

# FDM을 이용한 단위표적의 수중음향 산란문제 연구

김 윤 재\* · 김 재 수\*\*

## A Study on Underwater Acoustic Scattering Problem based on Finite Difference Method

Yoon Jae Kim\* · Jae Soo Kim\*\*

### Abstract

The active sonar system uses the detailed characteristics of the target scattered echoes for detection, classification and motion analysis of underwater target. In this thesis, the finite difference method is used to model the scattered field due to the simply shaped target, and the near to far-field transform to find the far-field beam pattern. The numerical results based on Kelly algorithm show that the far-field beam pattern is significantly different from the analytic solution for the disk, due to dispersion. The results from Fourier method approximate the exact solution better than the Kelly algorithm because of the reduced dispersion.

### 1. 서 론

수중에서 전자기파는 흡수되어 전달손실이 크기 때문에 정보전달의 매체로 음파를 사용하게됨으로써 현재까지 수중의 물체를 탐색하는데 있어서 소나의 역할은 거의 절대적이라고 할 수 있다. 소나의 활용분야는 기초과학분야, 산업분야, 군사용으로 크게 나눌 수 있으며 구체적으로 지구온난화 감시, 해양음향 토모그래피(Ocean Acoustic Tomography), 어군탐지(fish finding), 수중통신, 자원탐사, 표적탐지 및 분류, 항만방어 등에 사용되고 있다. 특히 군사용으로 사용되는 능동소나(active sonar) 시스템의 운용

\* 한국해양대학교 해양공학과 석사과정

\*\* 한국해양대학교 해양공학과 교수

은 표적의 탐지뿐만 아니라 표적의 분류 및 상태분석에 있으며 이를 위해서는 표적이 어떤 형상을 가지고 있을 때 표적신호가 어떻게 나타나는가 하는 표적신호의 해석이 필수적이다. 이에 본 논문에서는 소나나 어뢰의 개발에 앞서 필요시 되는 몇 가지 과정 중에서 수치적인 기법을 통한 표적 형상에 대한 음파의 변화, 즉 표적의 산란 문제를 다루고자 한다.

수치해석 방법의 하나인 유한차분법은 일반적인 탄성과 방정식이 탄성매질(elastic medium)에서 선형이라는 가정을 제외하고는 파동방정식을 물리적인 현상에 대한 근사나 가정이 없이 해석함으로써 존재 가능한 모든 종류의 파와 음영구역(shadow zone) 파악 등 그의 상대적인 중요성을 관찰할 수 있다. 또한 유한차분법의 장점은 탄성체(elastic medium)와 유체(acoustic medium)에 존재하는 파형과 그의 상대적인 크기를 비교할 수 있고, 복잡한 경계조건을 효과적으로 다룰 수 있으며 수치적인 방법으로 쉽게 접근할 수 있는데 있다.

최근에는 수중음향에서도 유한차분법을 도입하여 수중에서의 음파의 전달경로나 전달손실 등을 연구하고 있다. 수중음향 분야에서 Clark[1]는 Helmholtz Integral 공식으로부터 차별화된 식을 사용하여 물에 잠긴 구조물 주위에서의 방사된 구역분포를 구하였고, Fricke[2]은 북극지방의 얼음으로 인한 음향산란을 연구하였다. Stephen[3]은 2차 파동방정식을 차별화하여 해저환경에서 지진파의 전파를 다루는 다양한 응용에 대해서 언급하였으며, Wang[4]은 Euler 방정식과 연속방정식을 사용하여 이상적인 경계조건을 지니는 표적의 산란문제를 다루었다.

지금까지는 공간에 대한 미분항은 유한차분법 등을 이용하여 처리하였는데, 최근에는 Fourier 방법을 도입한 해석이 널리 활용되고 있다[7]. 유한차분법은 파장당 최소 9개의 절점이 필요하며 인위적인 분산(dispersion)이 불가피한데 Fourier 방법은 최소 2개까지 줄일 수 있으며 분산현상이 없으므로[8] 기억용량 및 계산시간의 절감, 정확성 등에서 매우 유리하다.

## 2. Kelly 알고리즘

일반적으로 음파는 유체매질을 통해 전달되어 가는 탄성파(elastic wave)로 이해할 수 있으며 이를 수학적 방법으로 나타낸 것이 파동방정식이다. 파동방정식에 들어가는 변수들은 음파가 전달되는 매질의 특성과 밀접한 관계를 가진 물리량들로서 음압, 매질입자의 변위, 매질입자의 운동속도 등이 있다. 수중에서 음파가 수면, 바다, 표적 등의 경계면을 만났을 때 발생하는 반사, 산란, 투과 등의 현상을 설명하기 위해서는 탄성매질에서의 파동방정식을 풀어야 한다.

고전적인 탄성역학에서 거리(range) 방향과 깊이(depth) 방향을 나타내는  $x$ - $z$ 축의 이차원 비균질(inhomogeneous) 등방성(isotropic) 매질로 구성된 직교좌표계에서  $u$ ,  $w$ 를 각각  $x$ ,  $z$  방향의 변위라 하고 응력요소의 미분을 포함하고 있는 지배방정식은 다음과 같다[6].

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ \lambda &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}\end{aligned}\tag{1}$$

식 (1)은 P-SV 파의 전달을 묘사하고 있으며,  $\rho$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ 는 매질의 특성치를 나타내는 변수로서 각각 밀도, 탄성계수( $E$ )와 포아송 비( $\nu$ )의 함수인 Lamé 상수이며, 공간상 각 점에서의 변수로 작용한다.

공간상의 함수인 종파(P-wave)와 횡파(S-wave)의 속도(각각  $\alpha$ ,  $\beta$ )를 사용하면 식 (1)은 다음과 같다[5].

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \alpha^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - 2\beta^2 \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \beta^2 \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ \alpha^2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - 2\beta^2 \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \beta^2 \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ \alpha &= \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}\end{aligned}\tag{2}$$

식 (2)는 종파와 횡파의 속도의 항을 도입함으로써 식 (1)에서의 3개의 변수( $\rho$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ )가 2개의 변수( $\alpha$ ,  $\beta$ )로 나타나 기억용량을 감할 수 있으며 다루기도 용이한 이점이 있다.

Kelly는 식 (2)를 공간과 시간에 대해서 기본적으로 중앙차분(central difference)를 이용하여 양적차분식(explicit finite difference)으로 나타내었으며, 중간과정에서 적용되는 몇 가지 도함수의 차분식을 정리하면 다음과 같다. 공간과 시간영역을 차별화하는 과정에서 각각의 축들 ( $x$ ,  $z$ ,  $t$ )는 ( $m$ ,  $n$ ,  $l$ )로 나타내었다.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{u_{m,n}^{l+1} - 2u_{m,n}^l + u_{m,n}^{l-1}}{\Delta t^2} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[ a^2(x, z) \frac{\partial u}{\partial x} \right] \\ & \simeq \frac{1}{(\Delta x)^2} \left\{ a^2\left(m + \frac{1}{2}, n\right) [u'(m+1, n) - u'(m, n)] \right. \\ & \quad \left. - a^2\left(m - \frac{1}{2}, n\right) [u'(m, n) - u'(m-1, n)] \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{1}{(\Delta x)} \left\{ \left[ \frac{a^2(m+1, n) + a^2(m, n)}{2} \right] \left[ \frac{u'(m+1, n) - u'(m, n)}{\Delta x} \right] \right. \\ & \quad \left. - \left[ \frac{a^2(m-1, n) + a^2(m, n)}{2} \right] \left[ \frac{u'(m, n) - u'(m-1, n)}{\Delta x} \right] \right\} \\ & \frac{\partial}{\partial z} \left[ a^2(x, z) \frac{\partial u}{\partial x} \right] \\ & = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ a^2(m, n) \left[ \frac{u'(m+1, n) - u'(m-1, n)}{2\Delta x} \right] \right\} \quad (5) \\ & = \frac{1}{(4\Delta x \Delta z)} \left\{ a^2(m, n+1) [u'(m+1, n+1) - u'(m-1, n+1)] \right. \\ & \quad \left. - a^2(m, n-1) [u'(m+1, n-1) - u'(m-1, n-1)] \right\} \end{aligned}$$

### 3. Fourier 방법

불균일 매질에서의 음파전달 문제를 다루는데 있어서 최근의 연구분야로 대두된 것의 하나가 Fourier 방법이다. Fourier 방법은 기존의 유한차분법, 유한요소법, 경계요소법등에 비해서 파장당 절점의 수를 2개까지 줄일 수 있어 인위적인 분산(dispersion)이 거의 없으므로 기억용량 및 계산시간의 절감, 정확성 등에서 매우 유리한 방법이다. 본 논문에서는 Kelly가 이용했던 불균일, 등방성, 탄성매질에서의 지배방정식을 사용하여 음파전달 문제를 다루었다.

공간에 대한 미분항의 처리를 위해 Fourier 변환의 다음 특성을 이용한다.

$$F(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ix\xi} f(x) dx$$

$$(i\xi)^n F(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ix\xi} \frac{\partial^n f}{\partial x^n} dx$$

먼저  $\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}$  항의 경우를 고려하면 다음과 같은 순서를 따른다.

(1)  $u$ 를  $x$ 에 대해 Fourier 변환하여  $U^*(\xi, y, t)$ 을 구한다.

(2)  $U^*(\xi, y, t)$ 에  $(i\xi)$ 를 곱하고 역 Fourier 변환하여  $\frac{\partial u}{\partial x}$  을 구한다.

(3) 같은 방법으로  $\frac{\partial w}{\partial z}$  을 구한다.

(4) 위 식에 따라  $\sigma_{xx}$ 을 구하고 같은 방법으로 fourier 변환 및 역 변환하여  $\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}$  을 구한다.

다른 항도 동일한 요령으로 처리하여 결과를 얻는다.

식 (2)의 해가 안정적으로 주어지기 위해서는 다음 관계를  $\Delta t$ 를 선택하여야 한다.

$$\frac{c\Delta t}{\Delta d} < \frac{\sqrt{2}}{\pi} (\approx 0.45)$$

본 논문에서는 공간에 대한 미분항은 Fourier 방법에 의해서, 시간에 대한 처리는 유한차분법을 이용함으로써 전체적인 오차가 시간 증분에 크게 좌우되게 된다. 즉, 정확한 해를 얻기 위해서는 시간증분을 작게해야 한다.

또한, Fourier 방법에 의해서 평면파를 이용하여 음향산란을 하기 위해서는 평면파가 발생되지 않는 구역에서의 인위적인 반사파를 제거해 주어야 한다. 본 논문에서는 이의 해결을 위해서 댐핑영역을 설정하여 계산 영역 이외에서의 반사파를 해결하였다.

#### 4. 안정조건(stability condition) 및 경계조건(boundary condition)

유한차분법을 통한 수치해석의 해가 안정하다는 것은 초기자료에 있어서 작은 변화가 최종결과에 있어서 단지 상응하는 작은 변화를 주었을 때를 말한다. 즉, 유한차분법에 의한 수치계산의 결과가 의미있기 위해서는 해석적인 해와의 차이가 발산하지 않아야 한다. 대부분의 연구논문들에서 물리적으로 무한한 공간을 유한한 공간에서 처리함으로써 발생할 수 있는 오차를 줄이고 안정조건을 만족하기 위해서는 공간상 전점간의 간격인  $\delta$ 를 다음과 같이 설정하고 있다[5].

$$\delta \leq \lambda/10$$

격자사이의 간격이 정해지면 다음으로 시간 증분을 결정해야한다. 임의해와 유한차분법을 통한 수치해석 해와의 차이가 시간 t가 증가할수록  $\Delta t$ 는 모든 고정점 m, n에서 존재하여야 한다[14]. 보통 이차원일 경우 다음과 같은 안정조건을 갖는다.

$$\Delta t = \frac{1}{c} \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)^{1/2}$$

그리고 수치 모델링을 수행할 적에 발생할 수 있는 오차로서 경계면 반사가 있다. 이는 무한한 공간을 유한한 공간으로 제한을 두어 계산함으로써 인위적인 경계를 만들게 되기 때문에 발생하는 에러이다. 본 논문에서는 공간에서 격자를 분리시켜서 경계에서 맞고 들어오는 반사현상(wrap-around)을 해결하였다. 즉, 경계를 맞고 반사파가 들어오기 전에 계산영역에서 해를 구하는 방법을 적용하였다.

## 5. 엄밀해 및 N-F변환(Near-field to Far-field transformation)

수치해석방법을 검증하기 위해서는 엄밀해와 비교하여야 하지만 엄밀해가 주어진 경우가 대단히 적으므로 본 논문에서는 이상적인 경우의 입사하는 평면파에 의해 insonified된 표적 즉, rigid cylinder를 가지고 수치실험을 실시하였다. 평면파가 진행할 때, 실린더가 존재한다면 실린더의 크기나 모양과 같은 밖으로 퍼져나가는 산란된 파(scattered outgoing wave)를 발생시키게되며, 실린더의 표면에서 즉  $r = a$ 에서 방사 속도와 관계를 이용하여 방향성을 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_s(\phi) = \frac{1}{\sqrt{ka}} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \sin(\gamma_m) e^{i\gamma_m} \cos(m\phi) \quad (6)$$

$$\tan \gamma_0 = -\frac{J_1(ka)}{N_1(ka)} \quad (7)$$

$$\tan \gamma_m = -\frac{J_{m-1}(ka) - J_{m+1}(ka)}{N_{m+1}(ka) - N_{m-1}(ka)}$$

여기서,  $\epsilon_0 = 1$ 이고  $\epsilon_m = 2$ 이다( $m$ 은 1보다 큰 값).

위에서 구한 엄밀해와 수치적인 방법으로 구한 음압의 비교를 위해 far-field 방향성은 다음과 같은 과정을 통해서 유도되어진다. 극좌표계(polar coordinate system)에서 음압은 다음과 같이 원통형 함수로(cylindrical harmonics)로 표현된다.

$$p(r, \phi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n H_n^{(1)}(kr) e^{jn\phi}, \quad -\pi \leq \phi < \pi \quad (8)$$

Hankel 함수는 산란된 파의 확산에 이용되며,  $k(w/c)$ 는 파수, 평면파가 진행되는 방향을  $\phi = 0$ 으로 나타낸다.

식 (8)을 이산화된 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$p(r, l) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} a_n H_n^{(1)}(kr) e^{jn\Delta\phi}, \quad l = -\frac{N}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{N}{2}-1. \quad (9)$$

여기서,  $-\pi \leq \phi < \pi$ ,  $\delta\phi = \frac{2\pi}{N}$ ,  $N$ 은 짝수이며,  $\delta\phi$ 는 적절한 샘플링을 하기 위해서 충분히 적어야 한다.

식 (9)에서 적어도  $a_n$ 이 만족할 만한 값을 가지기 위해서는  $|n| < 20$ 일 경우이며 본 논문에서는 적절한 각의 해상도를 가지기 위해서  $N \geq 128$ 를 사용하였다. 식 (9)는  $r = r_0$ 에서는 다음과 같다.

$$p(r_0, \Delta) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} a_n H_n^{(1)}(kr_0) e^{jn\Delta\phi}, \quad l = -\frac{N}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (10)$$

그리고 이산화된(discrete) 사각형의 좌표계에서 균등하게 분포하는  $\phi$ 에 따른 음압의 적절한 값을 찾기 위해서 bilinear 보간법을 사용하였다.

다음으로 계수  $a_n$ 을 구하기 위해 Fourier 변환의 특징을 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P(n) = \sum_{l=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} p(r_0, \Delta) e^{-jn\Delta\phi}, \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (11)$$

$$p(r_0, \Delta) = \frac{1}{N} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} P(n) e^{jn\Delta\phi}, \quad l = -\frac{N}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (12)$$

식 (10)과 식 (12)로부터 계수  $a_n$ 을 구하면

$$a_n = \frac{P(n)}{N H_n^{(1)}(kr_0)}, \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (13)$$

결국 far-field ( $kr \gg 1$ )에서 Hankel 함수의 점근적(asymptotic)인 형태를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} p(r, \Delta) &= \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{jkr} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} a_n j^{n-\frac{1}{2}} e^{jn\Delta\phi} \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{jkr} j^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} a_n j^{-n} e^{jn\Delta\phi}, \quad l = -\frac{N}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{N}{2}-1 \end{aligned} \quad (14)$$

따라서, 음압의 방향성(directional pattern)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Psi(l) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} a_n j^{-n} e^{jn\Delta\phi}, \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (15)$$

## 5. 수치 실험

수치해석방법을 검증하기 위해서는 엄밀해와 비교하여야 하지만 엄밀해가 주어진

경우가 대단히 적으므로 본 논문에서는 이상적인 경우의 입사하는 평면파에 의해 insonified된 표적 즉, 강체(rigid body)를 가지고 수치실험을 실시하였다. 그림 [1]은 본 논문에서 적용된 기본적인 좌표계의 정의를 보여준다. 유한차분법과 Fourier 방법에 의한 기본적인 좌표계는 같으며 단지 Fourier 방법에 댐핑영역을 추가하였고, 평면파의 발생과 진행되는 일련의 과정은 동일하다.

그림 [2]는 평면파가 왼쪽으로부터 진행하여 물체에 도달하려고 하는 순간을 보여준다. 이 그림에서 평면파의 크기는 색의 밝고 어두운 정도로 표현되며 중간의 크기가 0을 나타낸다. 그리고 밝은 부분과 어두운 부분은 각각 양과 음의 진폭을 나타낸다. 유한차분법 수치실험에서 사용된 주파수는  $f_0 = 1500 \text{ Hz}$ , 파장  $\lambda = 1 \text{ m}$ 가 사용되었다. 그리고 표적의 크기는 반경이 1.6m이며, 전체적인 계산영역의 크기는  $10 \times 10 \text{ m}$ , 절점간의 간격  $\Delta x = \lambda/15$ 이다. Fourier 방법의 경우 주파수와 파장은 같고 표적은 파장의 2.2배 계산영역은  $8 \times 8 \text{ m}$ 를 사용하였다. 전체적인 near-field 분포는 시간이 증가함에 따라 계산영역 안에서 구하게 된다. 표적은 입사파에 의해 완전하게 insonified되고 계산영역은 완전하게 정상상태(steady-state)가 된다. 그리고 산란된 파는 다음의 방법에 따라 구하게 된다.

$$\text{Scattered Field} = (\text{Total Field}) - (\text{Plane Wave Field})$$

즉, 산란된 파를 구하는 방법은 표적을 위치시켰을 경우의 전체영역(total field)에서 표적이 없었을 경우의 평면파영역(plane wave field)을 빼주게 된다.

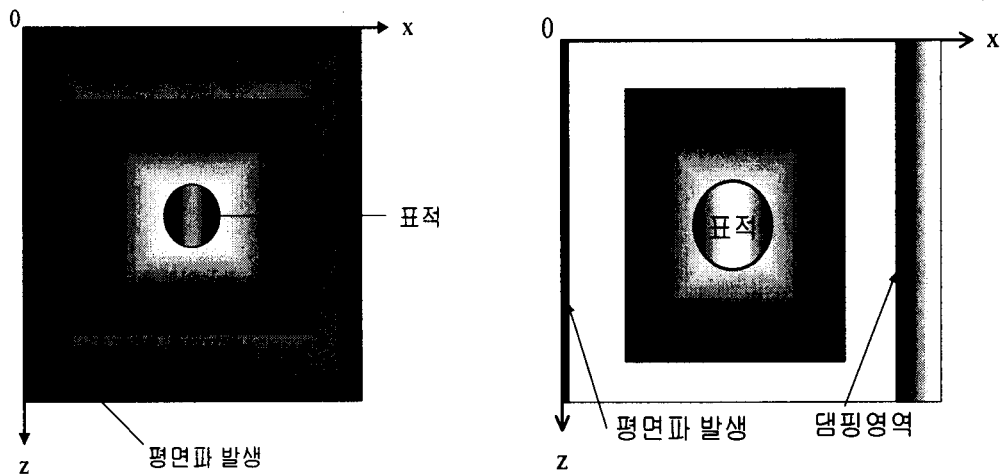


그림 [1-1] 유한차분법 수치해석 좌표계    그림 [1-2] Fourier 방법을 이용한 수치해석 좌표계



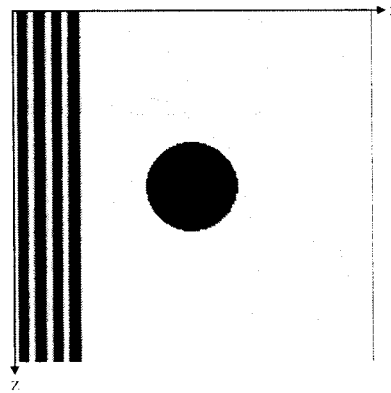


그림 (2) 평면파의 발생과 진행방향

그림 [3]에서는 시간의 증분을 적용함에 있어서 분산이 발생하는 것을 보여준다. 그림 [3]과 같이  $\Delta t$ 를 적용할 경우, 이론적으로 진행되는 평면파와 수치적인 방법으로 발생시킨 평면파의 진행이 시간이 지남에 따라 왜곡되는 것을 볼 수 있고, 그림 [4]의 경우는 평면파의 진행과 이론적인 결과가 일치하는 것을 볼 수 있다.

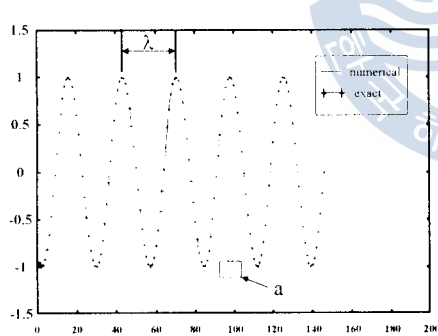


그림 (3)  $\Delta t = \frac{\Delta x}{\sqrt{2}c}$  적용시 평면파

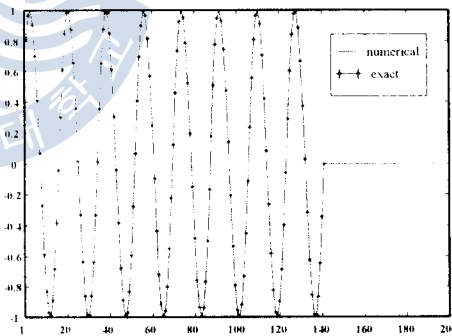


그림 (4)  $\Delta t = \frac{\Delta x}{c}$  적용시 평면파

그림 [5]와 그림 [6]은 total field에서의 x와 z 방향의 변위를 보여주고 있다. x 방향의 변위 u는 표적에 맞고 z방향으로 진행방향에 따라 대칭이 되지만 z방향의 변위 w는 진행방향을 기준으로 부호가 반대이고 진폭이 같은 “-”대칭이 된다. 이는 물리적인 개념으로 평면파가 생성될 때 z 축에 대해서 x 방향으로 전파되도록 했기 때문에 u는 음향축에 대해서 대칭이 되고 w는 “-”대칭이 되는 것이다. 그림 [7]에서의 음압은 x방향 변화는 u에 의해서, 그리고 z방향 변화는 w에 의해서 일어나고 있음을 보여

준다. 그림 [8]은 변위를 음압으로 환산하여 나타내었다. 그림에서 수치적인 에러가 발생하는 것을 볼 수가 있으며 이는 표적의 형상과 관련이 있으며 본 논문에서 정의된 유한차분법의 특성상 제한된 크기의 원형 표적을 설치할 경우의 문제점을 보여준 것이기도 하다. 즉, 제한된 공간에서 발생할 수 있는 수치적인 오차로 표현할 수 있을 것이다.

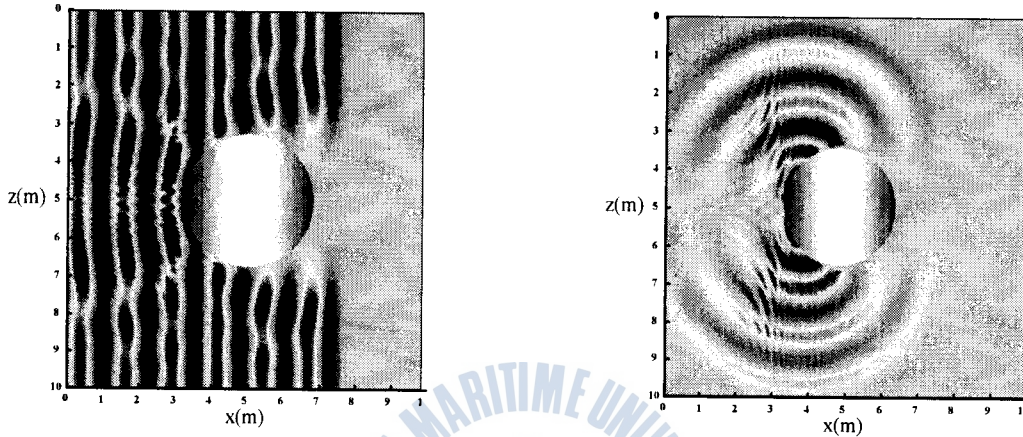


그림 (5) Total field에서의 x방향 변위      그림 (6) Total field에서의 z방향 변위

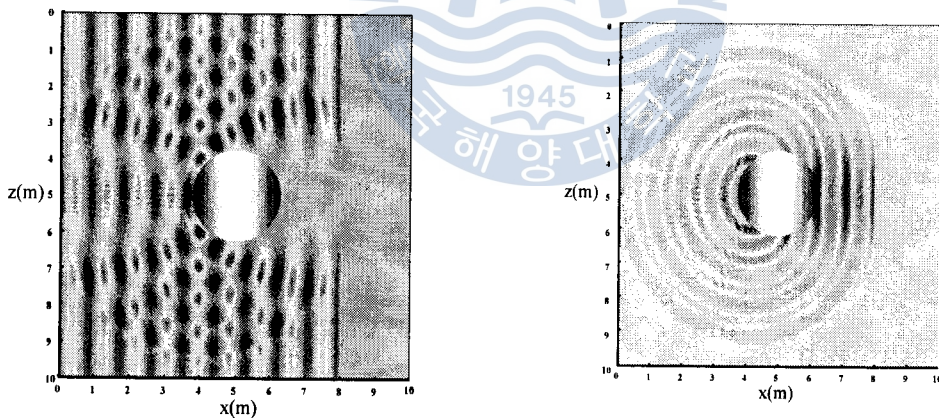


그림 (7) Total field 음압의 분포      그림 (8) Scattered field 음압의 분포

그림 [9]는 Fourier 방법을 적용하여 평면파가 진행되는 모습을 보인 것이며, 그림 [10]과 [11]은 total field에서의 x방향과 z방향의 변위의 변화를 보인 것이다. 그림 [5]과 그림 [6]을 비교시 수치적인 오차가 많이 줄어든 것을 볼 수가 있다. 그림 [12]는 total field에서의 음압의 분포를 보여주며 표적의 뒷부분에 음압이 발생하는 것을 확인할 수 있다. 이는 표적 전면부에 의해서 거울면 반사가, 그리고 나머지는 회절효과에

의해서 음파가 산란되는 것으로 설명할 수 있을 것이다. 그리고 그림 [13]은 near-field 음압의 분포를 보여주는 그림이다. 이 그림은 표적의 크기와 형상에 따라 음파가 산란되는 양상을 잘 보여주며, 표적 뒷부분의 진한 색으로 표시된 부분은 far-field에서의 방향성의 크기로 확인할 수 있다.

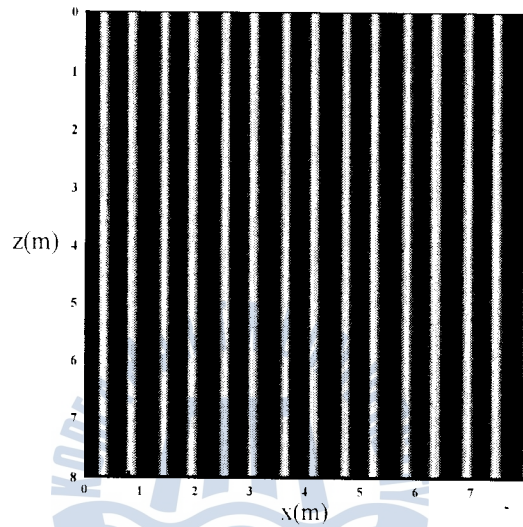


그림 (9) Plane wave field의 x방향 변위

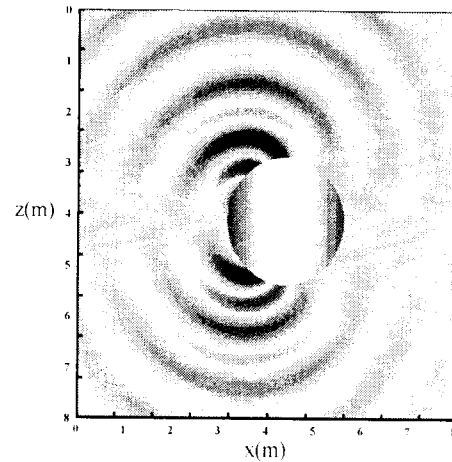
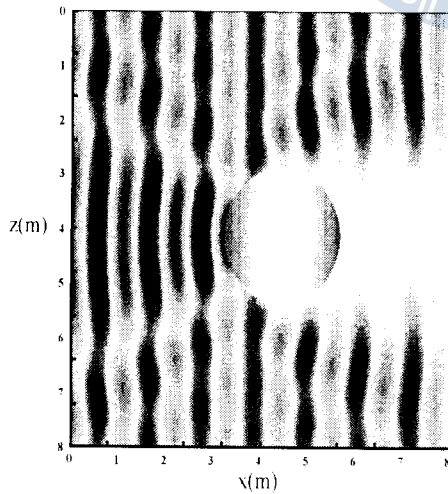


그림 (10) Total field에서의 x방향 변위

그림 (11) Total field에서의 z방향 변위

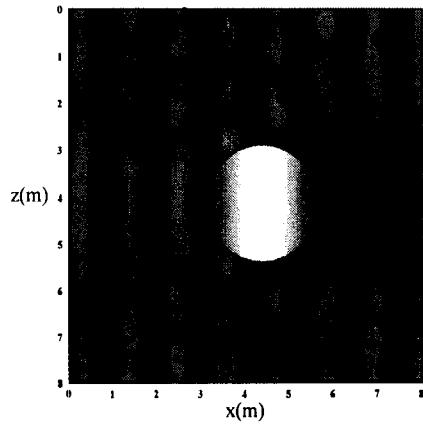


그림 [12] Total field 음압의 분포

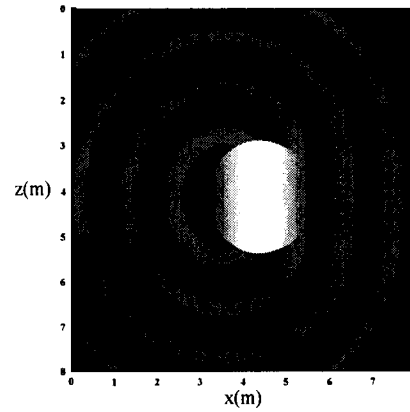


그림 [13] Scattered field 음압의 분포

그림 [14]와 그림 [15]는 각각 3장에서 유도한 표적의 직경이 파장의 2.2배일 경우의 엄밀해와 Fourier 방법을 이용한 far-field의 방향성을 나타낸 것이다. 그림 [39]에서는 이의 상대적인 비교를 한 것이다. main-lobe의 전체적인 크기와 side-lobe의 방향이 잘 일치하는 것을 보여준다.

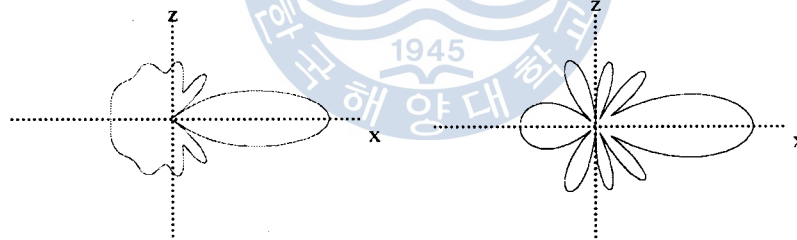
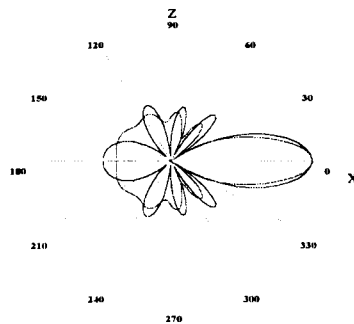
그림 (14) Far-field 엄밀해(Fourier 방법, 직경 =  $2.2\lambda$ ) 그림 (15) Far-field의 방향성(Fourier 방법)

그림 (16) Far-field 방향성 비교(엄밀해 vs Fourier 방법)

## 7. 요약 및 결론

본 논문에서 적용된 비균질 매질에서의 변위를 이용한 파동방정식은 수중환경에 쉽게 적용이 가능하며, 여러 가지 경계조건을 다루어 다양한 형상에 대해서 음파전달의 산란효과를 검증할 수 있다. 유한차분법에서 음적차분식은 개념 자체가 복잡하고 행렬 전환기법을 사용하여 계산시간이 길다는 단점이 있으나 정확성이나 안정성 면에서 뛰어나다. 또한 본 논문에서 사용된 양적차분식은 계산과정이 짧다는 장점이 있지만 계산과정에서 발생하는 분산(dispersion)과 같은 오차와 안정성의 문제가 있다는 단점이 있다. 이러한 오차의 해결을 위해 도입한 Fourier 방법은 인위적인 분산오차를 상당히 줄일 수 있었으며, 이에 대한 연구가 조금 더 진행되었을 경우 기억용량 및 계산시간의 절감과 함께 정확성 등에서 좋은 결과가 있으리라 기대가 된다.

또한 본 논문에서는 평면파를 이용하여 계산영역에 표적을 위치시키고 표적으로부터의 반사파에 의한 거울면 반사의 효과를 확인하였으며, 후방산란을 통한 방향성을 확인하였다. 여기에서 적용된 방법은 물체가 존재했을 경우(total field)와 존재하지 않았을 경우(plane wave field)로 나누어서, 둘 간의 관계에서 total field에서 plane wave field를 빼주어 결국 near-field에서 산란된 음파의 음압을 구하였다. 그리고 Fourier 변환의 특징을 이용한 far-field 변환을 실시하여 far-field에서의 방향성을 살펴보았다. 그리고 본 논문에서는 이상적인 경계조건 즉, 강체 경계조건을 갖는 표적을 사용하였으며, 문헌을 통해서 구한 엄밀해와의 비교를 시도하였다.

결과적으로 유한차분법을 적용한 모델링에서는 이론적인 평면파와 수치적인 개념을 통한 평면파의 비교를 통해  $\Delta t$ 를 선택하였으나, 수치실험의 결과는 분산과 같은 수치적인 오차가 상당히 포함되어 있음을 확인할 수 있었다. 전체적인 윤곽은 유사하지만 오차의 보정이 요구되며, Fourier 방법은 Fourier 변환의 특징을 이용하여 평면파를 발생시키기 때문에 경계에서 반사되어 오는 반사파와 절점 사이의 값들의 영향을 줄일 수 있으며 구한 결과를 보면 수치적인 오차가 상당히 줄었음을 확인할 수 있다.

유한차분법과 Fourier 방법에 의한 음파전파 모델링의 목적은 산란현상의 실험결과를 해석하고 그로부터 산란에 대한 물리적인 현상을 체계적으로 규명하는 데 있다. 즉, 복잡한 형상의 표적에 의한 음파의 산란은 해석적 해가 존재하지 않기 때문에 실험적인 방법으로 구해야 하며, 이는 수조실험이나 해상실험과 같은 단계를 거치기 전에 이의 결과를 사전에 예측하고 이들 실험에 의한 결과를 검증하는 하나의 방법이라고 할 수 있다. 수치적인 방법의 접근에 있어서 본 논문에서 드러난 문제점인 분산오차를 줄일 수 있는 방법이 강구되어야 할 것이다. 이의 해결을 위해서는 표적의 경계조건을 변수로 처리하거나 분산오차를 줄일 수 있는 Fourier 방법에 대한 많은 연구가 필요하리라 생각된다.

## 참 고 문 헌

- [1] J. A. Clark and M. A. Sartori, "Numerical Propagation of Spatially Distributed Acoustic Sources Using the Exterior Helmholtz Integral Equation," in IEEE Sixth SP Workshop on Statistical Signal and Array Processing Conference Proceedings(IEEE, New York, 1992), pp. 338-341.
- [2] J. R. Fricke, "Acoustic Scattering from Elemental Arctic Ice Features : Numerical Modeling Results," J. Acoust. Soc. Am. 93, pp. 1784-1796(1993).
- [3] R. A. Stephen, "A Review of Finite Difference Methods for Seismo-Acoustic Problems at the Seafloor," Rev. Geophys. 26, 445-458(1988).
- [4] Shuozhong Wang, "Finite-difference time-domain approach to underwater acoustic scattering problems," J. Acoust. Soc. Am. 99, pp. 1924-1931(1996)
- [5] K. R. Kelly, R. W. Ward, Sven Treitel, and R. M. Alford, "Synthetic Seismograms : A finite-difference approach," Geophysics, Vol. 41, 2-27(1976)
- [6] F. C. Karal and J. B. Keller, "Elastic wave propagation in homogeneous and inhomogeneous media," J. Acoustic. Soc. Am., Vol 31, pp. 694-705(1959)
- [7] 김현실, 김재승, 강현주, 김상렬, "Fourier 방법을 이용한 불균일 매질의 음파전달 해석," 1997년도 한국음향학회 학술발표회 논문집 제 16권 2호, pp. 167-170.
- [8] D. D. Kosloff and E. Baysal, "Forward modelling by a Fourier method," Geophysics, Vol. 47, No. 10, 1402-1412(1982)