 FYX, ZML, FMZ, FZX, PJ, XJ, ZJ, YJ, PI, C, EL, ER, FXXX, FMXX, FMYY,
2 FYXX, FMZZ, FZXX, SXXX, SZXX, SMXX, SYXX, SMYY, SMZZ
```

```

CALL FLEX
WRITE (6,111) PJ, XJ, ZJ, YJ, PI, FXX, FMX, FMY, FYX, FMZ, FZX
111 FORMAT (1HO, 3HPJ=E15.7, 2X, 3HXJ=E15.7, 2X, 3HZJ=E15.7, 2X, 3HYJ=
1 E15.7, 2X, 3HPI=E15.7/5HJ=XX=E15.7, 2X, 4HFMX=E15.7, 2X, 4HFMY=
2 E15.7/5HOFYX=E15.7, 2X, 4HFMZ=E15.7, 2X, 4HFZ =E15.7)
SXX=FMZ/(FXX*FMZ-FZX**2)
SXZ=-FZX/(FXX*FMZ-FZX**2)
SXM=FMY/(FMX*FMY-FYX**2)
SXY=-FYX/(FMX*FMY-FYX**2)
SYM=FMX/(FMX*FMY-FYX**2)
SZM=FXX/(FXX*FMZ-FZX**2)
WRITE(6,112)XXI, XMJ, YMK, ZML, SXX, SXZ, SXM, SXY, SYM, SZM
112 FORMAT (1HO, 4HXXI=E15.7, 2X, 4HXMJ=E15.7, 2X, 4HYMK=E15.7, 2X,
1 4HZML=E15.7/5HOSXX=E15.7, 2X, 4HSXZ=E15.7, 2X, 4HSXM=E15.7/5HOSXY
2 =E15.7, 2X, 4HSYM=E15.7, 2X, 4HSZM=E15.7)
WRITE(6,113)EL, ER, FXXX, FMXX, FMY, FYXX, FMZZ, FZXX
113 FORMAT (1HO, 3HEL=E15.7, 2X, 3HER=E15.7, 2X, 5HFXXX=E15.7, 2X, 5HFM
1 XX=E15.7, 2X, 5HFMY=E15.7/6HOFYXX=E15.7, 2X, 5HFMZZ=E15.7, 2X,
2 5HFZXX=E15.7)
SXXX=FMZZ/(FXXX*FMZZ-FZXX**2)
SZXX=-FZXX/(FXXX*FMZZ-FZXX**2)
SMXX=FMY/(FMXX*FMY-FYXX**2)
SYXX=-FYXX/(FMXX*FMY-FYXX**2)
SMYY=FMXX/(FMXX*FMY-FYXX**2)
SMZZ=FXXX/(FXXX*FMZZ-FZXX**2)
WRITE(6,114)SXXX, SZXX, SMXX, SYXX, SMYY, SMZZ
114 FORMAT (1HO, 5HSXXX=E15.7, 2X, 5HSZXX=E15.7, 2X, 5HSMXX=E15.7/6HOS
1 YXX=E15.7, 2X, 5HSMYY=E15.7, 2X, 5HSMZZ=E15.7)
RETURN
END

SUBROUTINE FLEX
C CALCULATION OF THE FLEXIBILITY COEFFICIENT OF ENGINE CRANKSHAFT
COMMON A1, A2, B1, AL, D1, D2, R,H,W, XXI, FXX, XMJ, FMX, YMK, FMY,

```

```

1 FYX, ZML, FMZ FZX, PJ, XJ, ZJ, YJ, PI, C, EL, ER, FXXX, FMXX, FMY
2 Y, FYXX, FMZZ, FZXX, SXXX, SZXX, SMXX, SYXX, SMYY, SMZZ
  READ(5, 120)D3
120 FORMAT(E15. 7)
  PJ=3. 1415926*(D2**4-D1**4)/64. 0
  PI=3. 1415926*(D2**4-D3**4)/64. 0
  XJ=H*(W**3)/12. 0
  ZJ=W*(H**3)/12. 0
  YJ=C*W*(H**3)
  EL=1. 0
  ER=1. 0
  XXI=(2. 0*B1*R*(A1+B1)/(AL*PI)+(A1+B1)*R**2/(AL*ZJ))/(A1**3+AL**3-(A1
1 +2. 0*B1)**3)/(3. 0*PJ*AL**2)+((A1+2. 0*B1)**3-A1**3)/(3. 0*PI*AL**2)+R*
2 (A1**2+(AL-A1)**2)/(AL**2*ZJ)
  FX1=XXI**2*A1**3/3. 0
  FX2=XXI**2*A1*(AL**2+AL*(A1+2. 0*B1)+(A1+2. 0*B1**2))/3. 0
  FX3=(AL*R)**2-2. 0*AL*R*XXI*(A1+B1)+XXI**2*(3. 0*A1**2+6. 0*A1*B1+4. 0*B
1 1**2)/3. 0
  FX4=2. 0*(AL*R)**2/3. 0-AL*R*XXI*AL+XXI**2*(A1**2+(AL-A1)**2)
  FX5=12. 0*(R-D2)/(5. 0*830000. 0*W*H)
  FXX=(FX1+FX2)/(2109000. 0*PJ*AL**2)+2. 0*B1*FX3/(2109000. 0*PI*AL**2)+R*F
1 X4/(2109000. 0*ZJ*AL**2)+FX5
  FXXX=EL*(FX1+FX2)/(2109000. 0*PJ*AL**2)+EL*2. 0*B1*FX3/(2109000. 0*PI*AL*
1 *2)+ER*R*FX4/(210900. 0*ZJ*AL**2)+FX5
  XM1=2. 0*R*B1/(AL*830000. 0*PI*2. 0)+R**2/(AL*2109000. 0*XJ)
  XM2=(A1**3+AL**3-(A1+2. 0*B1)**3)/(3. 0*AL**2*2109000. 0*PJ)+((A1+2. 0*B
1 1)**3-A1**3)/(3. 0*AL**2*2109000. 0*PI)
  XM3=2. 0*B1*R**2/(AL**2*830000. 0*PI*2. 0)+R*(A1**2+(AL-A1)**2)/(AL**2*
1 830000. 0*YJ)+2. 0*R**3/(3. 0*AL**2*2109000. 0*XJ)
  XMJ=XM1/(XM2+XM3)
  FM1=2. 0*A1/(830000. 0*PJ*2. 0)+2. 0*B1*(AL-XMJ*R)**2/(AL**2*830000. 0*PI*2. 0)
  FM2=XMJ**2*(A1**3+AL**3-(A1+2. 0*B1)**3)/(3. 0*AL**2*2109000. 0*PJ)+XMJ

```


$$\begin{aligned}
 & 1 \quad **2*((A1+2.0*B1)**3-A1**3)/(3.0*AL**2*2109000.0*PI) \\
 & \quad FM3=2.0*R*(AL*2-AL*XMJ**R+XMJ**2*R**2/3.0)/(2109000.0*XJ*AL**2) \\
 & \quad FM4=XMJ**2*R*(A1**2+(A1-AL)**2)/(830000.0*YJ*AL**2) \\
 & \quad FMX=FM1+FM2+FM3+FM4 \\
 & \quad FMXX=EL*(FM1+FM2)+ER*(FM3+FM4) \\
 & \quad YM1=(A1**2*(2.0*A1-3.0*AL)+3.0*AL*(A1+2.0*B1)**2-2.0*(A1+2.0*B1)**3 \\
 & 1 \quad -AL**3)/(6.0*AL**2*2109000.0*PI) \\
 & \quad YM2=(2.0*(A1+2.0*B1)**3-3.0*AL*(A1+2.0*B1)**2-2.0*A1**3+3.0*AL*A1*1*2 \\
 & 1 \quad)/(6.0*AL**2*2109000.0*PI) \\
 & \quad YM5=R*(A1*(A1-AL)+A1*(A1-AL))/(830000.0*YJ*AL**2) \\
 & \quad YM6=2.0*R**3/(3.0*2109000.0*XJ*AL**2)+2.0*B1*R**2/(830000.0*2.0*PI*AL**2) \\
 & \quad YM3=(A1**3+AL**3-(A1+2.0*B1)**3)/(3.0*2109000.0*PI*AL**2)+((A1+2.0*B1 \\
 & 1 \quad 1)**3-A1**3)/(3.0*2109000.0*PI*AL**2) \\
 & \quad YM4=2.0*B1*R**2/(830000.0*2.0*PI*AL)+R*(A1**2+(AL-A1)**2)(AL**2*813000 \\
 & 1 \quad 0.0*YJ)+2.0*R**3/(3.0*2109000.0*XJ*AL**2) \\
 & \quad YMK=- (YM1+YM2+YM5+YM6)/(YM3+YM4) \\
 & \quad FY1=((1.0+YMK)**2/3.0)*(A1**3+AL**3-(A1+2.0*B1)**3)+AL**2*2.0*A1-AL \\
 & 1 \quad *(1.0+YMK)*(AL**2+A1**2-(A1+2.0*B1)**2) \\
 & \quad FY2=2.0*B1*AL**2+((1.0+YMK)**2/3.0)*((A1+2.0*B1)**3-A1**3)-AL*(1.0 \\
 & 1 \quad +YMK)*((A1+2.0*B1)**2-A1**2) \\
 & \quad FY3=2.0*B1*R**2*(1.0+YMK)**2/(830000.0*PI*2.0*AL**2)+2.0*R**3*(1.0+YMK) \\
 & 1 \quad **2/(3.0*2109000.0*XJ*AL**2) \\
 & \quad FY4=(AL-(1.0+YMK)*A1)**2+(AL*YMK-(1.0+YMK)*A1)**2 \\
 & \quad FMY=FY1/(2109000.0*PI*AL**2)+FY2/(2109000.0*PI*AL**2)+FY3+FY4*/R/ \\
 & 1 \quad (8130000.0*YJ*AL**2) \\
 & \quad FMY=EL*FY1/(2109000.0*PI*AL**2)+EL*FY2/(2109000.0*PI*AL**2)+ER*FY3+ \\
 & 1 \quad ER*FY4*/(830000.0*YJ*AL**2) \\
 & \quad FYX1=AL*A1**2/2.0-(1.0+YMK)*A1**3/3.0+AL**3/2.0-(1.0+YMK)*AL**3/3.0 \\
 & 1 \quad 0-AL*(A1+2.0*B1)**2/2.0+(1.0+YMK)*(A1+2.0*B1)**3/3.0 \\
 & \quad FYX2=AL*(A1+2.0*B1)**2/2.0-(1.0+YMK)*(A1+2.0*B1)**3/3.0-AL*A1**2/20. \\
 & 1 \quad +A1**3*(1.0+YMK)/3.0 \\
 & \quad FYX3=2.0*B1*R*(1.0+YMK)*(AL-XMJ*R)/(830000.0*2.0*PI*AL**2)+2.0*(YMK \\
 & 1 \quad +1.0)*R**2*(AL/2.0-XMJ*R/3.0)/(2109000.0*XJ*AL**2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{FYX4} = A1 * (AL - (1.0 + YMK) * A1) + (A1 - AL) * (AL * YMK - (1.0 + YMK) * A1) \\
& \text{FYX} = \text{XMJ} * \text{FYX1} / (2109000.0 * \text{PJ} * AL^{**2}) + \text{XMJ} * \text{FYX2} / (2109000.0 * \text{PI} * AL^{**2}) + \text{FYX3} \\
& 1 + R * \text{XMJ} * \text{FYX4} / (830000.0 * \text{YJ} * AL^{**2}) \\
& \text{FYXX} = \text{EL} * \text{XMJ} * \text{FYX1} / (2109000.0 * \text{PJ} * AL^{**2}) + \text{EL} * \text{XMJ} * \text{FYX2} / (2109000.0 * \text{PI} * AL^{**2}) \\
& 1 + \text{ER} * \text{FYX3} + \text{ER} * R * \text{XMJ} * \text{FYX4} / (830000.0 * \text{YJ} * AL^{**2}) \\
& \text{ZM1} = (A1^{**3} / 3.0 - AL * A1^{**2} / 2.0 - AL^{**3} / 6.0 - (A1 + 2.0 * B1)^{**3} / 3.0 + AL * (A1 + 2.0 \\
& 1 * B1)^{**2} / 2.0) / (AL^{**2} * 2109000.0 * \text{PJ}) \\
& \text{ZM2} = ((A1 + 2.0 * B1)^{**3} / 3.0 - AL * (A1 + 2.0 * B1)^{**2} / 2.0 - A1^{**3} / 3.0 + AL * A1^{**2} / 2.0) \\
& 1 / (AL^{**2} * 2109000.0 * \text{PI}) \\
& \text{ZM3} = R * (A1 * (A1 - AL) + A1 * (A1 - AL)) / (2109000.0 * \text{ZJ} * AL^{**2}) \\
& \text{ZM4} = (A1^{**3} + AL^{**3} - (A1 + 2.0 * B1)^{**3}) / (3.0 * AL^{**2} * 2109000.0 * \text{PJ}) \\
& \text{ZM5} = ((A1 + 2.0 * B1)^{**3} - A1^{**3}) / (3.0 * AL^{**2} * 2109000.0 * \text{PI}) \\
& \text{ZM6} = R * (A1^{**2} + (AL - A1)^{**2}) / (2109000.0 * \text{ZJ} * AL^{**2}) \\
& \text{ZML} = - (ZM1 + ZM2 + ZM3) / (ZM4 + ZM5 + ZM6) \\
& \text{FZ1} = AL^{**2} * A1 - AL * (ZML + 1.0) * A1^{**3} * (ZML + 1.0)^{**2} / 3.0 - AL^{**3} * ZML + AL^{**3} * \\
& 1 (ZML + 1.0)^{**2} / 3.0 - AL^{**2} * (A1 + 2.0 * B1) + AL * (ZML + 1.0) * (A1 + 2.0 * B1)^{**2} - (ZML \\
& 2 + 1.0)^{**2} * (A1 + 2.0 * B1)^{**3} / 3.0 \\
& \text{FZ2} = AL^{**2} * (A1 + 2.0 * B1) - AL * (ZML + 1.0) * (A1 + 2.0 * B1)^{**2} + (ZML + 1.0)^{**2} * (A1 \\
& 1 + 2.0 * B1)^{**3} / 3.0 - AL^{**2} * A1 + AL * (ZML + 1.0) * A1^{**2} - (ZML + 1.0)^{**2} * A1^{**3} / 3.0 \\
& \text{FZ3} = (AL - ZML + 1.0) * A1^{**2} + (AL * ZML - (ZML + 1.0) * A1)^{**2} \\
& \text{FMZ} = \text{FZ1} / (2109000.0 * \text{PJ} * AL^{**2}) + \text{FZ2} / (2109000.0 * \text{PI} * AL^{**2}) + R * \text{FZ3} / (2109000.0 * \text{ZJ} \\
& 1 * AL^{**2}) \\
& \text{FMZZ} = \text{EL} * \text{FZ1} / (2109000.0 * \text{PJ} * AL^{**2}) + \text{EL} * \text{FZ2} / (2109000.0 * \text{PI} * AL^{**2}) + \text{ER} * R * \text{FZ3} / \\
& 1 (2109000.0 * \text{ZJ} * AL^{**2}) \\
& \text{FZX1} = \text{XXI} * A1^{**2} * (A1 * (1.0 + ZML) / 3.0 - AL / 2.0) / (2109000.0 * \text{PJ} * AL^{**2}) \\
& \text{FZX2} = 2.0 * B1 * (AL^{**2} * R - (A1 + B1) * AL * ((1.0 + ZML) * R + \text{XXI}) + \text{XXI} * (1.0 + ZML) * ((\\
& 1 A1 + 2.0 * B1)^{**2} + A1 * (A1 + 2.0 * B1) + A1^{**2}) / 3.0) / (2109000.0 * \text{PI} * AL^{**2}) \\
& \text{FZX3} = \text{XXI} * A1 * ((1.0 + ZML) * (AL^{**2} + AL * (A1 + 2.0 * B1) + (A1 + 2.0 * B1)^{**2}) / 3.0 - AL \\
& 1 * (AL + A1 + 2.0 * B1) / 2.0) / (2109000.0 * \text{PJ} * AL^{**2}) \\
& \text{FZX4} = R * ((AL - (1.0 + ZML) * A1) * (AL * R / 2.0 - \text{XXI} * A1) + (AL * ZML - (ZML + 1.0) * A1 \\
& 1 * (\text{XXI} * (AL - A1) - AL * R / 2.0)) / (2109000.0 * \text{ZJ} * AL^{**2}) \\
& \text{FZX} = \text{FZX1} + \text{FZX2} + \text{FZX3} + \text{FZX4} \\
& \text{FZXX} = \text{EL} * (\text{FZX1} + \text{FZX2} + \text{FZX3}) + \text{ER} * \text{FZX4} \\
& \text{RETURN} \\
& \text{END}
\end{aligned}$$

附錄 (2) 크랭크軸系 縱·비틀림·橫 聯成自由振動的 計算프로그램

```

C      EIGEN VALUES AND EIGEN VECTORS OF THE CRANKSHAFT
C      VIBRATION
C      MAIN PROGRAM
      DIMENSION A(52, 52), B(52, 52), X(52, 52), XL(52)
      READ(5, 101)M
101  FORMAT (I8)
      DO 1 I=1, M
      DO 2 J=1, M
2    A(I, J)=0. 0
1    CONTINUE
      READ(5, 102) ((A(I, J), I=1, 8), J=1, 12)
102  FORMAT (4E15. 7)
      DO 3 KK=1, 10
      L1=4*KK+1
      L2=4*KK+12
      L3=4*KK+5
      L4=4*KK+8
      READ(5, 103)((A(I, J), I=L3, L4), J=L1, L2)
103  FORMAT(4E15. 7)
      3  CONTINUE
      READ(5, 104)((A(I, J), I=49, M), J=47, M)
104  FORMAT(4E15. 7)
      DO 6 I=1, M
      DO 7 J=1, M
7    B(I, J)=0. 0
6    CONTINUE
      READ(5, 105)(B(I, I), I=1, M)
105  FORMAT(5E15. 7)
      CALL DIRNM(A, M, B, X, XL)
      WRITE(6, 106)

```



```

106 FORMAT (1H0, 14HVIBRATION MODE)
      WRITE(6, 107)((X(I, J), I=1, M), J=1, M)
107  FORMAT (1H0, 10(5(2X, E15, 7)/), 2E15. 7)
      STOP
      END

C    F2/TC/EIGP DIAGONALIZATION OF REAL MATRIX B**(-1)*A
C    DIAGONALIZATION OF A REAL MATRIX B**(-1)*A
C    SUBROUTINE DIRNM.
C    DOOLEY W. W. AND LOHNES P. R. , MULTIVARIATE PROCEDURES FOR THE
C    BEHAVIORAL SCIENCES, JOHN WILEY(1962)
C    SUBROUTINE DIRNM, DIAGONALIZATION OF A REAL NONSYMMETRIC MATRIX
C    OF THE FORM B-INVERSE*A.
C    A AND B ARE M BY M INPUT MATRICES. UPON RETURN VECTOR XL CONTAINS
C    THE EIGENVALUES OF B-1*A, AND MATRIX X CONTAINS THE EIGENVECTORS
C    IN ITS COLUMNS, NORMALIZED. SUBROUTINE HDIAG IS REQUIRED.
C    A, M, B, X, AND XL ARE DUMMY NAMES AND MAY BE CHANGED IN THE
C    CALLING STATEMENT.
      SUBROUTINE DIRNM (A, M, B, X, XL)
      DIMENSION A(52, 52), B(52, 52), X(52, 52), XL(52)
      CALL HDIAG(B, M, O, X, NR)
      DO 1 I=1, M
1    XL(I)=1.0/SQRT(ABS(B(I, I)))
      DO 21 I=1, M
      DO 20 J=1, M
20   B(I, J)=X(I, J)*XL(J)
21  CONTINUE
      DO 32 I=1, M
      DO 31 J=1, M
      X(I, J)=0.0
      DO 30 K=1, M
30   X(I, J)=X(I, J)+B(K, I)*A(K, J)
31  CONTINUE
32  CONTINUE

```

```

DO 42 I=1, M
DO 41 J=1, M
A(I, J)=0.0
DO 40 K=1, M
40 A(I, J)=A(I, J)+X(I, K)*B(K, J)
41 CONTINUE
42 CONTINUE
C   A NOW CONTAINS B-1/2PRIME*A* B-1/2 OF THE NOTES.
TRACE=0.0
DO 10 I=1, M
10 TRACE=TRACE+A(I, I)
WRITE(6, 11)TRACE
11 FORMAT (33HOTRACE OF B-1/2PRIME*A*B-1/2=E15.7)
CALL HDING(A, M, O, X, NR)
DO 5 I=1, M
5 XL(I)=A(I, I)
SUMR=0.0
DO 12 I=1, M
SUMR=SUMR+XL(I)
12 WRITE(6, 13)I, XL(1)
13 FORMAT(12HOEIGENVALUE 12, E15.7)
WRITE(6, 14)SUMR
14 FORMAT (22HOSUM OF EIGENVALUES=E15.7)
DO 62 I=1, M
DO 61 J=1, M
A(I, J)=0.0
DO 60 K=1, M
60 A(I, J)=A(I, J)+B(I, K)*X(K, J)
61 CONTINUE
62 CONTINUE
DO 9 J=1, M
SUMV=0.0
DO 7 I=1, M

```

(30)

1976年 4月 韓國海洋大學 論文集 第11輯

```
7 SUMV = SUMV + A(I, J)**2
   DEN = SQRT(SUMV)
   DO 8 I = 1, M
8 X(I, J) = A(I, J)/DEN
9 CONTINUE
C   COLUMNS OF X(I, J) ARE NOW NORMALIZED.
   RETURN
   END
C   F2/TC/DIAG EIGEN VALUES AND EIGEN VECTORS OF A REAL SYMMETRIC MAT
C 1 RIX
C   EIGENVALUES AND EIGENVECTORS OF A REAL SYMMETRIC MATRIX
C   SUBROUTINE HDIAG.
C   PROGRAMMED BY F. J. CORBATO AND M. MERWIN OF THE M. I. T. COMPUTA-
C 1 TION CENTER AND REVISED BY T. SIMIZU OF UNIV. OF TOKYO COMPUTATION
C   CENTRE.
C   THIS SUBROUTINE COMPUTES THE EIGENVALUES AND EIGENVECTORS OF A
C   REAL SYMMETRIC MATRIX, H, OF ORDER N (WHERE N MUST BE LESS
C   THAN 51), AND PLACES THE EIGENVALUES IN THE DIAGONAL ELEMENTS OF
C   THE MATRIX H, AND PLACES THE EIGENVECTORS (NORMALIZED) IN THE
C   COLUMNS OF THE MATRIX U. IEGEN IS SET AS 1 IF ONLY EIGENVALUES ARE
C   DESIRED, AND IS SET TO 0 WHEN VECTORS ARE REQUIRED. NR CONTAINS
C   THE NUMBER OF ROTATIONS DONE.
C   H, N, IEGEN, U, AND NR OF THE ARGUMENT LIST ARE DUMMY VARIABLES
C   AND MAY BE NAMED DIFFERENTLY IN THE CALLING OF THE SUBROUTINE.
C   THE SUBROUTINE OPERATES ONLY ON THE ELEMENTS OF H THAT ARE TO THE
C   RIGHT OF THE MAIN DIAGONAL. THUS, ONLY A TRIANGULAR SECTION NEED
C   BE STORED IN THE ARRAY H.
SUBROUTINE HDIAG(H, N, IEGEN, U, NR)
DIMENSION H(52, 52), U(52, 52), X(52), IQ(52)
IF(IEGEN, NE, 0) GO TO 15
DO 14 I = 1, N
DO 13 J = 1, N
IF(I, NE, J) GO TO 12
```

```

U(I, J) = 1. 0
GO TO 13
12 U(I, J) = 0. 0
13 CONTINUE
14 CONTINUE
15 NR = 0
    IF(N. LE. 1)GO TO 1000
C   SCAN FOR LARGEST OFF-DIAGONAL ELEMENT IN EACH ROW
C   X(I) CONTAINS LARGEST ELEMENT IN ITH ROW
C   IQ(I) HOLDS SECOND SUBSCRIPT DEFINING POSITION OF ELEMENT
    NMI1 = N - 1
    DO 30 I = 1, NMI1
    X(I) = 0.
    IPL1 = I + 1
    DO 20 J = IPL1, N
    IF(X(I), GT. ABS(H(I, J)))GO TO 20
    X(I) = ABS(H(I, J))
    IQ(I) = J
20 CONTINUE
30 CONTINUE
C   SET INDICATOR FOR SHUT-OFF, RAP = 2** - 23, NR = NO. OF ROTATIONS
    RAP = 1. 192093E - 7
    HDTEST = 1. 0E38
C   FIND MAXIMUM OF X(I)) S FOR PIVOT ELEMENT AND
C   TEST FOR END OF PROBLEM
40 DO 70 I = 1, NMI1
    IF (I. EQ. 1) GO TO 60
    IF (XMAX. GE. X(I)) GO TO 70
60 XMAX = X(I)
    IPIV = I
    JPIV = IQ(I)
70 CONTINUE
C   IS MAX. X(I) EQUAL TO ZERO, IF LESS THAN HDTEST, REVISE HDTEST

```



(32)

1976年 月4 韓國海洋大學 論文集 第11輯

```
IF(XMAX.EQ.0.0) GO TO 1000
IF (HDTEST.LE.0.0) GO TO 90
IF (XMAX.GT.HDTEST) GO TO 148
90 HDIMIN=ABS (H(1,1))
DO 110 I=2,N
IF (HDIMIN.LE.ABS(H(I,I)) GO TO 110
HDIMIN=ABS(H(I,I))
110 CONTINUE
HDTEST=HDIMIN*RAP
C RETURN IF MAX. H(I,J)LESS THAN (2**-23) ABS(H(K,K)-MIN)
IF(HDTEST.GE.XMAX) GO TO 1000
148 NR=NR+1
C COMPUTE TANGENT, SINE AND COSINE, H(I,I), H(J,J)
TANG=SIGN(2.0,(H(IPIV,IPIV)-H(JPIV,JPIV)))*H(IPIV,JPIV)/(ABS(H(IPIV,IPIV)
1 -H(JPIV,JPIV))+SQRT((H(IPIV,IPIV)-H(JPIV,JPIV)**2+4.0*H(IPIV,JPIV)**2))
COSINE=1.0/SQRT(1.0+TANG**2)
SINE=TANG*COSINE
HII=H(IPIV,IPIV)
H(IPIV,IPIV)=COSINE**2*(HII+TANG*(2.*H(IPIV,JPIV)+TANG*H(JPIV,JPIV)))
H(JPIV,JPIV)=COSINE**2*(H(JPIV,JPIV)-TANG*(2.*H(IPIV,JPIV)-TANG*HII))
H(IPIV,JPIV)=0.
C PSEUDO RANK THE EIGENVALUES
C ADJUST SINE AND COS FOR COMPUTATION OF H(IK)AND U(IK)
IF(H(IPIV,IPIV).GE.H(JPIV,JPIV))GO TO 153
HTEMP=H(IPIV,IPIV)
H(IPIV,IPIV)=H(JPIV,JPIV)
H(JPIV,JPIV)=HTEMP
C RECOMPUTE SINE AND COS
HTEMP=SIGN(1.0,-SINE)*COSINE
COSINE=ABS(SINE)
SINE=HTEMP
153 CONTINUE
C INSPECT THE IQS BETWEEN I+1 AND N-1 TO DETERMINE
```



```

C   WHETHER A NEW MAXIMUM VALUE SHOULD BE COMPUTED SINCE
C   THE PRESENT MAXIMUM IS IN THE I OR J ROW
    DO 350 I=1, NMI1
    IF(I-IPIV)210, 350, 200
210 IF (IQ(I). EQ. IPIV)GO TO 240
    IF(IQ(I). NE. JPIV)GO TO 350
240 HTEMP = H(I, IPIV)
    TEMP = H(I, JPIV)
    H(I, IPIV) = 0.
    H(I, JPIV) = 0.
    IPL1 = I + 1
    X(I) = 0.
C   SEARCH IN DEPLETED ROW FOR NEW MAXIMUM
    DO 270 J=IPL1, N
    IF(X(I). GT. ABS(H(I, J)))GO TO 270
    X(I) = ABS(H(I, J))
    IQ(I) = J
270 CONTINUE
    H(I, IPIV) = HTEMP
    H(I, JPIV) = TEMP
    GO TO 350
200 IF(I. GE. JPIV) GO TO 350
    IF(IQ(I). NE. JPIV) GO TO 350
    K = IQ(I)
    HTEMP = H(I, K)
    H(I, K) = 0.
    IPL1 = I + 1
    X(I) = 0.
C   SEARCH IN DEPLETED ROW FOR NEW MAXIMUM
    DO 320 J=IPL1, N
    IF(X(I). GT. ABS(H(I, J))) GO TO 320
    X(I) = ABS(H(I, J))
    IQ(I) = J

```

(34)

1976年 4月 韓國海洋大學 論文集 第11輯

```
320 CONTINUE
    H(I, K) = HTEMP
350 CONTINUE
    X(IPIV) = 0.
    X(JPIV) = 0.
C   CHANGE THE OTHER ELEMENTS OF H
    DO 530 I = 1, N
    IF(I - IPIV) 370, 530, 420
370 HTEMP = H(I, IPIV)
    H(I, IPIV) = COSINE * HTEMP + SINE * H(I, JPIV)
    IF(X(I). GE. ABS(H(I, IPIV))) GO TO 390
    X(I) = ABS(H(I, IPIV))
    IQ(I) = IPIV
390 H(I, JPIV) = -SINE * HTEMP + COSINE * H(I, JPIV)
    IF(X(I) - ABS(H(I, JPIV))) 400, 530, 530
420 IF(I - JPIV) 430, 530, 480
430 HTEMP = H(IPIV, I)
    H(IPIV, I) = COSINE * HTEMP + SINE * H(I, JPIV)
    IF(X(IPIV). GE. ABS(H(IPIV, I))) GO TO 450
    X(IPIV) = ABS(H(IPIV, I))
    IQ(IPIV) = I
450 H(I, JPIV) = -SINE * HTEMP + COSINE * H(I, JPIV)
    IF(X(I). GE. ABS(H(I, JPIV))) GO TO 530
400 X(I) = ABS(H(I, JPIV))
    IQ(I) = JPIV
    GO TO 530
480 HTEMP = H(IPIV, I)
    H(IPIV, I) = COSINE * HTEMP + SINE * H(JPIV, I)
    IF(X(IPIV). GE. ABS(H(IPIV, I))) GO TO 500
    X(IPIV) = ABS(H(IPIV, I))
    IQ(IPIV) = I
500 H(JPIV, I) = -SINE * HTEMP + COSINE * H(JPIV, I)
    IF(X(JPIV). GE. ABS(H(JPIV, I))) GO TO 530
```

```

X(JPIV) = ABS(H(JPIV, I))
IQ(JPIV) = I
530 CONTINUE
C TEST FOR COMPUTATION OF EIGENVECTORS
IF(IEGEN. NE. 0) GO TO 40
DO 550 I=1, N
HTEMP = U(I, IPIV)
U(I, IPIV) = COSINE*HTEMP + SINE*U(I, JPIV)
550 U(I, JPIV) = -SINE*HTEMP + COSINE*U(I, IPIV)
GO TO 40
1000 RETURN
END
    
```



附錄 (3) 規準座標系에로의 變換에 의한 크랭크軸 強制減衰振動의
計算 프로그램

```

C      SOLUTION OF MULTI-DEGREE FREEDOM EQUATION OF CRANKSHAFT
COMMON A(30, 30), B(30, 30), C(30, 30), P(30)
DIMENSION E(30), G(30), Q(30, 30), T(30, 30), V(30, 30), X(30, 30), Y(30, 30)
1      Z(30, 30), SI(30), SO(30), XI(30), PI(30), PO(30), D(30, 30)
      READ(5, 101) L, M, N, NN
101    FORMAT(4I8)
      READ(5, 102) ((A(I, J), I=1, N), J=1, N)
102    FORMAT (5E15. 7)
      DO 1 I=1, N
      DO 2 J=1, N
2      B(I, J)=0. 0
1      CONTINUE
      READ(5, 103) (B(I, I), I=1, N)
103    FORMAT (5E15. 7)
      DO 3 I=1, N
      DO 4 J=1, N
4      C(I, J)=0. 0
3      CONTINUE
      READ (5, 104) (C(I, 1), I=1, 3)
104    FORMAT (3E15, 7)
      DO 5 K=1, 6
      L1=2*K
      L2=2*K+1
      L3=2*K-1
      L4=2*K+2
      READ (5, 105) ((C(I, J), I=L3, L4), J=L1, L2)
105    FORMAT (4E15. 7)
      5      CONTINUE
      READ(5, 106) ((C(I, J), I=13, N), J=14, N)
106    FORMAT (3E15. 7)

```

```

READ(5, 109) (P(I), I=1, N)
109 FORMAT (5E15. 7)
DO 200 I=1, L
DO 200 K=1, N
S=0. 0
DO 210 J=1, M
210 S=S+B(I, J)*A(J, K)
Q(I, K)=S
200 CONTINUE
DO 300 I=1, L
DO 300 K=1, N
R=0. 0
DO 310 J=1, M
310 R=R+A(J, I)*Q(J, K)
T(I, K)=R
300 CONTINUE
WRITE(6, 110)
110 FORMAT(1H0, 17HMODAL MASS MATRIX)
WRITE(6, 111) ((T(I, J), J=1, N), I=1, N)
111 FORMAT (1H0, 6(5(5X, E15, 7)/))
DO 400 I=1, L
DO 400 K=1, N
U=0. 0
DO 410 J=1, M
410 U=U+C(I, J)*A(J, K)
V(I, K)=U
400 CONTINUE
DO 500 I=1, L
DO 500 K=1, N
W=0. 0
DO 510 J=1, M
510 W=W+A(J, I)*V(J, K)
X(I, K)=W

```

```

500 CONTINUE
    WRITE(6, 112)
112 FORMAT (1H0, 21HMODAL STIFNESS MATRIX)
    WRITE(6, 113)((X(I, J), J=1, N), I=1, N)
113 FORMAT (1H0, 6(5(X, E15. 7)/))
    DO 6 I=1, N
    DO 7 J=1, N
7 D(I, J)=0.0
6 CONTINUE
    READ(5, 141) (D(I, 1), I=1, 3)
141 FORMAT (3E15. 7)
    DO 15 LL=1, 6
    M1=2*LL
    M2=2*LL+1
    M3=2*LL-1
    M4=2*LL+2
    READ(5, 142)((D(I, J), I=M3, M4), J=M1, M2)
142 FORMAT(4E15. 7)
15 CONTINUE
    READ(5, 143)((D(I, J), I=13, N), J=14, N)
143 FORMAT(3E15. 7)
    DO 600 I=1, L
    DO 600 K=1, N
    SD=0.0
    DO 610 J=1, M
610 SD=SD+D(I, J)*A(J, K)
    Y(I, K)=SD
600 CONTINUE
    DO 700 I=1, L
    DO 700 K=1, N
    RD=0.0
    DO 710 J=1, M
710 RD=RD+A(J, I)*Y(J, K)

```

```

Z(I, K) = RD
700 CONTINUE
WRITE(6, 114)
114 FORMAT(1H0, 20HMODAL DAMPING MATRIX)
WRITE(6, 115)((Z(I, J), J = 1, N), I = 1, N)
115 FORMAT (1H0, 6(5(5X, E15. 7)/))
DO 999 KK = 1, NN
READ(5, 120) WI, KR
120 FORMAT (E15. 7, I5)
WRITE(6, 121)KK, WI, KR
121 FORMAT (1H0, 18HCIRCULAR FREQUENCY, 5X, 3HNO., 12, 5X, E15. 7, 2X, I3)
CALL FORCE(E, G, L, M, N)
DO 800 I = 1, N
SI(I) = (X(I, I) - T(I, I)*WI**2)**2 + (Z(I, I)*WI)**2
SO(I) = SQRT(SI(I))
XI(I) = E(I)/SO(I)
800 CONTINUE
DO 810 I = 1, N
PI(I) = Z(I, I)*WI(X(I, I) - T(I, I)*WI**2)
PO(I) = ATAN(PI(I))
810 CONTINUE
CALL COORD(XI, G, PO, N)
999 CONTINUE
STOP
END

SUBROUTINE FORCE(X, T, L, M, N)
C GENERALIZED FORCE
COMMON A(30, 30), B(30, 30), C(30, 30), P(30)
DIMENSION X(30), GC(30), GS(30), G(30), H(30), T(30), F(30)
READ(5, 108) (F(I), I = 1, N)
108 FORMAT (5E15. 7)
DO 600 I = 1, N
HC = 0. 0

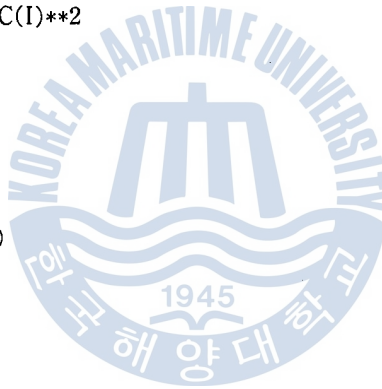
```

```

DO 610 J=1, N
610 HC=HC+A(J, I)*COS(P(J))*F(J)
GC(I)=HC
600 CONTINUE
DO 700 I=1, N
HS=0.0
DO 710 J=1, N
710 HS=HS+A(J, I)*SIN(P(J))*F(J)
GS(I)=HS
700 CONTINUE
DO 800 I=1, N
G(I)=GS(I)**2+GC(I)**2
X(I)=SQRT(G(I))
800 CONTINUE
DO 900 I=1, N
H(I)=GS(I)/GC(I)
T(I)=ATAN(H(I))
900 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE COORD(W, Y, Z, N)
COMMON A(30, 30), B(30, 30), C(30, 30), P(30)
DIMENSION W(30), Y(30), Z(30), ZI(30), WI(30), WO(30), DI(30), G(30),
1 ZJ(30), ZO(30)
DO 8 I=1, N
S=0.0
DO 9 J=1, N
ZI(J)=Y(J)-Z(J)
S=S+SIN(ZI(J))*A(I, J)*W(J)
9 CONTINUE
WI(I)=S
8 CONTINUE
WRITE(6, 105)

```




```

105 FORMAT (1HO, 13HSIN COMPONENT)
    WRITE(6, 106) (WI(I), I=1, N)
106 FORMAT (1HO, 6(5(5X, E15. 7)/))
    DO 10 I=1, N
    T=0. 0
    DO 11 J=1, N
    ZI(J) = Y(J) - Z(J)
    T = T + COS(ZI(J))*A(I, J)*W(J)
11 CONTINUE
    WO(I) = T
10 CONTINUE
    WRITE(6, 107)
107 FORMAT (1HO, 13HCOS COMPONENT)
    WRITE(6, 108) (WO(I), I=1, N)
108 FORMAT(1HO, 6(5(5X, E15, 7)/))
    DO 99 I=1, N
    DI(I) = WI(I)**2 + WO(I)**2
    G(I) = SQRT(DI(I))
    ZJ(I) = WI(I)/WO(I)
    ZO(I) = ATAN(ZJ(I))*57. 29578
99 CONTINUE
    WRITE(6, 101)
101 FORMAT (1HO, 21HPHYSICAL DISPLACEMENT)
    WRITE(6, 102) (G(I), I=1, N)
102 FORMAT (1HO, 6(5(5X, E15. 7)/))
    WRITE(6, 103)
103 FORMAT (1HO, 11HPHASE ANGLE)
    WRITE (6, 104) (ZO(I), I=1, N)
104 FORMAT (1HO, 6(5(5X, E15. 7)/))
    RETURN
    END

```

附錄 (4) 機械的 인피던스法에 의한 크랭크軸強制減衰振動的 計算프로그램

```

C      STEADY STATE SOLUTION OF MULTI-DEGREE FREEDOM
C      MAIN PROGRAM
      COMMON A(30, 30), B(30, 30), C(30, 30), Z(30)
      DIMENSION D(30, 30), E(30, 30), F(30, 30), G(30, 30), H(30, 30), R(30), Q(30),
1     AP(30), AM(30), PS(30), PH(30), P(30), GC(30), GS(30), HC(30), HS(30)
      READ(5, 101) L, M, N, NN
101    FORMAT(4I8)
      DO 1 I=1, M
      DO 2 J=1, M
2     B(I, J)=0.0
1     CONTINUE
      READ(5, 102) ((B(I, J), I=1, 20), J=1, 20)
102    FORMAT(5E15. 7)
      READ(5, 103) ((B(I, J), I=21, 22), J=19, 20)
103    FORMAT(2E15. 7)
      DO 5 KK=1, 4
      L1=2*KK+17
      L2=2*KK+22
      L3=2*KK+19
      L4=2*KK+20
      READ(5, 104) ((B(I, J), I=L1, L2), J=L3, L4)
104    FORMAT(3E15. 7)
5     CONTINUE
      READ(5, 105) ((B(I, J), I=27, M), J=29, M)
105    FORMAT(4E15. 7)
      DO 6 I=1, M
      DO 7 J=1, M
7     A(I, J)=0.0
6     CONTINUE
      READ(5, 107) (A(I, I), I=1, M)

```

```

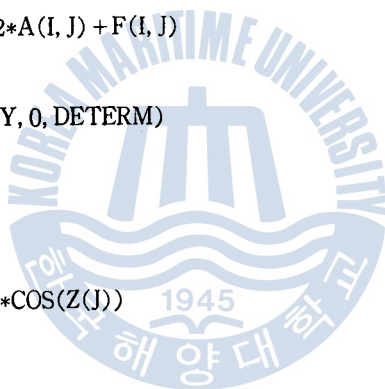
107 FORMAT (5E15. 7)
    DO 8 I=1, M
    DO 9 J=1, M
  9 C(I, J)=0. 0
  8 CONTINUE
    READ(5, 108) ((C(I, J), J=1, 4), I=1, 2)
108 FORMAT (4E15. 7)
    READ(5, 109)((C(I, J), J=I-2, I+2), I=3, 28)
109 FORMAT(5E15. 7)
    READ(5, 110) ((C(I, J), J=27, M), I=29, M)
110 FORMAT (4E15. 7)
    READ(5, 202) (Z(I), I=1, N)
202 FORMAT(5E15. 7)
    DO 999 KK=1, NN
    READ(5, 203)W, KW
203 FORMAT(E15. 7, I5)
    WRITE(6, 204)KK, W, KW
204 FORMAT (1H0, 18HCIRCULAR FREQUENCY, 5X, 3HNO. , 2X, 12, 5X, E15. 7, 2X, I3)
    READ(5, 201) (P(I), I=1, N)
201 FORMAT(5E15. 7)
    DO 200 I=1, N
    DO 211 J=1, N
      D(I, J) = B(I, J) - W**2*A(I, J)
211 CONTINUE
200 CONTINUE
    CALL MATINV(D, N, Z, 0, DETERM)
    DO 300 I=1, L
    DO 301 K=1, N
      S1=0. 0
    DO 310 J=1, M
310 S1=S1+W*C(I, J)*D(J, K)
      E(I, K) = S1
301 CONTINUE

```

(44)

1976年 4月 韓國海洋大學 論文集 第11輯

```
300 CONTINUE
    DO 400 I=1, L
        DO 401 K=1, N
            S2=0.0
            DO 410 J=1, M
210   S2=S2+E(I, J)*C(J, K)*W
            F(I, K)=S2
401 CONTINUE
400 CONTINUE
    DO 500 I=1, N
        DO 501 J=1, N
501   G(I, J)=B(I, J)-W**2*A(I, J)+F(I, J)
500 CONTINUE
    CALL LAMINV(G, N, Y, 0, DETERM)
    DO 750 I=1, N
        RC=0.0
        DO 751 J=1, N
751   RC=RC+G(I, J)*P(J)*COS(Z(J))
        GC(I)=RC
750 CONTINUE
    DO 760 I=1, N
        TS=0.0
        DO 761 J=1, N
761   TS=TS+H(I, J)*P(J)*SIN(Z(J))
        HS(I)=TS
760 CONTINUE
    DO 600 I=1, L
        DO 601 K=1, N
            S3=0.0
            DO 610 J=1, M
610   S3=S3+G(I, J)*E(J, K)
            H(I, K)=S3
601 CONTINUE
```



```

600 CONTINUE
      DO 20 I=1, N
        R(I) = GC(I) + HS(I)
20 CONTINUE
      WRITE(6, 130)
130 FORMAT(1H0, 14HREAL COMPONENT)
      WRITE(6, 131) (R(I), I=1, N)
131 FORMAT (1H0, 6(5(5X, F15. 7)/))
      DO 850 I=1, N
        RS=0. 0
        DO 851 J=1, N
          851 RS=RS+G(I, J)*P(J)*SIN(Z(J))
            GS(I) = RS
850 CONTINUE
      DO 860 I=1, N
        TC=0. 0
        DO 861 J=1, N
          861 TC = TC + H(I, J)*P(J)*COS(Z(J))
            HC(I) = TC
860 CONTINUE
      DO 30 I=1, N
        Q(I) = GS(I) - HC(I)
30 CONTINUE
      WRITE(6, 132)
132 FORMAT (1H0, 19HIMAGINARY COMPONENT)
      WRITE(6, 133) (Q(I), I=1, N)
133 FORMAT (1H0, 6(5(5X, E15. 7)/))
      DO 10 I=1, N
        AP(I) = R(I)**2 + Q(I)**2
        AM(I) = SQRT (AP(I))
10 CONTINUE
      WRITE(6, 121)
121 FORMAT(1H0, 18HTOTAL DISPLACEMENT)
    
```



```

WRITE(6, 122) (AM(I), I=1, N)
122 FORMAT (1H0, 6(5(5X, E15. 7)/))
DO 11 I=1, N
PS(I) = Q(I)/R(I)
PH(I) = ATAN(PS(I))*57. 29578
11 CONTINUE
WRITE(6, 123)
123 FORMAT (1H0, 11HTOTAL PHASE)
WRITE (6, 124) (PH(I), I=1, N)
124 FORMAT(1H0, 6(5(5X, E15. 7)/))
999 CONTINUE
STOP
END

SUBROUTINE MATINV (A, N, B, M, DETERM)
DIMENSION IPIVOT(30), A(30, 30), B(30), INDEX(30, 2), PIVOT(30)
EQUIVALENCE(IROW, JROW), (ICOLUM, JCOLUM), (AMAX, T, SWAP)
DETERM = 1. 0
DO 20 J=1, N
20 IPIVOT(J) = 0
DO 55 I=1, N
AMAX = 0. 0
DO 105 J=1, N
IF(IPIVOT(J). EQ. 1) GO TO 105
DO 100 K=1, N
IF(IPIVOT(K) - 1) 80, 100, 740
80 IF (ABS(AMAX). GE. ABS(A(J, K))) GO TO 100
IROW = J
ICOLUM = K
AMAX = A(J, K)
100 CONTINUE
105 CONTINUE
IPIVOT(ICOLUM) = IPIVOT(ICOLUM) + 1
IF(IROW. EQ. ICOLUM) GO TO 260

```

```

DETERM = -DETERM
DO 200 L = 1, N
SWAP = A(IROW, L)
A(IROW, L) = A(ICOLUM, L)
200 A(ICOLUM, L) = SWAP
IF(M. EQ. 0) GO TO 260
SWAP = B(IROW)
B(IROW) = B(ICOLUM)
B(ICOLUM) = SWAP
260 INDEX(I, 1) = IROW
INDEX(I, 2) = ICOLUM
PIVOT(I) = A(ICOLUM, ICOLUM)
DETERM = DETERM * PIVOT(I) / 1000000000. 0
A(ICOLUM, ICOLUM) = 1. 0
DO 350 L = 1, N
350 A(ICOLUM, L) = A(ICOLUM, L) / PIVOT(I)
IF(M. EQ. 0) GO TO 380
B(ICOLUM) = B(ICOLUM) / PIVOT(I)
380 DO 550 L1 = 1, N
IF(L1. EQ. ICOLUM) GO TO 550
T = A(L1, ICOLUM)
A(L1, ICOLUM) = 0. 0
DO 450 L = 1, N
450 A(L1, L) = A(L1, L) - A(ICOLUM, L) * T
IF(M. EQ. 0) GO TO 550
B(L1) = B(L1) - B(ICOLUM) * T
550 CONTINUE
555 CONTINUE
DO 710 I = 1, N
L = N + 1 - I
IF (INDEX(L, 1). EQ. INDEX(L, 2)) GO TO 710
JROW = INDEX(L, 1)
JCOLUM = INDEX(L, 2)

```

```

DO 700 K=1, N
  SWAP= A(K, JROW)
  A(K, JROW) = A(K, JCOLUMN)
700 A(K, JCOLUMN) = SWAP
710 CONTINUE
740 RETURN
  END

SUBROUTINE LAMINV (A, N, B, M, DETERM)
  DIMENSION IPIVOT(30), A(30, 30), B(30), INDEX(30, 2), PIVOT(30)
  EQUIVALENCE(IROW, JROW), (ICOLUMN, JCOLUMN), (AMAX, T, SWAP)
  DETERM= 1. 0
  DO 20 J=1, N
20 IPIVOT(J) = 0
  DO 555 I=1, N
  AMAX= 0. 0
  DO 105 J=1, N
  IF(IPIVOT(J). EQ. 1)GO TO 105
  DO 100 K=1, N
  IF(IPIVOT(K) - 1) 80, 100, 740
80 IF(ABS(AMAX). GE. ABS(A(J, K)))GO TO 100
  IROW= J
  ICOLUMN= K
  AMAX= A(J, K)
100 CONTINUE
105 CONTINUE
  IPIVOT(ICOLUMN) = IPIVOT(ICOLUMN) + 1
  IF(IROW. EQ. ICOLUMN)GO TO 260
  DETERM= -DETERM
  DO 200 L=1, N
  SWAP= A(IROW, L)
  A(IROW, L) = A(ICOLUMN, L)
200 A(ICOLUMN, L) = SWAP
  IF(M. EQ. 0)GO TO 260

```



```

SWAP=B(IROW)
B(IROW)=B(ICOLUMN)
B(ICOLUMN)=SWAP
260 INDEX(I, 1)=IROW
INDEX(I, 2)=ICOLUMN
PIVOT(I)=A(ICOLUMN, ICOLUMN)
DETERM=DETERM*PIVOT(I)/1000000000. 0
A(ICOLUMN, ICOLUMN)=1. 0
DO 350 L=1, N
350 A(ICOLUMN, L)=A(ICOLUMN, L)/PIVOT(I)
IF(M. EQ. 0)GO TO 380
B(ICOLUMN)=B(ICOLUMN)/PIVOT(I)
380 DO 550 L1=1, N
IF(L1. EQ. ICOLUMN) GO TO 550
T=A(L1, ICOLUMN)
A(L1, ICOLUMN)=0. 0
DO 450 L=1, N
450 A(L1, L)=A(L1, L)-A(ICOLUMN)*T
IF(M. EQ. 0)GO TO 550
B(L1)=B(L1)-B(ICOLUMN)*T
550 CONTINUE
555 CONTINUE
DO 710 I=1, N
L=N+1-I
IF(INDEX(L, 1). EQ. INDEX(L, 2))GO TO 710
JROW=INDEX(L, 1)
JCOLUMN=INDEX(L, 2)
DO 700 K=1, N
SWAP=A(K, JROW)
A(K, JROW)=A(K, JCOLUMN)
700 A(K, JCOLUMN)=SWAP
710 CONTINUE
740 RETURN
END

```

1. 1945년 8월 15일

2. 1945년 9월 2일

3. 1945년 9월 8일

4. 1945년 9월 15일

5. 1945년 9월 22일

6. 1945년 9월 28일



7. 1945년 10월 1일

8. 1945년 10월 5일

9. 1945년 10월 10일

10. 1945년 10월 15일

11. 1945년 10월 20일

12. 1945년 10월 25일

13. 1945년 10월 30일

14. 1945년 11월 1일

15. 1945년 11월 5일

16. 1945년 11월 10일

17. 1945년 11월 15일

18. 1945년 11월 20일

19. 1945년 11월 25일