



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

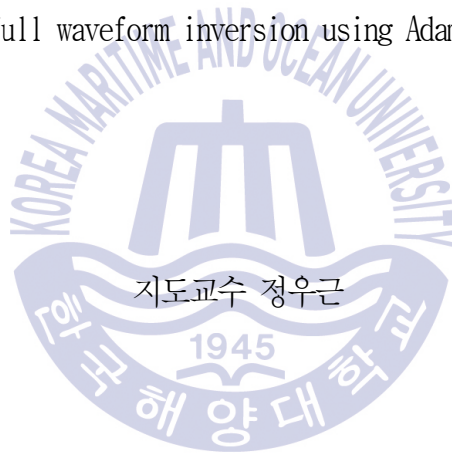
이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사 학위논문

Adam Optimizer를 이용한 음향매질 탄성파 완전파형역산

Acoustic full waveform inversion using Adam Optimizer



2019년 2월

한국해양대학교 대학원

해양에너지자원공학과

김수윤

본 논문을 김수윤의 공학석사 학위논문으로 인준함.

위원장 신 성 렬



위원 장 원 일



위원 정 유 근



2018년 12월

한국해양대학교 대학원

목 차

List of Tables	ii
List of Figures	iii
Abstract (국문)	v
Abstract (English)	vii
1. 서 론	1
2. 이 론	4
2.1 시간영역에서의 2차원 엇격자 유한차분 모델링	4
2.2 최대 경사법을 이용한 탄성과 파형역산	7
2.3 Adam Optimizer를 이용한 탄성과 파형역산	11
3. 수치예제	13
3.1 탄성과 인공합성 자료 생성	13
3.2 인공합성 자료를 이용한 파형역산 수행 및 결과 비교	17
3.3 적은 수신기 사용 환경을 가정한 파형역산	34
4. 결 론	45
감사의 글	48
참고문헌	49

List of Tables

Table 1 Parameters for synthetic modeling	16
Table 2 Average errors per receiver of two optimization methods	33
Table 3 Parameters for synthetic modeling using 22 receivers	35
Table 4 Average errors per receiver of two optimization methods	44



List of Figures

Fig. 1 Grid layout of 2D staggered grid finite difference method	5
Fig. 2 Flowchart of seismic waveform inversion using Adam	12
Fig. 3 P-velocity model of Marmousi2 Model	14
Fig. 4 Survey geometry of shots and receivers	14
Fig. 5 Seismograms at (a) 11th shot point(4.3km) and (b) 21st shot point(8.5km)	15
Fig. 6 Initial P-velocity model for inversion	17
Fig. 7 300th inversion result of P-wave velocity model with steepest descent method	18
Fig. 8 300th inversion result of P-wave velocity model with Adam	19
Fig. 9 Relative error curves of two optimization methods	20
Fig. 10 150th inversion result of P-wave velocity model with Adam	21
Fig. 11 Areas with specific structures	22
Fig. 12 Comparison of inversion results including salt layer	22
Fig. 13 Comparison of inversion results including fault	23
Fig. 14 Comparison of inversion results including turtle-back structure .	24
Fig. 15 Comparison of inversion results including oil cap	24
Fig. 16 Comparison of inversion results including salt layer	25
Fig. 17 Comparison of inversion results including gas layer	26
Fig. 18 Lines at 4 points for depth-velocity profile	26
Fig. 19 Depth-velocity profiles at (a) 3.2km, (b) 9.6km, (c) 11.4km, (d) 14km	28
Fig. 20 Seismogram obtained from initial velocity model at 21st shot point(8.5km)	29

Fig. 21 Seismograms at 21st shot point(8.5km) (a) 300th iteration with steepest descent, and (b) 150th iteration with Adam	30
Fig. 22 Residuals at 21st shot point(8.5km) (a) 300th iteration with steepest descent, and (b) 150th iteration with Adam	31
Fig. 23 Residuals at 21st shot point(8.5km) and 360th receiver point (7.2km)	32
Fig. 24 Average errors per receiver of two optimization methods	33
Fig. 25 Survey geometry using 22 receivers	34
Fig. 26 300th inversion result with steepest descent using 22 receivers	36
Fig. 27 300th inversion result with Adam using 22 receivers	37
Fig. 28 Relative error curves of two optimization methods	38
Fig. 29 150th inversion result with Adam using 22 receivers	39
Fig. 30 Depth-velocity profiles at (a) 3.2km, (b) 9.6km, (c) 11.4km, (d) 14km with inversions using 22 receivers	40
Fig. 31 Seismogram using 22 receivers with initial velocity model at 21st shot point(8.5km)	42
Fig. 32 Residuals at 21st shot point(8.5km) and 10th receiver point (7.2km)	43
Fig. 33 Average errors per receiver of two optimization methods	44

Adam Optimizer를 이용한 음향매질 탄성과 완전파형역산

김 수 윤

Department of Ocean Energy and Resources Engineering

Graduate School of Korea Maritime and Ocean University

Abstract

본 연구에서는 Adam 최적화 기법을 이용하여 음향매질에서의 탄성과 파형역산 방법을 제안하였다. 탄성과 파형역산에서 최적화에 사용되는 기본적인 방법인 최대 경사법의 경우, 계산이 빠르고 적용이 간편하다는 장점이 있다. 하지만 속도 모델의 갱신에 일정한 갱신 크기를 사용함에 따라 오차가 수렴하지 않거나 국소 최솟값에 수렴하게 되는 문제가 있다. Adam은 최근 딥 러닝 분야에서 네트워크 학습을 위해 사용되는 최적화 기법으로 각 변수마다 갱신 크기를 적절하게 조절하며 이전의 갱신 정보를 반영하기 때문에 오차가 국소 최솟값에 수렴하지 않고 정확하게 수렴한다. 따라서 탄성과 파형역산에서 국소 최솟값 문제를 Adam을 이용한 파형역산 방법을 개발하여 해결하고자 하였다.

제안된 Adam을 이용한 역산 기법의 성능을 검증하기 위해, Marmousi2 모델에서 엇격자 유한차분 모델링을 통해 생성된 인공합성 자료를 이용한 수치 실험을 수행하였다. 제안된 기법으로 파형역산을 수행하여 P파 속도 모델을 취득하였으며, 최대 경사법을 이용하여 수행된 역산 결과와 비교하였다.

그 결과, 목적함수의 최적화 방법으로 Adam을 이용한 경우에는 최대 경사법을 이용한 역산 방법에 비해 오차의 수렴 속도가 빠르고 정확한 속도 및 구조정보를 나타내는 지하 구조를 취득할 수 있었다. 또한 해저면 다성분 탐사 환경을 고려하여 적은 수신기를 가정한 수치 실험을 수행하여 Adam과 최대 경사법을 이용한 역산 결과를 비교하였다. 비교 결과, 제안된 역산 방법이 적은 수신기를 사용한 경우 빠른 수렴 속도로 정확한 속도 모델을 제공하였다.

KEY WORDS: Adam optimizer; 최대 경사법; 최적화 기법; 탄성과 파형역산



Acoustic full waveform inversion using Adam Optimizer

Kim, Sooyoon

Department of Ocean Energy and Resources Engineering

Graduate School of Korea Maritime and Ocean University

Abstract

In this study, acoustic full waveform inversion using Adam optimizer was proposed. The steepest descent method which is commonly used for optimization in seismic full waveform inversion is fast and easy to be applied. However, error converges into local minima with this method because it uses constant step length for optimization of velocity model. Adam is a optimization method which is used for network learning in deep learning field recently. Error exactly converges because it appropriately control the step length of parameters by each iteration, and consider its past step length. Therefore, we tried to solve the local minima problem in waveform inversion by applying Adam.

To prove the performance of proposed inversion using Adam, numerical tests were performed with synthetic data obtained by staggered finite difference modeling in Marmousi2 model. We obtained P-wave velocity model, and compared with the result of inversion using steepest descent method.

Consequently, error convergence of the proposed inversion was faster than inversion using steepest descent method for optimization of object function, and more accurate velocity and structure information were obtained with Adam. In addition, numerical tests considering the exploration with small number of receivers such as ocean bottom multi-component seismic data were performed. Results of proposed inversion and inversion using steepest descent method were compared in this test. Proposed inversion provide exact velocity model with fast error convergence.

KEY WORDS: Adam optimizer; Steepest descent method; Optimization; Seismic waveform inversion



제 1 장 서 론

탄성과 과형역산은 고해상도의 속도 정보를 획득하는 자료처리 기법이다. 현장 관측 자료와 모델링으로 얻어진 자료의 오차로 목적함수를 구성하고, 목적함수를 최소화하는 방향으로 속도 모델을 반복 갱신한다. 이 때, 최종적으로 얻어진 지하 모델이 관측이 이루어진 지역의 정보를 나타낸다고 가정한다. 이러한 탄성과 과형역산의 오차를 최소화시키는 과정에서, 목적함수의 편미분 파동장과 오차의 상호상관을 통해 갱신 방향을 계산할 수 있다. 그러나 이러한 과정은 많은 계산량을 필요로 하기 때문에, 지나치게 많은 시간과 컴퓨터 자원이 요구되어 속도 모델 도출에 어려움이 있었다. 역전과 기법을 이용한 효율적인 경사 방향의 계산 방법이 Lailly (1983)와 Tarantola (1984)에 의해 제시된 이후, 이러한 방법을 이용한 다양한 과형역산 연구가 수행되었다. 연구 초기에는 Kolb et al. (1986)와 Gauthier et al. (1986)은 지하를 음향 매질로 가정하여 시간 영역 과형역산을 수행하였으며, Mora (1987)는 탄성 매질에 대한 과형역산으로 확장하였다. 또한, Pratt (1990)와 Pratt et al. (1998)의 연구에서는 주파수 영역에서 음향 매질에 대한 과형역산을 수행하였다. 이러한 역산 연구들에서는 최적화를 위하여 관측 자료와 모델링 자료 오차의 l_2 -norm으로 정의된 목적함수에 대해 반복적인 최적화 기법을 이용하여 속도 모델을 얻었다. 그러나 이런 방법은 복잡한 모델에서는 최적화 과정 중 국소 최솟값으로 수렴하며 정확성을 저하시키는 문제를 내포하고 있다.

반복 최적화 기법을 사용하는 탄성과 과형역산에서 목적함수의 국소 최솟값 문제는 결과의 질을 떨어뜨리는 주요 원인 중 하나다(Bunks et al., 1995). 역산의 초기 모델이 전역 최솟값에 가깝지 않다면, 국소 최솟값의 존재는 전역 최솟값으로의 수렴 과정을 지연 및 방해하게 된다. 탄성과 과형역산에서 이러한 국소 최솟값 문제를 해결하기 위해 여러 가지 연구가 수행되어왔다. 첫 번째는 파동 방정식에서의 가정을 단순화시키는 방법으로, Bishop et al. (1985) 과 Bording et al. (1987)은 아이코날 방정식을 이용한 과형역산에 기초하여 반사파 토모그래피를 수행하였고 Beydoun et al. (1989) 및 Lambaré et al. (1992)은 파

선 이론을 이용한 방법을 제시하였다. 두 번째 방법은 목적함수를 다르게 정의하고 역산을 수행하는 방법으로, 로그 목적함수 (Shin & Min, 2006), 그리고 Huber-norm과 l_1 -norm (Claerbout & Muir, 1973; Bube & Langan, 1997; Chung et al., 2007) 등에 대한 연구가 수행되었다. 마지막 방법은 모델의 반복 최적화 과정에 차이를 주는 것으로, Shin (1988)은 가우스-뉴턴법을, Pratt et al. (1998)은 뉴턴법과 가우스-뉴턴법을, Brandsberg-Dähl et al. (2003)은 켈레기울기법으로 역산을 수행하였다. 이러한 최적화 방법들은 정확성은 뛰어나지만 고차원의 모델일수록 계산량이 기하급수적으로 늘어나기 때문에 사용에 제약이 있다. 따라서 탄성과 과형역산에서 가장 일반적으로 사용되는 최적화 방법은 정확성은 앞의 방법들에 비하여 비교적 낮지만, 계산량이 적은 최대 경사법이다. 최대 경사법은 목적함수의 경사 방향을 계산하고 일정한 갱신 크기에 따라 모델을 갱신하기 때문에, 다른 최적화 방법에 비하여 갱신 속도가 빠르다는 강점을 가지고 있으나, 결과가 비교적 국소 최솟값에 머무르기 쉽다는 문제를 가지고 있다 (Gauthier et al., 1986).

최근 컴퓨터의 비약적인 발전으로, 반복 최적화 기법은 고차원의 모델에 대해서도 갱신을 빠르게 수행하는 것이 가능해졌다. 다양한 분야에서 이에 대한 연구가 수행되고 있으며, 특히 딥 러닝에서 최적화는 최근 활발하게 연구가 수행되는 분야 중 하나이다. 딥 러닝은 인공지능의 한 종류로 임의의 입력 자료에 대해 최적의 값을 도출하도록 방대한 자료를 이용하여 학습 네트워크를 최적화시키는 것을 목표로 한다. 딥 러닝에서 사용되는 여러 가지 기법들은 현재 음성 인식, 영상 인식, 약물 발견, 고객 관리 등 다양한 분야에서 활용되고 있다. 그러나 정확도를 향상시키기 위해 학습 네트워크는 점점 더 다층 구조로 방대해지고 있으며, 이로 인해 발생하는 국소 최솟값 문제로 결과의 품질이 저하된다. 따라서 국소 최솟값 문제를 해결하기 위해 다양한 연구가 수행되었으며, 그 중 최적화 기법에 관한 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 다만 딥 러닝에서는 최적화에 자료가 탄성과 과형역산에 비해 많기 때문에, 전체 자료를 몇 개의 모음으로 나누어 최적화하는 확률적 경사 하강법(Stochastic Gradient Descent)라는 방법을 이용한다. 확률적 경사 하강법 중 최근 가장 많이 연구되

는 방법은 Kingma and Ba (2014)의 연구에서 제안된 Adam Optimizer를 이용한 최적화이다. Adam은 반복 최적화 과정에서 후기 시간의 갱신 크기를 감소시키고, 이전의 갱신값들을 반영하며 국소 최솟값 문제를 극복하는 알고리즘이다. Kingma and Ba (2014)는 MNIST라는 필기체 분류 문제에서 Adam이 확률적 경사 하강법에 비해 뛰어난 수렴 속도와 정확도를 나타내는 것을 보였다. 그 외에 Adam을 이용한 딥 러닝을 각 분야에 접목하려는 연구들에서, 강우량 예측, MRI 자료에서의 암세포 탐지, 재료의 응력-변형률 곡선 예측, 클래식 음악 분류, 필적 감정, 줄음 운전 감지 등 다양한 환경의 자료 특성에서도 뛰어난 최적화 성능을 나타내며 여러 분야로의 응용 가능성을 보여주었다.

따라서 본 연구에서는 탄성과 파형역산에서의 국소 최솟값 문제를 Adam을 이용하여 해결하고자 하였다. Adam을 탄성과 파형역산에서 활용하기 위하여, 탄성과 파형역산 알고리즘으로 기 계산된 경사 방향에 Adam 방법을 적용하는 방법을 이용하였다. 그리고 수치 예제로 Marmousi2 모델을 통해 생성한 인공합성 자료를 이용하여 제안된 역산을 수행한 후 성능을 검증하였다. 검증을 위한 대조군으로는 최대 경사법을 이용한 최적화 방법을 설정하여 제안된 역산 방법에서의 결과와 비교하였다. 또한, 최근 해저면 수신기 기술의 개발되어, 다성분 자료를 통해 다양하고 정확한 속도 정보를 얻는 것이 가능해졌으나 기존 스트리머 탐사에 비해 적은 수의 수신기만 사용 가능하기 때문에 이러한 환경에서 고품질의 자료 획득에 관한 연구가 수행되고 있다. 이러한 경향을 반영하여 적은수의 수신기를 이용하는 탐사 환경을 고려한 수치 실험을 수행하였다.

제 2 장 이 론

2.1 시간영역에서의 2차원 엇격자 유한차분 모델링

본 연구에서는 모델링 자료의 생성을 위하여 Graves (1996)에 의해 제안된 시간영역 2차원 엇격자 유한차분법 모델링 기법을 이용하였다. 2차원 등방매질에서 탄성파의 거동을 속도와 응력항으로 나타내면 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} &= \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}, \\
 \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} &= \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}, \\
 \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z}, \\
 \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x}, \\
 \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} &= \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right),
 \end{aligned} \tag{1}$$

이 식에서 ρ 는 밀도, v_x , v_z 는 속도 성분, τ_{xx} , τ_{zz} , τ_{xz} 는 응력 성분, λ , μ 는 라메 상수를 의미한다. 속도와 응력 성분은 동시에 풀 수 없으므로 서로 엇갈린 상태로 풀어야 한다. 따라서 Fig. 1과 같이 엇격자를 구성하여 속도 성분과 응력 성분을 서로 다른 격자점에 정의하고 이러한 항들을 수치적으로 풀어내기 위해 식 (2)에서의 4차 근사 유한차분 연산자를 이용하였다. 이 때 수평방향인 x축 방향의 첨자는 i 이며, 수직방향인 z축 방향의 첨자는 j 이다.

$$D_x v_x = \frac{1}{dx} \left(\frac{9}{8} (v_{x_{i+1/2,j}} - v_{x_{i-1/2,j}}) - \frac{1}{24} (v_{x_{i+3/2,j}} - v_{x_{i-3/2,j}}) \right). \tag{2}$$

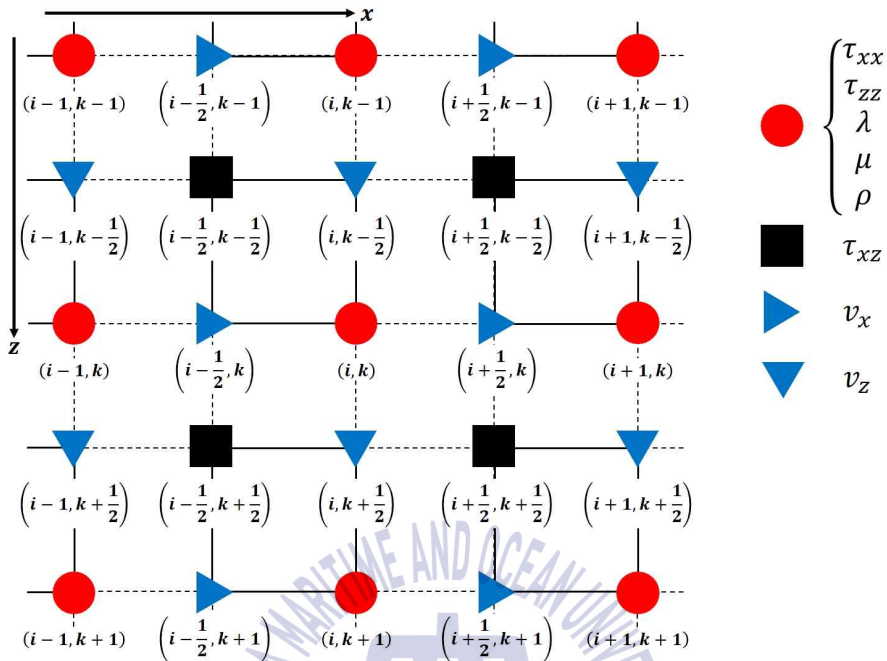


Fig. 1 Grid layout of 2D staggered grid finite difference method

유한차분 연산자인 식 (2)를 식 (1)의 파동 방정식에 적용하면, 아래의 식 (3)과 같은 차분식 형태로 나타낼 수 있다(Graves, 1996).

$$v_{x\ i,j+1/2}^{n+1/2} = v_{x\ i,j+1/2}^{n-1/2} + dt[b_x(D_x\tau_{xx} + D_z\tau_{xz})]_{i,j+1/2}^n,$$

$$v_{z\ i+1/2,j}^{n+1/2} = v_{z\ i+1/2,j}^{n-1/2} + dt[b_z(D_z\tau_{zz} + D_x\tau_{xz})]_{i+1/2,j}^n,$$

$$\tau_{xx\ i+1/2,j+1/2}^{n+1} = \tau_{xx\ i+1/2,j+1/2}^n + dt[(\lambda + 2\mu)D_x v_x + \lambda D_z v_z]_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2}, \quad (3)$$

$$\tau_{zz\ i+1/2,j+1/2}^{n+1} = \tau_{zz\ i+1/2,j+1/2}^n + dt[(\lambda + 2\mu)D_z v_z + \lambda D_x v_x]_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2},$$

$$\tau_{xz\ i,j}^{n+1} = \tau_{xz\ i,j}^n + dt[\mu(D_z v_x + D_x v_z)]_{i,j}^{n+1/2},$$

여기에서 n 은 시간에 대한 첨자이며, b_x 와 b_z 는 매질의 부력으로써 밀도의 역수로 계산이 가능하다. 이와 같은 수식을 기반으로 모델링을 수행하였으며 파동장을 취득하였다. 또한 탄성과 모델링에서 정확한 결과를 얻고, 원하지 않은 반사파의 생성을 제거하기 위해 경계 조건을 적용하였다. 모델 상부에서는 대기과 해수면의 경계를 반영하여 자유면 경계조건을 적용하였으며, 나머지 경계

에서는 컴퓨터 자원의 한계로 인한 인위적인 반사파를 억제하기 위해 공간 변수에 따라 반사파를 감쇠시키는 CPML 경계 조건을 적용하였다(Roden & Gedney, 2000).



2.2 최대 경사법을 이용한 탄성과 파형역산

탄성과 파형역산은 지하 매질의 속도와 같은 물성 정보를 제공하는 자료처리 기법이다. 관측 자료와 모델링을 통해 생성된 자료의 오차를 측정하도록 목적 함수를 정의하고, 목적함수가 최소가 되도록 지하 매질의 속도 모델을 반복 갱신한다. 이 때 최종으로 획득된 물성 정보과 관측 자료가 얻어진 지역의 지하 정보를 대변한다고 가정한다. 목적함수는 l_1 -norm, l_2 -norm, 로그, 후버함수, Hybrid-norm과 같이 다양하게 정의할 수 있다(Tarantola, 1987; Pyun et al., 2009; Ha et al., 2009). 본 연구에서는 관측 자료와 모델링 자료의 차이를 l_2 -norm으로 정의하였으며, 단일 음원 및 단일 수신기에서의 목적함수는 식 (4)와 같다.

$$E(\mathbf{p}) = \int_0^{t_{\max}} (\mathbf{u}(t) - \mathbf{d}(t))^2 dt, \quad (4)$$

여기에서 $E(p)$ 는 모델 변수 p 에 대한 목적함수를 의미하며, t_{\max} 는 총 기록 시간, $\mathbf{u}(t)$ 는 모델링을 통해 생성된 자료, $\mathbf{d}(t)$ 는 관측 자료를 의미한다. 임의의 지점 k 에서의 모델 변수 p_k 에 대해 목적함수의 편미분을 구하면 식 (5)와 같이 목적함수의 경사 방향을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial E(\mathbf{p})}{\partial p_k} = \int_0^{t_{\max}} \frac{\partial \mathbf{u}(t)}{\partial p_k} (\mathbf{u}(t) - \mathbf{d}(t)) dt, \quad (5)$$

이 식에서 $\frac{\partial E(\mathbf{p})}{\partial p_k}$ 는 임의의 지점 k 에서의 변수를 갱신시키는 목적함수의 경사 방향이며, $\frac{\partial \mathbf{u}(t)}{\partial p_k}$ 는 k 에서의 편미분 파동장이다. 식 (1)의 2차원 탄성 파동 방정식에서 매질 특성은 λ , μ , ρ 로 나타난다. 본 연구에서는 지하를 음향 매질로 가정하였으므로 μ 와 ρ 는 상수로 취급 가능하다. 따라서 모델 변수 p_k 를 라메 상수인 λ_k 로 가정하면 식 (5)는 식 (6)과 같이 표현 가능하다.

$$\frac{\partial E(\mathbf{p})}{\partial \lambda_k} = \int_0^{t_{\max}} \frac{\partial \mathbf{u}(t)}{\partial \lambda_k} (\mathbf{u}(t) - \mathbf{d}(t)) dt. \quad (6)$$

편미분 파동장은 경사 방향의 계산에 필수적이며 역산 결과에 큰 영향을 미치는 요소로, 가상음원 개념을 이용한 모델링으로 효율적인 계산이 가능하다. 가상음원을 구하기 위해 식 (1)의 라메 상수 λ 의 대한 편미분을 수행하면 식 (7)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v_x}{\partial \lambda} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial \lambda} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial \lambda} \right), \\ \rho \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v_z}{\partial \lambda} \right) &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial \lambda} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial \lambda} \right), \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial \lambda} \right) &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v_x}{\partial \lambda} \right) + \lambda \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v_z}{\partial \lambda} \right) + \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial \lambda} \right) &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v_z}{\partial \lambda} \right) + \lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v_x}{\partial \lambda} \right) + \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial \lambda} \right) &= \mu \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v_x}{\partial \lambda} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v_z}{\partial \lambda} \right) \right). \end{aligned} \quad (7)$$

위 식 (7)에서 가상음원 부분은 아래 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_{\tau_{xx}}^* = V_{\tau_{zz}}^* = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z}. \quad (8)$$

식 (7), (8)에서와 같이 가상음원 $V_{\tau_{xx}}^*$, $V_{\tau_{zz}}^*$ 을 이용한 모델링으로 편미분 파동장을 구할 수 있다. 식 (1)에서 음원에 따른 모델링을 간단한 수식으로 표현하면 식 (9)과 같이 나타낼 수 있으며, 편미분 파동장의 모델링은 가상음원을 식 (9)의 음원으로 가정하여 식 (10)와 같이 표현 가능하다.

$$\mathbf{u} = G * \mathbf{f}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial p} = G * \mathbf{V}^*, \quad (10)$$

이 식에서 G 는 그린함수, $*$ 는 컨볼루션 연산자, \mathbf{f} 는 음원, \mathbf{V}^* 는 가상음원이다. 이와 같은 방법으로 편미분 파동장을 계산하여 경사 방향을 구할 수 있으나, 모든 지점에서의 모델 변수에 따라 편미분 파동장을 계산해야하므로 수행

해야 하는 계산량이 지나치게 많아진다. 따라서 본 연구에서는 효율적인 역산 수행을 위하여 Tarantola (1984)에 의해 제안된 역전파 기법을 이용하였다. 먼저, 식 (5)에서 구한 목적함수의 경사 방향을 단일 음원 및 수신기에서 취득된 자료에 대해 계산한 경사 방향은 식 (11)과 같다.

$$\frac{\partial E(\mathbf{p})}{\partial p_k} = \sum_{t=0}^{t_{\max}} \frac{\partial \mathbf{u}(t)}{\partial p_k} \otimes \mathbf{r}(t), \quad (11)$$

여기에서 \otimes 는 상호상관, $\mathbf{r}(t)$ 는 관측 자료와 모델링을 통해 얻어진 자료의 잔차이다. 식 (11)에서의 편미분 파동장 $\frac{\partial \mathbf{u}(t)}{\partial p_k}$ 를 식 (10)의 $G * \mathbf{V}^*$ 형태로 나타내고, 상호상관 연산자를 컨볼루션 연산자로 치환한 후 컨볼루션의 교환법칙과 결합법칙을 사용하여 표현하면 식 (12)로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(\mathbf{p})}{\partial p_k} &= \sum_{t=0}^{t_{\max}} (G * \mathbf{V}^*) \otimes \mathbf{r}(t) \\ &= \sum_{t=0}^{t_{\max}} (G * \mathbf{V}^*) * \mathbf{r}(t_{\max} - t) \\ &= \sum_{t=0}^{t_{\max}} \mathbf{V}^* * (G * \mathbf{r}(t_{\max} - t)), \end{aligned} \quad (12)$$

위 식 (12)에서 역전파 파동장 $\mathbf{B}(t) = G * \mathbf{r}(t_{\max} - t)$ 를 정의하면 식 (13)과 같이 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E(\mathbf{p})}{\partial p_k} &= \sum_{t=0}^{t_{\max}} \mathbf{V}^* * \mathbf{B}(t) \\ &= \sum_{t=0}^{t_{\max}} \mathbf{V}^* \otimes \mathbf{B}(t_{\max} - t). \end{aligned} \quad (13)$$

즉, 목적함수의 경사 방향은 가상음원과 역전파 파동장의 상호상관을 이용하여 효율적으로 계산할 수 있다. 계산된 경사 방향을 통해 목적함수가 최소화 되도록 갱신을 수행하며, 이 때 임의의 지점에 대한 최대 경사법은 식 (14)와 같은 방법을 이용한다.

$$p(n+1) = p(n) - \alpha \frac{\partial E(p)}{\partial p}, \quad (14)$$

여기에서 $p(n)$ 는 n 번째 갱신에서의 모델 변수, α 는 갱신 크기이다. 식 (14)에서의 최대 경사법을 적용할 경우 음원 주변의 저심도층 부분에서만 갱신값이 커지게 되어 역산 수행이 어렵기 때문에, 식 (15)와 같이 감쇠상수 γ 가 적용된 유사 헤시안 H_p 을 이용하여 경사 방향의 최적화를 수행하였다(Shin et al., 2001; Ha et al., 2009).

$$p(n+1) = p(n) - \alpha \cdot NRM[(diag[H_p] + \gamma I)^{-1} \frac{\partial E(p)}{\partial p}]. \quad (15)$$



2.3 Adam Optimizer를 이용한 파형역산

Adam은 효율적인 확률적 경사 하강법을 위해 Kingma and Ba (2014)의 연구에서 제안된 기법으로, 운동량(momentum) 개념과 적응형 방법(Adaptive method)을 이용하였다. Adam의 알고리즘에서는 운동량 개념에 의해 과거의 갱신값을 일정 부분 반영하면서 새로운 경사 방향과의 조합으로 갱신 크기를 계산한다. 이러한 방식은 식 (16)에 나타나있다.

$$\begin{aligned}m(n) &= \beta_1 m(n-1) + (1 - \beta_1) \nabla E(p), \\v(n) &= \beta_2 v(n-1) + (1 - \beta_2) [\nabla E(p)]^2,\end{aligned}\tag{16}$$

이 식에서 $\nabla E(p)$ 는 n 번째 갱신에서 임의의 지점 p 에서의 경사 방향, $m(n)$ 은 1차 운동량 추정치, $v(n)$ 는 2차 운동량 추정치, β_1 와 β_2 는 감쇠 비율(decay rate)로 알고리즘에 대입되는 고정 변수이다. 이러한 갱신 방식을 이용할 경우, 운동량의 초기값이 0이므로 초반 갱신 크기가 지나치게 작아지는 문제가 발생한다. 따라서 이러한 문제를 보정하기 위해, 식 (17)과 같이 경사 방향 및 경사 방향 자승의 지수 함수적인 갱신 크기 조절을 수행한다.

$$\begin{aligned}\hat{m}(n) &= \frac{m(n)}{1 - \beta_1^n}, \\ \hat{v}(n) &= \frac{v(n)}{1 - \beta_2^n},\end{aligned}\tag{17}$$

여기에서 $\hat{m}(n)$ 과 $\hat{v}(n)$ 은 지수 함수적으로 보정된 운동량 추정치이다. 최종적인 Adam 최적화 기법 알고리즘은 식 (18)과 같다.

$$p(n+1) = p(n) - \alpha \frac{\hat{m}(n)}{\sqrt{\hat{v}(n) + \epsilon}},\tag{18}$$

α , β_1 , β_2 , ϵ 는 알고리즘에 대입되는 고정된 값으로 α 는 갱신 크기(learning rate), β_1 와 β_2 는 1차 및 2차 운동량의 감쇠 비율(decay rate), ϵ 는 분모가 0이 될 때 수치적인 오류를 방지하기 위한 수이다. 일반적으로 딥 러닝에서 이용되

는 값의 크기는 α 는 0.001, β_1 은 0.9, β_2 는 0.999, ϵ 은 10^{-8} 이나 최적화되는 자료의 특성에 좌우된다(Kingma & Ba, 2014).

본 연구에서는 탄성과 파형역산에 Adam을 적용하기 위해 식 (13)의 과정으로 구한 경사 방향을 식 (16)~(18)에 적용하였다. 이 때, 고정 변수 α 는 최대 경사 법과 동일한 값으로 하였으며, β_1 과 β_2 는 Kingma and Ba (2014)의 연구에서 사용된 값으로 고정하였다. 이러한 과정으로 구성한 갱신 크기로 Fig. 2의 순서도와 같이 속도 모델을 갱신하였으며, 최종적으로 획득된 역산 결과는 최대 경사법에서의 역산 결과와 비교하였다.



Fig. 2 Flowchart of seismic waveform inversion using Adam

제 3 장 수 치 예 제

본 연구에서 제안된 Adam을 이용한 파형역산 알고리즘의 성능을 검증하기 위해 최대 경사법을 이용한 파형역산 결과와 비교하였다. 역산 성능을 비교하기 위해 최종 속도 모델, 속도 모델에서의 심도-속도 분포, 상대오차 등을 이용하였다. 역산 수행에 필요한 관측자료는 Marmousi2 모델에서 생성된 인공합성 자료를 이용하였으며 3.1절에서 모델링에 관해 자세히 설명하였다. 3.2절에서는 생성된 인공합성 자료로 수행한 파형역산 조건을 기술하였으며 역산 결과 획득된 속도 모델을 분석하였다. 마지막으로 3.3절에서는 적은 수의 수신기를 가정한 환경에서 역산 결과에 대해 분석하였다.

3.1 탄성과 인공합성 자료 생성

탄성과 완전파형역산을 수행하기 위해 본 연구에서는 인공합성 자료를 생성하여 관측 자료로 이용하였다. 인공합성 자료는 2.1절에서 식 (1)의 시간영역 2차원 엇격자 유한 차분법을 이용하여 생성하였으며 속도 모델로 Marmousi2 모델을 이용하였다. Marmousi2 모델은 탄성과 자료 처리 기법의 성능을 검증하기 위해 Martin et al., (2006)에 의해 제안된 벤치마크 모델이다. 이 모델은 셰일층, 암염층, 가스 부존층 및 석유 부존층 등 다양한 지질 구조를 포함하고 P파 및 S파 속도, 밀도 모델을 제공하여 탄성 매질에 대한 역산 성능을 검증하기에 적합하다. 본 연구에서는 지하를 음향 모델로 가정하였으므로, Fig. 3의 P파 속도 모델만을 이용하고 S파 속도는 0km/s, 밀도는 1g/cm^3 로 가정하였다. Marmousi2 모델의 크기는 $17\text{km} \times 3.4\text{km}$ 으로 모델링을 위한 격자 간격을 0.02km로 설정하면 850×170 개의 격자가 생성된다. 그러나 컴퓨터 자원의 제약으로 경계면에서 인위적인 반사파가 발생하기 때문에, 정확한 자료를 얻기 위해서는 경계면에서의 인위적인 반사파를 제거해야 하며 본 연구에서는 CPML (Convolution Perfectly Matched Layer) 경계 조건을 적용하였다. CPML 경계 조건은 모델 경계면에서 공간 변수에 따라 감쇠시키는 방식을 이용하므로 자유면 경계를 고려한 상부 경계를 제외한 부분에 padding을 위한 격자를 설정하였다.

사용된 음원의 송신 파형은 최대 주파수 15Hz인 1차 미분 가우스 함수를 이용하였고 총 41개 지점에서 0.42km 간격으로 송신하였다. 또한, 수신기 배열에 따른 영향을 제외하기 위해 850개의 수신기를 0.02km간격으로 배치하여, 기록 간격은 0.002초, 총 기록 시간은 6초로 설정하였다. 탐사 환경의 모식도는 Fig. 4와 같으며 모델링에 사용된 변수를 정리하면 Table 1과 같다. 그리고 4.3km 지점인 11번째 음원과, 8.5km 지점인 21번째 음원에서의 취득된 응력 성분 에 대한 seismogram은 Fig. 5의 (a), (b)와 같다.

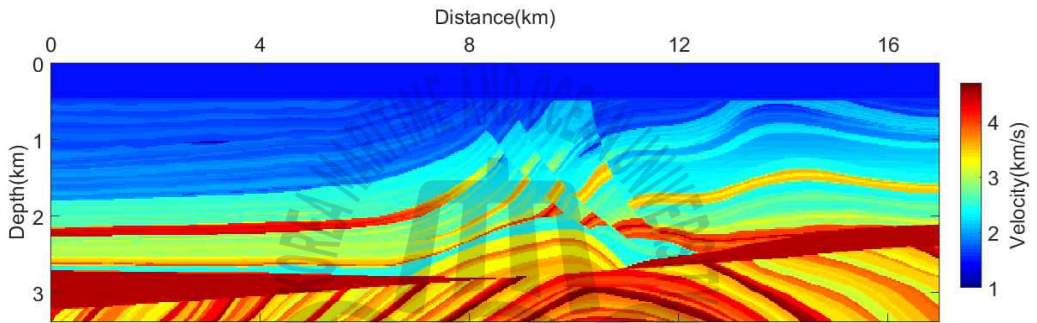


Fig. 3 P-velocity model of Marmousi2 Model

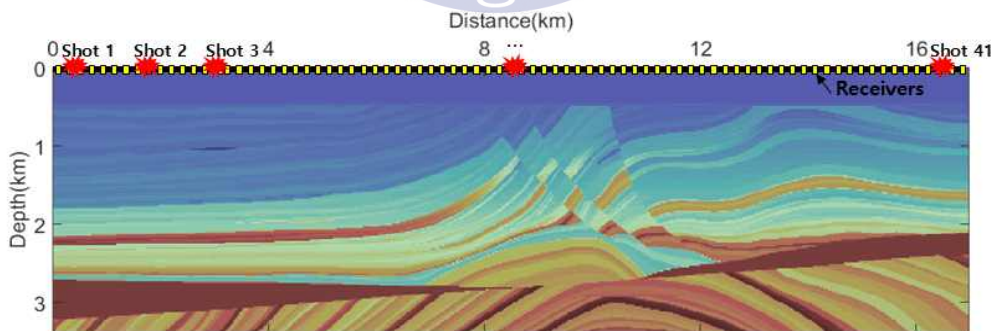


Fig. 4 Survey geometry of shots and receivers

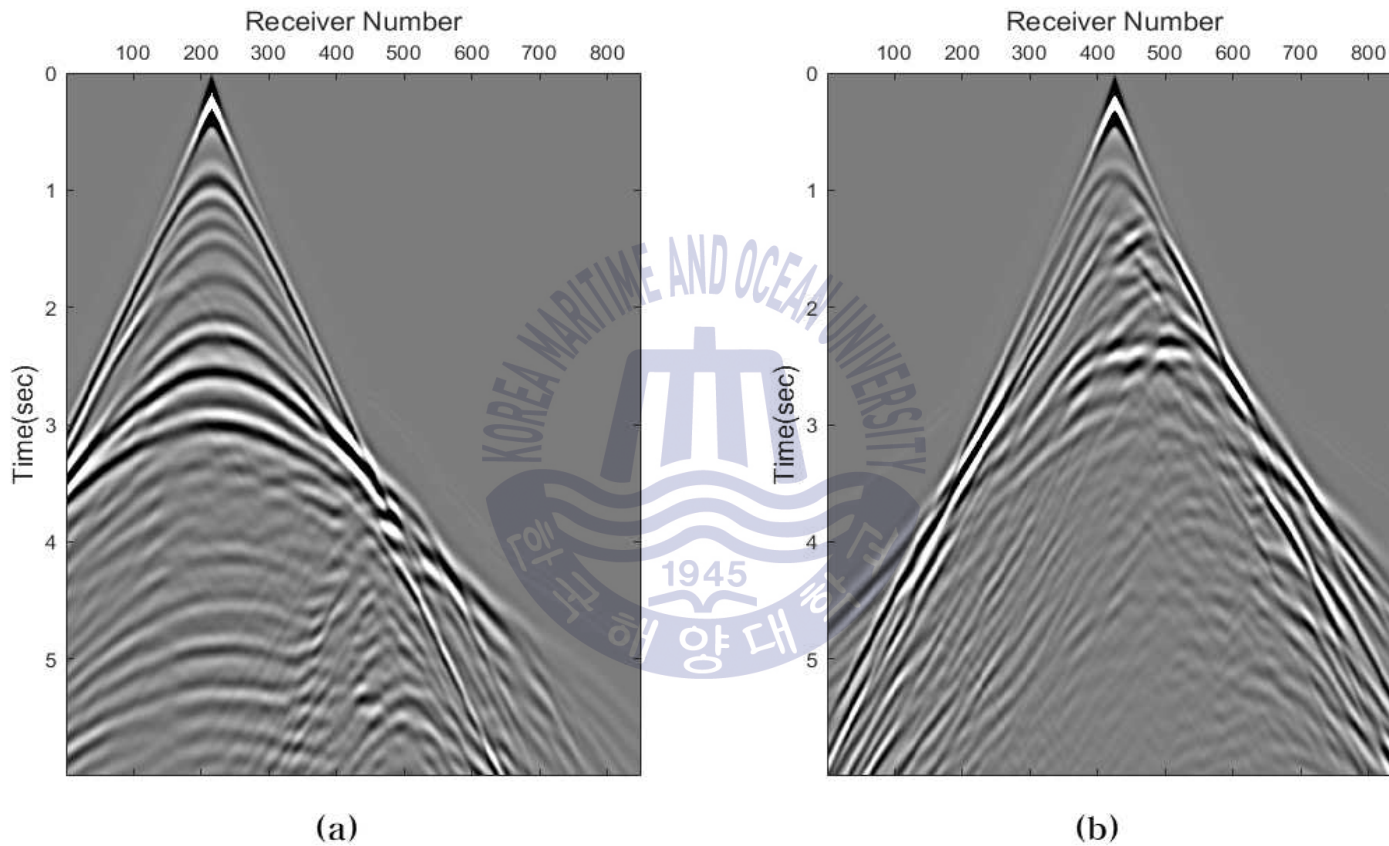


Fig. 5 Seismograms at (a) 11th shot point(4.3km) and (b) 21st shot point(8.5km)

Table 1 Parameters for synthetic modeling

Parameter	Value
number of x-axis grids	910
number of z-axis grids	200
grid spacing (km)	0.02
number of samples	3000
sampling interval (s)	0.002
cutoff frequency (Hz)	15
number of shots	41
interval of shots (km)	0.42
number of receivers	850
interval of receivers (km)	0.02



3.2 인공합성 자료를 이용한 파형역산 수행 및 결과 비교

Marmousi2 P와 속도 모델을 통해 생성한 인공합성 자료를 이용하여 탄성과 완전 파형역산을 수행하였다. 본래 역산 초기 속도 모델은 역산 결과의 품질에 미치는 영향이 크기 때문에 관측된 자료의 자료처리 과정을 통해 생성한다. 본 연구에서는 이러한 영향을 최소화하기 위해, 자료처리 과정이 충분히 수행되었다 가정하고 Fig. 3의 Marmousi2 P와 속도 모델을 이용하여 초기 속도 모델을 생성하였다. 역산 초기 속도 모델을 Seismic Unix 프로그램의 평활화(Smooth) 기능을 이용하여 생성하였으며, 수층의 깊이를 파악하고 있다고 가정하여 수층을 제외하고 평활화 계수 20으로 설정하였다. Fig. 3의 속도 모델에서 평활화 과정을 통해 생성된 초기 속도 모델은 Fig. 6과 같다.

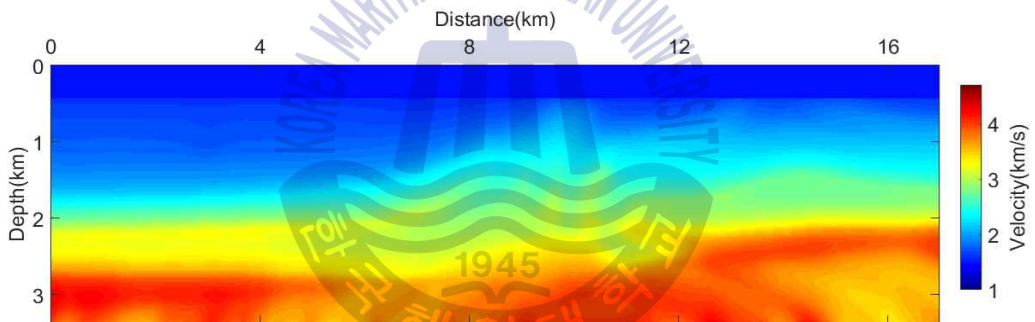


Fig. 6 Initial P-velocity model for inversion

첫 번째 역산 수행을 위한 모델링 자료를 생성하기 위해 Fig. 6의 P와 속도 모델을 사용하였으며, Table 1의 변수로 모델링을 수행하였다. 탐사 환경은 인공합성 자료 생성과 동일하도록 Fig. 4의 조건으로 가정하였다. 모델링을 통해 얻어진 자료와 인공합성 자료를 이용하여 역전파 기법으로 경사 방향을 계산하였다. 또한, 음원 부근에서만 갱신되는 문제를 보정하기 위해 유사 헤시안으로 계산된 경사 방향을 보정하였다. 최대 경사법 및 Adam을 이용하여 속도 모델을 반복 갱신하였으며, 갱신 길이는 격자 크기의 2배인 0.04로 설정하였다. 갱신 수행 결과 획득된 속도 모델은 Fig. 7, 8과 같다.

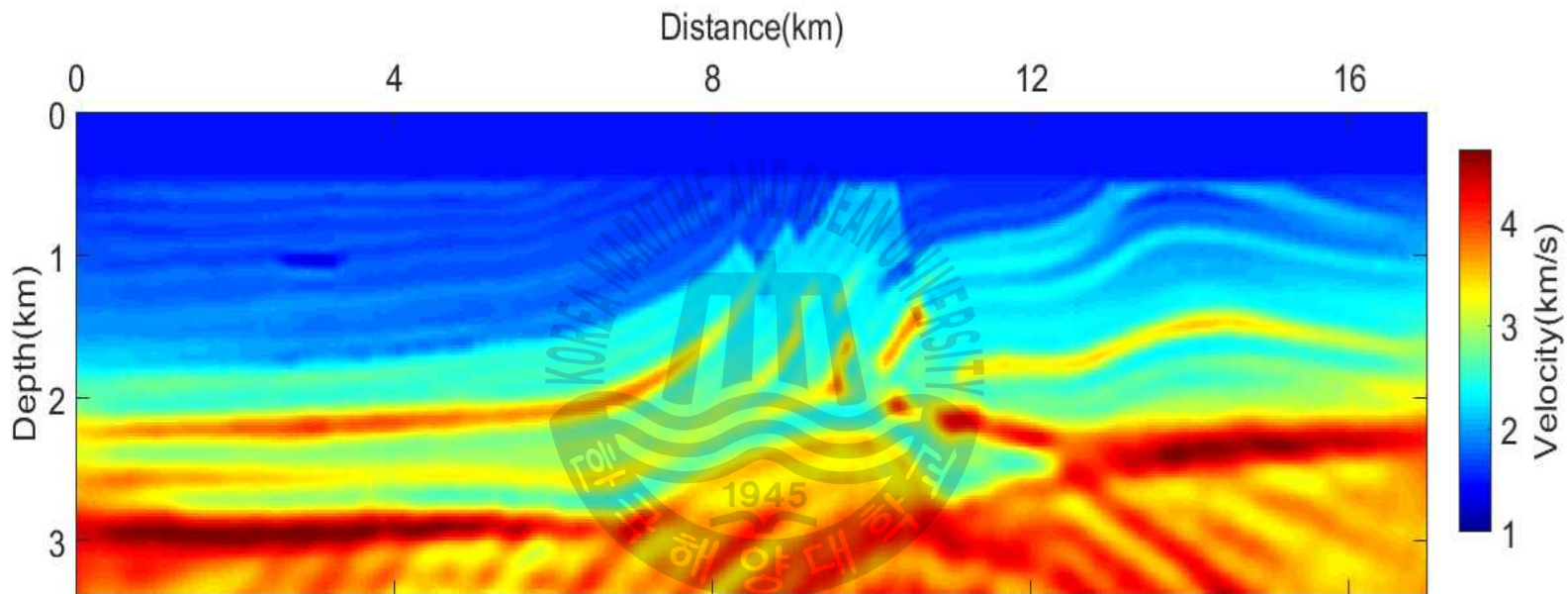


Fig. 7 300th inversion result of P-wave velocity model with steepest descent method

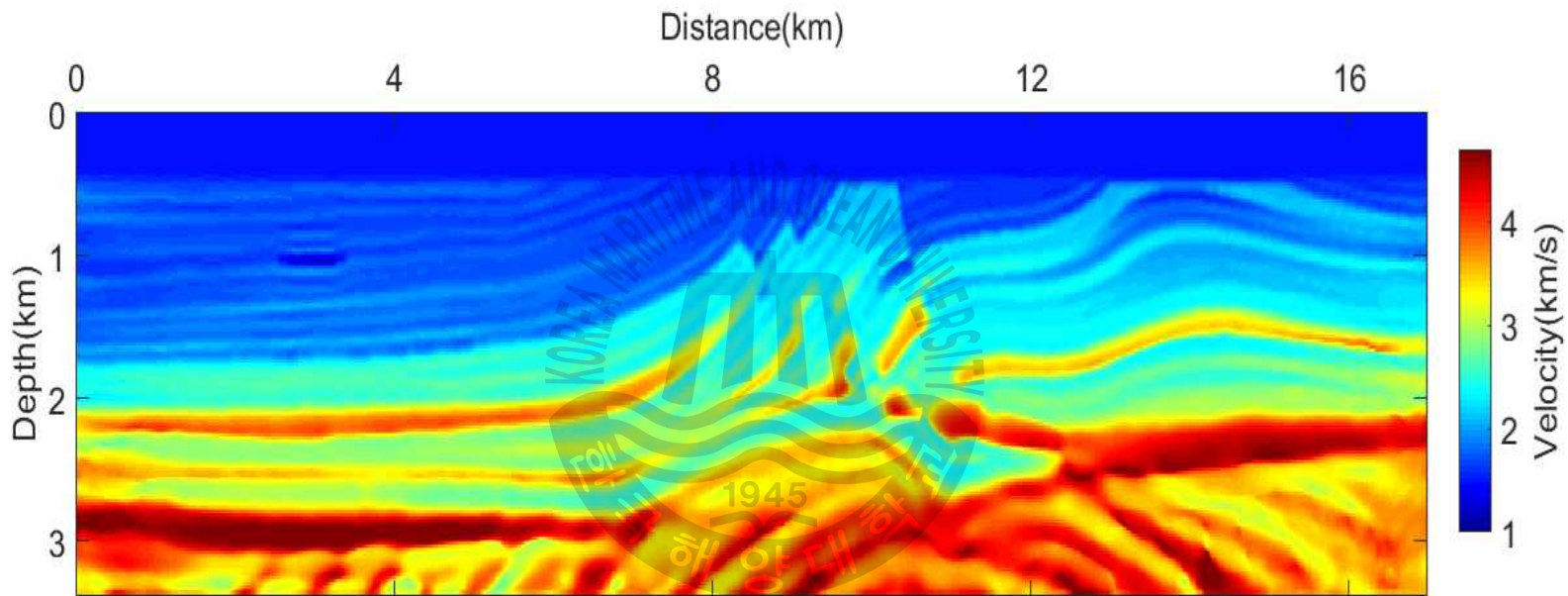


Fig. 8 300th inversion result of P-wave velocity model with Adam

Fig. 7은 최대 경사법을 통해 갱신된 300번째 P와 속도 모델이며, Fig. 8은 Adam을 이용하여 갱신된 300번째 P와 속도 모델이다. Fig. 8의 제안된 역산 방법의 결과에서 고속도층에 대한 정확한 속도 묘사 및 전체적인 해상도가 더 뛰어나며, 얇은 두께의 층들에 대한 속도 정보가 명확한 것을 확인할 수 있었다. 특히, 고속도층 하부의 지역에 대한 속도 정보 제공에서 큰 차이가 나타났다. Fig. 9는 최대 경사법을 이용한 역산 방법과 제안된 역산의 목적함수로 측정된 갱신에 따른 상대 오차 변화 곡선이다.

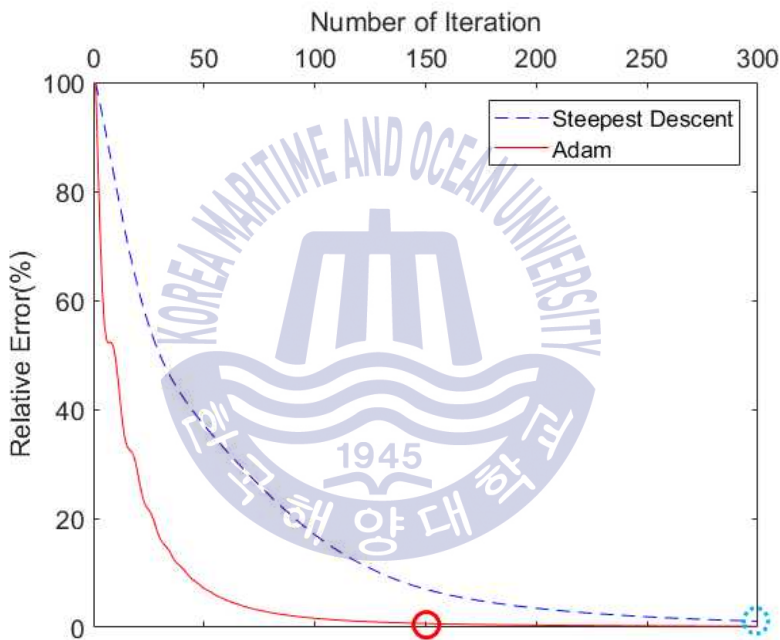


Fig. 9 Relative error curves of two optimization methods

상대 오차 곡선을 통해 관측 자료와 모델링을 통해 얻은 자료의 차이를 비교할 수 있으며, 제안된 역산 방법이 최대 경사법을 이용한 역산 방법에 비해 2배 정도로 빠른 오차 수렴속도를 보이는 것을 확인할 수 있었다. Fig. 9에서 상대 오차를 보면, 제안된 역산 방법의 150번째 오차가 최대 경사법을 이용한 역산에서 300번째 오차와 비슷하게 나타난다. 제안된 역산의 150번 갱신된 P와 속도 모델은 Fig. 10과 같다.

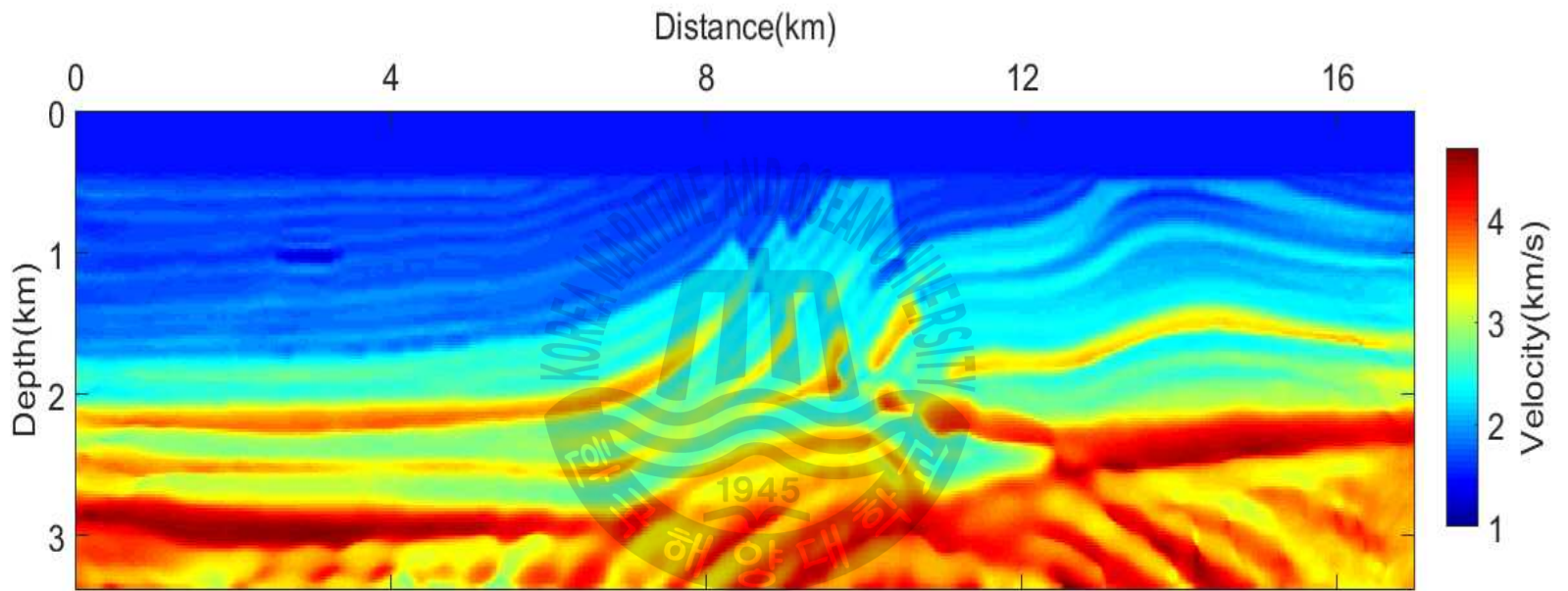


Fig. 10 150th inversion result of P-wave velocity model with Adam

최대 경사법을 이용한 역산의 300번째 갱신 속도 모델인 Fig. 7과 제안된 역산의 150번째 갱신 속도 모델인 Fig. 10을 비교하면, Fig. 10의 속도 모델이 지질 구조 묘사의 해상도가 더 뛰어난 것을 확인할 수 있다. 또한, 역산 효과를 파악하기 위해, Fig. 11과 같이 암염층과 하부 저속도층(①,⑤), 단층(②), turtle-back(③), 석유층(④), 가스층(⑥) 등 Marmousi2 모델에서 특징적인 속도 구조가 나타나는 부분의 역산에 따른 갱신 속도 모델의 정확성을 관찰하였다.

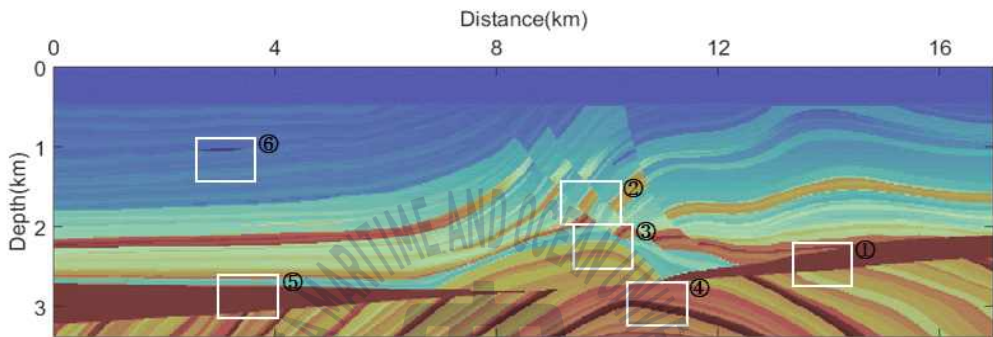


Fig. 11 Areas with specific structures

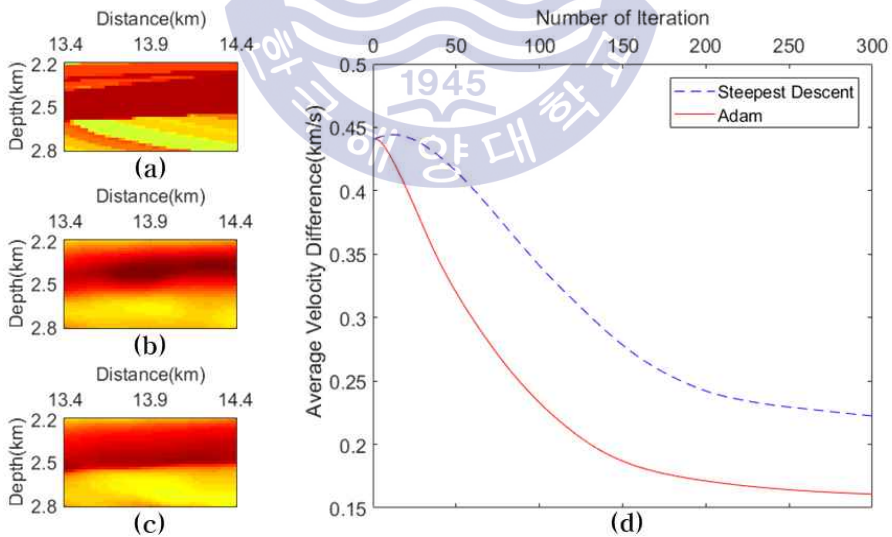


Fig. 12 Comparison of inversion results including salt layer

Fig. 12에서는 13.4~14.4km 지점에서의 암염층에 대한 속도 모델 및 평균 속도 차이를 나타내었다. (a)는 Marmousi2 P파 속도 모델, (b)는 최대 경사법을

이용한 역산의 300번째 속도 모델의 암염층 부분이며, (c)는 제안된 역산의 150 번째 속도 모델, (d)는 Marmousi2 P파 속도 모델의 속도와 (b), (c)의 역산 결과의 평균 속도 차이로 나타냈다. (b)의 결과에서는 (a)와 같이 암염층의 두께 및 고속도층 정보를 어느 정도 나타냈다, 그러나 실제 암염층의 속도 정보에 비해 높은 속도를 도출하였으며, 암염층 하부의 구조의 저속도 구조를 명확히 묘사하지 못했다. (c)의 결과에서는 암염층 하부의 구조에 대해서도 더욱 정확한 정보를 제공하였으며, 암염층의 속도와 비슷한 결과를 도출하는 것을 볼 수 있었다. 이러한 속도 정보의 정확성은 Marmousi2 모델과의 평균 속도 차이인 (d)에서 파악할 수 있으며, 제안된 역산의 결과에서 차이가 더 작게 나타나는 것을 확인할 수 있다.

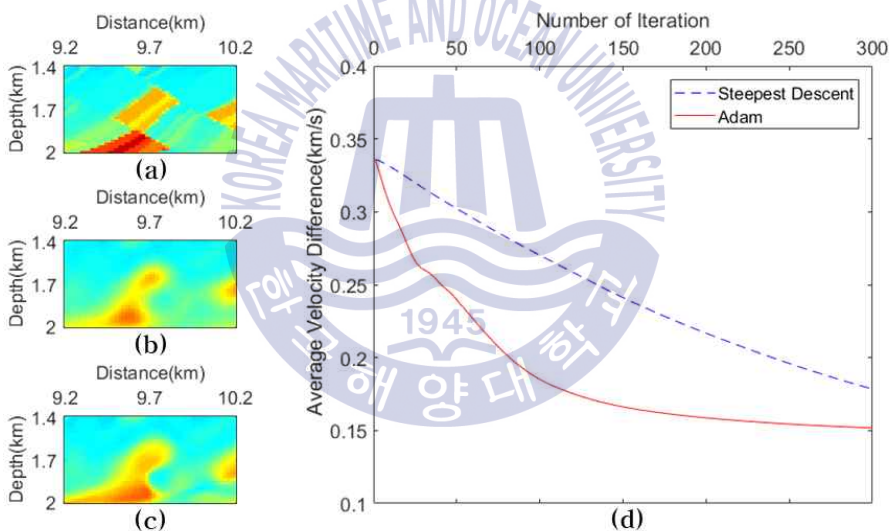


Fig. 13 Comparison of inversion results including fault

Fig. 13은 단층이 존재하는 지역으로, 이러한 지역에서 역산 결과가 Marmousi2 속도 모델을 제대로 복원했는지 확인하였다. 제안된 역산의 결과인 (c)에서는, 단층면에 존재하는 고속도 지층의 경계의 정확한 형태 및 속도 정보를 보여주었으며, 비교적 속도가 낮은 부분에서도 뛰어난 해상도의 속도 정보를 나타냈다. 이러한 결과는 (d)의 평균 속도 차이에서 제안된 역산에서의 결과가 더 작은 차이를 보이는 것을 통해 확인할 수 있다.

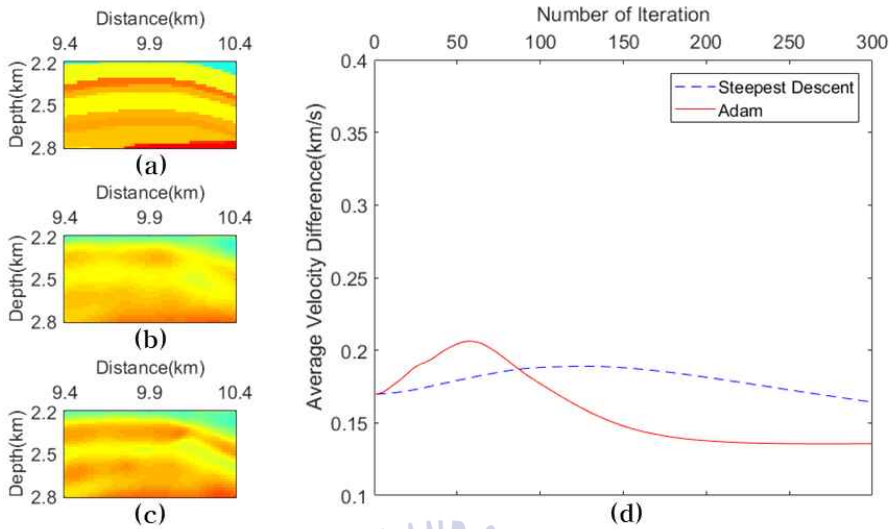


Fig. 14 Comparison of inversion results including turtle-back structure

Fig. 14은 turtle-back 구조에 대한 평균 속도 차이 비교 결과이다. (b)와 (c)의 속도 모델에서, 제안된 역산을 이용한 (c)의 결과가 적은 갱신 횟수에도 불구하고 turtle-back 구조의 경계를 명확히 구분하며 뛰어난 해상도를 보여주었다. 또한 (d)의 평균 속도 차이에서 제안된 역산이 빠르고 정확한 수렴을 나타냈다.

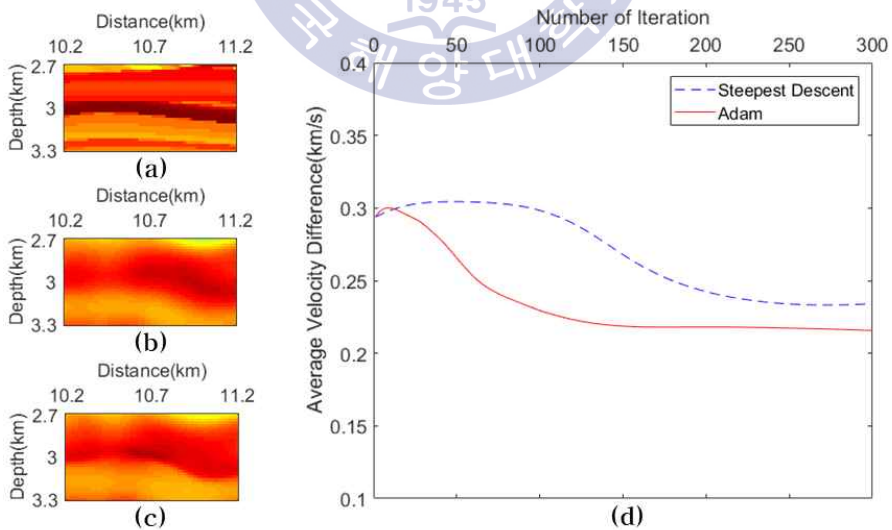


Fig. 15 Comparison of inversion results including oil cap

Fig. 15는 석유층에서 두 역산 결과의 속도 모델 및 평균 속도 차이이다. (b)와 (c) 모두에서 석유층 하부의 고속도 구조는 잘 나타났으나, 제안된 역산의 결과인 (c)에서 고속도 부분 및 석유층 부분의 상대적으로 낮은 속도가 정확하게 나타나는 것을 확인할 수 있었다. 이러한 부분에 대한 정확성 차이로 인해 (d)의 평균 속도 차이에서 제안된 역산의 차이가 더 작게 나타나는 것으로 판단된다.

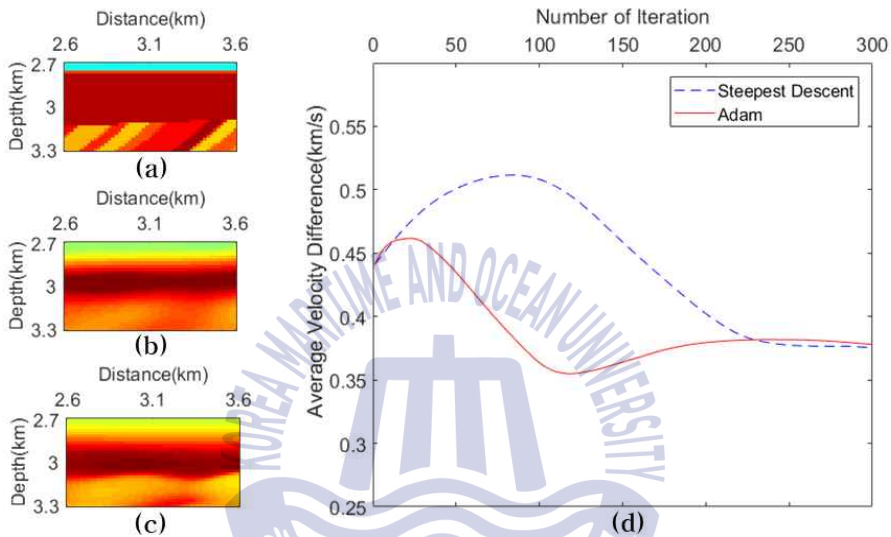


Fig. 16 Comparison of inversion results including salt layer

Fig. 16은 암염층에 대한 속도 모델 비교 결과이다. (b)와 (c)에서 두 역산 방법 모두 암염층의 이미지를 정확하게 묘사하였으며, (c)의 이미지가 고속도층 하부에서 정확한 경계를 보여주었다. (d)의 평균 속도 차이에서는 제안된 역산의 수렴 속도가 더 빠르게 나타났다. 그러나 Fig. 12의 13.4~14.4km 부분에 대한 암염층 정보가 Fig. 16 부분의 암염층 정보보다 정확하게 나타난다. Fig. 16 부분에서의 암염층 상부에 큰 속도차이를 갖는 고속도 및 저속도층이 존재한다. 고속도층과 저속도층이 존재할 경우 경계면에서 반사 계수가 크게 나타나며 대부분의 신호를 반사시키기 때문에, 하부 구조에 대한 정확한 정보 도출을 방해한다. Fig. 16 부분의 상부에서는 저속도층인 가스층과 고속도-저속도의 연속 구조가 나타나며, 이러한 이유로 암염층 및 하부에 대한 정보가 부정확하고 제안된 역산 방법에서도 수렴 효과가 저해되는 것으로 보인다.

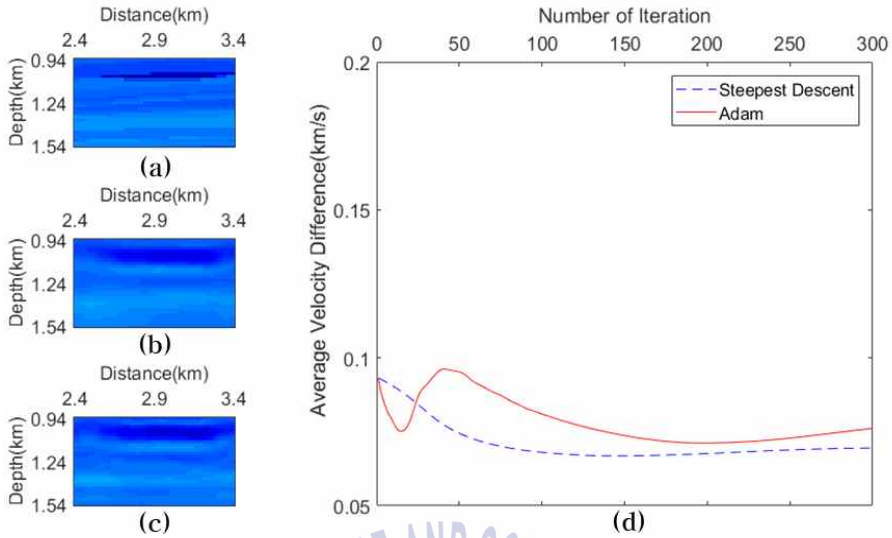


Fig. 17 Comparison of inversion results including gas layer

Fig. 17에서는 가스층에서의 역산 결과를 속도 모델과 특정 지역에서의 평균 속도 차이를 비교하였다. 가스층에 대한 역산에서는 (a), (b)에서 두 역산 방법 모두 가스층을 정확하게 찾는 것을 알 수 있었다. 그러나 가스층 하부에 대한 정보 도출에서 제안된 역산의 결과는 최대 경사법을 이용한 역산 결과와 큰 차이를 보이지 않았으며 이는 가스층의 영향으로 보인다.

심도에 따른 역산 성능 차이를 구체적으로 비교하기 위해, 특징적인 구조에 대한 속도 모델의 비교 외에도 이를 포함하는 수직 구간에서의 심도에 따른 속도 변화를 살펴보았다. Fig. 18에 심도-속도 분포를 나타낸 4개 지점을 표시하였으며, 각각 수평방향 기준 3.2km, 9.6km, 11.4km, 14km에 위치한다.

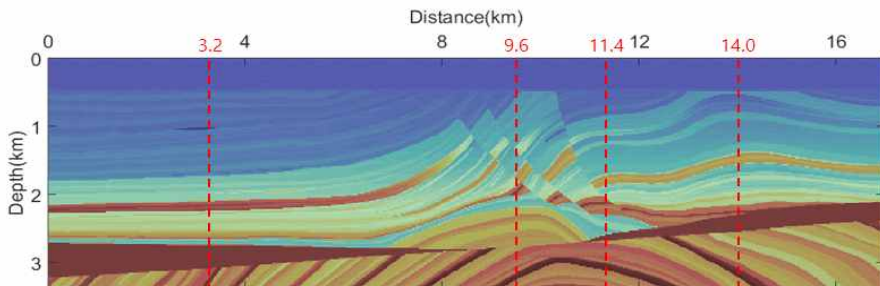


Fig. 18 Lines at 4 points for depth-velocity profile

Fig. 19에서는 Fig. 18에서의 4개 지점의 심도-속도 분포를 통해 각 지점에서의 Marmousi2 P파 속도 모델, 최대 경사법을 이용한 역산의 300번째 갱신 속도 모델, 그리고 제안된 역산의 150번째 갱신 속도 모델을 자세히 관찰하였다. Fig. 18의 표시된 지점 중 3.2km 지점에는 가스층, 고속도층, 암염층이 포함되어 있으며 이에 대한 심도-속도 분포는 Fig. 19의 (a)와 같다. 심도에 따른 속도 분포를 보면 갱신 횟수 차이에도 불구하고 제안된 역산의 속도 분포가 최대 경사법을 이용한 역산의 속도 분포와 유사한 형태를 보이는 것을 확인할 수 있었다. 또한, 2.5~3.0km 사이의 구간에서는 Fig. 16에서의 결과와 같이 두 역산의 결과가 크게 차이 나지 않았다. (b)는 9.6km 지점에서의 심도-속도 분포이며, 이 지점에는 단층 구조, 석유층 및 turtle-back 구조를 포함하고 있다. 전체적인 속도 분포를 보면 최대 경사법을 이용한 역산 결과도 높은 정확도를 보여주었으나, 제안된 역산의 결과는 갱신이 더 적게 이루어졌음에도 불구하고 정확한 속도 분포를 나타냈다. 특히, Fig. 13의 단층이 존재하는 1.5~2km 부분과 Fig. 14의 turtle-back 구조 부분에서 제안된 역산이 더욱 정확한 속도 정보를 제공하는 것을 확인할 수 있다. 11.4km 지점의 심도-속도 분포인 (c)에는 고속도, 저속도층 연속 구조와 암염층 하부에 석유층을 포함하고 있다. (c)의 결과에서 고속도, 저속도층 지역 상부에서는 두 역산 방법이 비슷한 속도 경향을 보이는 것을 확인할 수 있다. 그러나 2.5km 심도의 저속도 부분과 및 2.7km 심도의 Fig. 15의 석유층에서는 제안된 역산이 Marmousi2 모델의 P파 속도에 근접한 정확한 속도 정보를 제공하는 것을 확인할 수 있다. (d)는 14km 지점에서의 심도-속도 분포로 고속도층 하부 저속도층, 두꺼운 암염층, 부정합 등을 포함한다. (d)의 결과에서 2.2km 심도의 암염층 상부 부분까지는 두 역산 방법 모두 정확한 속도 정보를 제공하지만, 제안된 역산의 결과는 갱신 횟수가 적음에도 불구하고 Fig. 12에서와 같이 암염층 하부에 대한 속도 정보를 정확히 묘사하였다. 따라서 Fig. 19의 결과에서 제안된 역산이 적은 갱신 횟수에서도 최대 경사법을 이용한 역산과 비슷한 속도 모델을 제공하며, 특히 고속도층 하부 부분에 대해서 정확한 속도 정보를 제공하는 것을 알 수 있었다.

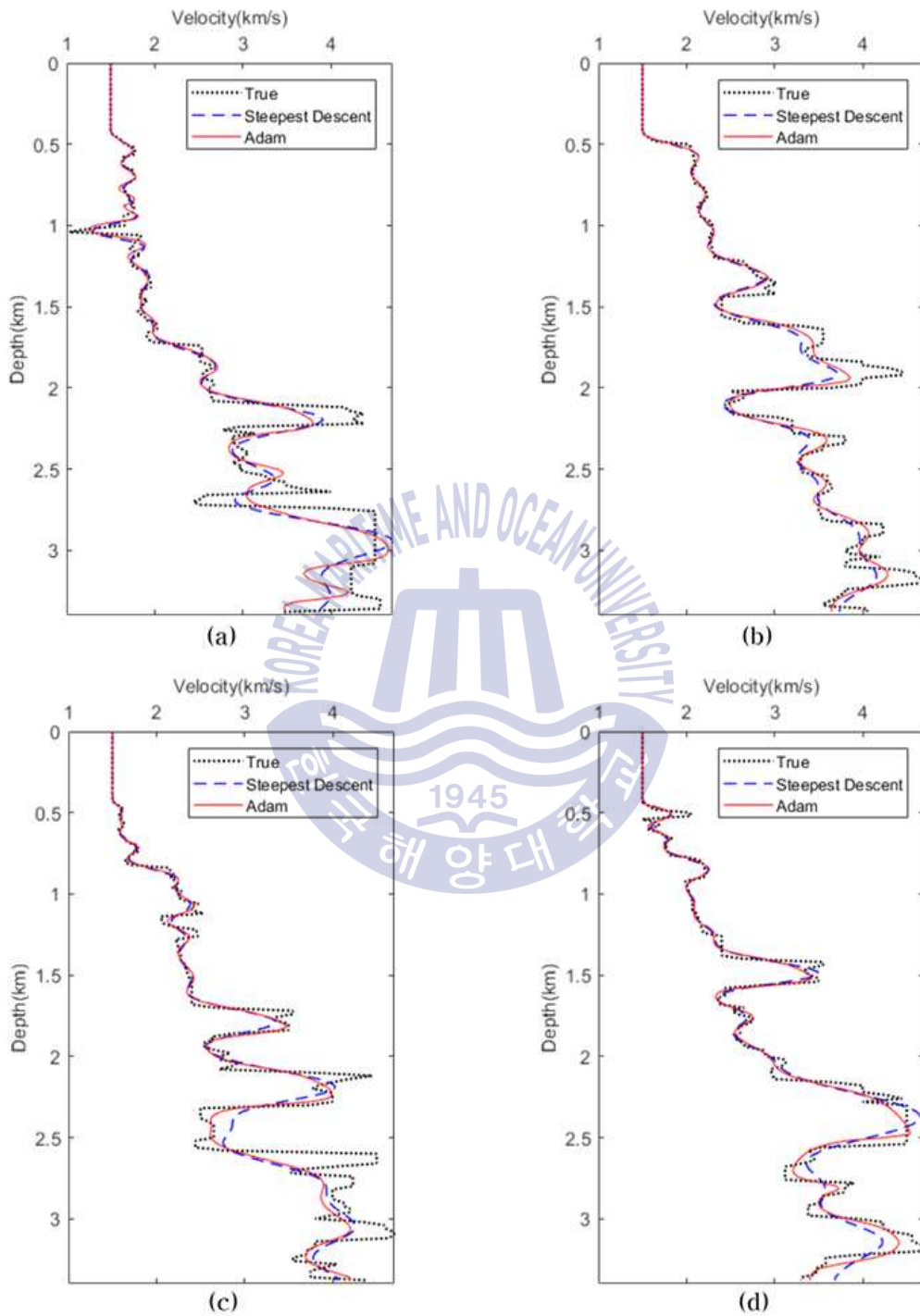


Fig. 19 Depth-velocity profiles at (a) 3.2km, (b) 9.6km, (c) 11.4km, (d) 14km

탄성과 과형역산에서의 오차 감소는 관측 자료와 모델링을 통해 얻어진 자료의 차이로 측정한다. 일반적으로 오차가 작을 경우 역산이 정확하게 수행되었다고 생각할 수 있으나, 국소 최솟값의 존재 및 비유일성 문제로 과형은 최대한 비슷하게 수렴하면서 전혀 다른 속도 모델을 도출할 수 있다. 본 연구에서도 출된 Fig. 19에서의 제안된 역산 방법의 결과는 Marmousi2 모델의 P파 속도에 준하며 높은 정확도를 나타내었다. 따라서 Fig. 9의 오차가 국소 최솟값에 머무르지 않고 정확하게 수렴했다고 할 수 있다. 일반적으로 오차가 낮을 경우에는 오차를 구성하는 관측 자료와 모델링 생성 자료의 차이가 작다고 간주되므로, 실제로 관측 자료와 모델링 생성 자료의 일치 정도를 확인하고자 하였다. 따라서 과형역산 전의 seismogram인 Fig. 20에 Fig. 5 (b)의 seismogram을 비교하여 최대 경사법 및 Adam을 이용하여 갱신된 속도 모델에서의 seismogram인 Fig. 21을 확인하였다.

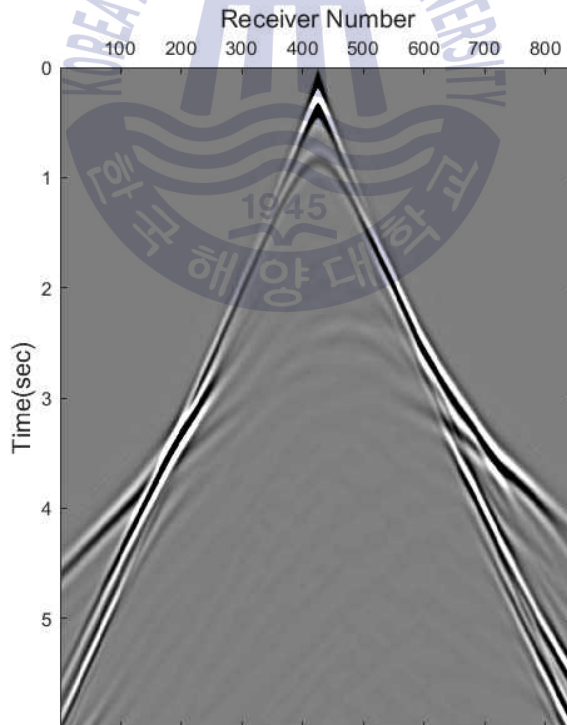


Fig. 20 Seismogram obtained from initial velocity model at 21st shot point(8.5km)

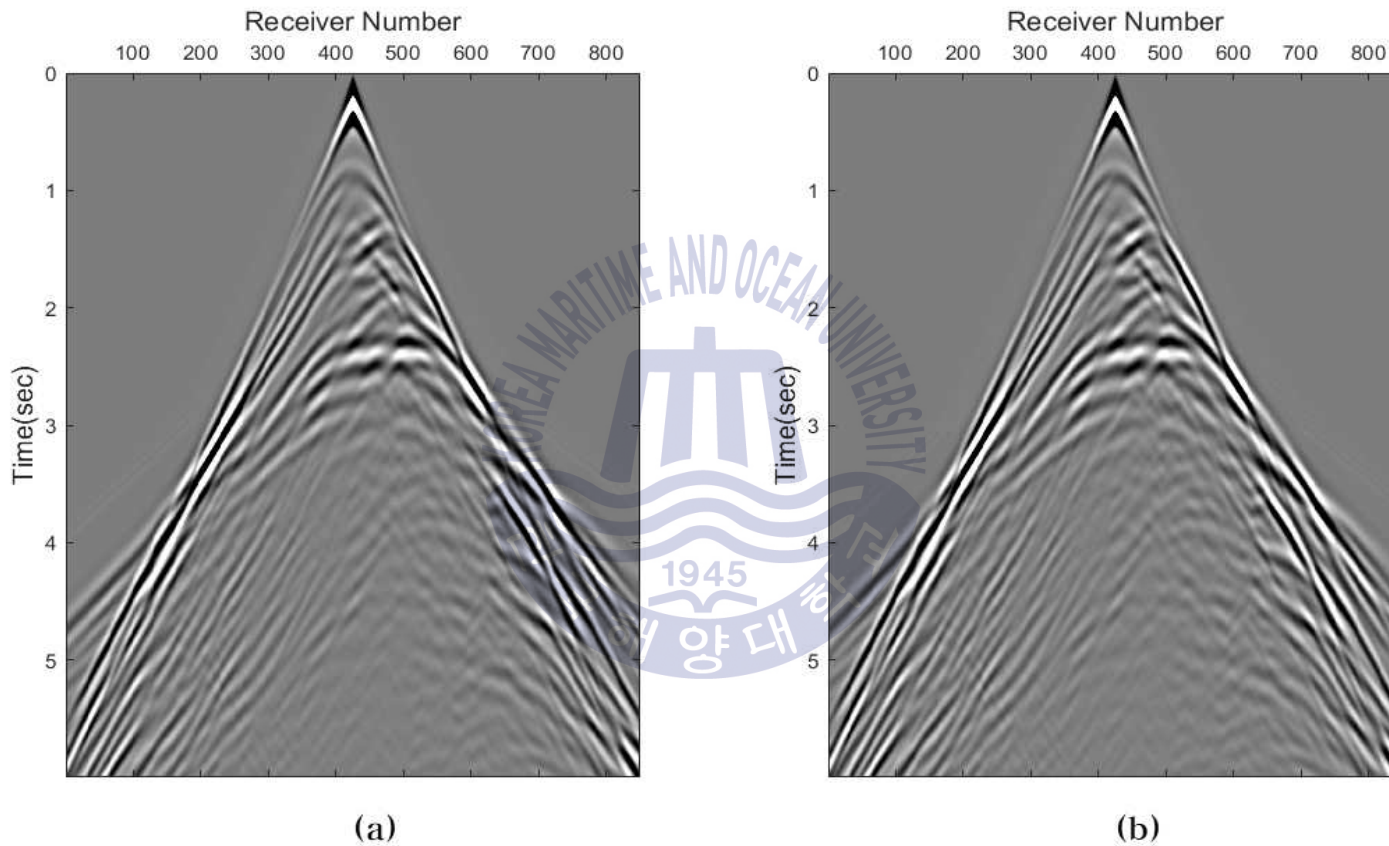


Fig. 21 Seismograms at 21st shot point(8.5km)
 (a) 300th iteration with steepest descent, and (b) 150th iteration with Adam

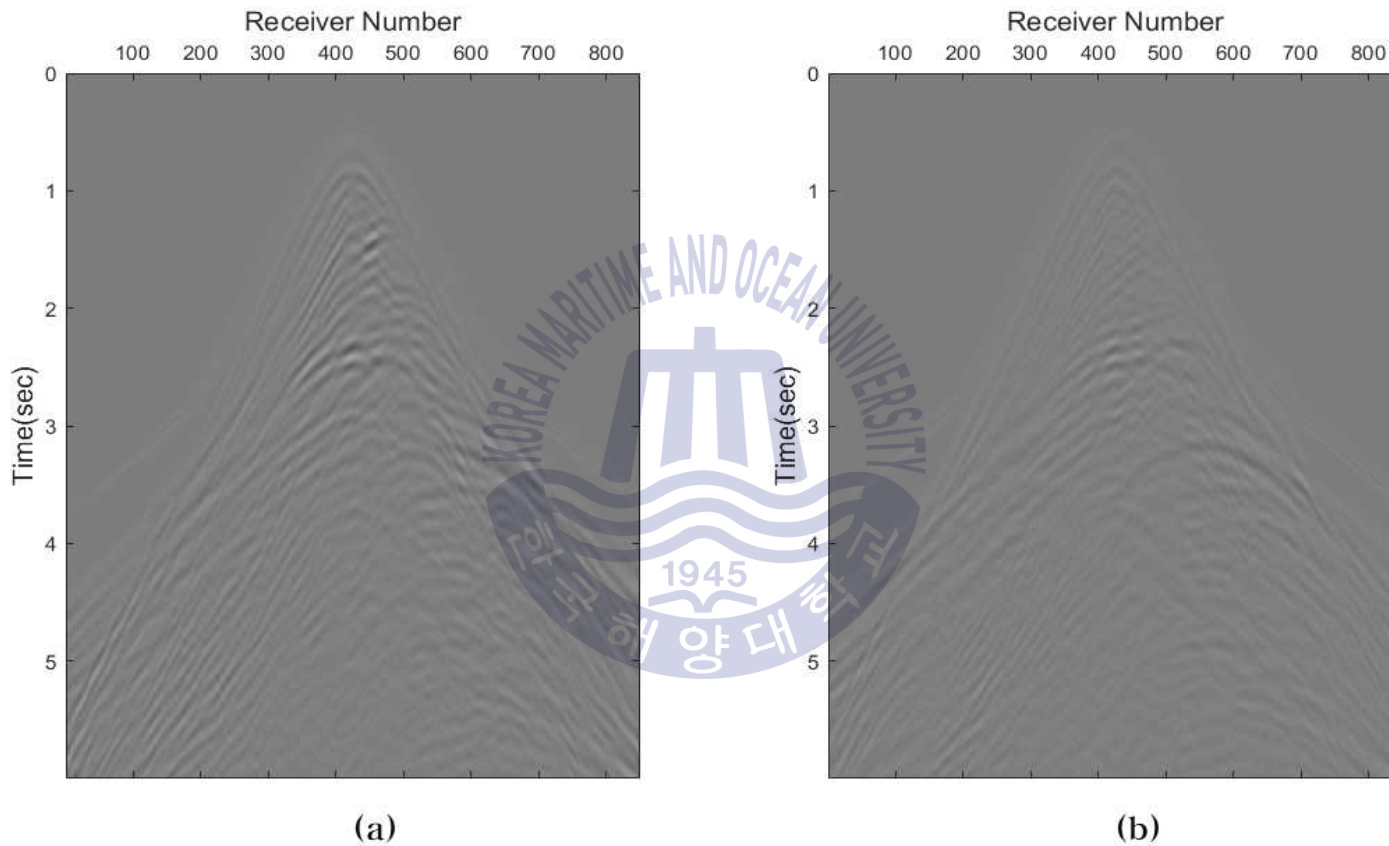


Fig. 22 Residuals at 21st shot point(8.5km)

(a) 300th iteration with steepest descent, and (b) 150th iteration with Adam

최대 경사법을 이용한 역산의 300번째 갱신 모델에서의 seismogram인 Fig. 21의 (a)과 비교하여, 제안된 역산 결과의 150번 갱신 모델에서의 seismogram인 (b)는 매우 유사한 파형을 보여주었다. 정확한 비교를 위하여 인공합성 자료인 Fig. 5의 (b)와 갱신된 모델에서 모델링을 통해 얻은 자료인 Fig. 21의 (a), (b)의 잔차를 살펴보면 Fig. 22와 같다. 결과적으로 최대 경사법을 이용한 역산의 잔차인 (a)에 비해서 제안된 역산의 잔차인 (b)에서 전체적인 잔차의 세기가 비교적 작게 나타나는 것을 확인할 수 있었다. 이러한 결과를 단일 수신기에서의 신호로 비교하면 Fig. 23과 같다. 잔차가 0에 가까울수록 정확한 결과를 나타낸다고 가정할 수 있으며, 전체적으로 제안된 역산 방법의 잔차의 크기가 작은 값을 갖는 것을 확인할 수 있다. 또한, 갱신에 따른 잔차의 감소를 정량적으로 비교하기 위해, Fig. 22와 같은 전체 수신기에 대한 잔차에서 단일 수신기에 대한 평균적인 오차를 계산하였다. Fig. 24에는 갱신 횟수에 따른 오차를 나타냈으며, 제안된 역산에서 오차가 빠르게 감소하는 것을 확인할 수 있었다. Table 2에서는 Fig. 24의 오차에 대해 50번의 갱신마다의 수치를 표기하였으며, 최대 경사법을 이용한 역산의 300번째 오차와, 제안된 역산의 150번째 오차를 나타내었다. 그 결과, 제안된 역산 방법에서의 오차값이 빠르게 감소하는 것을 확인하였다. 따라서 상기 분석을 통해 제안된 역산 방법에서 오차가 더욱 빠르고 정확하게 수렴한다고 판단할 수 있었다.

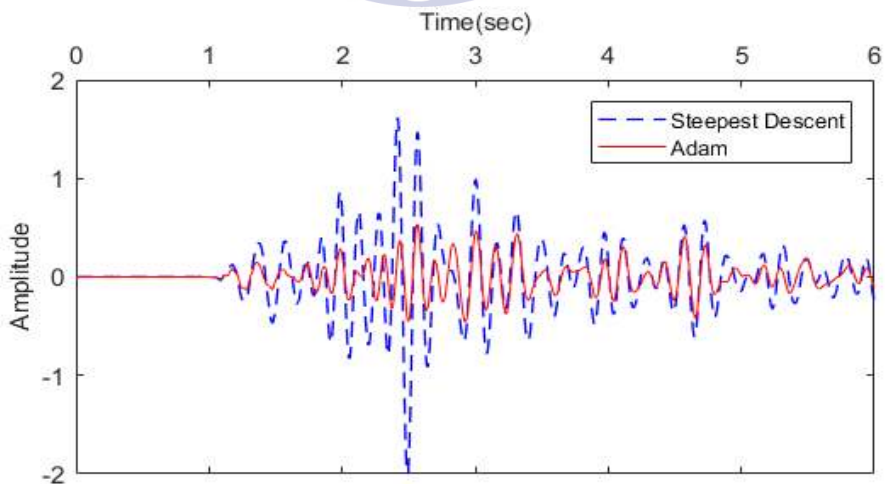


Fig. 23 Residuals at 21st shot point(8.5km) and 360th receiver point(7.2km)

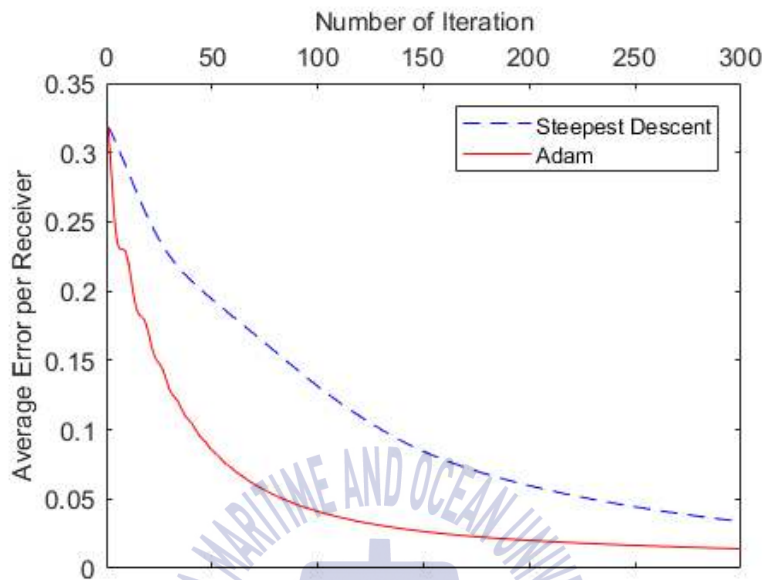


Fig. 24 Average errors per receiver of two optimization methods

Table 2 Average errors per receiver of two optimization methods

Number of iteration	Average error per trace (Steepest Descent)	Average error per trace (Adam)
0	0.3186	0.3186
50	0.1940	0.0850
100	0.1313	0.0411
150	0.0843	0.0266
200	0.0596	0.0202
250	0.0444	0.0166
300	0.0337	0.0141

3.3 적은 수신기 사용 환경을 가정한 파형역산

최근 해양 탄성과 탐사에서는 정확한 지하 정보 도출을 위해 해저면 수신기를 이용한 다성분 탐사 방법이 연구되고 있다. 그러나 대부분의 경우 심해저 환경에서 운용의 기술적인 한계로 인해, 기존의 스트리머 수신기를 사용하는 탐사에 비해 적은 수의 수신기를 사용한다. 이러한 수신기 수의 감소는 파형역산 결과 획득되는 속도 모델의 품질을 저하시키며, 본 연구에서는 제안된 역산 방법이 이러한 환경에서도 뛰어난 역산 결과를 보여주는지 검증하고자 하였다. 제안된 역산의 성능을 검증하기 위해 인공합성 자료를 이용한 수치 실험을 수행하였으며, Fig. 3의 Marmousi2 P파 속도 모델에서 적은 수신기 개수를 고려하여 가정된 탐사 환경은 Fig. 25와 같이 구성하였다.

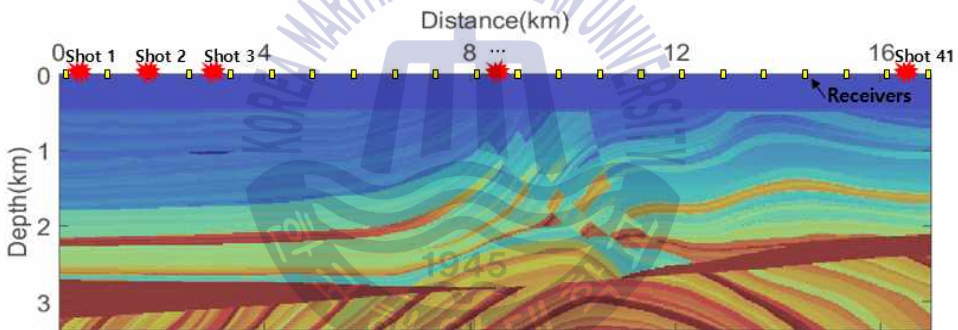


Fig. 25 Survey geometry using 22 receivers

22개의 수신기가 0.8km 간격으로 사용되었다고 가정하였으며, x축 및 z축의 격자 정보, 음원의 수와 간격은 3.1절에서의 인공합성 자료 생성 조건과 동일하도록 설정하였다. 본 절에서 수행한 인공합성 자료의 생성 및 파형역산에 필요한 모델링 변수는 Table 3과 같다. 이러한 환경에서 취득된 인공합성 자료를 이용하여 파형역산을 수행하였으며, 3.2절에서와 동일하게 Fig. 6의 평활화된 초기 속도모델을 이용하였다. 그 결과, 최대 경사법을 이용한 역산에서 300번째 속도 모델은 Fig. 26과 같으며, 제안된 역산에서 300번째 속도 모델은 Fig. 27과 같다.

Table 3 Parameters for synthetic modeling using 22 receivers

Parameter	Value
number of x-axis grids	910
number of z-axis grids	200
grid spacing (km)	0.02
number of samples	3000
sampling interval (s)	0.002
cutoff frequency (Hz)	15
number of shots	41
interval of shots (km)	0.42
number of receivers	22
interval of receivers (km)	0.8



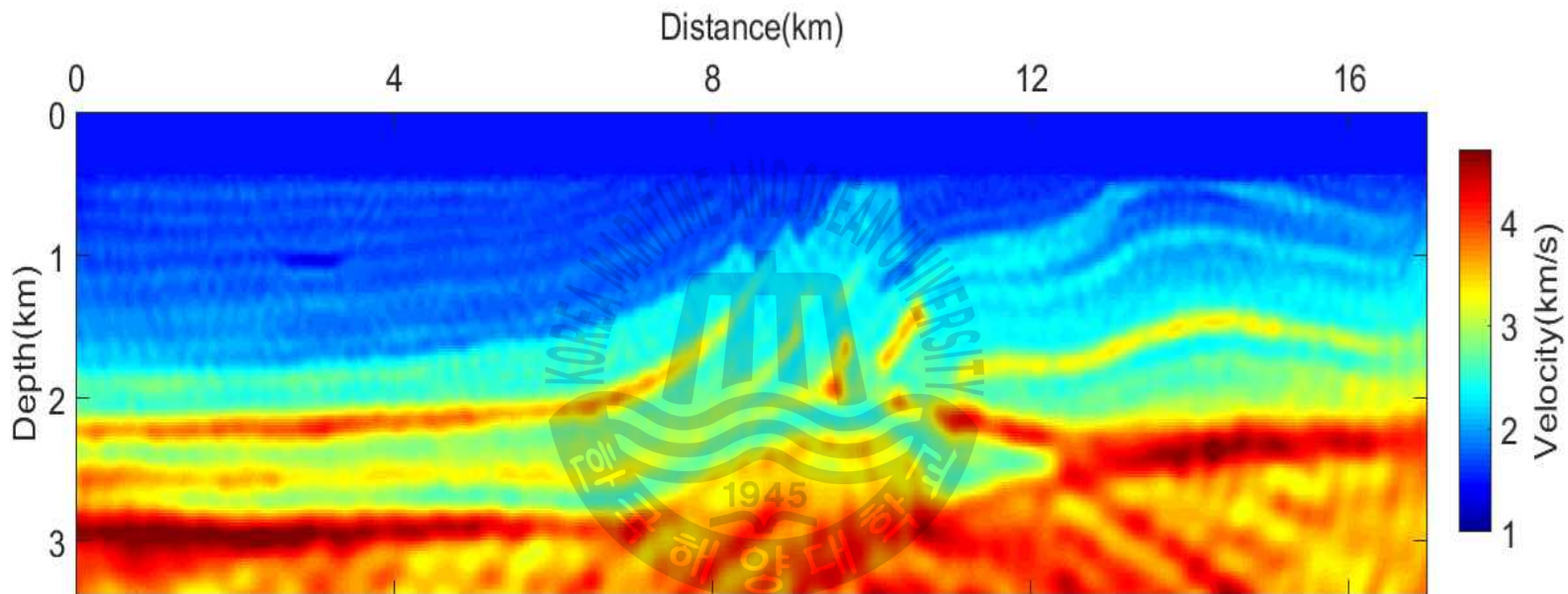


Fig. 26 300th inversion result with steepest descent using 22 receivers

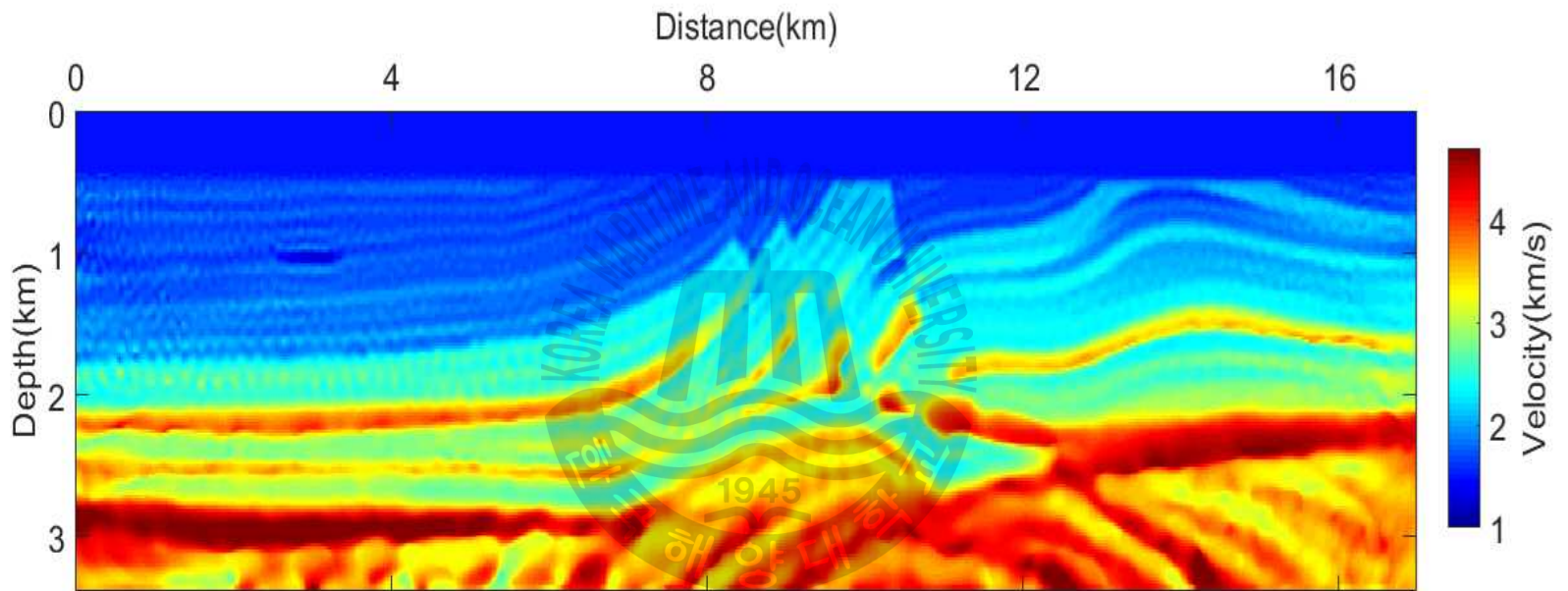


Fig. 27 300th inversion result with Adam using 22 receivers

두 가지 역산 방법에서의 300번 갱신된 속도 모델은 모두 뛰어난 해상도의 결과를 보여주었다. 그러나 Fig. 26의 결과에 비해 Fig. 27의 결과에서 고속도층 및 하부 구조, 암염층 구조 및 turtle-back 구조가 정확한 속도 정보 및 형태를 나타내며 뛰어난 해상도를 보였다. 갱신에 따른 상대 오차는 Fig. 28과 같이 감소하였으며 300번째 갱신에서 제안된 Adam을 이용한 방법이 수신기가 적은 환경에서도 더 작게 나타났다.

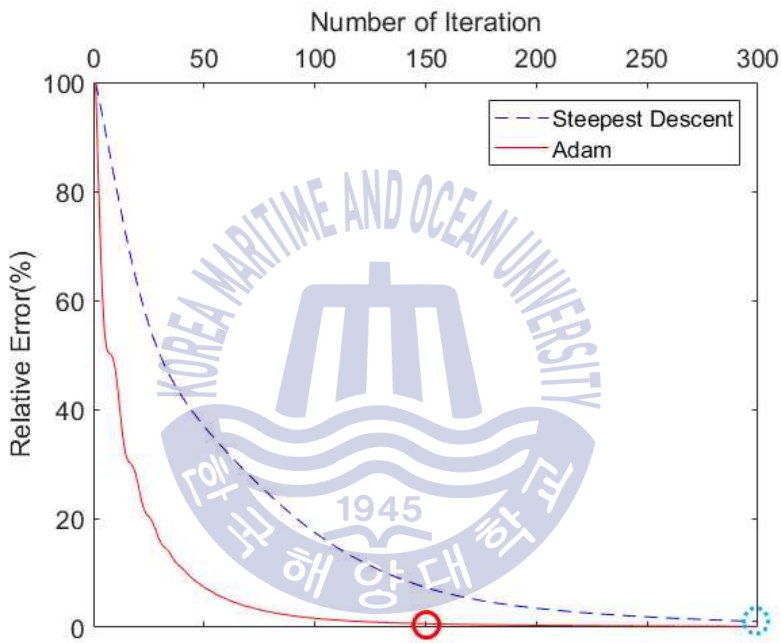


Fig. 28 Relative error curves of two optimization methods

제안된 역산 방법이 빠른 상대 오차의 수렴 속도를 보이므로, 상대 오차가 비슷하게 나타나는 제안된 역산의 150번째 결과와 최대 경사법의 결과를 비교하였다. 제안된 역산 방법에 의한 150번째 갱신 속도 모델은 Fig. 29와 같으며, 최대 경사법을 이용하여 갱신된 300번째 속도 모델과 유사한 결과가 나타났다. 특히 일부 고속도층 및 암염층 하부 구조에 대해서는 최대 경사법을 이용한 역산 결과에 비해 정확한 정보를 제공하였다. 두 역산 결과의 차이를 명확하게 관찰하기 위해 Fig. 18에서 나타낸 4개 지점에서 심도에 따른 속도 분포를 Fig. 30과 같이 나타내었다.

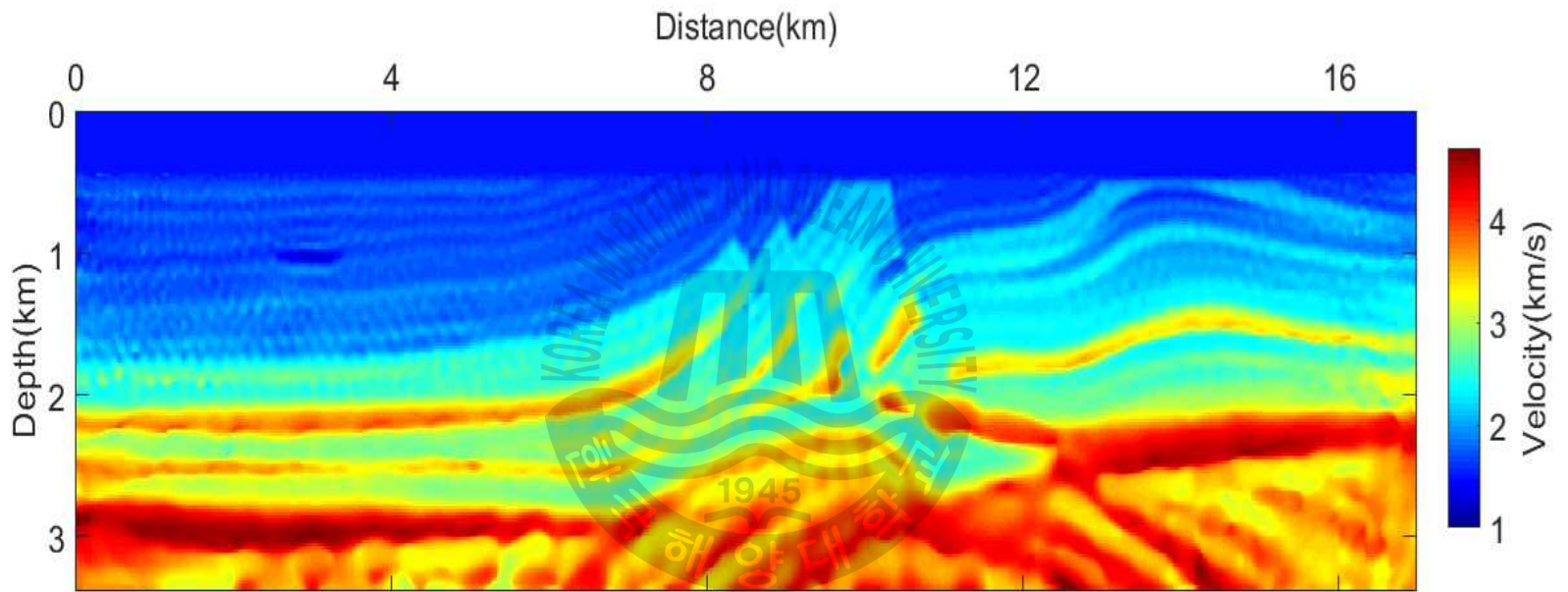


Fig. 29 150th inversion result with Adam using 22 receivers

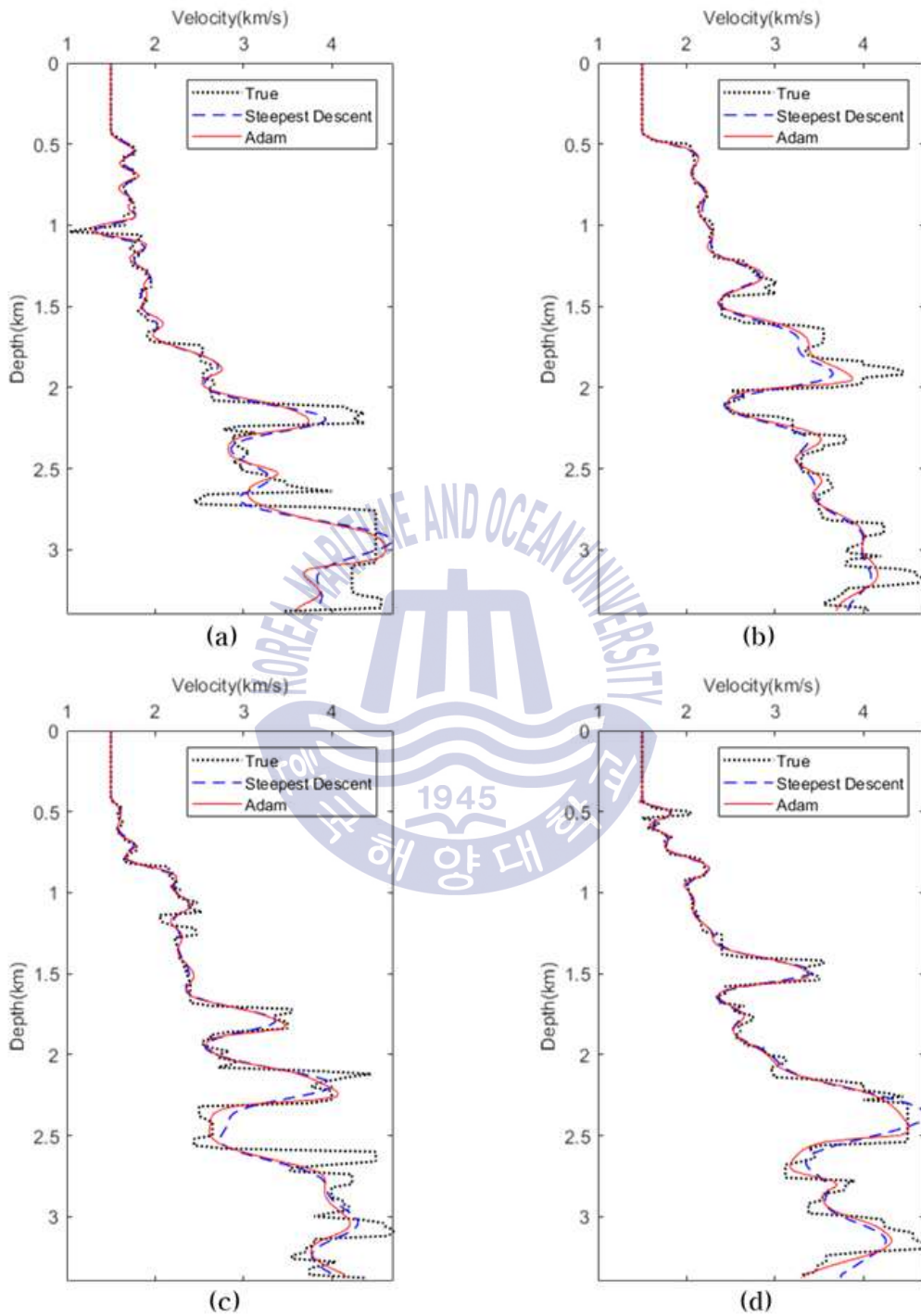
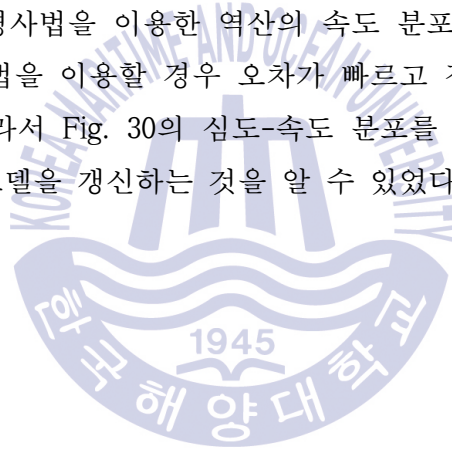


Fig. 30 Depth-velocity profiles at (a) 3.2km, (b) 9.6km, (c) 11.4km, (d) 14km with inversions using 22 receivers

Fig. 30의 (a)는 3.2km 지점에 대한 심도-속도 분포이다. 갱신 횟수 차이에도 불구하고, 제안된 역산 방법에서의 150번째 갱신 결과가 최대 경사법을 이용한 역산의 300번째 갱신 결과와 비슷한 속도 분포를 보이며 빠르고 정확한 수렴을 보였다. (b)는 9.6km에서의 심도-속도 분포이며, 두 역산 방법 모두에서 높은 정확도를 보였으나, 제안된 역산에서의 결과가 2.0~3.4km의 고속도 지역 하부 구간에 존재하는 turtle-back 구조를 훨씬 정확하게 나타낸 것을 확인하였다. 11.4km지역에 대한 결과인 (c)에서 제안된 역산은 비교적 적은 갱신 횟수에도 불구하고 전체적인 속도 분포를 잘 나타냈으며, 2km 지점 하부의 고속도-저속도층 연속 구조에 대해 정확한 속도 정보를 제시하였다. (d)는 14km 지점에서 각 역산 결과의 심도에 따른 속도 변화이다. 갱신 횟수의 차이에도 불구하고 제안된 역산과 최대 경사법을 이용한 역산의 속도 분포간의 차이가 작게 나타나며, 제안된 역산 기법을 이용할 경우 오차가 빠르고 정확하게 수렴하는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 Fig. 30의 심도-속도 분포를 통해 제안된 역산이 빠르고 정확하게 속도 모델을 갱신하는 것을 알 수 있었다.



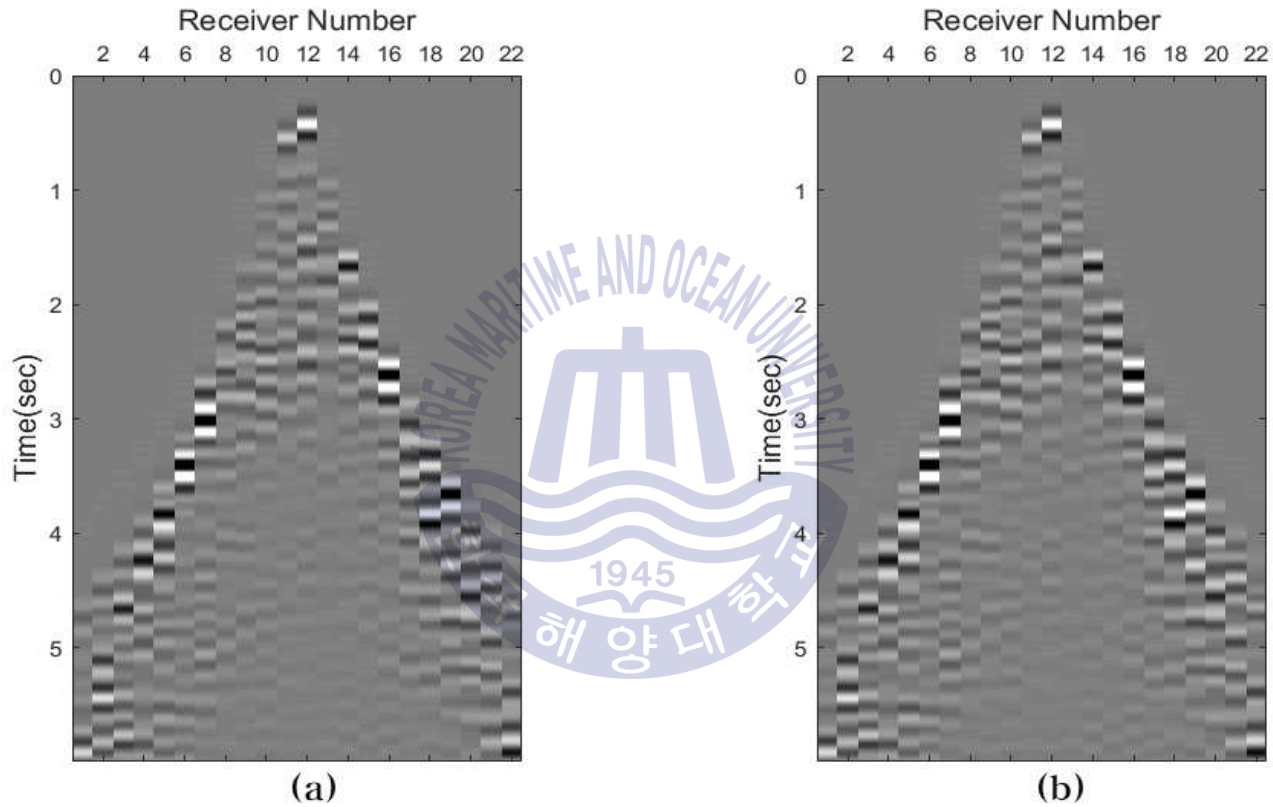


Fig. 31 Seismograms using 22 receivers at 21st shot point(8.5km)
 (a) 300th iteration with steepest descent, and (b) 150th iteration with Adam

seismogram으로 갱신된 파형을 관찰하기 위해 Fig. 31의 갱신 후 seismogram을 비교하였다. Fig. 31의 (a)와 (b)는 적은 수의 수신기로 취득한 자료이며, 최대 경사법을 이용한 역산의 300번째 갱신 속도 모델에서의 seismogram과 제안된 역산의 150번째 갱신 속도 모델에서의 seismogram이다. 수신기 수의 부족으로 인해 seismogram의 해상도는 비교적 낮으나, 제안된 역산에서 취득된 Fig. 31 (b)의 결과가 갱신 횟수 차이에도 불구하고 (a)의 결과와 유사한 것을 확인할 수 있었다. 이러한 결과를 단일 수신기에서의 신호로 갱신된 파형을 관찰한 결과는 Fig. 32와 같다. 제안된 역산에서의 신호가 전체적으로 잔차가 0에 가까운 크기를 보이는 것을 확인할 수 있다. 갱신에 따른 수신기 당 평균 잔차의 감소를 정량적으로 비교하기 위해 계산된 Fig. 33에서, 제안된 역산에서 잔차가 빠르게 감소하는 것을 확인할 수 있었다. 또한, Fig. 33에서의 수치를 일정 갱신 간격마다 표기한 Table 4에서도 제안된 역산에서의 뛰어난 결과를 확인할 수 있었다. 이를 통해 제안된 역산 방법은 적은 수의 수신기를 사용하는 환경에서도 오차가 빠르고 정확하게 수렴한다는 것을 확인하였다.

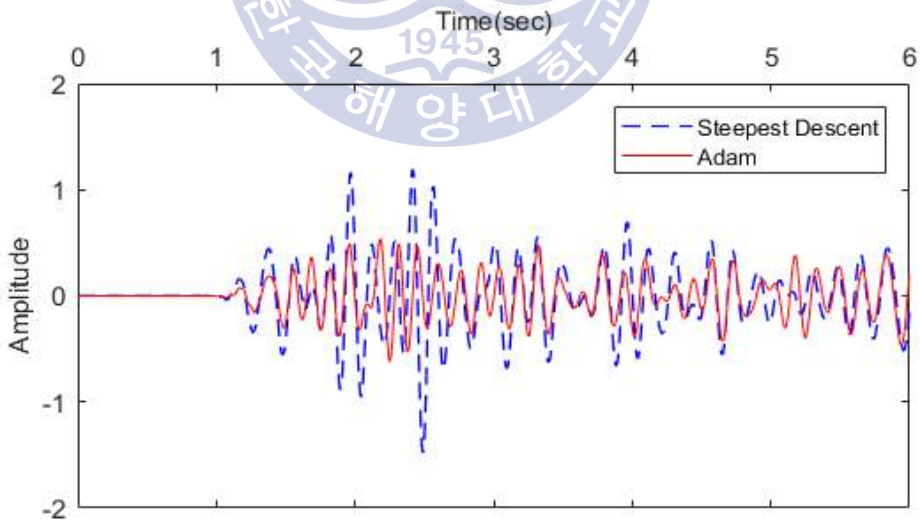


Fig. 32 Residuals at 21st shot point(8.5km) and 10th receiver point(7.2km)

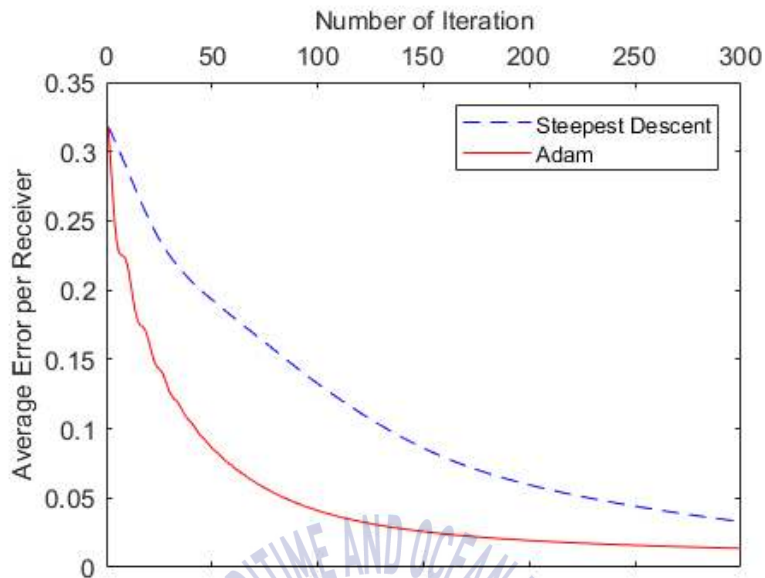


Fig. 33 Average errors per receiver of two optimization methods

Table 4 Average errors per receiver of two optimization methods

Number of iteration	Average error per trace (Steepest Descent)	Average error per trace (Adam)
1	0.3178	0.3178
50	0.1930	0.0860
100	0.1325	0.0409
150	0.0860	0.0258
200	0.0595	0.0194
250	0.0441	0.0159
300	0.0330	0.0137

제 4 장 결 론

본 연구에서는 딥 러닝 분야에서 최적화 문제에 적용되는 Adam Optimizer 기법을 탄성과 과형역산에 적용하여 새로운 역산 기법을 제시하였다. 새롭게 제시된 역산 기법의 효율성 및 정확성을 비교하기 위해 대조군으로는 일반적인 역산 방법으로 이용되는 최대 경사법을 이용한 최적화 방법을 선정하였다. 이러한 두 역산 방법의 성능 비교를 위해 인공합성 자료를 생성하여 수치 예제로 시간영역에서 완전과형역산을 수행하였다. 인공합성 자료의 생성 및 과형역산 수행을 위해, 지구물리탐사의 자료처리 분야에서 벤치마킹 자료로 활용되는 Marmousi2 모델을 선택하여 제시된 알고리즘의 우수성을 검증하고자 하였다.

수치 예제를 통해 제안된 역산 방법의 성능을 비교한 결과, 제안된 역산 방법에서 오차의 수렴 속도가 더 빨랐으며, 갱신된 속도 모델에서 높은 정확성이 나타났다. 일반적으로 과형역산은 반복적으로 지하 모델의 갱신 작업을 수행하며 방대한 시간과 비용이 소모되기 때문에 효율성이 매우 중요하다. 인공합성 자료를 이용한 수치 예제에서, 제안된 역산 방법은 일반적인 역산 방법에 비해 상대 오차가 동일한 값까지 감소하는데 2배 이상의 차이를 보이며 높은 효율성을 증명하였다. 또한, 제안된 역산 방법을 통해 갱신된 속도 모델은 일반적인 방법으로는 도출하기 힘든 고속도층 하부 구조에 대해 높은 해상도의 구조 정보 및 정확한 속도를 제공하였다. 특히 Marmousi2 모델을 이용한 수치 예제에서, 제시된 역산 결과는 고심도 지역의 turtle-back 구조, 석유층, 암염층의 하부에 대해 정확한 구조 및 속도 정보를 제공하는 것을 확인할 수 있었다.

최근 해양 탄성과 탐사에서는 OBS, OBC 등의 해저면 수신기를 이용하여 다 성분 탐사를 수행한다. 이러한 탐사 환경에서는 기존 탐사에 비해 적은 수의 수신기를 이용하며, 이는 결과적으로 역산 결과의 정확성 및 효율성을 저하시키게 된다. 따라서 본 연구에서는 제안된 역산 알고리즘이 적은 수신기를 이용하는 탐사 환경에서 정확하고 효율적으로 오차를 감소시키는지 검증하고자 하였다. 적은 수신기로 인해 취득된 정보가 적은 환경에서 역산을 수행한 결과, 수신기가 많을 때에 비하여 역산을 통해 갱신된 속도 모델에서 지층 구조의 수

평적 불연속성 및 왜곡 현상이 강하게 나타났다. 그러나 최대 경사법을 이용한 역산 결과에 비해서, 제안된 역산 결과에서는 빠른 오차 감소와 함께 지층 구조의 구분이 비교적 명확하게 나타났다. 제안된 역산의 150번째 갱신 속도 모델과 최대 경사법을 이용한 역산의 300번째 갱신 속도 모델에 대한 비교에서, 제안된 역산의 속도 모델이 turtle-back, 암염층 하부 구조, 단층 구조 등에 대해 더 높은 해상도의 결과를 도출하는 것을 확인하였다. 또한, 심도에 따른 속도 분포에서 제안된 역산 결과가 단층, turtle-back, 고속도-저속도 연속 구조, 암염층 하부 구조 등에 대해 훨씬 뛰어난 성능을 보였다.

수치 실험을 통해 Adam을 이용한 역산 알고리즘을 검증한 결과, 제안된 역산 방법은 정확하고 빠른 오차 수렴을 보인다고 판단할 수 있다. 따라서 이러한 특성을 이용하면 적은 갱신 횟수로도 정확한 속도 모델을 얻을 수 있다. 최근 수행되는 3D/4D 탐사에서는 자료 규모가 수 테라바이트에 이르기도 한다. 이러한 대규모 자료를 이용한 파형역산은 수행 시간이 몇 주에서 몇 개월까지 소요되는 등 상당한 시간을 필요로 한다. 따라서 이러한 대규모 자료에 대한 파형역산에서 제안된 역산 방법을 통해 목적함수의 최적화를 수행한다면, 역산에 필요한 시간 및 비용을 크게 절약할 수 있을 것으로 기대된다. 또한, 제안된 역산 방법은 적은 수신기를 사용하는 환경에서도 뛰어난 결과를 보였으므로, 향후 해저면 다성분 탐사 자료에 대한 파형역산에서 활용이 가능할 것으로 판단된다. 일반적으로 해저면 다성분 탐사 자료는 제한된 가용 수신기 수로 인하여 취득 신호가 골고루 분포하지 않고, 수신기에서 멀리 떨어진 지역에 대한 정확한 정보를 얻기 위해 내삽법 등을 이용하여 보완한다. 따라서 제안된 역산 방법을 이용하면 내삽법의 정확성 향상 및 초기 속도 모델로의 활용이 가능할 것으로 생각된다.

본 연구에서는 Adam 알고리즘에서 사용되는 고정 변수인 갱신 크기(α), 1차 운동량의 감쇠 비율(β_1), 2차 운동량의 감쇠 비율(β_2)를 대부분 제시된 기본적인 값으로 설정하여 파형역산을 수행하였다. 이러한 고정 변수는 Adam의 갱신 정보 계산에서 1차 운동량, 2차 운동량에 의한 효과를 조정하며 갱신 크기의 경향에 변화를 준다. 따라서 최적화 문제에서 Adam을 이용하는 경우, 모델의 특

성에 맞는 고정 변수의 사용은 최적의 오차 수렴이 가능하도록 하며 결과의 정확성에 영향을 미치게 된다. 따라서 향후 탄성과 파형역산에서 Adam을 이용한 최적화를 적용할 경우, 모델 특성에 적합한 최적의 고정 변수를 선정하여 역산을 수행하는 것은 반드시 필요한 과정이라고 생각된다.



감사의 글

지난 2년간의 석사과정을 마치며 무사히 졸업할 수 있도록 도움을 주신 많은 분들께 이 자리를 빌려 감사의 말씀을 전합니다. 이러한 성과는 저만의 노력이 아닌, 많은 분들의 도움이 있었기 때문에 가능하다는 것을 잘 알고 있습니다.

먼저 항상 많은 것을 가르쳐주시며 주도적인 연구를 할 수 있도록 배려 해주신 지도교수 정우근 교수님께 깊이 감사드립니다. 그리고 연구에 대한 것과 더불어 많은 조언을 해주신 신성렬 교수님, 연구에 필요한 통찰력을 길러주신 장원일 교수님께 감사드립니다. 또한, 전공 분야에서 큰 가르침을 주신 임종세 교수님, 윤지호 교수님께 감사드리며, 학부시절 많은 상담과 도움을 통해 이 길로 이끌어주신 유경근 교수님께 감사의 말씀을 전합니다.

연구실 생활을 함께 한 분들께도 감사의 말씀을 전합니다. 학부 시절부터 지금까지 함께하며 앞으로도 자주 볼, 항상 새로운 깨달음을 주고 배울 점이 많은 정많은 동생 다운이, 부족한 형 챙겨주고 신경써주면서 어떤 문제든 척척 해결해준 대철이, 툭툭튀는 아이디어로 문제를 해결해주는 스마트한 예리, 모르는 것도 많이 알려주고 같이 고민해주면서 바쁠 때마다 항상 도와주던 유쾌한 수민이형, 그리고 각자 맡은 일 척척해내며 열심히 하는 호랑 경민이에게 정말 감사드립니다. 그리고 대학원 생활에서 함께 입학해서 고생하고 고민도 많이 나눴던 주미, 예술이, 영일이 형 정말 고마웠습니다. 이 외에도 많은 도움을 주었던 선배님들, 후배들 그리고 숙현이 누나와 민혜 누나에게 감사의 말씀 전합니다.

마지막으로 늦게 공부한다는 아들 믿고 기다려주시고 적극적으로 응원해주신 세상에서 가장 멋진 부모님, 바쁘다는 핑계로 연락도 안하는 동생 맛있는 것도 사주고 이것저것 챙겨준 상일이 형, 성윤이 형 너무 고맙습니다.

죄송스럽게도 지면 관계상 다 적지는 못했지만, 이 외에 저에게 많은 도움을 주신 모든 분들께 다시 한 번 감사의 마음을 전합니다.

참고문헌

- Bishop, T. et al., 1985. Tomographic determination of velocity and depth in laterally varying media, *Geophysics*, 50, PP.903-923.
- Beydoun, W. B., Delvaux, J., Mendes, M., Noual, G., & Tarantola, A., 1989. Practical aspects of an elastic migration/inversion of crosshole data for reservoir characterization: a Paris basin example, *Geophysics*, 54, pp.1587-1595.
- Bording, R., Gersztenkorn, A., Scales, J., & Treitel, S., 1987. Applications of seismic traveltimes tomography, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 90, pp.285-303.
- Brandsberg-Dähl, S., Ursin, B., & M. de Hoop, 2003. Seismic velocity analysis in the scattering-angle/azimuth domain, *Geophysical Prospecting*, 51, pp.295-314.
- Bube, K., & Langan, R., 1997. Hybrid l_1/l_2 minimization with applications to tomography, *Geophysics*, 62, pp.1183-1195.
- Bunks, C., Salek, F. M., Zaleski, S., & Chavent, G., 1995. Multiscale seismic waveform inversion, *Geophysics*, 60, pp.1457-1473.
- Chung, W., Ha, T., Ha, W., & Shin, C., 2007. Robust seismic waveform inversion using back-propagation algorithm, *77th Annual International Meeting SEG, Expanded Abstracts*, pp.1780-1784.
- Claerbout, J., & Muir, F., 1973. Robust modeling with erratic data, *Geophysics*, 38, pp.826-844.
- Gauthier, O., Virieux, J., & Tarantola, A., 1986. Two-dimensional nonlinear inversion of seismic waveforms: Numerical results, *Geophysics*, 51, pp.1387-1403.
- Graves, R. W., 1996. Simulation seismic wave propagation in 3D elastic media, using staggered-grid finite differences, *Bulletin of the seismological society of America*, 86(4), pp.1091-1106.
- Ha, T., Chung, W., & Shin, C., 2009. Waveform inversion using a back-propagation algorithm and a Huber function norm, *Geophysics*, 74(3), R15-R24.

- Kingma, D., & Ba, J., 2014. Adam: A method for stochastic optimization, *arXiv preprint*, arXiv:1412.6980.
- Kolb, P., Collino, F., & Lailly, P., 1986. Pre-stack inversion of a 1-d medium, *Proceedings of the IEEE*, 74, pp.498-508.
- Lambaré, G., Virieux, J., Madariaga, R., & Jin, S., 1992. Iterative asymptotic inversion in the acoustic approximation, *Geophysics*, 57, pp.1138-1154.
- Lailly, P., 1983. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migration, *Conference on Inverse Scattering, Theory and Application, Society for Industrial and Applied Mathematics*, pp.206-220.
- Martin, G., Wiley, G., & Marfurt, K., 2006. Marmousi2: An elastic upgrade for Marmousi, *The leading edge*, 25, pp.156-166.
- Mora, P., 1987. Nonlinear two-dimensional elastic inversion of multioffset seismic data, *Geophysics*, 52, pp.1211-1228.
- Pratt, R. G., 1990. Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography. part 2: elastic wave-equation method, *Geophysical Prospecting*, 38, pp.311-329.
- Pratt, R. G., Shin, C., & Hicks, G. J., 1998. Gauss-newton and full Newton methods in frequency-space seismic waveform inversion, *Geophysical Journal International*, 133, pp.341-362.
- Pyun, S., Son, W., & Shin, C., 2009. Frequency-domain waveform inversion using an l_1 -norm objective function, *Exploration Geophysics*, 40(2), pp.227-232.
- Roden, J., & Gedney, S., 2000. Convolutional PML (CPML): An efficient FDTD implementation of the C-PML for arbitrary media, *Microwave and Optical Technology letters*, 27(5), pp.334-339.
- Shin, C., 1988. *Nonlinear elastic wave inversion by blocky parameterization*, Ph.D, University of Tulsa, OK.
- Shin, C., Yoon, K., Marfurt, K. J., Park, K., Yang, D., Lim, H. Y., Chung, S., & Shin, S., 2001. Efficient calculation of a partial-derivative wavefield using reciprocity for seismic imaging and inversion, *Geophysics*, 66, pp.1856-1863.

Shin, C., & Min, D. J., 2006. Waveform inversion using a logarithmic wavefield, *Geophysics*, 71(3), pp.R31-R42.

Tarantola, A., 1984. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation, *Geophysics*, 49, pp.1259-1266.

Tarantola, A., 1987. *Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Parameter Estimation*, Elsevier Science Publ. Co., New York.

