

FDTD법의 전자계 시간응답특성에 있어서 모델에 기초한 GPOF법의 파라미터 추정

문인열* · 김동일*

Model Based Parameter Estimation for GPOF Method in the Response of Electromagnetic Field Using FDTD method

In-Yul Moon* · Dong-Il Kim*

Abstract

In this paper, the parameters for GPOF method to analyze accurately an electromagnetic field are estimated. At first, electromagnetic field for the microstrip-line with discontinuity are analyzed, in which FDTD(Finite Difference Time Domain) is used and PML(Perfectly Matched Layer) as an absorbing condition to analyze accurately an electromagnetic phenomenon. And then, model parameters for time domain data using GPOF method are estimated and optimized its using MDL(Minimum Description Length) principles.

1. 서론

마이크로스트립선로의 불연속부(T분기, Crank-Line 등)는 분기, 분과 필터 등의 회로설계를 위해서 널리 이용되고 있다. 그러나 이러한 불연속부로부터 방사되는 불요전자파가 다른 회로에 간섭을 일으킨다. 따라서 불연속부로부터 방사를 정확하게 파악하는 것은 회로설계에 있어서 매우 중요하다고 할 수 있다.

본 연구에서는 마이크로스트립 불연속구조를 전자계해석법의 하나인 FDTD(Finite Difference Time Domain)법[1]과 PML(Perfectly Matched Layer)[2], [3]의 흡수경계조건을 이용하여 구하였다. 여기에서의 시간영역 데이터로부터 주파수 분석을 할 때 초분해능법 GPOF법의 파라미터 최적화를 행하였다.

* 한국해양대학교 공과대학 전파공학과

2. 전자계 시뮬레이션

본 연구에서 대상으로 하는 마이크로파회로의 불연속부는 그림 1과 같은 T분기와 Crank-Line를 이용하였다. 이러한 마이크로스트립 선로를 FDTD(Finite Difference Time Domain)법이라고 불리는 전자계 해석을 행하였다. 여기서 PML(Perfectly Matched Layer) 흡수경계조건은 x방향, y방향, z방향의 PML층의 개수는 각각 12, 16, 12로 설정하여 시뮬레이션 하였다. 입력한 파형은 가우시안 펄스를 사용하였다[3].

이 가우시안 펄스는

$$g(t) = \exp\left\{-\left(\frac{t-aT}{bT}\right)^2\right\} \quad (1)$$

이고 시간파형은 그림 2와 같으며, 전송파형은 그림 3과 같이 된다. 식 (1)과 같은 펄스가 마이크로스트립 선로에 입력시킬 때 그림 1의 관측점에 있어서 시간영역 데이터를 구하여 이로부터 GPOF법을 이용하여 데이터의 파라미터 추정을 행하였다.

3. GPOF법

얻어진 시간영역응답으로부터 복소공진주파수를 추정하기 위한 시간·주파수해석 방법으로 종래에 이용되던 푸리에 변환(Fourier Transform)에서는 진폭이 큰 파에 관해서는 추정하기가 용이하지만 진폭이 작은 파에 대해서는 사이드로브(Side Lobe)가 혼재하여 추정하기가 곤란하다. 여기서 정확한 복소공진주파수를 구하기 위한 방법으로는 아래의 두가지 방법이 있다. 첫 번째 방법으로는 선형점화식으로 특성다항식의 근을 구하는 Prony법[4], [5]이 있고, 두 번째로는 주어진 시간응답을 나열한 행렬의 고유치를 구하는 것이 있다. 이를 GPOF(Generalized Pencil-of-Function) 또는 MP(Matrix Pencil)[6]라고 한다.

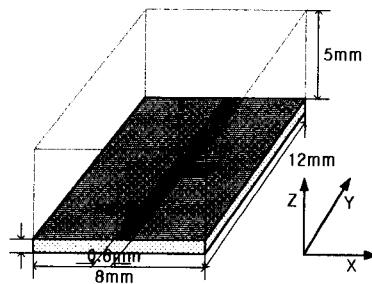


그림 1. 마이크로스트립 선로(T분기)

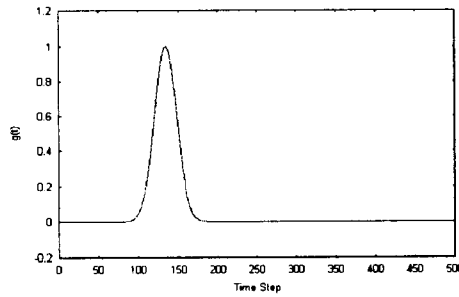


그림 2. 가우시안 펄스의 시간특성
 $(f_0 = 50GHz, \Delta t = 0.1925ps,$
 $T = 0.646/f_0, a = 2.0, b = 0.29)$

그러나 수치계산의 입장에서 고유치를 구하는 것은 다항식의 근을 구하는 것보다 행렬의 조작으로 대각화 하는 방법이 압도적으로 우수하다고 알려져 있다. 따라서 여기서는 POF의 일반형인 GPOF법을 이용하여 신호 파라미터의 추정을 행하였다.

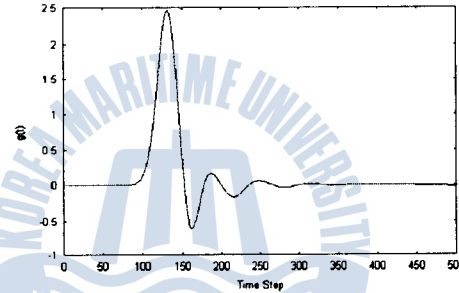


그림 3. 입력면으로부터 10셀 떨어진 점의 전송파형

3.1 GPOF를 이용한 모델 파라미터 추정

FDTD의 계산으로부터 얻어진 시간 또는 자계의 시간응답은

$$y_k = \sum_{i=1}^M b_i \exp(s_i \Delta t k) \tag{2}$$

로 표현된다고 하자. 여기서 k 는 이산시각, M 은 감쇠진동파형의 개수, b_i 는 복소진폭, s_i 는 라플라스 변환의 극, Δt 는 시간간격이다. 특히 y_k 는 관측된 기지값이지만 $M, b_i, s_i (i=1, \dots, M)$ 는 미지값이다.

다음과 같이 나열된 벡터를 생각하자[7].

$$y_0, y_1, \dots, y_L \tag{3}$$

가 된다. 식 (26)의 양변에 행렬 V^H 를 곱하면

$$V^H V D^{-1} U^H Y_2 V z_i = V^H V z_i z_i \tag{27}$$

$$D^{-1} U^H Y_2 V z_i = z_i z_i \tag{28}$$

가 된다. $Z = D^{-1} U^H Y_2 V$ 로 두면

$$Z z_i = z_i z_i \tag{29}$$

여기서

$$\mathbf{y}_i = [y_i, y_{i+1}, \dots, y_{i+N-L-1}]^T \tag{4}$$

이다. T는 전치행렬을 표시한다. 여기서 아래의 두 행렬을 정의하면

$$\mathbf{Y}_1 = [\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_{L-1}] \tag{5}$$

$$\mathbf{Y}_2 = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_L] \tag{6}$$

가 된다. 결국 이 Z의 고유치전계를 행하면 z_i 가 구해지고 $z_i = \exp(s_i \Delta t)$ 로부터 극 s_i 가 구해져 감쇠정수 α_i 와 위상정수(복소공진주파수) ω_i 가 구해진다.

지금까지는 기지의 $y(k\Delta t)$ 로부터 b_i, α_i, ω_i 의 미지파라미터 중에서 α_i, ω_i 의 두가지가 구해졌으며 마지막으로 복소진폭 b_i 를 구하는 방법에 대해 설명한다.

3.2 복소진폭 b_i 를 구하는 방법

복소진폭 b_i 는 지금까지의 행렬 고유치문제로는 구할 수 없다 GPOF법으로부터 고유치 z_i 가 정확하게 구해졌다고 하면

$$y_k = \sum_{i=1}^M b_i z_i^k \tag{31}$$

의 계수 b_i 를 최소자승법을 이용하여 구한다. 계수 b_i 를 구하는 문제는

$$J(b_i) = \left| y_k - \sum_{i=1}^M z_i^k b_i \right|^2 \tag{32}$$

으로 표현되는 $J(b_i)$ 의 최소화 문제로 귀착된다. 좌승오차 $\left| y_k - \sum_{i=1}^M z_i^k b_i \right|^2$ 가 최소로 될 때 b_i 가 최적값이 된다. 좌승오차를 최소화하는 계수 b_i 는 구하는 방법은 다음과 같다.

관측시간과형 y_k 를 나열한 벡터 $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{N-1}]$, k행 i열을 z_i^k 로 하는 Z와 구하고자 하는 b_i 를 나열한 벡터 $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_M]$ 을 생각하면 식 (32)는

$$J(\mathbf{b}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{Z}\mathbf{b}\|^2 \tag{33}$$

이 된다. 여기서 $J(\mathbf{b})$ 를 최소화하는 \mathbf{b} 는

$$\mathbf{b} = (\mathbf{Z}^H \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^H \mathbf{y} \tag{34}$$

을 만족하는 것이 된다. 식 (34)를 만족하는 $J(\mathbf{b})$ 를 구하면 유일하게 구하지 못했던 복소진폭 b_i 가 구해진다.

감쇠진동파형의 감쇠진동의 개수 M에 관해서 종래에는 고유치의 분포를 보고 판단 하였지만 실제의 경우에 이 방법으로 분포의 대소를 구분하기가 곤란한 경우가 매우 많다. 또, Y_1 과 Y_2 의 행렬 사이즈를 결정하는 L값의 결정도 매우 어렵다. 따라서 본 연구에서는 M과 L의 결정을 위하여 정보공학 분야에 널리 이용되고 있는 MDL(Minimum Description Length)를 적용하였다. 여기서는 $\{y_k\}_{k=1}^N$ 가 임의의 확률모델로부터 출력된 결과로 생각한다.

결국,

$$y_k = \bar{y}_k + n \tag{35}$$

이 된다.

$$\bar{y}_k: \sum_{i=1}^M b_i z_i^k$$

n: 평균치0

분산 σ^2 : 가우스분포

라 하면, y_k 의 확률밀도함수는

$$P(y_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(y_k - \bar{y}_k)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{35}$$

이 된다. 따라서 (y_1, y_2, \dots, y_N) 의 대수유도함수는

$$LL(y_1, \dots, y_N) = -\sum_{k=1}^N \log(y_k) = N(\log\sqrt{2\pi}\sigma) - \sum_{k=1}^N \left(-\frac{(y_k - \bar{y}_k)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{36}$$

이 된다. LL에서는 파라미터 σ , $\{b_i, z_i^k\}_{i=1}^M$ 가 포함되어 있지만 우선 σ 에 관하여 최적화한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial LL}{\partial \sigma} &= N\frac{1}{\sigma} - \frac{1}{\sigma^3} \sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y}_k)^2 = 0 \\ \therefore \hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y}_k)^2 \end{aligned} \tag{37}$$

따라서 σ 에 관해서 최적화 되어진 LL은

$$\widehat{LL} = N\log(\sqrt{2\pi e} \hat{\sigma}) \tag{38}$$

이 된다.

다음으로 $\{b_i, z_i^k\}_{i=1}^M$ 에 관하여 \widehat{LL} 를 최적화 할 필요가 있다. 그러나 이러한 완전한 최적화는 어렵기 때문에 GPOF법을 이용하여 z_i 를 최적치(최상추정치)로하는

근사치를 계산한다. 만약 z_i 가 구해지면

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y}_k)^2 \quad (39)$$

이므로 b_i 의 최적치는 통상의 최소좌승법으로 구해지게 된다. 또 GPOF법을 적용할 때에 행렬 Y_1, Y_2 의 사이즈 $(N \times L) \times L$ 에 관해서 z_i 의 추정치가 변하기 때문에 식 (39)가 최소가 되는 행렬의 사이즈 L 의 크기를 구할 필요가 있다. 이런 확률모델에서는 몇 가지의 파라미터가 포함되어 있다. 이런 파라미터를 최상추정을 하지 않으면 MDL의 결과는 신뢰할 수 없는 것이 되어버린다.

MDL(Minimum Description Length)라는 모델을 기술하기 위한 기술장(Description Length)을 최소로 하는 파라미터 θ 의 차원 M 과 L 을 최적으로 하는 원리이다[8], [9].

MDL에서 고려되는 모델의 기술장은 3종류이고

$$-\log p(X | M, L^*(M)) + I(\theta | M) + I(M) \quad (40)$$

$$X = (y_1, y_2, \dots, y_N)^T$$

$$\theta = \{\{a_i, \omega_i, b_i\}_{i=1}^M, \sigma\}$$

로 표현된다. 우변의 첫 번째항은 대수유도함수라 하며 모델의 오차를 표현하기 위한 것이다(LL). 두 번째 항은 파라미터 θ 를 표현하기 위한 것이다($\frac{k}{2} \log N$ 즉, k : 파라미터의 개수). 세 번째 항은 파라미터의 차원 M 을 표현하기 위한 것이다($\log M$). 이것은 그림 4와 같이 된다.

그림과 같이 우변의 첫 번째 항은 감쇠진동의 개수 M 이 커지면 커질수록 감쇠한다는 것을 알 수 있다. 두 번째 항은 감쇠진동의 파라미터를 표현하기 위한 것이므로 감쇠진동의 개수 M 에 비례하여 커진다. 세 번째항은 다른 두 항과 비교하여 작기 때문에 별로 유효하지는 않지만 M 의 증가함에 따라 그 값이 점점 커지고 있음을 알 수 있다.

감쇠진동의 개수 M 을 증가시키면 정도는 좋아지지만 감쇠진동 파라미터를 표현하는 기술장(Description Length)이 커지게 되어버린다. 결국 첫 번째, 두 번째, 세 번째 항간의 상호 trade-off의 관계에 있다[9], [10]. 여기서 첫 번째 항은 감쇠진동의 개수 M 만의 함수가 아니라 Y_1 또는 Y_2 의 사이즈를 결정하는 L 값에도 의존한다.

따라서 L 값을 변화하면서 동시에 MDL원리를 적용하여 이것의 균형점으로 하는 L 과 M 이 최적의 값이 된다.

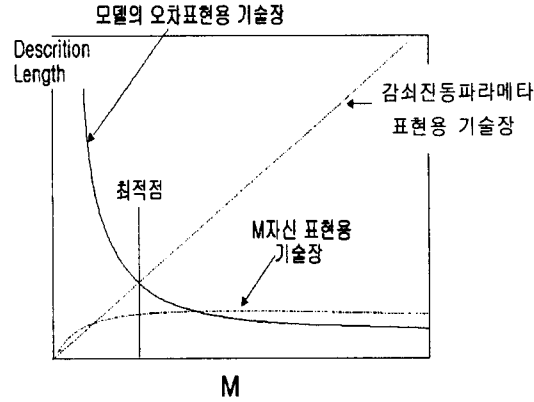


그림 4. GPOF에 있어서 MDL원리

5. MDL로부터의 파형 추정 결과

FDTD법을 이용하여 시간영역 전자계를 계산하고 GPOF법을 이용해서 파형 추정을 행하였다. 여기서 최적의 추정을 위하여 MDL의 원리를 적용해 보았다.

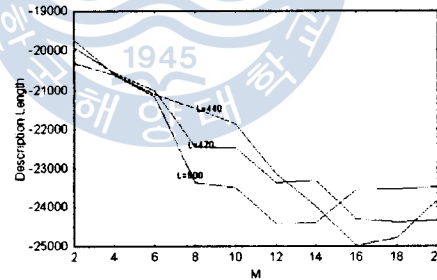


그림 5. T분기의 경우 MDL 결과

그림 5는 T분기의 경우, $t = \Delta t \times 2001 \sim 3000$ 까지의 1000개의 시간영역 데이터를 이용해서 L값을 변화해가면서 감쇠진동의 개수 M값에 대한 MDL원리를 이용한 추정결과이고 여기서 최적의 L과 M은 각각 440, 16임을 알 수 있었다. 그림 6은 최적의 파라미터를 이용한 GPOF법으로부터의 파형복원/추정한 결과이다.

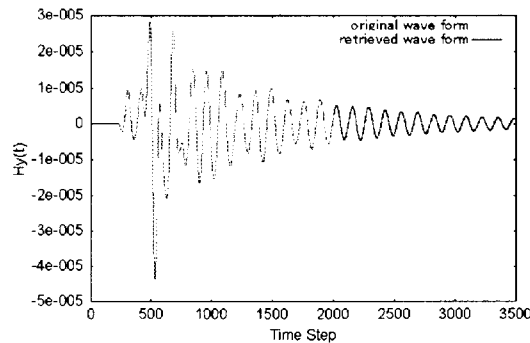


그림 6. 파형복원/추정결과 (T분기:L=440,M=16)

5. 결 론

마이크로스트립 선로의 불연속부로부터의 불요방사문제에 대해서 GPOF법을 이용할 때 파라미터를 최적화하기 위하여 MDL의 원리를 적용하는 것에 대하여 검토하였다. 불연속구조는 T분기를 선택하였다. 특히 MDL의 원리를 이용해서 감쇠진동의 개수를 추정할 때 행렬의 사이즈 L값과 관계가 있음을 확인할 수 있었다. 향후 최적화된 파라미터를 이용하여 주파수특성을 계산에 유용할 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

- [1] A. Taflove, *Advances In Computational Electrodynamics*, Artech House Publishers, 1998.
- [2] J. P. Berenger, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves", *J. Comp. Phys.*, vol. 114, no.2, pp.185-200, Oct.1994.
- [3] 宇野亨, *FDTDによる電磁界およびアンテナ解析*, コロナ社, 1998.
- [4] M. L. V. Blaricum and R. Mittra, "A Technique for Extracting the Poles and Residues of System Directly From Its Transient Response", *IEEE Trans. Antenna Propagation.*, vol. AP-23, no.6, pp. 777-781,1975.
- [5] W. L. Ko and R. Mittra, "A Combination of FDTD and Prony's Methods for Analyzing Microwave Integrated Circuits", *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol.39, no.12, Dec.1991.
- [6] G. H. Golub, G. F. Van Loan, *"Matrix Computations"*, Johns Hopkins Univ. Press. 1996.

- [7] Y. Han and T. K. Sakar, "Generalized Pencil-of-Function Method for Extracting Poles of An EM System from Its Transient Response", IEEE Trans. Antenna Propagation., vol. AP-37, no.2, pp.229-234. Feb. 1989.
- [8] 北村學, 高田潤一, 荒木純道, "GPOF法によるマイクロスツリップ線路不連続部からの放射損失の数値計算(2)", 信學技報, MW98-1/ SCE98-1, Apr. 1998.
- [9] 山西健司, 韓大舜, "MDL入門:情報理論の立場から人口知能學會誌(解説)", pp.427-434, May. 1992.
- [10] 坂口啓, 高田潤一, 荒木純道, "超分解能法における最適スムージング前処理にする検討", 信學技報, Ap.99, 1999.



