

## 目 次

### ABSTRACT

#### 1. 緒 論

#### 2. 理論 및 Simulation 解析

##### 2. 1 調和分析

###### (1) 理論解析

###### (2) 플로우차트 및 프로그램

##### 2. 2 不足감쇠인 경우의 自由振動

##### 2. 3 감쇠가 있을 경우의 強制振動

##### 2. 4 振動의 傳達

##### 2. 5 리샤주 図形

#### 3. 出力 結果

##### 3. 1 調和分析

##### 3. 2 부족감쇠인 경우의 自由振動

##### 3. 3 감쇠가 있을 경우의 強制振動

##### 3. 4 振動의 傳達

##### 3. 5 리샤주 図形

#### 4. 結論

## 1. 緒 論

現在の機械工業에서는 製品에대한 性能向上, 輕量化, 및 低 價格化를 위한 끊임없는 努力을 기울이고 있지만 이것들은 振動과 騒音を 增大시킨다는 唯一의 共通點을 제외하고는 서로 相反되는 矛盾을 가지고 있다.

또한, 最近 先進國을 中心으로 한 人間존중이라는 傾向으로 인하여 機械振動은 機械自體의 疲勞破壞 이외에도 公害 環境面에서 工業界의 關心이 急騰하고 있다.

지금까지의 機械製品 開發과 設計에 있어서 靜的인 強度와 變形에 대하여는 設計段階에서 圖面으로 確認하는 手法을, 振動과 騒音에 대해서는 經驗을 根據로한 對策과 改善의 反復에 인한 詩行錯誤로써 技術을 蓄積하여 왔다.

그러나, 最近의 情報化 社會에서는 使用者의 趣味와 流行의 變化가 急激하고, 이에따른 新製品의 開發에 있어 基本計劃부터 完成까지의 期間을 가능한한 短縮하지 않으면 競爭社會에서 存續할수 없는 處地에 와있다.

開發기간의 短縮을 成就하기 위하여서는 詩行錯誤에 의한 製品開發 대신에 初期設計 段階에서 製品의 運轉에 따른 振動을 가능한 한 正確하게 豫測하는 手法의 開發에 있다.

이를 위하여 計算器의 有効利用에 따른 振動 시뮬레이션이 必要하게 되었으며, 이에따라 振動工學의 知識뿐만 아니라 計算器 時代에 要求되는 새로운 振動工學의 教育이 必要하리라 思料된다.

이를 위하여 먼저 振動工學에서 誘導된 여러가지의 方程式을 퍼스널 컴퓨터를 利用하여 시뮬레이션을 행하므로써 各式의 變數들이 전체의 式에 미치는 影響과 物理的인 現象을 동시에 理解할 수 있고 教育用 振動 實驗裝備 부족에 따른 基礎的 振動 現象 確認이 곤란한 경우에도 振動工學 全般에 걸친 基礎的 知識을 能率의으로 習得하는 것이 가능하리라 생각된다.

따라서 본 論文에서는 컴퓨터 그래픽 手法을 導入하여 振動工學 教育果程에서 基本的으로 誘導하고 있는 方程式을 시뮬레이션하는 프로그램을 開發하고 振動工學의 教育資料로써의 가치를 檢討하고자 한다.

## 2. 理論 및 Simulation 解析

### 2. 1 調和分析

#### (1) 理論解析

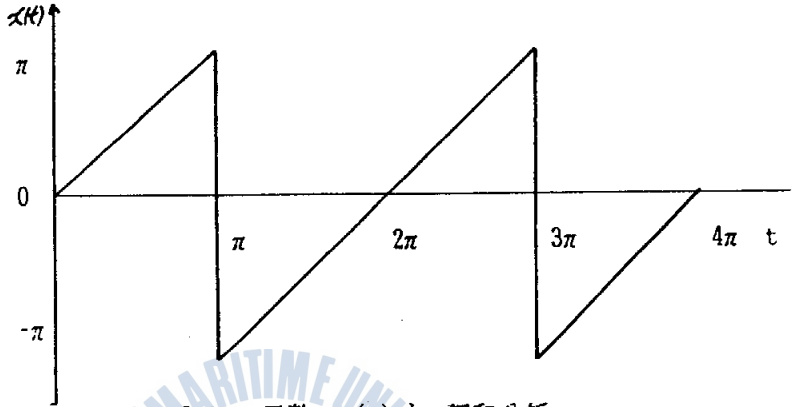


fig.2-1 函數  $x(t)$ 의 調和分析

$$x(t) = \begin{cases} t & 0 < t < \pi \\ t - 2\pi & \pi < t < 3\pi \\ t - 4\pi & 3\pi < t < 4\pi \end{cases} \quad (2-1)$$

어떤 週期  $T$ 로 되풀이되는 運動은 各振動數  $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots$ 를 갖는 調和振動으로 分析할 수 있다.

그래서, fig 2-1와 같은 函數 (2-1)을 Fourier 級數로 表視할 수 있다. 函數 (2-1)의  $x(t)$ 를 Fourier 級數로 나타내면 式(2-2), (2-3)과 같이 된다.

$$x(t) = a_0 + c_1 \cos(t + \phi) + c_2 \cos(2t + \phi_2) + c_3 \cos(3t + \phi_3) + \dots \quad (2-2)$$

$$= a_0 + a_1 \cos t + a_2 \cos 2t + a_3 \cos 3t + \dots + b_1 \sin t + b_2 \sin 2t + b_3 \sin 3t + \dots \quad (2-3)$$

$$\text{단, } c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \tan \phi_k = -b_k / a_k, \quad k=1, 2, 3, \dots$$

式 (2-3)에서  $a_0, c_1, c_2, c_3, \dots$ ;  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots$ 를 決定하는 것을 調和分析이라 한다.

여기서 (2-3) 式의 Fourier 級數의 各 係數를 決定하는 것은 式 (2-4)으로 計算한다.

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x(t) dt \\
 a_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x(t) \cos kt dt \\
 b_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x(t) \sin kt dt
 \end{aligned}
 \tag{2-4}$$

따라서 (2-4) 式에 函數  $x(t)$ 를 代入하여 풀면  $a_0, a_k, b_k$ 는 각각 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} t dt + \frac{1}{2\pi} \int_{\pi}^{2\pi} (t - 2\pi) dt = 0 \\
 a_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} t \cos kt dt + \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} (t - 2\pi) \cos kt dt = 0 \\
 b_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} t \sin kt dt + \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} (t - 2\pi) \sin kt dt \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} t \sin kt dt - 2 \int_{\pi}^{2\pi} \sin kt dt \\
 &= (-1)^{k+1} \frac{2}{k}
 \end{aligned}$$

위에서 求한  $a_0, a_k, b_k$ 를 (2-3) 式에 代入하면 函數  $x(t)$ 는 式 (2-5)와 같은 正弦波 曲線의 疊으로 나타낼 수 있다.

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k} (-1)^{k+1} \sin kt
 \tag{2-5}$$

## (2) 플로우차트 및 프로그램

앞 節에서 函數  $x(t)$ 를 調和分析한 結果

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k} (-1)^{k+1} \sin kt$$

와 같은 正弦波 曲線의 疊으로 나타내어진다.

이 ฟู리에級數를 제 1項부터 차례로 疊하여 36項까지 疊한 그림을 fig.3-1 에 나타내 보였다.

項을 거듭함에 따라 fig.2-1 에 나타낸 函數  $x(t)$  에 가까워 진다. 프로그램상에서는 ฟู리에 級數의 1項부터의 正弦波 曲線을 疊하는 曲線을 疊하는 過程을 遂行하게 하여 line 처리 하였다.

이 프로그램의 플로우차트는 fig.2-2 에 나타내었고 프로그램은 表 2-1 에 보였다.



(1) . 조화분석

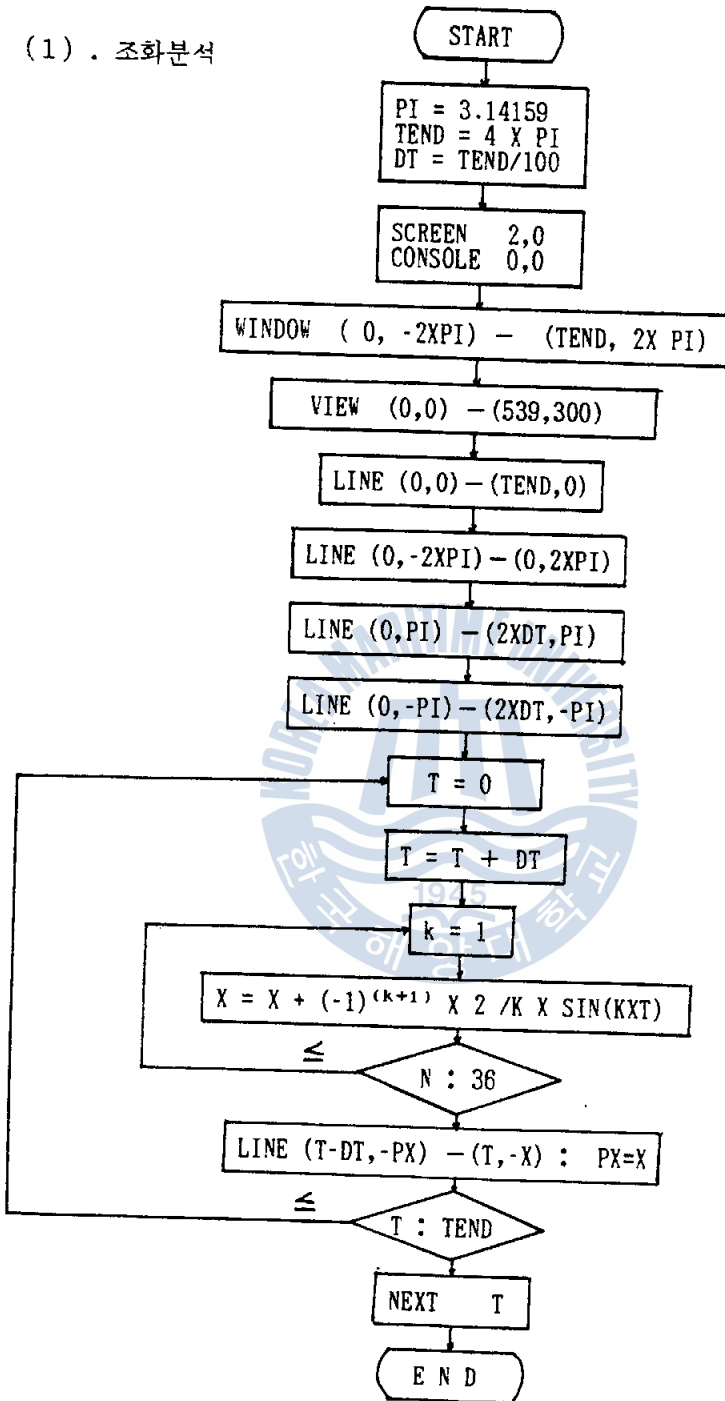


fig. 2-2. 흐름도

```

5   CLS
10  REM FOUR3
20  PI=3.1426 :TEND=4*PI :DT=TEND/100
30  SCREEN 2,0 :CONSOLE ,,0,0
40  WINDOW (0,-2*PI)-(15 ,2*PI)
50  VIEW (0,0)-(450,300)
60  LINE (0,0)-(15 ,0)
70  LINE (0,-2*PI)-(0,2*PI)
80  LINE (0,PI)-(2*DT,PI)
90  LINE (0,-PI)-(2*DT,-PI)
91  LOCATE 1,1 : PRINT "f(t)"
92  LOCATE 1,4 : PRINT " PI "
93  LOCATE 1,10 : PRINT "0"
94  LOCATE 1,14 : PRINT "-PI "
95  LOCATE 13,10 : PRINT "1PI"
96  LOCATE 23,10 : PRINT "2PI"
97  LOCATE 34,10 : PRINT "3PI"
98  LOCATE 45,10 : PRINT "4PI"
99  LOCATE 55,10 : PRINT "t"
100 FOR T=0 TO TEND STEP DT :X=0
110 FOR N=1 TO 36
120 X=X+(-1)^(N+1)*2/N*SIN(N*T)
130 NEXT N
140 LINE (T-DT,-PX)-(T,-X):PX=X
150 NEXT T

```

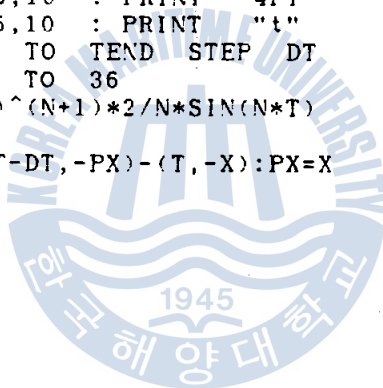


表 2-1 프로그램

## 2. 2 不足 감쇠인 경우의 自由振動

### (1) 理論解析

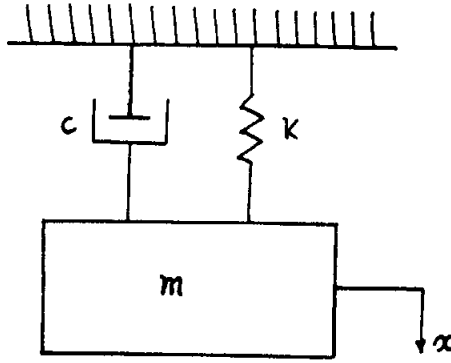


fig.2-3 감쇠가 있는 1自由度 直線振動系

fig 2-3 과 같은 振動系에서 질량  $m$ (kg)인 物体물 스프링定數  $k$  (kgf/cm) 를 갖는 스프링과 감쇠계수  $c$  (kgf.sec/cm) 를 갖는댐퍼 (Damper) 로 支持하는 경우의 運動方程式은 (2-6) 式과 같이된다.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (2-6)$$

단,  $k / m = p^2$

$$c / m = 2\mu (> 0)$$

라고 하면 (2-6) 式은 (2-7) 式과 같이 쓸수있다.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\mu \frac{dx}{dt} + p^2x = 0 \quad (2-7)$$

여기서, (2-7) 式의 一般解를 求하기 위하여  $x=e^{st}$  라고 둔다면 (2-7) 式은 (2-8) 式과 같이 된다.

$$(s^2 + 2\mu s + p^2)e^{st} = 0 \quad (2-8)$$

(2-8) 式을 滿足하는  $s$  를 求하면 다음과 같이된다.

$$s = -\mu \mp \sqrt{\mu^2 - p^2}$$



여기서, 부족감쇠 ( $\mu < p$ )인 경우 만을 생각하면, (2-8) 식을 滿足하는  $s_1$  과  $s_2$  는 각각

$$\begin{aligned} s_1 &= -\mu - jq \\ s_2 &= -\mu + jq \end{aligned}$$

(단,  $\sqrt{p^2 - \mu^2} = q$  ,  $j = \sqrt{-1}$  ) 로 된다.

따라서, (2-7)식의 一般解는 (2-9) 식과 같이 하면

$$x = Ae^{(-\mu - jq)t} + Be^{(-\mu + jq)t} \quad (2-9)$$

(2-9)식을 다시 고쳐쓰면 (2-10)식이 된다.

$$\begin{aligned} x &= e^{-\mu t}(C \cos qt + D \sin qt) \\ (C &= A + B, D = -j(A - B)) \end{aligned} \quad (2-10)$$

(2-10)식에서 C 와 D를 消去하기 위하여 初期條件

$$t = 0 ; x = 0, dx / dt = V_0$$

를 代入하여 整理하면

$$C = 0, D = V_0 / q = a$$

가 되어 결국 (2-10)식은 (2-11) 식과 같이 된다.

$$x = e^{-\mu t} a \sin qt \quad (2-11)$$

## (2) 플로우차트 및 프로그램

앞 節에서 求한 式

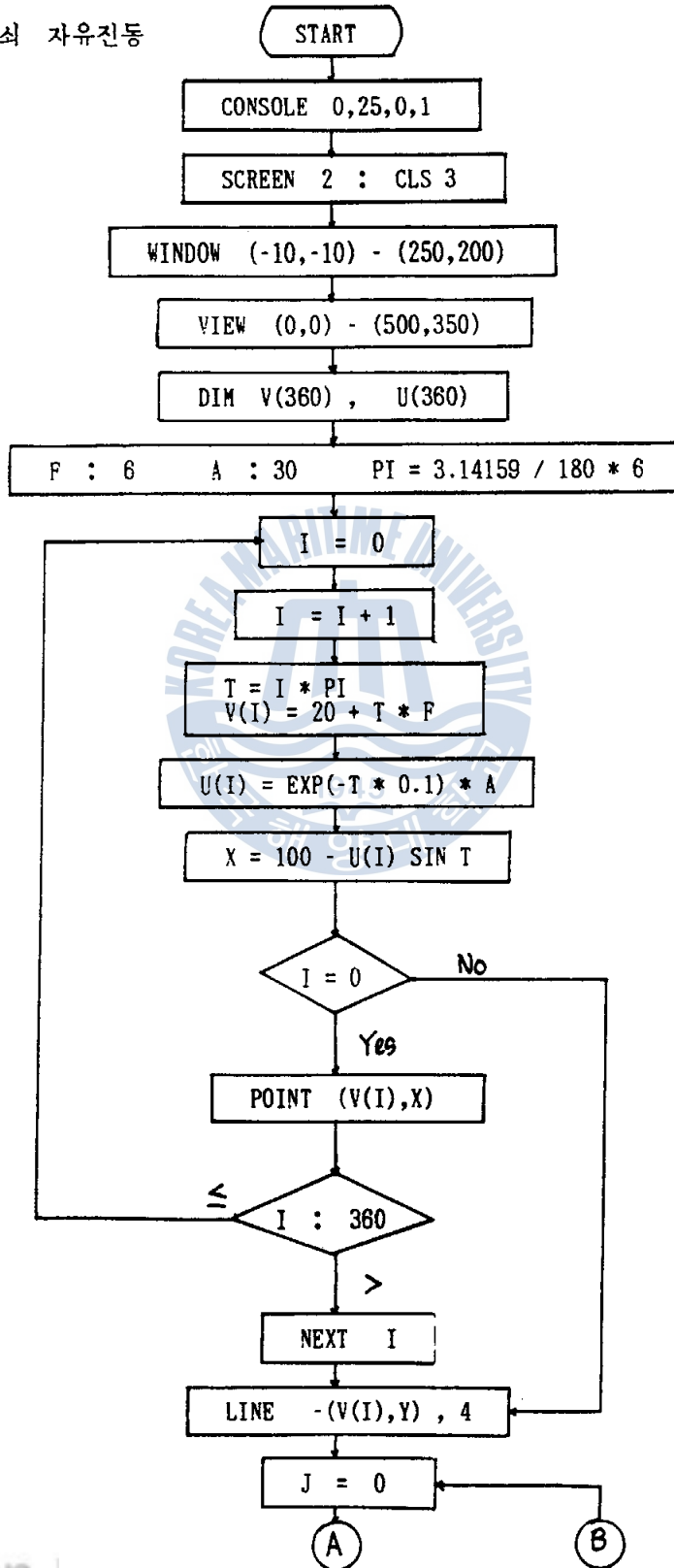
$$x = e^{-\mu t} a \sin qt$$

는  $t$ 의 函數이므로  $t$ 와  $x$ 의 關係를 圖式化하면 fig.3-2와 같이  $e^{-\mu t}$ 와 이것을  $t$ 軸에 대하여 對稱으로 配値한 2개의 指數 曲線간을 각 振動數  $q$ 의 波形이 漸次 振幅을 감소시켜 가는 減衰 振動 曲線을 얻게된다.

프로그램상에서는  $\mu = 0.1$ ,  $qt$ 를 K(radian)의 變數로 바꿔 實行하였다. 이들의 플로우차트는 fig.2-4에 나타내었고 이 프로그램은 表 2-2에 나타내었다.



(2) 감쇠 자유진동



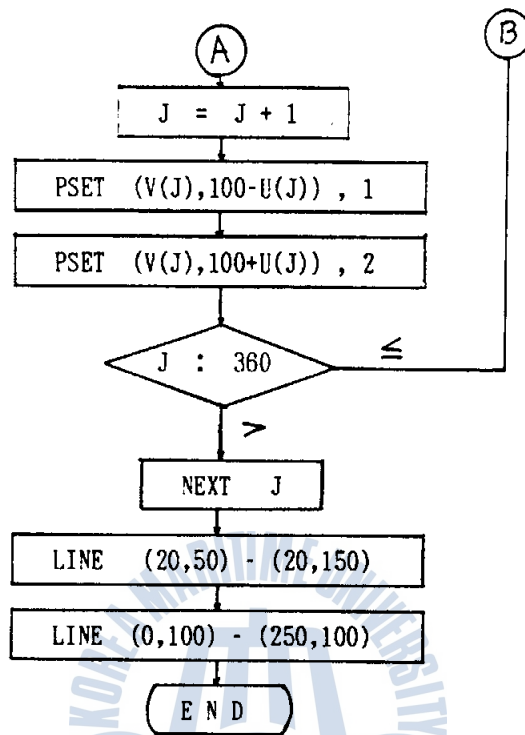


fig. 2-4 흐름도

```

10  REM MCK7
20  CONSOLE 0,25,0,1
21  SCREEN 2:CLS 3
23  WINDOW (-10,-10)-(250,200)
25  VIEW (0,0)-(500,350)
30  DIM V(360),U(360)
40  F=6 : A=30 : PI=3.1416/180*6
50  FOR I=0 TO 360
60      T=I*PI : V(I)=20+T*F
70      U(I)=EXP(-T*.1)*A
80      X=100-U(I)*SIN(T)
90      IF I=0 THEN POINT(V(I),X)
100     LINE -(V(I),X),4
105  NEXT I
110  FOR J=0 TO 360
120     PSET (V(J),100-U(J)),1
130     PSET (V(J),100+U(J)),2
140  NEXT J
150  LINE (20,50)-(20,150)
160  LINE (0,100)-(250,100)
161  LOCATE 9,8 : PRINT "A"
162  LOCATE 18,9 : PRINT "B"
163  LOCATE 27,10 : PRINT "C"
164  LOCATE 6,12 : PRINT "O"
165  LOCATE 60,12 : PRINT "t"
166  LOCATE 6,6 : PRINT "x"
170  END

```

表 2-2 프로그램

## 2. 3 감쇠가 있는 경우의 強制振動

### (1) 理論解析

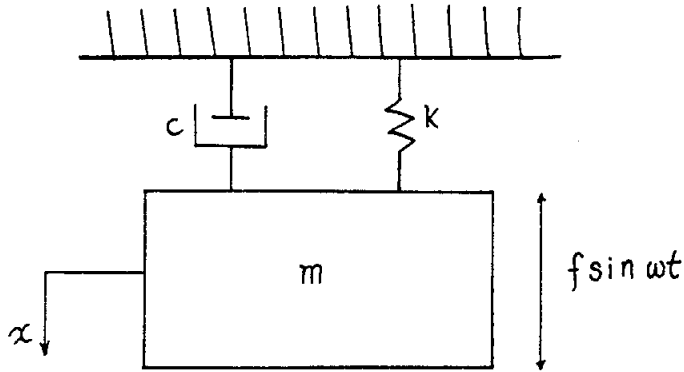


fig.2-5 감쇠가 있는 경우의 強制振動

fig.2-5 같이 점성감쇠가 作用하는 振動系에서 질량  $m$  에 上, 下 方向으로 強制力  $F=f \sin \omega t$  가 作用하고 있는 경우의 運動方程式은 (2-12)式과 같이 된다.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\mu \frac{dx}{dt} + p^2x = (f/m) \sin \omega t \quad (2-12)$$

$$\text{단, } (c/m = 2\mu, \quad k/m = p^2)$$

(2-12) 式의 一般解를 求하여 보면, 시간이 經過하면 점점 消滅하는 감쇠 自由振動項과 持續振動을 形成하는 強制振動項으로 나누어진다. 여기서, 持續振動 (定常振動) 을 形成하는 強制振動에 관해서만 考察하기로 한다.

(2-12) 式의 特別解로서

$$x = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

라 두고 이  $x$  를 (2-12) 式에 代入하여 整理하면

$$A = \frac{-2\mu\omega}{(p^2 - \omega^2)^2 + 4\mu^2\omega^2} \cdot \frac{f}{m}$$

$$B = \frac{p^2 - \omega^2}{(p^2 - \omega^2)^2 + 4 \mu^2 \omega^2} \cdot \frac{f}{m}$$

로 된다.

따라서, 強制振動 項의 解는 (2-13) 式으로 된다.

$$x = \frac{f (-2 \mu \omega \cos \omega t + (p^2 - \omega^2) \sin \omega t)}{m ((p^2 - \omega^2)^2 + 4 \mu^2 \omega^2)} \quad (2-13)$$

다시 式(2-13)을  $x = a \sin(\omega t - \phi)$  의 形式으로 고쳐쓰면 式 (2-14) 로 된다.

$$x = \frac{f}{m} \sqrt{\frac{1}{(p^2 - \omega^2)^2 + (2 \mu \omega)^2}} \sin(\omega t - \phi) \quad (2-14)$$

단,  $\tan \phi = \frac{2 \mu \omega}{p^2 - \omega^2}$

(2-14) 式에서

$$a = \frac{f}{m} \sqrt{\frac{1}{(p^2 - \omega^2)^2 + (2 \mu \omega)^2}} \quad (2-15)$$

이라 하면 式 (2-14) 은 式(2-16)으로 된다.

$$x = a \sin(\omega t - \phi) \quad (2-16)$$

(a: 強制振動의 振幅)

이들의 式을  $\omega/p$ ,  $\mu/\mu_c = \xi$  (단,  $\mu_c = p$ )를 利用하여 無次元의 形式으로 나타내면

$$a = \frac{f}{k} \sqrt{\frac{1}{(1 - \omega^2/p^2)^2 + (2 \xi \omega/p)^2}} \quad (2-17)$$

(2-17)식에서,  $f/k = x_{st}$  (정적인 상태의 변위) 라 놓으면 式(2-18)과 같이 된다.

$$\frac{a}{x_{st}} = \sqrt{\frac{1}{(1 - \omega^2/p^2)^2 + (2 \xi \omega/p)^2}} \quad (2-18)$$

(2) 플로우차트 및 프로그램

앞절에서 求한 式,  $\frac{a}{x_{st}} = \sqrt{\frac{1}{(1-\omega^2/p^2)^2 + (2\xi\omega/p)^2}}$

은 強制振動의 振幅이 f 에 의한 靜的 變形의 몇배인가를 나타내는 倍率이며  $\omega/p$  의 函數 이다.

$\mu/\mu_c = \xi$  를 參數로 하여  $a/x_{st}$ ,  $\omega/p$  을 關係를 函數化 시키면 fig.3-3 과 같은 共振曲線을 얻게된다.

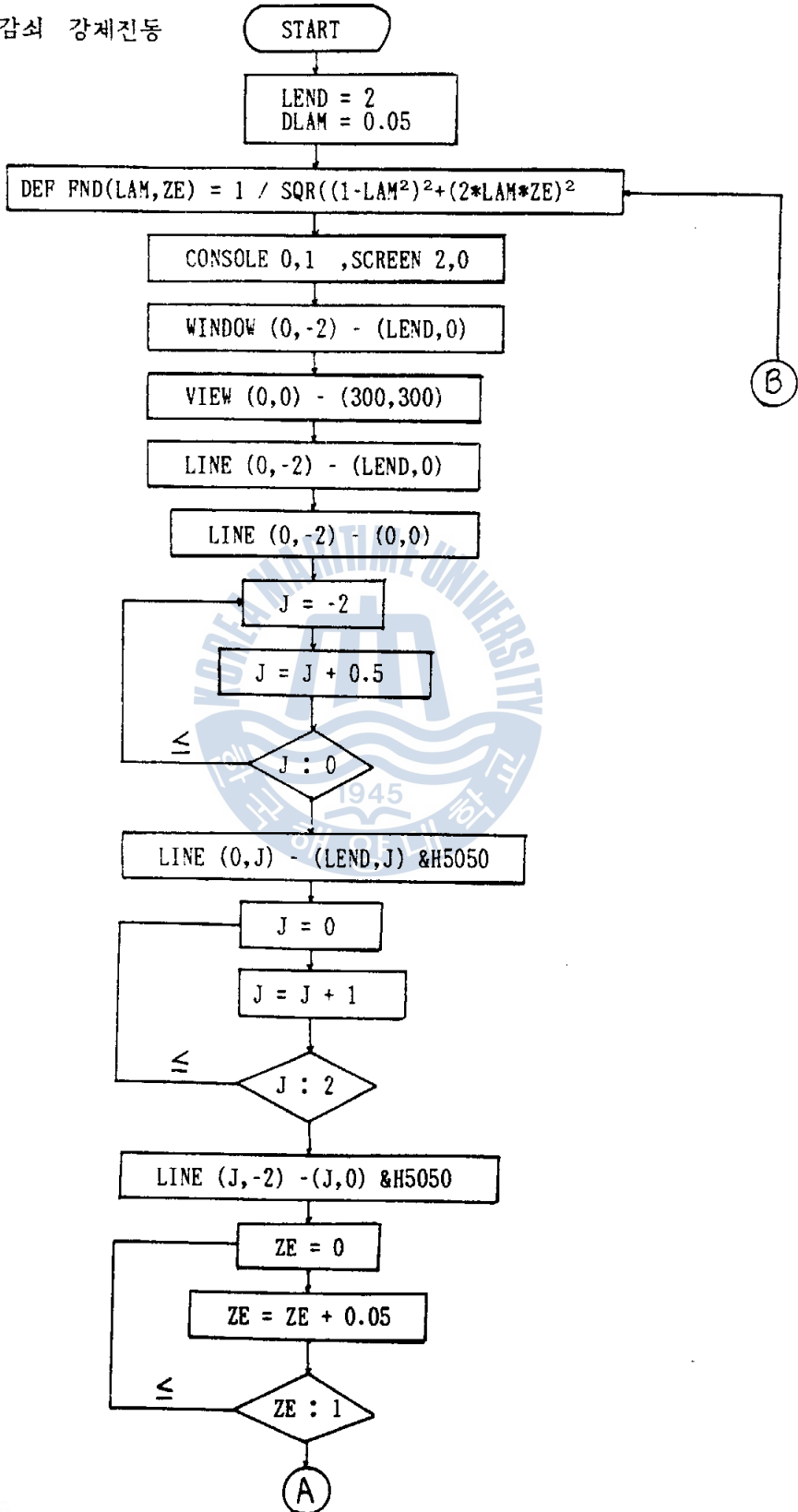
프로그램 上에서는  $\omega/p$  를 LAM,  $\xi$  를 ZE라는 變數로 바꾸어서 實行하였다.

이 들의 플로우차트는 그림 2-5에 보였고, 프로그램은 表2-3 에 나타내 보였다.





(3) 감쇠 강제진동



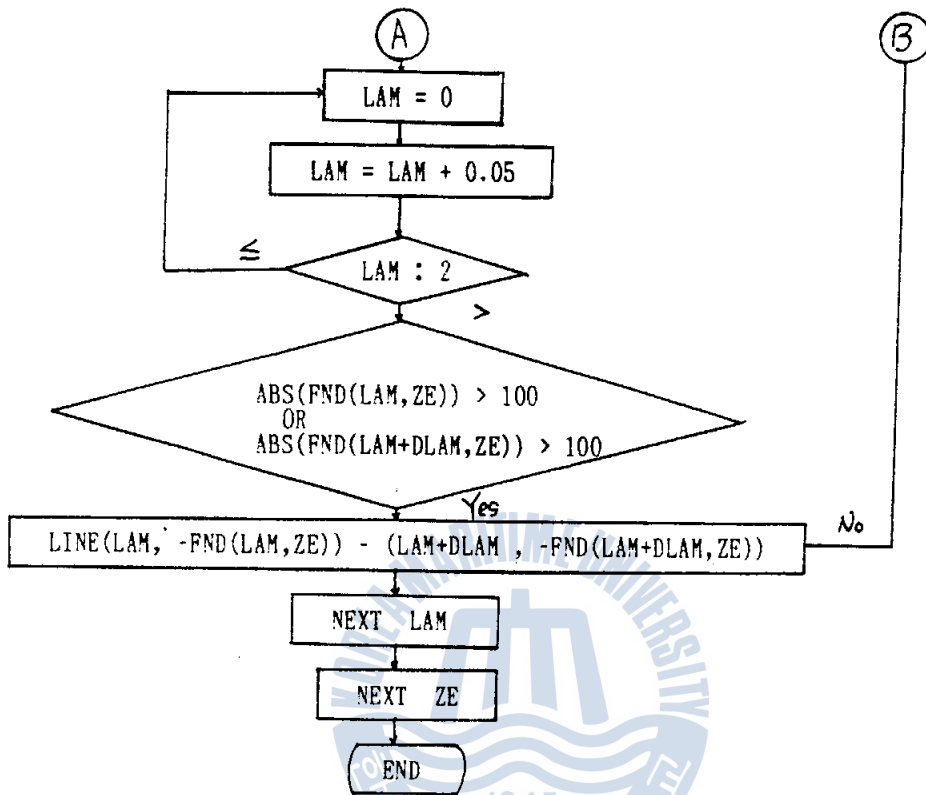


fig. 2-6 흐름도

```

5   CLS
10  REM MCK11
20  LEND=3 : DLAM=.05
30  DEF FND(LAM,ZE)=1/SQR((1-LAM^2)^2+(2*LAM*ZE)^2)
40  CONSOLE ,,0,1:SCREEN 2,0
50  WINDOW (-2,-8)-(LEND,0)
60  VIEW (0,0)-(500,350)
70  LINE (0,0)-(LEND,0):LINE (0,-8)-(0,0)
80  FOR J=-8 TO 0 STEP 1
90  LINE (0,J)-(LEND,J),,,&H5050:NEXT J
91  LOCATE 22,2 : PRINT "8.0"
92  LOCATE 22,4 : PRINT "7.0"
93  LOCATE 22,7 : PRINT "6.0"
94  LOCATE 22,10 : PRINT "5.0"
95  LOCATE 22,12 : PRINT "4.0"
96  LOCATE 22,15 : PRINT "3.0"
97  LOCATE 22,18 : PRINT "2.0"
98  LOCATE 22,21 : PRINT "1.0"
99  LOCATE 22,24 : PRINT "0"
100 FOR J=0 TO LEND STEP LEND/3
110 LINE (J,-8)-(J,0),,,&H5050 :NEXT J
111 LOCATE 36,23 : PRINT "1.0"
112 LOCATE 48,23 : PRINT "2.0"
113 LOCATE 60,23 : PRINT "3.0"
114 LOCATE 42,25 : PRINT "W/P"
115 LOCATE 15,10 : PRINT "A/X"
120 FOR ZE=0 TO 1 STEP .05
130 FOR LAM=0 TO LEND STEP DLAM
140 IF ABS(FND(LAM,ZE))>100 OR ABS(FND(LAM+DLAM,ZE))>100 THEN 160
150 LINE (LAM,-FND(LAM,ZE))-(LAM+DLAM,-FND(LAM+DLAM,ZE))
160 NEXT LAM,ZE

```

表 2-3 프로그램

2. 4 振動의 傳達  
 (1) 理論解析

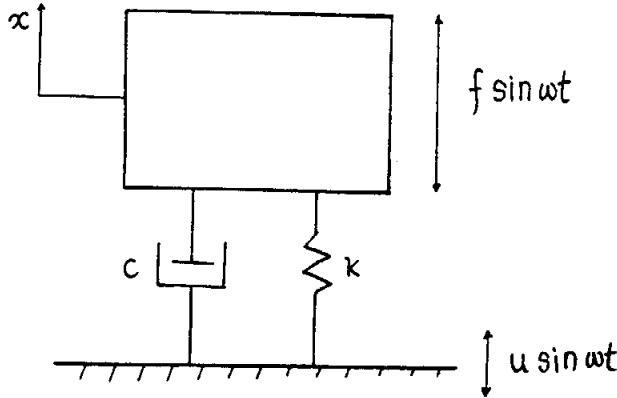


fig. 2-7 振動의 傳達

往復機械, 回轉機械 등은 여러가지 原因으로 해서 運轉中에 振動을 發生한다.

이 振動에 의하여 생기는 힘 F 는 스프링과 대슈포트를 거쳐서 支持台로 傳達된다.

傳達되는 이 힘을 考察하기 위하여 fig.2-7 과 같은系에서 物体 m 에  $F = f \sin \omega t$ 의 週期力이 x 軸 方向으로 作用하면 物体 m 의 振動은

$$x = a \sin(\omega t - \phi)$$

$$\text{단, } a = \frac{f}{m} \sqrt{\frac{1}{(1 - \omega^2 / p^2)^2 + (2 \xi \omega / p)^2}}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{2 \xi \omega / p}{1 - \omega^2 / p^2} \quad (2-19)$$

이 된다.

따라서, m 이 x 만큼 變位 하였을때 支持台가 받는힘은 式 (2-20) 과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
kx + c \frac{dx}{dt} &= k a \sin(\omega t - \phi) + c \omega a \cos(\omega t - \phi) \\
&= a \sqrt{k^2 + (c\omega)^2} \sin(\omega t - \phi + \phi) \\
&= k a \sqrt{1 + 4(\mu^2/\mu_c^2) (\omega^2/p^2)} \sin(\omega t - \phi + \phi) \\
&= f_t \sin(\omega t - \phi + \phi) \quad (2-20)
\end{aligned}$$

$$f_t = k a \sqrt{1 + 4(\mu^2/\mu_c^2) (\omega^2/p^2)} \quad (2-21)$$

式 (2-21) 에 式 (2-19) 를 代入하여 整理하면

$$\begin{aligned}
f_t &= f \sqrt{\frac{1 + 4(\mu^2/\mu_c^2) (\omega^2/p^2)}{(1 - \omega^2/p^2)^2 + 4(\mu^2/\mu_c^2) (\omega^2/p^2)}} \\
&= f \sqrt{\frac{1 + (2\xi\omega/p)^2}{(1 - \omega^2/p^2)^2 + (2\xi\omega/p)^2}} \quad (2-22)
\end{aligned}$$

이 된다.

여기서,  $f_t/f = TR$  (傳達率) 이라 하면 式 (2-22)은 式 (2-23)으로 쓸수있다.

$$TR = \sqrt{\frac{1 + (2\xi\omega/p)^2}{(1 - \omega^2/p^2)^2 + (2\xi\omega/p)^2}} \quad (2-23)$$

(2) 플로우차트 및 프로그램

앞節에서 구한 式

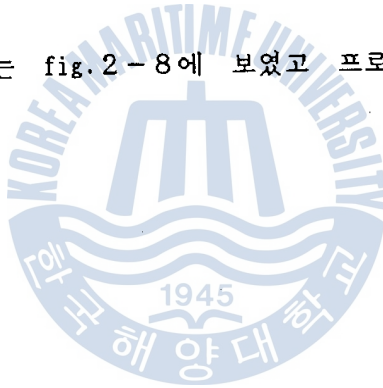
$$T R = \sqrt{\frac{1 + (2 \xi \omega / p)^2}{(1 - \omega^2 / p^2)^2 + (2 \xi \omega / p)^2}}$$

은 振動을 일으키는 最大起振力에 對한  $f$ 로 인해 基礎에 傳達되는 最大 傳達力의 比를 나타낸 것으로  $\omega/p$ 의 函數이다.

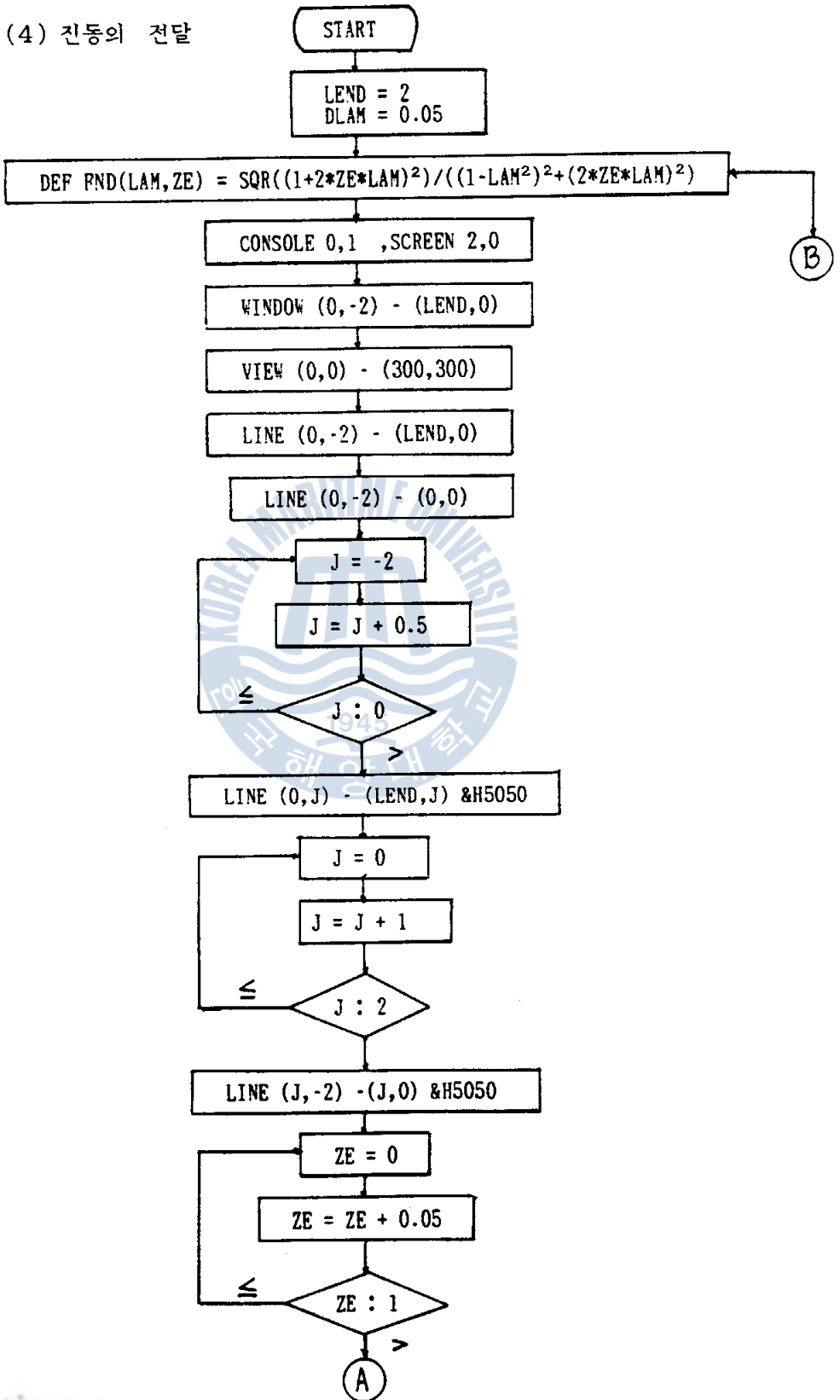
$u/\mu_c = \xi$ 를 파라미터 (parameter)로  $T R$ ,  $\omega/p$ 의 관계를 函式化시키면 fig.3-4와 같은 振動 傳達率 曲線을 얻게된다.

프로그램상에서는  $\omega/p$ 를 LAM,  $\xi$ 를 ZE라는 變數를 使用하여 實行하였다.

이들의 플로우차트는 fig.2-8에 보였고 프로그램은 表 2-4에 나타내었다.



(4) 진동의 전달



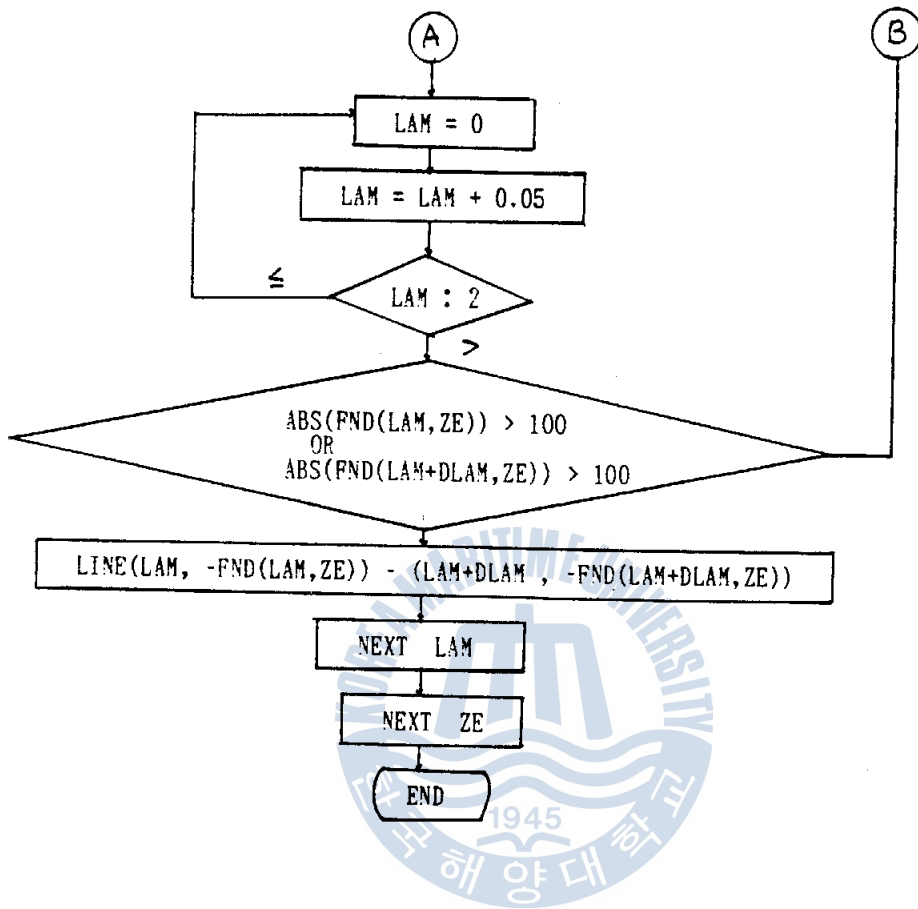


fig. 2-8 흐름도



```

5   CLS
10  REM MCK18
20  LEND=3      :      DLAM =.05
30  DEF FND (LAM ,ZE)=SQR((1+(2*ZE*LAM)^2)/((1-LAM^2)^2+(2*ZE*LAM)^2))
40  CONSOLE ,,0,1 : SCREEN 2,0
50  WINDOW (-2,-8)-(LEND , 0)
60  VIEW (0,0)-(500,350)
70  LINE (0, 0)-( LEND,0)
80  LINE (0,-8)-(0,0)
83  LINE (SQR(2),-1)-(SQR(2),0)
90  FOR J=-8 TO 0 STEP 1
100 LINE (0,J)-(LEND,J),,,&H5050 : NEXT J
101 LOCATE 22,2 : PRINT "8.0"
102 LOCATE 22,4 : PRINT "7.0"
103 LOCATE 22,7 : PRINT "6.0"
104 LOCATE 22,10 : PRINT "5.0"
105 LOCATE 22,12 : PRINT "4.0"
106 LOCATE 22,15 : PRINT "3.0"
107 LOCATE 22,18 : PRINT "2.0"
108 LOCATE 22,21 : PRINT "1.0"
110 FOR J=0 TO LEND STEP LEND/3
120 LINE (J,-8)-(J,0),,,&H5050 : NEXT J
121 LOCATE 22,24 : PRINT "0"
122 LOCATE 36,23 : PRINT "1.0"
123 LOCATE 48,23 : PRINT "2.0"
124 LOCATE 60,23 : PRINT "3.0"
125 LOCATE 53,25 : PRINT "W/P"
126 LOCATE 41,22 : PRINT "SQR(2)"
127 LOCATE 15,10 : PRINT "TR"
130 FOR ZE=0 TO 1 STEP .05
140 FOR LAM=0 TO LEND STEP DLAM
150 IF ABS (FND(LAM,ZE))>100 OR ABS(FND(LAM+DLAM,ZE))>100 THEN 170
160 LINE (LAM,-FND(LAM,ZE))-(LAM+DLAM,-FND(LAM+DLAM ,ZE))
170 NEXT LAM
180 NEXT ZE
190 END

```

表 2-4 프로그램

## 2. 5 리사주 函形

### (1) 理論解析

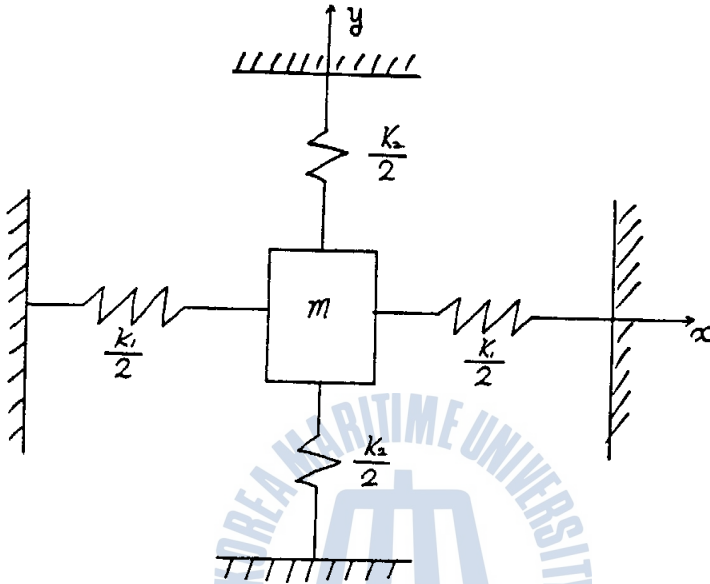


fig. 2-9 1 질량 2 자유도系 自由振動

질량  $m$  인 物体가 fig. 2-9 에 表示된 바와같이 軸이 直交하는 4 개의 스프링으로 拘束되어 있고 水平面 内를 運動하는 경우를 생각한 것으로, 微小振動의 方程式은

$$\begin{aligned} \ddot{x} + p_1^2 x &= 0 \\ \ddot{y} + p_2^2 y &= 0 \end{aligned} \quad (2-24)$$

단,  $p_1 = \sqrt{k_1/m}$ ,  $p_2 = \sqrt{k_2/m}$

이고,

一般解는 1 자유도系에서 求해지는 바와같이 된다.

$$\begin{aligned} x &= A_1 \cos p_1 t + B_1 \sin p_1 t \\ y &= A_2 \cos p_2 t + B_2 \sin p_2 t \end{aligned} \quad (2-25)$$

여기서 4 개의 임의정수를 求하기 위해 初期條件으로

$$t = 0 \text{ 일때, } x = x_0, \dot{x} = v_x, y = y_0, \dot{y} = v_y$$

로 두면 4개의 임의정수는

$$A_1 = x_0, B_1 = v_x / p_1, A_2 = y_0, B_2 = v_y / p_2$$

가 되고, 이것을 (2-25)식에 代入하면 式 (2-26) 이

$$\begin{aligned} x &= x_0 \cos p_1 t + (v_x / p_1) \sin p_1 t = a_1 \cos(p_1 t + \phi_1) \\ y &= y_0 \cos p_2 t + (v_y / p_2) \sin p_2 t = a_2 \cos(p_2 t + \phi_2) \end{aligned} \quad (2-26)$$

$$\text{단, } a_1 = \sqrt{x_0^2 + (v_x / p_1)^2}$$

$$\phi_1 = \tan^{-1}(-v_x / x_0 p_1)$$

$$a_2 = \sqrt{y_0^2 + (v_y / p_2)^2}$$

$$\phi_2 = \tan^{-1}(-v_y / y_0 p_2)$$

된다.

그래서 질량  $m$  인 物体의 軌跡은 고유각 振動數와 初期條件에 따르지만 이것을 描寫한 圖形은 리샤주 圖形으로 불리워지며, 調和 振動의 合成에서와 같이  $p_1$ 과  $p_2$ 의 比가 有理數가 된다면 共通의 週期를 갖게되어 圖形은 有限한 閉衰曲線이 되고 질량  $m$  인 物体는 操作하는 反對로 曲線上을 運動하는 것이다.

(2) 플로우차트 및 프로그램

$x, y$  軸 方向으로 각각 獨立된 單振動을 하고있는 調和振動의 各점의 座表는

$$x(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$$

$$y(t) = A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

로 이루어 지고  $\omega$  와  $\phi$  에 의해  $x, y$  는 fig.3-5 와 같은 여러가지 軌跡을 그린다.

또, 이미알고 있는 調和振動과 未知의 것을 適合하여 리샤쥬 函形을 그리고 이 函形으로부터 未知의 振動數를 求할 수 있다.

이 프로그램의 플로우 차트는 fig.2-10 에 나타내 었고 프로그램은 表 2-5 에 보였다.



(5) 리사쥬 도형

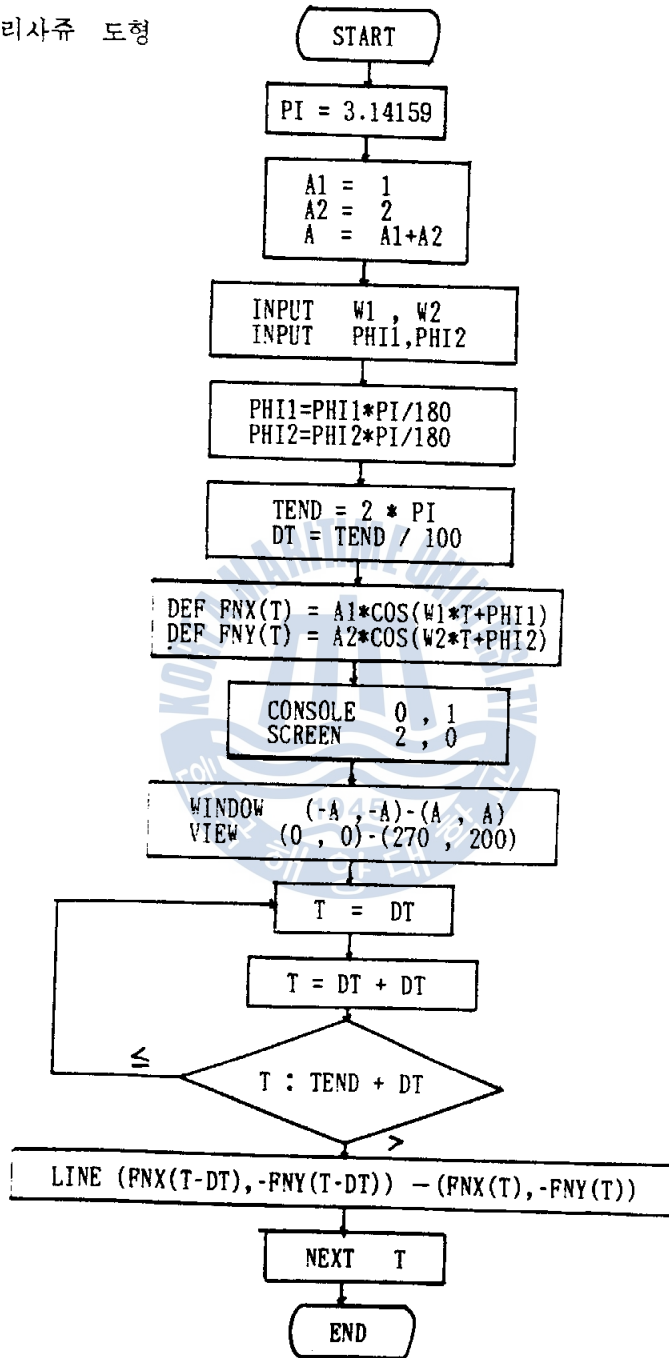


fig. 2-10 흐름도

```

5  CLS
10 REM  LSJ
20 CLS 3 : PI=3.1416
30 A1=1 : A2=1 : A=A1+A2
40 INPUT "W1 ,W2";W1,W2
50 INPUT "PHI1 ,PHI2(DEG)";PHI1,PHI2
60 PHI1=PHI1*PI/180 :PHI2=PHI2*PI/180
70 TEND=2*PI : DT=TEND/100
80 DEF FNX(T)=A1*COS(W1*T+PHI1)
90 DEF FNY(T)=A2*COS(W2*T+PHI2)
100 CONSOLE ,,0,1 : SCREEN 2,0
105 WINDOW (-A,-A)-(A,A)
110 VIEW (0,0)-(270,200)
120 FOR T=DT TO TEND+DT STEP DT
130 LINE (FNX(T-DT),-FNY(T-DT))- (FNX(T),-FNY(T))
140 NEXT T

```



表 2-5 프로그램

### 3. 出力 結果

#### 3. 1 調和分析

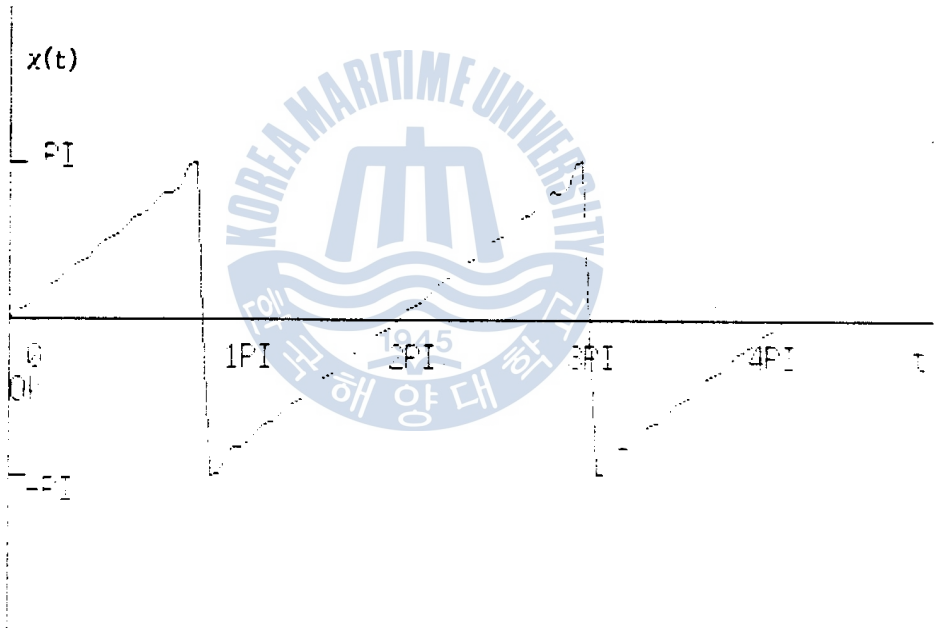


fig. 3-1 函数  $x(t)$  의 調和分析

### 3. 2 부족감쇠인 경우의 自由振動

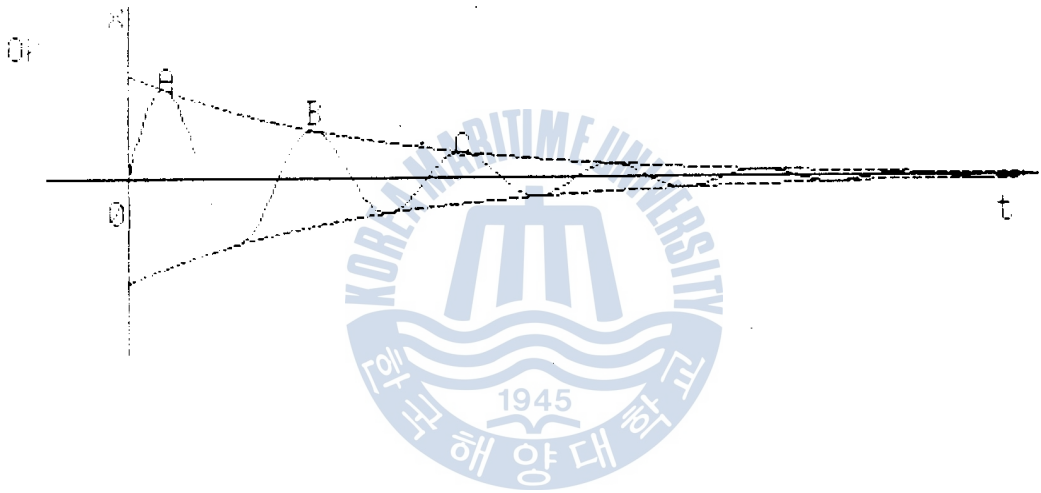


fig. 3-2 감쇠 自由振動



3 감쇠가 있을 경우의 強制振動

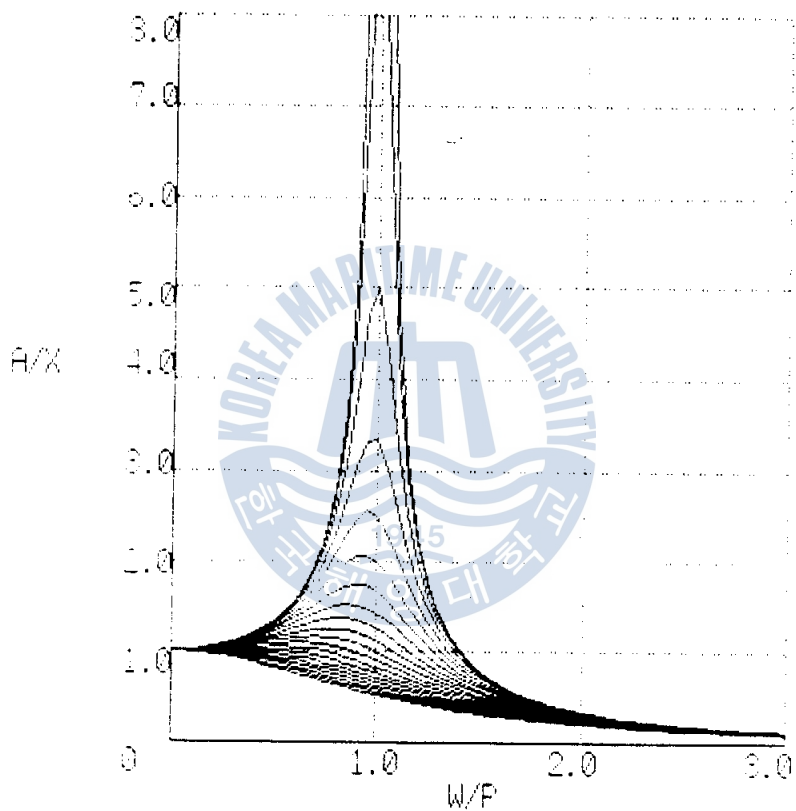


fig. 3-3 감쇠 強制振動의 共振曲線 (振幅)

### 3. 4 振動의 傳達

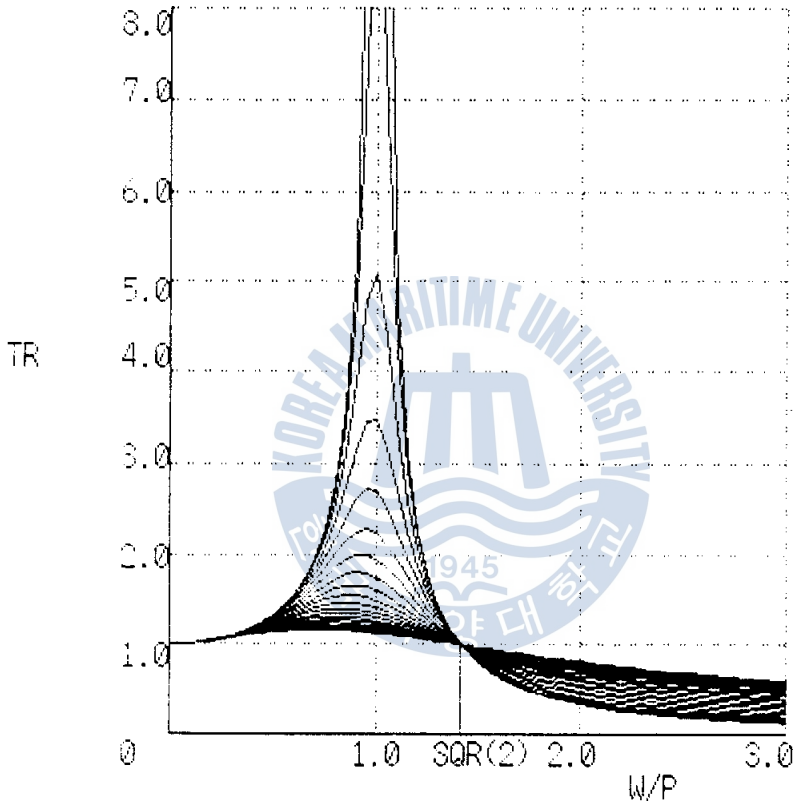
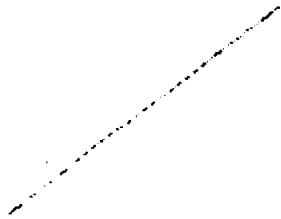


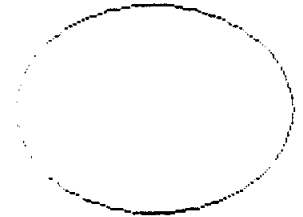
fig. 3-4 振動의 傳達率

### 3. 5 리샤주 图形

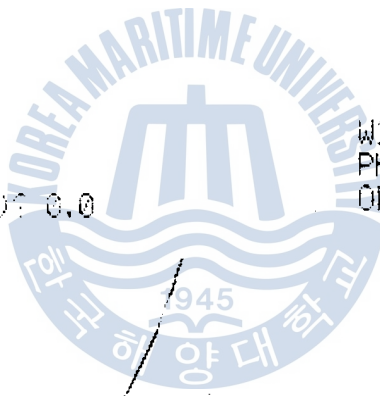
W1 ,W2? 1,1  
 PHI1 ,PHI2(DEG)? 0,0  
 OK



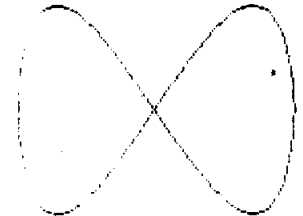
W1 ,W2? 1,1  
 PHI1 ,PHI2(DEG)? 0,90  
 OK



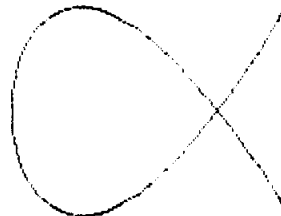
W1 ,W2? 1,2  
 PHI1 ,PHI2(DEG)? 0,0  
 OK



W1 ,W2? 1,2  
 PHI1 ,PHI2(DEG)? 0,90  
 OK



W1 ,W2? 2,3  
 PHI1 ,PHI2(DEG)? 0,0  
 OK



W1 ,W2? 2,3  
 PHI1 ,PHI2(DEG)? 0,90  
 OK

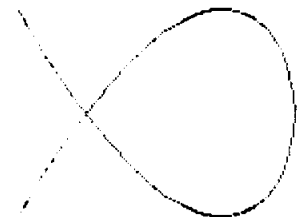


fig. 3-5 리샤주 图形

#### 4. 結 論

본 研究에서는 퍼스널 컴퓨터로 振動工学 教育課程에서 基本的으로 誘導하고 있는 몇개의 方程式에 컴퓨터 그래픽 手法을 導入하여 振動 시뮬레이션을 행하는 프로그램을 개발하였다.

또한, 이들을 利用하여 각 方程式에 있어서 각 變數가 전체 式에 미치는 影響과 物理的 意味를 좀더 쉽게 시각적으로 把握할 수 있게 되었다.

본 論文의 結果를 要略하면 다음과 같다.

- 1) 振動 시뮬레이션 프로그램을 開發함으로써 數學的인 表現으로 理解가 어렵던 振動工学에 관련된 方程式들의 物理的인 理解가 容易하게 되었다.
- 2) 教育用 振動 實驗 裝備 不足에 따른 基礎的인 振動 現象의 教育이 어려운 경우 이를 프로그램으로 利用함으로써 振動工学 全般에 걸친 知識 習得의 效率을 向上시킬 수 있다.
- 3) 振動工学과 컴퓨터를 一体化시킴으로써 컴퓨터 利用 가능성, 適用 範圍에 대한 시각을 넓혀 情報化 시대에 適應할 수 있는 能力을 동시에 培養할 수 있다.
- 4) 본 研究를 基礎로 하여 振動工学 全般에 걸친 多方面의 教育用 시뮬레이션 프로그램 開發이 要求된다고 思料된다.

参考文献

- 1) 全 孝重 : 機械力学, 一中社
- 2) Francis S.Tse, Ivan E.Morse, Rolland T.Hinkle ,  
: Mechanical Vibrations, Allyn and Bacon
- 3) 黄 熙隆 : Basic Programing, 教學社
- 4) 黄 熙隆, 韓 松擘, : Apple II Basic Programing 500 題, 教學社
- 5) 露木洋二, 北郷薫 : 振動学, 森北出版
- 6) 戸川隼人, 下関正義 : 그래픽 振動論
- 7) 小畑秀之 : ハンユン クラフイツクス, 成山堂書店



