

n - 분기/분배형 파워디바이더의 설계 및 제작에 관한 연구

김동일* · 이성표** · 정세모* · 김태균**

A Study on Design and Fabrication Method of n - Way Power Dividers

Kim Dong - Il, Lee Seong - Pyo, Chung Se - Mo, Kim Tae - Gyun

Abstract

The design theory of a generalized n - way power divider with arbitrary dividing ratios, for CATV and/or MATV systems, which consists of ideal multi - winding transformers and resistors only was presented. Since the circuit elements have not frequency dependence, the proposed power divider is to be of extremely broad band - width.

Furthermore, as a result of computer simulation and experiment, the frequency characteristics are very good, and, hence, it was confirmed that the proposed design theory is valid.

1. 서 론

CATV시스템이란 광대역전송로(동축 또는 광케이블)에 영상, 음성 및 데이터 등 수많은 정보를 주파수 분할다중방식을 채택하여 가입자 단말기까지 전송하는 시스템이다. 본래의 CATV란 기존의 TV방송의 난시청해소를 위해서 그 지역에 공동수신안테나를 설치하여 수신된 TV방송을 재송신하는 의미의 Community Antenna Television의 약어이었으나, 현재는 Cable TV의 의미로서 TV방송의 재송신 뿐만 아니라 자체방송서비스와 다목적 쌍방향통신의 기능까지 수행하게 되었다. 그리고 CATV시스템은 지역 네트워크에서 벗어나 전국적인 망을 갖게 되었으며, DBS(Direct Broadcasting Satellite)의 도입 등으

* 한국해양대학교 전파공학과

** 한국해양대학교 전자통신공학과

로 인하여 전세계적으로 널리 확대되고 있어, 정보통신 매체로써 중요한 위치를 차지하고 있다¹⁾. 따라서 양호한 화면정보의 전송과 다채널, 쌍방향 전송과 관련한 기술적 요구수준도 매우 엄격해지고 있으며, 이를 해결하기 위해서는 전송장비중의 파워디바이더(전력분배기 : Power Splitter, 전력분기기 : Tap-off or Tap-unit)의 고성능 광대역화(5-1750MHz)가 시급히 요망되고 있다.^{2),3),4)}

그러나 그동안 시판되고 있는 전력분배기 및 분기기는 이론적 계산에 의해 설계·제작된 것이 아니라 단지 실험적·경험적으로 제작하여 사용되고 있어 특성이 불량하고 일정치 않은 실정이다. 따라서 본 논문에서는 분기율에 따라 회로를 변형할 필요없이 임의의 분기/분배율을 갖는 파워디바이더의 이론적 설계법을 제시하고 시뮬레이션과 실험을 통하여 제안한 설계법의 타당성을 입증하였다.

II. 설계이론

1. 산란행렬에 기초한 2-방향 파워디바이더

이상적인 2-방향 파워디바이더 산란행렬(S)는 다음 식(1)과 같다.

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & t_1 & t_2 \\ t_1 & 0 & 0 \\ t_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

이것은 완전정합과 완전아이슬레이션(isolation)을 의미한다. 회로의 수동성에서

$$t_1^2 + t_2^2 \leq 1 \quad (2)$$

이 되지만, 무손실회로라면,

$$t_1^2 + t_2^2 = 1 \quad (3)$$

이 된다. 여기서 손실행렬(Q)를 구하면,⁵⁾

$$[Q] = [U] - [S]^*[S] = \begin{bmatrix} 1-t_1^2-t_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1-t_1^2 & -t_1t_2 \\ 0 & -t_1t_2 & 1-t_2^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

따라서, 식(3)을 만족하는 경우 $\det[Q] = (1-t_1^2-t_2^2)^2 = 0^2$ 이 되고 무손실회로가 된다.

손실행렬(Q)의 rank는 회로구성에 있어서 필요한 저항의 수와 같으므로^{2,6)}

$t_1^2 + t_2^2 = 1$ 일때 [Q]의 rank는 1

$t_1^2 + t_2^2 < 1$ 일때 [Q]의 rank는 3

이 된다. 따라서 이상적인 2-방향 파워디바이더의 손실행렬의 rank는 1이다.

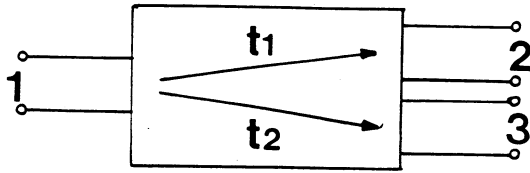


그림 1. 2-방향 파워디바이더의 도식적 그림.

식 (1)은 일반적으로 유니터리행렬이 아니지만 주어진 산란행렬 [S]의 차수를 확대시킴으로서 유니터리를 만들 수 있다.

유니터리 행렬은 무손실인 전역통과회로를 의미하므로 이 경우는 실행렬로 확대[S]행렬이 이상변성기만의 구성이 실현될 수 있다. [Q]행렬 rank

가 1이므로 증대할 수 있는 차수도 1이다. 확대 산란행렬을 구성하는 일반적인 방법에 의해 식 (1)은 매우 간단하므로 확대된 산란행렬 [Σ]는 검색에 의해 식 (5)와 같이 쉽게 찾을 수 있다.⁷⁾

$$[\Sigma] = \begin{bmatrix} 0 & t_1 & t_2 & 0 \\ t_1 & 0 & 0 & \pm t_2 \\ t_2 & 0 & 0 & \mp t_1 \\ 0 & \mp t_2 & \mp t_1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ [S] & \pm t_2 \\ \mp t_1 \\ 0 & \pm t_2 & \mp t_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Port번호를 1,2,3,4에서 1,4,2,3으로 바꾸면 확대 산란행렬을 다음 식(6)과 같다.

$$\tau[\Sigma] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & t_1 & t_2 \\ 0 & 0 & \pm t_2 & \mp t_1 \\ t_1 & \pm t_2 & 0 & 0 \\ t_2 & \mp t_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

식 (6)은 전역통과회로이고 다선조 이상변성기로 구성된 일반화된 형식의 2-방향 파워디바이더의 확대된 유니터리산란행렬을 나타낸다.

2. n-방향 파워디바이더

산란행렬을 기초로한 2-방향 파워디바이더의 합성법은 n-방향 파워디바이더로 확장될 수 있다. 이상적인 n-방향 파워디바이더의 산란행렬 [S]는

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & t_1 & \dots & t_n \\ t_1 & & & \\ \vdots & & & \\ t_n & & & \end{bmatrix} \quad (7)$$

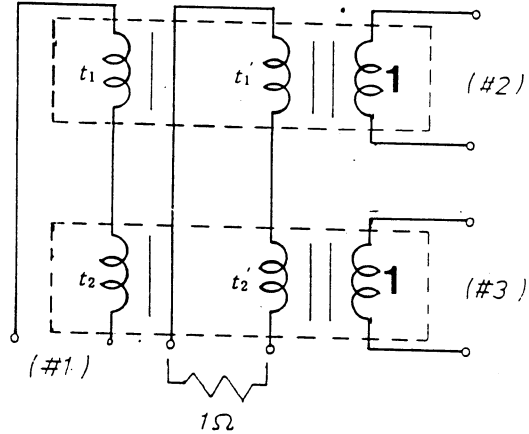


그림 2. 일반화된 형식의 2-방향 파워디바이더.

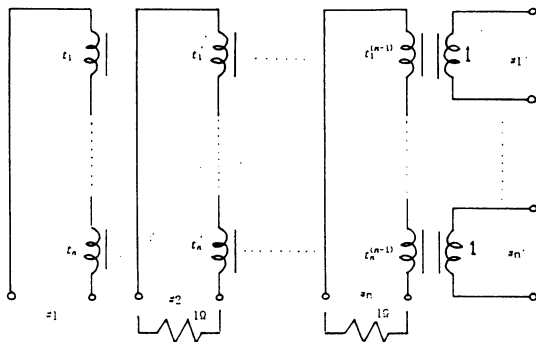


그림 3. 일반화된 형식의 n-방향 파워디바이더.

여기서 $t_1^2 + t_2^2 + \dots + t_n^2 = 1$ 이고, 손실행렬 [Q]의 rank는 $n - 1$ 이므로 요구되는 저항의 수도 $n - 1$ 개이다.

일반적으로 n차 벡터 $\bar{t} = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ 에 직교하는 직교벡터는 $n - 1$ 개 존재한다. Schmidt 직교화법에 의해 \bar{t} 에 직교하는 직교화벡터를 구하면 권선비행렬 [T]는⁸⁾

$$[T] = (\bar{t}, X_1, X_2, \dots, X_{n-1}) \quad (8)$$

이 되고, 각 요소들은 $2n - \text{port}$ 인 이상적인 다산조변성기의 권선비를 나타내므로 회로의 구성으로부터 코일의 임의의 권선비가 실현되면 임의의 결합도를 갖는 n-방향 파워디바이더가 그림 3과 같이 나타낼 수 있다.

III. 회로의 설계

1. 일반화된 형식의 2-방향 파워디바이더

이상적인 2-방향 파워디바이더인 경우 각출력단자에 3dB의 분배손실이 발생하므로 산란행렬 [S]를 다음 식(9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

일반적으로 임의의 일차독립벡터 집합 $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_n$ 은 Schmidt 직교화법에 의하여 직교집합으로 바꿀 수 있다.

우선 $\bar{u}_1 = \bar{a}_1$ 으로 택하고, \bar{u}_i 를 $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \dots, \bar{u}_{i-1}$ 에 수직하게 택하면

$$\bar{u}_i = \bar{a}_i - \frac{\bar{u}_1^T \bar{a}_i}{\bar{u}_1^T \bar{u}_1} \bar{u}_1 - \dots - \frac{\bar{u}_{i-1}^T \bar{a}_i}{\bar{u}_{i-1}^T \bar{u}_{i-1}} \bar{u}_{i-1} \quad (10)$$

정규직교계를 만들기 위해 $\bar{u}_i = \frac{\bar{u}_i}{|\bar{u}_i|}$ 를 택한다.

위로부터 2-방향 파워디바이더의 권선비행렬 [T]를 구하면,

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

와 같이 나타내어진다. 만약 Tap에 14dB의 결합도를 갖게하면 주어진 일차선형독립벡터는 $\bar{t} = (0.97989 \ 0.19953)y$ 가 되고 이로부터 Schmidt직교화법에 의하여 권선비행렬은 다음 식(12)와 같이 된다.

$$[T] = \begin{bmatrix} 0.97989 \pm 0.19953 \\ 0.19953 \mp 0.97989 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Tap에 6dB의 결합도(강결합)를 갖게 하면 주어진 선형독립벡터는 $\bar{t} = (0.866 \ 0.5)y$ 가 되고 Schmidt직교화법에 의해 권선비 행렬 [T]를 구하면 다음과 같다.

$$[T] = \begin{bmatrix} 0.866 \pm 0.5 \\ 0.5 \mp 0.866 \end{bmatrix} \quad (13)$$

2. 3-방향 Power Divider

이상적인 3-방향 Power Divider가 등분배인 경우 분배손실이 4.7dB이므로 산란행렬 [S]는 다음 식(14)와 같이 표현될 수 있다.

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

이 경우 주어진 선형독립벡터는 $\bar{t} = (\frac{1}{\sqrt{3}} \ \frac{1}{\sqrt{3}} \ \frac{1}{\sqrt{3}})y$ 로 되며 Schmidt직교화법에 의해 두개의 선형독립 벡터 $X = (X_1 \ X_2)$ 를 구할 수 있다. 이들의 정규직교계를 구하므로써 분배회로를 구성하는 다선조 변성기의 행렬 [T]를 구할 수 있다.

권선비 행렬 [T]는 다음과 같다.

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

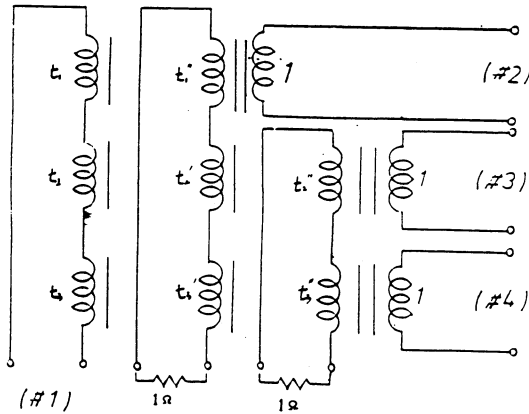


그림 4. 일반화된 형식의 3-방향 파워디바이더.

Tabl. 2에 10dB의 결합도를 갖는 경우 주어진 선형독립벡터는 $\bar{t} = (0.894 \ 0.316 \ 0.316)^T$ 가 되며 Schmidt직교화법에 의해 두개의 선형독립벡터를 구할 수 있고 이들의 정규직교계를 구하면 권선비 행렬 [T]는 다음과 같이 표현된다.

$$[T] = \begin{bmatrix} 0.894 & -0.447 & 0 \\ 0.316 & 0.632 & -0.7070 \\ 0.316 & 0.632 & 0.707 \end{bmatrix} \quad (16)$$

3. 일반화된 형식의 4-방향 파워디바이더

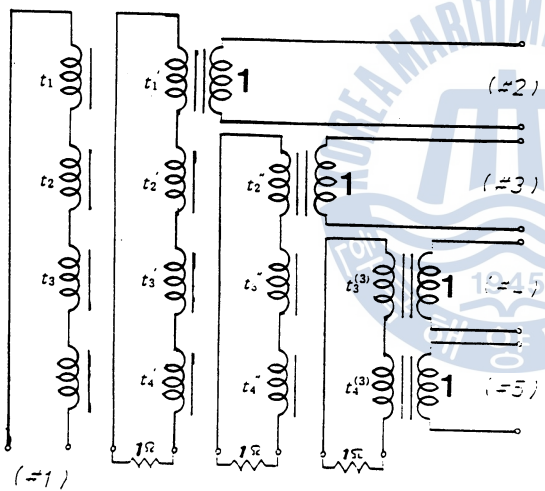


그림 5. 일반화된 형식의 4-방향 파워디바이더.

이상적인 4-방향 파워디바이더의 산란행렬 [S]로부터 주어지는 선형독립벡터는 $\bar{t} = (\frac{1}{\sqrt{4}} \ \frac{1}{\sqrt{4}} \ \frac{1}{\sqrt{4}} \ \frac{1}{\sqrt{4}})^T$ 로 되며 Schmidt직교화법에 의해 3개의 선형독립벡터 $X = (X_1, X_2, X_3)$ 를 구하고 정규직교계를 구하며 권선비 행렬 [T]는 식(17)과 같이 된다.

$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{4}} & \frac{-3}{\sqrt{12}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{4}} & \frac{1}{\sqrt{12}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{4}} & \frac{1}{\sqrt{12}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{4}} & \frac{1}{\sqrt{12}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Tab 1.2.3에 각각 14dB의 결합도를 갖게 할 경우 주어진 선형독립벡터는 $\bar{t} = (0.93838 \ 0.19953 \ 0.19953 \ 0.19953)^T$ 가 되고 Schmidt직교화법에 의해 권선비 행렬을 구하면 식(18)과 같이 된다.

$$[T] = \begin{bmatrix} 0.93838 & -0.3456 & 0 & 0 \\ 0.19953 & 0.54177 & -0.816 & 0 \\ 0.19953 & 0.54177 & 0.408 & -0.707 \\ 0.19953 & 0.54177 & 0.408 & 0.707 \end{bmatrix} \quad (18)$$

IV. 주파수특성 해석

1. 임피던스행렬

그림 3에 나타낸 일반화된 형식의 n-방향 파워디바이더의 전압 전류에 대한 관계식을 다음식 (19)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I' \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\text{단, } V_2 = \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad V' = \begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \\ \vdots \\ V'_n \end{bmatrix} \quad I_2 = \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad I' = \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \\ \vdots \\ I'_n \end{bmatrix}$$

port 2~port n을 R_0 로 중단시키면

$$V_2 = -R_0 I_2 \quad (20)$$

이 되고, 식(19)와 (20)으로부터 임피던스행렬[Z]를 구하면 식(21)과 같이 된다.

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} - Z_{12}[(R_0 + Z_{22})^{-1}Z'_{21}] & Z_{13} - Z_{12}[(R_0 + Z_{22})^{-1}Z'_{23}] \\ Z_{31} - Z_{32}[(R_0 + Z_{22})^{-1}Z'_{21}] & Z_{33} - Z_{32}[(R_0 + Z_{22})^{-1}Z'_{23}] \end{bmatrix} \quad (21)$$

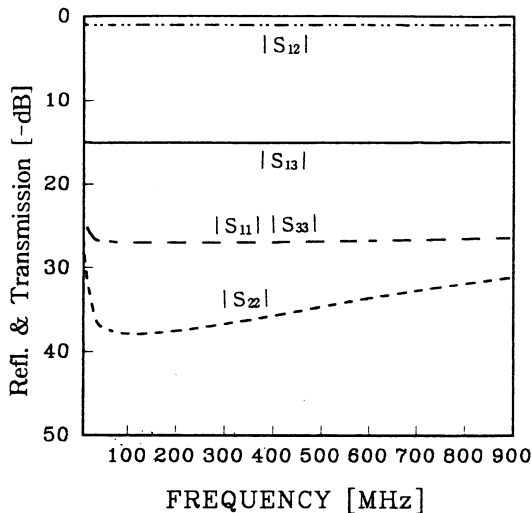


그림 6. Tap에의 결합도가 14dB인 일반화된 형식의 2-방향 파워디바이더의 이론적 주파수특성.

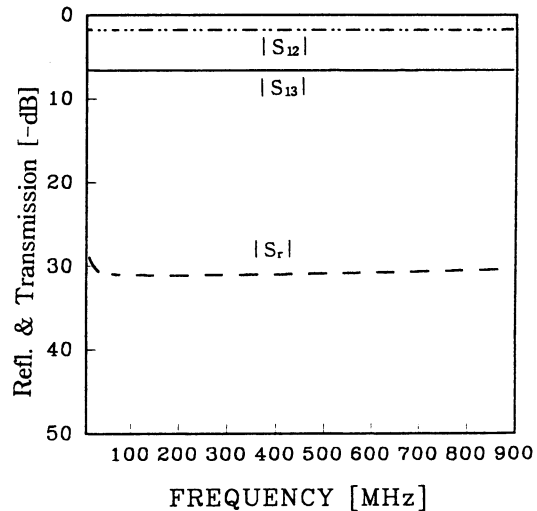


그림 7. Tap에의 결합도가 6dB인 일반화된 형식의 2-방향 파워디바이더의 이론적 주파수특성.

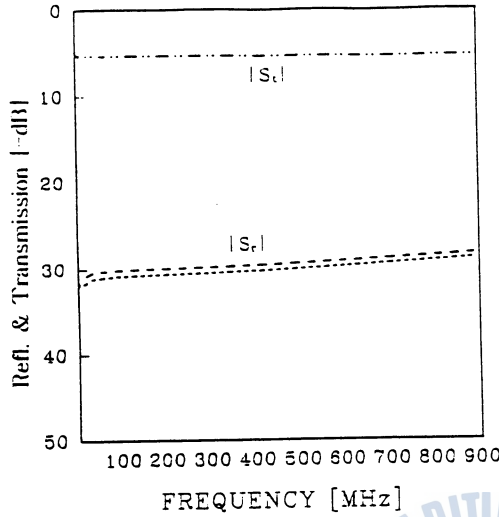


그림 8. 일반화된 형식의 3-방향 파워디바이더의 이론적 주파수특성(등분배).

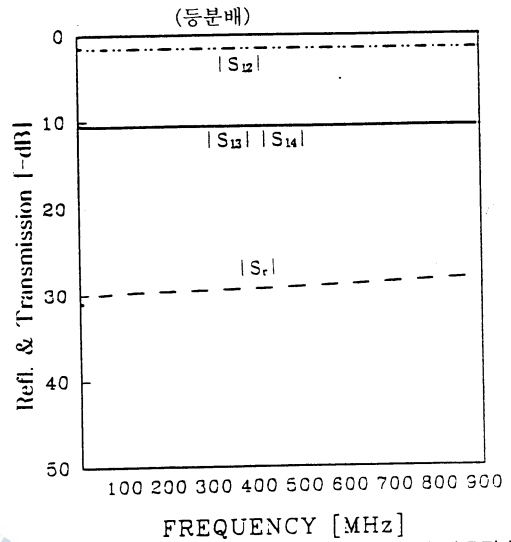


그림 9. 일반화된 형식의 3-방향 파워디바이더의 이론적 주파수특성(Tap에서의 결합도가 10dB인 경우).

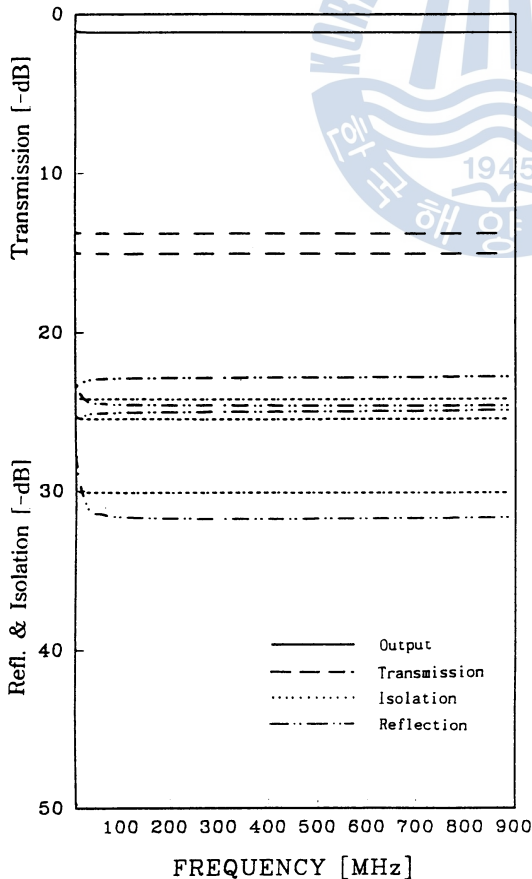


그림 10. 일반화된 형식의 4-방향 파워디바이더의 이론적 주파수특성(Tap에서의 결합도가 14dB인 경우).

또, inductance 및 상호인덕턴스는 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$L_i = \mu L_o n_i^2 (i=1, 2, \dots, n)$$

$$M = k \sqrt{L_i L_j} (i=1, 2, \dots, n)$$

$$j=1, 2, \dots, n) \quad (22)$$

여기서, L_o 는 ferrite core의 기하학적 구조에 의하여 정해지는 상수, k 는 코일간의 자기결합계수이며, 투자율 μ 는 다음식으로 근사할 수 있다.⁹⁾

$$\mu = 1 + \frac{k}{1 + j \frac{f}{f_m}} \quad (23)$$

단, K : 초투자율

j : 주파수

f_m : 완화주파수

2. 주파수특성

임피던스행렬[Z]로부터 산란행렬[S]는 다음 식 (24)로부터 구해진다.

$$[S] = \{[Z] + Z_0[U]\}^{-1} \{[Z] - Z_0[U]\} \quad (24)$$

여기서, $Z_0(R)$ 는 외부선로의 특성임피던스이며, $[U]$ 는 단위행렬이다. 코일의 인덕턴스는 core의 투자율을 1로 하였을 때 0.001113 μ H로 하고, $K=1000$, $f_m=3.0$ MHz로 하였다.

그림 6,7,8,9의 주파수특성에서 $|S_r|$ 은 반사계수, $|S_t|$ 는 전송계수를 나타내고, Isolation은 전부 200dB이하로서 그래프에 나타내지 않았다.

V. 실험결과

일반화된 형식의 파워디바이더의 설계이론 및 주파수특성 해석법의 타당성을 확인하기 위하여 일반화된 형식의 2-방향 전력분기로서 Tap에의 결합도가 14dB인 분기기를 제작하여 주파수특성을 측정하였다. 회로제작에 사용한 ferrite core는 DL-2 opw 7-3.5--3-1.2H2이다. 여기서 제안한 회로는 5-500MHz의 주파수대에서 아주 양호한 특성을 나타내고 있으며, 그림 6에서 나타낸 이론적 주파수 특성과 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

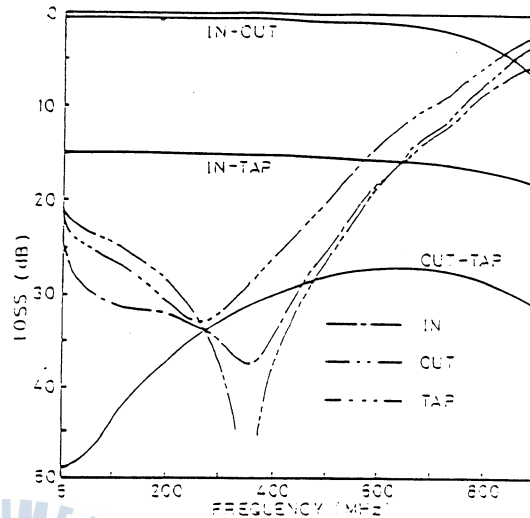


그림 11. 일반화된 형식의 14dB분기기의 실측주파수 특성.

VI. 결론

일반화된 형식의 파워디바이더에 대한 이론적 설계법을 제시하고 동일한 형식의 파워디바이더로 임의의 분기/분배율을 갖고 임의의 분기/분배수의 신호전송이 가능함을 제시하고, 시뮬레이션 및 실제 회로를 제작하여 측정된 주파수특성을 비교하여 서로 잘 일치함을 확인함으로써 본 논문에서 제안한 설계이론 및 특성해석법의 타당성을 입증하였다.

Appendix

A.1 다선조 이상변성기(Multi-winding Transformer)

통상 2n-port 변성기의 입출력 특성은 전압 V, V' 전류 I 와 I' 그리고 권선비 n 에 관하여 표현하면 그림 A.1로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} V &= nV' \\ nI &= I' \end{aligned} \quad (A1.1)$$

이것을 2n-port로 일반화하면

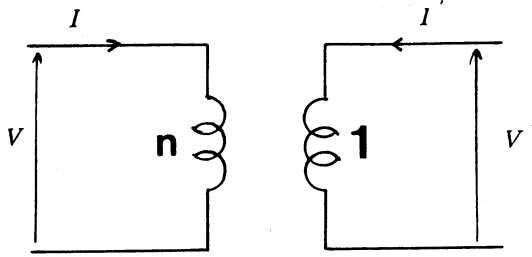


그림 A1.1

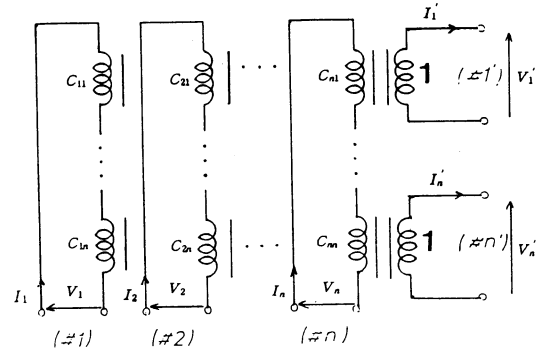


그림 A1.2

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \\ \vdots \\ V'_n \end{bmatrix} = [C]V'$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & \cdots & C_{n1} \\ C_{12} & C_{22} & \cdots & C_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & C_{2n} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = [C]' I = \begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_2 \\ \vdots \\ I'_n \end{bmatrix} = I'$$
(A1.2)

로 되며, 이는 그림 A1.2로부터 쉽게 알 수 있다.

그림 A1.2로부터 산란행렬은 다음과 같은 관계로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} [a] + [b] &= [V] & [a'] + [b'] &= [V'] \\ [a] + [b] &= [I] & [a'] + [b'] &= [I'] \end{aligned} \quad (A1.3)$$

여기서 [a], [a']는 입사파, [b], [b']는 반사파를 나타낸다. (A1.2)와 (A1.3)으로부터 입사파와 반사파에 관하여 정리하면,

$$\begin{aligned} V &= C V' \\ C I &= I' \end{aligned} \quad (A1.4)$$

$$\begin{aligned} \bar{a} + \bar{b} &= V & \bar{a}' + \bar{b}' &= V' \\ \bar{a} - \bar{b} &= I & \bar{a}' - \bar{b}' &= I' \end{aligned} \quad (A1.5)$$

단, $\bar{a}, \bar{b}, \bar{a}', \bar{b}'$ 는 각각 [a], [b], [a'], [b']를 의미한다.

(A1.4)와 (A1.5)로부터 반사파를 입사파에 관하여 정리하면,

$$\begin{aligned} \bar{b} &= -(U - CC')(U + CC')^{-1} \bar{a} + 2C(U + CC')^{-1} \bar{a}' \\ \bar{b}' &= 2C'(U + C'C)^{-1} \bar{a} + (U - C'C)(U + C'C)^{-1} \bar{a}' \end{aligned} \quad (A1.6)$$

(A1.6)으로부터

$$\begin{bmatrix} \bar{b} \\ \bar{b}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(U+CC')^{-1}(U-CC') & 2C(U+CC')^{-1} \\ 2C'(U+C'C)^{-1} & (U+CC')^{-1}(U-C'C) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{a} \\ \bar{a}' \end{bmatrix} \quad (A1.7)$$

C가 직교행렬이면 $C C^t = C^t C = U$ 이므로, 식(A1.7)은

$$\begin{bmatrix} \bar{b} \\ \bar{b}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c \\ c' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{a} \\ \bar{a}' \end{bmatrix}$$

또는

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & C \\ C' & 0 \end{bmatrix} \quad (A1.8)$$

로 되고, 산란행렬[S]는 무손실인 전역통과회로(All Pass Network)가 된다.

A.2 손실행렬[Q]의 rank와 확대된 유니터리 산란행렬의 유도

식(7)에 주어진 n-방향 Power Divider의 산란행렬 [S]로 부터 손실행렬 [Q]를 구하면 다음과 같이 표현된다.

$$[Q] = [U] - [S]^* [S] = \begin{bmatrix} 1 - |\bar{t}|^2 & 0 \\ 0 & 1 - \bar{t}' t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 - P \end{bmatrix} \quad (A2.1)$$

여기서,

$$\bar{t} = (t_1, t_2, \dots, t_n)$$

$$P = [P] = \bar{t} \cdot \bar{t}' = \begin{bmatrix} t_1 t_1 & \dots & t_1 t_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ t_n t_1 & \dots & t_n t_n \end{bmatrix}$$

행렬 [P]와의 고유치 λ 와의 관계는

$$[P]X = \lambda X \quad (A2.2)$$

이고, $X = \bar{t}$ 라 놓으면, $[P]\bar{t} = (\bar{t} \cdot \bar{t}')\bar{t} = |\bar{t}|^2 \bar{t}$ 이므로 고유치 $\lambda = 1$ 이고 고유벡터는 \bar{t} 가 된다.

$X \cdot \bar{t} = 0$ 으로 놓으면, $[P]X = \bar{t} \bar{t}' X = 0 \bar{t} = \lambda X$ 로 되고 $\lambda = 0$, 고유벡터는 $X_i (i=1, 2, \dots, n-1)$ 로 \bar{t} 에 직교행렬이다.

행렬 [P]는 고유벡터로 이루어진 직교행렬 $[T] = (\bar{t}, X_1, X_2, \dots, X_{n-1})$ 에 의해 대각화 될 수 있다. (직교행렬 [T]는 실수정방행렬이다.)

$$[P] = [T] \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} [T]^t \quad (A2.3)$$

식(A2.3)으로부터

$$\begin{aligned} [U] - [P] &= [T] [T]^t - [P] \\ &= [T] \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} [T]^t \end{aligned} \quad (A2.4)$$

행렬 $[T]$ 가 비정칙행렬(Non-singular Matrix)이므로 대각행렬 식(A2.4)는 rank가 $n-1$ 이다. 따라서 손실행렬 $[Q]$ 의 rank 또한 $n-1$ 이다.

따라서, 확대된 유니터리 산란행렬 $[\Sigma]$ 는 위의 규격화된 고유벡터를 사용하여 식(A2.5)와 같이 표현할 수 있다.

$$[\Sigma] = \begin{bmatrix} 0 & \bar{t}^t & 0 & \cdots & 0 \\ \bar{t} & 0 & X_1 & \cdots & X_{n-1} \\ 0 & X_1^t & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & X_{n-1}^t & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (A2.5)$$

여기서, port번호 1, 2, ..., $n+1$, $n+2$, ..., $2n$ 을 1, $n+1$, $n+2$, ..., $2n$, 2, 3, ..., n 으로 바꾸면 확대된 유니터리 산란행렬 $[\Sigma]$ 는 다음 식(A2.6)과 같이 표현된다.

$$[\Sigma] = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I^t & 0 \end{bmatrix} \quad (A2.6)$$

참고문헌

- 1) 이중희, "CATV시스템", Ohm사, 1992
- 2) Dong Il Kim, et al., "Optimum Design of the Power Divider with Ferrite Toroids for CATV and/or MATV system", IEEE Trans. on CE, Vol.CE-29, No.1, pp. 27-38, Feb. 1983
- 3) Dong Il Kim, et al., "Design of Generalized n-Way Power Divider for CATV and/or MATV System", IEEE Trans. on CE, Vol.CE-32, No.2, pp. 116-121, May. 1986
- 4) 김동일 외, "CATV 및 MATV시스템용 개량된 약결합 전력분배기와 일반화된 n-분기 파워디바이더의 설계에 관한 연구", 대한전자공학회 논문지, 제24권 제1호, pp. 115-122(1987. 1)

- 5) H.J. Carlin, et al., Network Theory : An Introduction to Reciprocal and Nonreciprocal Circuits, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., ch. 4, 1964
- 6) A.A.M. Saleh, "Theorems on Match and Isolation in Multiport Networks", IEEE Trans. on MTT, Vol.28, No.4, pp. 428-429, Apr. 1980.
- 7) D.C. Youla, "Single Frequency Synthesis from a prescribed Scattering Matrix", IRE Trans. on Circuit Theory, Vol.CT-4, pp. 340-344, Dec. 1957
- 8) 지동표, "선형대수와 그 응용", 제2장
- 9) Y. Natio, "Formulation of Frequency Dispersion of permeability", Trans. IECE of Japan, Vol. 59-C, pp. 297-304, May. 1976



