隔時觀測位置의 誤差界에 關하여

尹 汝 政

On the Error Boundary of Running Fix

Yoon Yujung

<目 次>

Abstract

As the error of estimated position varies with track of sea, current, weather conditions, ship's speed and draft, etc., one can not determine the quantity of the error accurately.

There are some error-estimating methods of estimated position and, according to the method which assumes that the error of ship's direction is $0.8\sqrt{t}$ (t: sailing time) and beam direction is $0.7\sqrt{t}$, the author has investigated the radius of probable circle of the error of running fix, which is practical and approximate to express the error boundaries.

The standard deviation of the radius of probable circle of estimated position is as follows,

$$\sigma=\sqrt{0.54\csc^2\varphi+(0.64+0.49\csc^2\varphi)t}$$

By using the above formula, the radius of probable circles are shown in fig. 2 and fig. 3 respectively.

As shown in fig. 4 when a line of position $a_1e_1b_1$ is advanced to $a_1'e_1'b_1'$, the author draws a circle of uncertainty, in which the center is estimated position and the radius is d which is obtained in fig 3.

And if another line of position $a_2e_2b_2$ that has error band of 3r (r: 50% error of celestial line of position) is determined, the author estimates that the probability in which the ship's position exist in the overlapped section is about 90%.

1. 緖 言

[illegible] 隔時觀測時에 Running Fix에 의하여 船位를 決定하는 경우에는 반드시 針路와 航程의 [illegible] 誤差도 나타나게 된다.

[illegible] 第1次觀測時의 位置線 즉 第1位置線上의 任意의 1點을 起點으로 第2次觀測時 [illegible] 誤差와 같다고 볼 수 있으므로 推定位置의 誤差에 對하여 [illegible] 誤差論的으로 [illegible] 가장 편리하게 나타내는 方法을 [illegible] Running Fix의 [illegible] 誤差界에 대하여 [illegible] 한다.

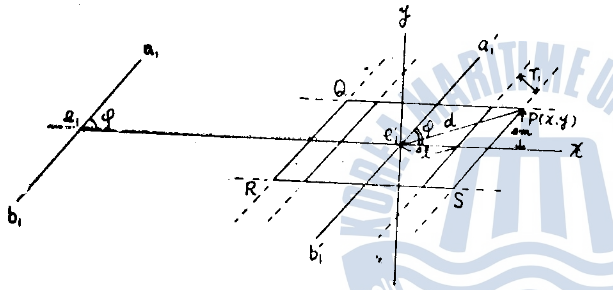
2. 推定位置의 誤差

隔時觀測을 行하는 경우에는 第1次觀測에 의한 位置線을 第2次觀測時까지 轉位하여야 하므로

初測時에는 後測時까지 그동안의 針路 및 航程에 의하여 轉位하여야 하며 正確한 轉位를 하기 위해서는 外力의 영향을 고려하지 않으면 안된다. 따라서 隔時觀測에 있어서는 먼저 船位의 推定이 問題가 되는 것이다.

船位推定의 精確度는 推定量의 大小, 推定方法, 外力에 관한 資料 및 推定의 難易 등에 따라 다르므로 Running Fix를 實施하는 時點에 있어서 推定船位의 精確度를 한마디로 定義하기는 거의 불가능한 難題이다. 지금까지 發表된 實驗結果가 많지 않으며 海域, 航路, 季節, 速力, 使用計器의 性能, 保針의 良 不良, 實測船位의 精密度, 推定方法, 針路에 對한 外力의 方向, 船舶의 大小, Trim의 狀態 등 一一히 列擧하기 어려울 만큼 많은 要因들에 따라 左右되기 때문에 推定船位의 誤差를 몇가지 實驗例에 의하여 一律的으로 規定할 수는 없으며 보다 많은 實驗을 거쳐야 하겠으나 本稿에서는 針路方向으로 $0.8\sqrt{t}$, 正橫方向으로는 $0.7\sqrt{t}$ (단 t는 航走時間)에 該當하는 誤差推定方式을 採擇하여 檢討하려고 한다.

3. 推定位置의 圖形誤差界



第 1 圖

第1圖에서 $a_1'e_1b_1'$를 第1次 觀測時의 位置線 $a_1e_1b_1$을 第2次觀測時까지 移動한 轉位線, Δl 및 Δm을 船首方向 및 正橫方向 推定誤差의 中央誤差, γ_1을 天測誤差의 中央誤差라 하고 航路를 x내에 位置를 原点으로 하는 直交軸을 위하여 座標를 (x, y)로 表示한다.

지금 船首方向 및 正橫方向의 推定誤差의 標準誤差로 $0.8\sqrt{t}$ 및 $0.7\sqrt{t}$를 採擇하면

$$\left.\begin{aligned}\gamma_1 &= 0.5\\ \Delta l &= 0.53\sqrt{t}\\ \Delta m &= 0.47\sqrt{t}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots ①$$

이다.

또 γ_1, Δl, Δm의 標準誤差를 各各 σ_1, σ_2, σ_3라 놓으면

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1 &= 0.74\\ \sigma_2 &= 0.8\sqrt{t}\\ \sigma_3 &= 0.7\sqrt{t}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots ②$$

이며

$$\left.\begin{aligned}x &= 0.5\csc\varphi + \Delta l + \Delta m\cot\varphi\\ y &= \Delta m\end{aligned}\right\}\cdots\cdots ③$$

이므로 x, y의 標準誤差 σ_x, σ_y는 誤差傳播의 法則에 의하여 다음과 같이 表現할 수 있다.

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x^2 &= \sigma_1^2\csc^2\varphi + \sigma_2^2 + \sigma_3^2\cot^2\varphi\\ \sigma_y^2 &= \sigma_3^2\end{aligned}\right\}\cdots\cdots ④$$

$OP = d$라 놓고 d의 標準誤差를 σ라고 하면

$$\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$$

이므로 (2) 및 (4) 식에서

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 \csc^2\varphi + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \csc^2\varphi$$
$$= 0.47^2 \csc^2\varphi + (0.8\sqrt{t})^2 + (0.7\sqrt{t}\csc\varphi)^2$$
$$\therefore \quad \sigma = \sqrt{0.54\csc^2\varphi + (0.64 + 0.49\csc^2\varphi)\,t} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots 5)$$

그러면 d가 σ보다 작은 確率 즉 船位가 반지름 σ인 圓形誤差界內에 存在할 確率은 誤差楕圓의 偏平度에 따라 다르며 誤差楕圓이 圓이 된 경우(離心率 $e=0$)의 確率은 0.632이고 極端으로 偏平된 경우(離心率 $e \to 1$)의 確率은 0.638에 가까워진다.

이와 같이 船位가 圓形誤差界內에 存在할 確率을 表示하면 第1表와 같다.

[illegible]	$e=0$	$e\to1$
0.6745σ	0.266	0.5
0.775σ	0.452	0.562
σ	0.632	0.683
1.2σ	0.770	0.770
1.5σ	0.895	0.866
2σ	0.982	0.955

第 1 表

d는 Gauss의 誤差法則에 따른 正規分布가 되지 않으므로 d의 中央誤差 r은 第1表에서 大略 0.775σ로 보는 것이 適當하며 實用上이 값을 取하여도 無妨할 것이다. 또 船位가 그 內部에 있을 確率이 95% 以上되게 하려면 圓의 반지름을 大約 2σ로 하면 된다는 것을 알 수 있다.

5)式에 의하여 d에 여러 값을 주고 0.775σ, σ 및 2σ를 셈하면 第2表와 같다.

φ	$(0.775\sigma)^2$	σ^2	$(2\sigma)^2$
10°	10.75+10.14t	17.92+16.90t	71.68+67.60t
20°	2.77+ 2.89t	4.61+ 4.82t	18.44+19.28t
30°	1.30+ 1.56t	2.16+ 2.60t	8.64+10.40t
40°	0.78+ 1.10t	1.31+ 1.83t	5.24+ 7.32t
50°	0.56+ 0.89t	0.93+ 1.48t	3.72+ 5.92t
60°	0.43+ 0.77t	0.71+ 1.29t	2.84+ 5.16t
70°	0.36+ 0.71t	0.60+ 1.19t	2.40+ 4.76t
80°	0.31+ 0.69t	0.56+ 1.15t	2.24+ 4.60t
90°	0.32+ 0.68t	0.54+ 1.13t	2.16+ 4.52t

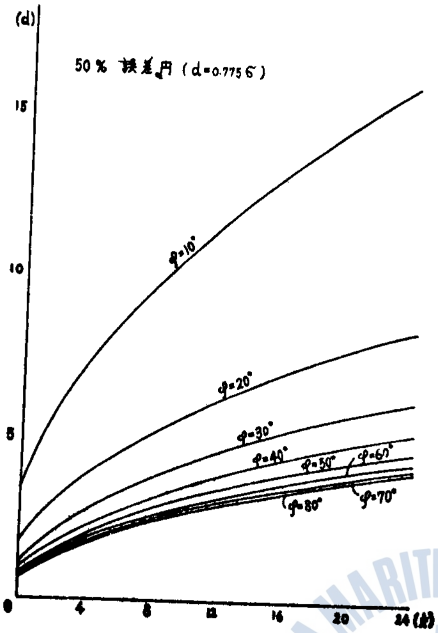
第 2 表

第2表의 [illegible] 의 50% 및 95% 誤差圓의 반지름 d를 [illegible] 하여 그림으로 表示하여 [illegible] 第2 [illegible] 와 같다.

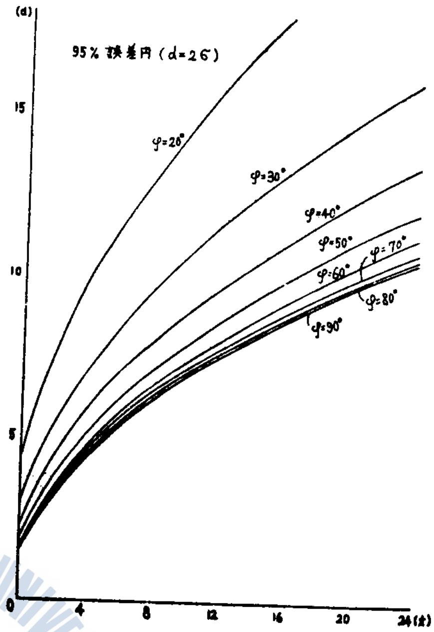
[illegible] $\varphi < 30°$ 에서는 誤差圓의 반지름이 [illegible] 커져서 實用上 不適當하다고 [illegible] 30° [illegible] 에 보이는 [illegible] 경우는 除外하고는 [illegible] 그림에 [illegible] d [illegible] 로 하는 誤差圓을 그리면 實用上 [illegible] 圓形誤差界로 利用할 수 있을 [illegible].

4. Running Fix 의 誤差

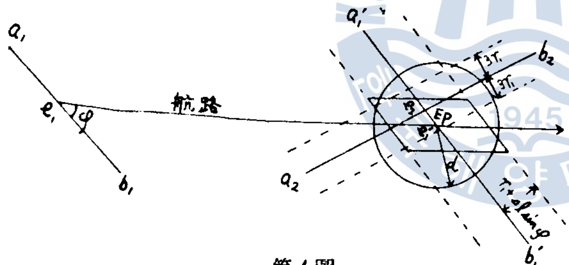
[illegible] $a\,c\,b$ 의 [illegible] 하고 c 를 推定位置라 하면 [3]에 의하 [illegible] d [illegible] 반지름으로 하는 [illegible] 推定位置의 誤差界를 設定할 수 있다



第 2 圖



第 3 圖



第 4 圖

$d=2\sigma$되는 원을 그렸다면 眞位置가 이 원의 內部에 存在할 確率은 95%이다.

지금 第2次觀測으로 얻어진 位置線을 $a_2e_2b_2$ 라 하고 天測位置의 誤差를 $3\gamma_1$ (95% 誤差)으로 하여 位置線의 양쪽에 $3\gamma_1$ 되는 나비를 갖는 誤差帶를 取하면 이 位置線 $a_2e_2b_2$의 誤差帶와 2σ를 반지름으로 하는 원이 겹친 部分에 船位가 存在할 確率은 約 90% 됨을 알 수 있고 0.775σ를 반지름으로 하는 원과 겹친 部分에 船位가 存在할 確率은 約 50%임을 알 수 있다.

5. 結　　言

以上에서 推定位置의 誤差界를 實用上 簡單한 圓形誤差界로 표시하는 方法과 이를 이용한 Running Fix의 誤差界에 대하여 考察하였는데 原來 誤差界設定에 있어서 圓方式은 楕圓方式에 比하여 誤差界가 커지는 흠이 있긴하나 理論上의 이 欠點은 誤差를 單一量으로써 表示할 수 있는 利點으로 Cover 할 수 있고 實際問題에 있어서는 誤差界를 크게 나타내는 편이 작게 나타내는 것 보다는 危險度가 낮다고 할수 있을 것이다.

앞에서 採擇한 推定位置의 誤差 $0.8\sqrt{t}$, $0.7\sqrt{t}$에 對해서는 앞으로 보다 많은 實驗을 거쳐 普遍性 如否를 確認하여야 되겠으나 現在로서는 航走時間 t가 24時間 程度의 範圍에서는 가장

適切한 方法이라 思料된다.

特히 大洋航海時에는 海潮流등에 의한 外力의 영향이 비교적 적으므로 이와같은 방법으로 결정된 誤差界로써 實用上 便利하고 滿足스러운 결과가 얻어질 것으로 期待된다.

다만 轉位線과 航路의 交角 φ가 너무 작을 때 ($\varphi < 30°$)에는 推定位置의 誤差圓의 반지름이 너무 커져서 實用上 不適當하므로 이 때에는 95% 誤差圓 代身에 50% 誤差圓을 그려서 大略的인 誤差界를 推定하는 것이 오히려 便利한 方法이 될 것이다.

參 考 文 献

1. Bowditch, American Practical Navigator, pp 678-688
2. 並川能正, 船位誤差論, pp 49~51
3. 酒井 進, 天文航海學, pp 315~320
4. 平岩 節, 短時間における 推定船位誤差の 一例に 關して 日本航海學會誌 26號(1961)
5. 平岩 節, Running Fix, 同誌 38號(1967)
6. 高城勇造, 甲種船長の 航海術, pp 79~86