

# Hypocycloid齒車裝置에서 轉位內齒車의 干涉限界에 關하여

閔 右 浩

On Interferences for Profile Shifted Involute Internal Gear

Min woo hong

<目 次>

- |                           |                  |
|---------------------------|------------------|
| I. 序 言                    | V. Trochoid 干涉限界 |
| II. Hypocycloid 減速齒車의 減速比 | VI. 干涉限界線圖       |
| III. 轉位內齒車의 啓音方程式         | VII. 結 言         |
| IV. Involute 干涉限界         | 參考文獻             |

Abstract

Compared with the external gears for the reduction gears, the internal involute gear for the hypocyclid reduction gears has many advantages:

a short center distance; the natural guard over the meshing gear teeth; the good formation of oil film between the gear teeth; and the little tooth stress.

However, in designing the internal gear in the hypocycloid gears with a high gear ratio the interferences has to be duly followed between two meshing teeth. Then, the profile shifted involute internal gear is considered to have flexibilities on the interferences.

In this paper, the limit of interferences for the profile shifted involute internal gear are derived geometrically and diagramatized for the reference of gear design.

1. 序 言

Hypocycloid 減速齒車는 다른 外接齒車減速裝置에 比해 여러가지 利點을 가지고 있다. 即 小形 輕量으로 큰 減速比를 얻을 수 있고, 適當한 機構를 利用하면 入力軸과 出力軸을 同一直線上에 配列할 수 있고, 齒面接觸이 凸面과 凹面이기 때문에 齒面에 생기는 應力이 적고, 또한 서로 맞물리는 齒面의 回轉方向이 같아 윤활유의 押出作用이 일어나지 않는 等이다.

이러한 利點中에서 큰 減速比를 얻기 위해서는 外接齒車와는 反對로 서로 맞물리는 齒車의

齒數差를 될수록 작게 하여야 한다. 그러나 Hypocycloid 齒車를 구성하는 内齒車와 Pinion의 齒數差가 적으면 서로 맞물리는 齒形間에 여러가지 干涉이 일어나게 된다.

이 점標準內齒車에 대해서는 많은 設計資料가 發表되어 있으나,<sup>45)</sup> 齒車設計에 融通性이 있는 轉位內齒車에 對해서는 干涉條件이 갖는複雜性 때문에 별다른 資料가 발표되어 있지 않다.

따라서 본고에서는 轉位內齒車의 involute 및 trochoid 干涉條件을 試行法에 의해 線圖化하고  
이것에 의해 齒數差 및 轉位係數에 따른 干涉界限을 檢討 考察하였다.

## 記 號

$\alpha_c$ : 工具壓力角

$\alpha_b$ : 壓力角

$\alpha_{k_1} : \alpha_{k_2}$  : Pinion 斗 内齒車의 이끌압力角

*m* : module

$z_1, z_2$  : pinion과 内齒車의 齒數

$x_1, x_2 : \quad " \quad " \quad$  轉位係數

$a_0$ ：標準由心距離

$a$ : 中心距離

$\nu$ : 中心距離增加係數

$d_{z1}, d_{z2}$ : pinion 盤 内齒車의 基礎圓直徑

$x_1, x_2, \dots$  皆無理數

$d_{k_1}, d_{k_2} : \quad // \quad // \quad 8]$  끝까지直徑

$r_{\text{in}}, r_{\text{out}} : \quad \text{4} \quad \text{4} \quad \text{4}$  半徑

$r_1, r_2$ : " " pitch圓半徑

### 三、齒數比

*b<sub>1</sub>* : 標準齒車의 이 끄는 이를  $\pi$ 로 나눈 값

$s_r$  : 滲線 backlash

## I. Hypocycloid 減速齒車의 減速比

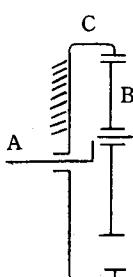


그림 1에서  $A$ 를 carrier,  $B$ 를 유성외 치차,  $C$ 를 태양내치차라고  $Z_B$ ,  $Z_C$ 를 각각 그齒數  $N_A$ ,  $N_B$ 를 각각 그絕對回轉數라 할 때, 유성외치차  $B$ 의 절대외 점수  $N_B$ 는

즉 carrier A를 入力軸으로 하고 유성외치차 B에 연결된 機構를 出力軸으로 할 때 이 減速裝置의 減速比는 齒數差가 적을수록 커지며 入力軸과 유성외치차의 中心距離는 작아진다.

구름 1

### III. 轉位內齒車의 둘음 方程式

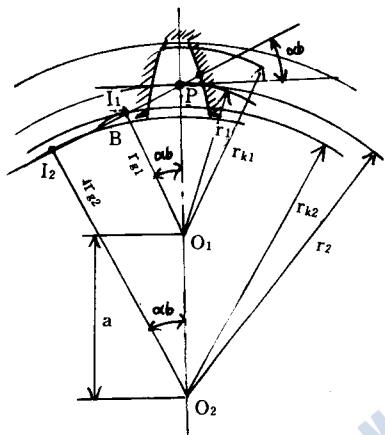


그림 2

또한 pinion과 内齒車의 이끌원 直徑은 DIN方式에 따르면<sup>1)</sup>

absolute 无限界限

## IV. Involute 干涉限界

그림 3에서 内齒車의 이끌원과 作用線과의  
交點을  $B$ 라 하면,  $B$ 點이 干涉點  $I_1$ 의 左側에  
오면 内齒車의 이끌이 그리는 trochoid 曲線이  
pinion 이뿌리의 involute 曲線에 파고 들어  
involute 干涉을 이르킨다.

이와 같은 干渉이 여러나지 않게 하기 위한  
條件은  $PL_1 > PB$ 이며

$P_1 = r_s \tan \alpha_b$ ,  $PB = r_s (\tan \alpha_b - \tan \alpha_{k2})$   $\therefore$

$$\frac{z_1}{z_2} \geq 1 - \frac{\tan \alpha_{k_2}}{\tan \alpha_k} \quad \dots \dots \dots (9)$$

그림 2에서 pinion의 中心을  $O_1$ , 内齒車의 中心을  $O_2$ 라 하고, 이 두 齒車의 기초원에 公通接선을 그면 이 직선이 involute 内齒車의 作用線이 되고, 이 作用線과 中心線  $O_1O_2$ 의 延長線과의 交點  $P$ 가 pitch 點이 된다. 또한  $O_1, O_2$ 에서 作用線에 내린 수선의 족을  $I_1, I_2$ 라 하면  $I_1, I_2$ 는 干涉點이 되고, 接촉점의 位置은  $I_1$ 의 右側에 단 존재하게 되며, 内齒車와 pinion의 물음方程式은 다음과 같이 된다.<sup>11)</sup>

$$\left. \begin{aligned} \text{inv } \alpha_b &= \text{inv } \alpha_c + 2 \tan \alpha_c \frac{x_2 - x_1 - \frac{1}{2 \sin \alpha_c} \left( \frac{s_n}{m} \right)}{z_2 - z_1} \\ a &= a_0 + ym \\ a_0 &= \frac{z_2 - z_1}{2} m \\ y &= \frac{z_2 - z_1}{2} \left( \frac{\cos \alpha_c}{m} - 1 \right) \end{aligned} \right\} (2)$$

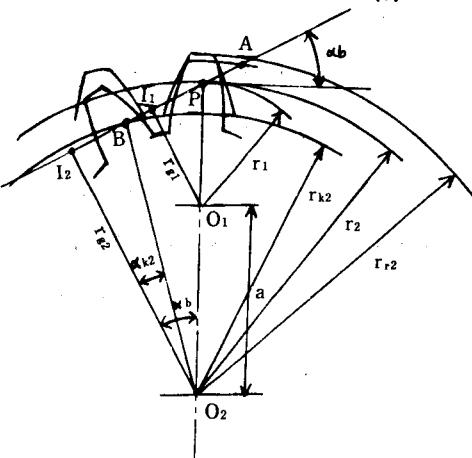


그림 3

(9)식에서  $x_1 = x_2 = 0, s_n = 0, h_k = 10^\circ$  면  $\alpha_b = \alpha_c$ 로 되고

$$z_2 \geq \frac{z_1^2 \sin^2 \alpha_c - 4}{2z_1 \sin^2 \alpha_c - 4} \text{로 되여}$$

標準 involute 内齒車의 involute 干涉限界式을 얻는다.

## V. Trochoid 干涉限界

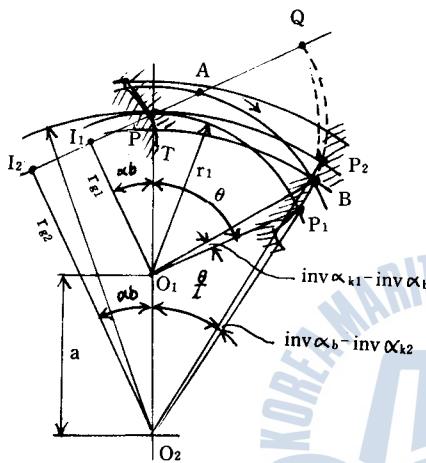


그림 4

그림 4에서 pinion과 内齒車의 이끌이 交點을  $B$ 라 하고, pinion의 이끌이  $B$ 點에 왔을 때의 pinion의 回轉角을  $\theta$ 라 하고 이때의 pinion의 치형곡선과 내치차의 치형곡선의 가장연장선교점을  $Q$ 라 한다.  $A$ 點에서 물음이 끝난 pinion이 다시 回轉하여 내치차의 치면에서 이탈할 때 pinion의 이끌이 재차 내치차의 이끌에 접근하여 내치차 치형에 파고드는 trochoid 干涉이 이려나는 경우가 있다.

이러한 干涉이 이려나지 않게 하기 위한 조건은 pinion 이끌이  $B$ 點에 왔을 때 내치차의 이끌이  $B$ 點보다 앞서 있어야 한다. 즉 그림에서

$$\cos \left\{ \theta - (\operatorname{inv} \alpha_{k1} - \operatorname{inv} \alpha_b) \right\} = \frac{r_{k2}^2 - r_{k1}^2 - a^2}{2ar_{k1}} \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

$$\cos \angle PO_2B = \frac{a^2 + r_{k2}^2 - r_{k1}^2}{2ar_{k2}} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

이 고

pinion이  $\theta$ 角回轉할 사이에 内齒車는  $\theta \times \frac{z_1}{z_2} = \frac{\theta}{i}$ 만큼 회轉함으로  $B$ 點에서 Trochoid 干涉을 이르키지 않게 하기 위한 條件은

$$\begin{aligned} \frac{\theta}{i} + (\operatorname{inv} \alpha_b - \operatorname{inv} \alpha_{k1}) &\geq \angle PO_2B, \quad \text{즉} \\ \frac{\theta}{i} + (\operatorname{inv} \alpha_b - \operatorname{inv} \alpha_{k1}) \cos^{-1} \frac{a^2 + r_{k2}^2 - r_{k1}^2}{2ar_{k2}} &\geq 0 \quad \dots \dots \dots \quad (12) \end{aligned}$$

(12)식에서  $x_1 = x_2 = 0, S_n = 0, h_k = 10^\circ$  면

$$\left. \begin{aligned} \cos \left\{ \theta - (\operatorname{inv} \alpha_{k1} - \operatorname{inv} \alpha_c) \right\} &= \frac{z_1(z_2 - z_1) - 2(z_2 + z_1)}{(z_2 + 2)(z_2 - z_1)} \\ \frac{\theta}{i} + (\operatorname{inv} \alpha_c - \operatorname{inv} \alpha_{k2}) &\geq \cos^{-1} \frac{z_2(z_2 - z_1) - 2(z_2 + z_1)}{(z_2 - 2)(z_2 - z_1)} \\ \cos \alpha_{k1} &= \frac{z_1 \cos \alpha_c}{z_1 + 2} \\ \cos \alpha_{k2} &= \frac{z_2 \cos \alpha_c}{z_2 - 2} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

로 되어 標準 involute 內齒車의 trochoid 干涉限界式이 얻어진다.

### IX. 干涉限界線圖

表 1

	pinion	內齒車
치수	$z_1 = 1 \sim 100$	$z_2 = 1 \sim 100$
工具壓力角	$\alpha_c = 20^\circ$	$\alpha_c = 20^\circ$
轉位係數	$x_1 = 0.0, -1.0$	$x_2 = 0.0, 0.6, 1.0$
module	$m = 3$	$m = 3$
$h_k$	1.0	1.0

表 1에 대한 involute 干涉限界齒數를 식 (9), (2), (8)을 이용 試行法에 의해 구하고 trochoid 干涉限界齒數를 식 (10), (12) (2), (5), (4), (7)을 이용 試行法에 의해 구하여 그림 5, 및 그림 6의 干涉限界線圖를 얻었다.

이 線圖에서 involute 干涉의 안전 領域은 曲線의 右側 域위이고, trochoid 干涉의 安全領域은 曲線의 上部 域위이다.

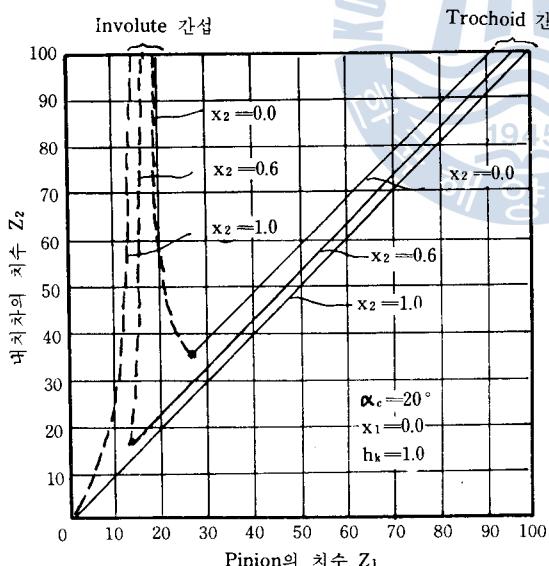


그림 5

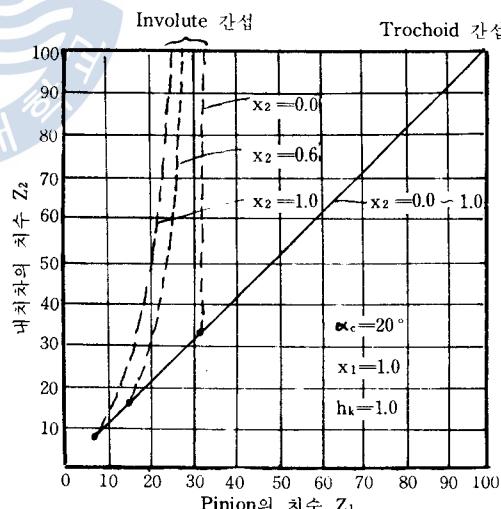


그림 6

### VII. 結 言

干渉限界線圖에서

(1) involute 干涉領域은 內齒車나 pinion의 轉位係數가 1.0에 接近할수록 좁아진다.

(2) trochoid 干涉領域은 內齒車의 轉位係數가 1.0에 接近할수록 좁아지고, 한편 pinion의 轉位係數는 -1.0에 接近할수록 內齒車의 轉位係數變化에 對한 干涉領域의 變動이 작아진다.

### 參 考 文 獻

- 1) 中田 孝; 轉位齒車, 誠文堂, 東京, 1971, p. 136.
- 2) D. W. Dudley; practical gear design, McGRAW-HILL.
- 3) 野口尚; 機構學, 山海堂, 東京, 1936.
- 4) Buckingham; Manual of gear design, section 2, p. 38.
- 5) 藤井康治; 齒車の研究, 養賢堂, 東京, p. 364.

