



공학석사 학위논문

비선형 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어기를 사용한 직류모터의 속도제어

DC Motor Velocity Control using Fuzzy PID Controller based on Kalman Filter with Nonlinear Friction Estimator



2018년 2월

한국해양대학교 대학원

제	어	계	측	공	학	과
0]			승			환



한국해양대학교 대 학 원

2017 년 12 월 2 일



본 논문을 이승환의 공학석사 학위논문으로 인준함

목 :	카
-----	---

List of Figuresiii	
List of Tablesv	
Abstract	
요약	i

제	1	장	서	론		1
1.1	연	구비	배경	•••••		1
1.2	논	문의		구성	NO OCEAN	3

제	2 장 DC 모터 속도 시스템의 모델링	4
2.1	부하가 결합된 DC 모터 속도 시스템	4
2.2	마찰 토크의 모델링	8
	2.2.1 정지 마찰	8
	2.2.2 쿨롱 마찰	9
	2.2.3 점성 마찰	9
2.3	부하가 연결된 DC 모터 시스템 시뮬레이션	0

제	3 장	칼만	필터 기반의 퍼지 PID 제어 시스템	• 14
3.1	칼만	필터	알고리즘	• 15
3.2	칼만	필터	기반의 퍼지 PID 제어기 알고리즘	• 17
	3.2.1	퍼지	PID 제어기 기본구조	• 18
	3.2.2	퍼지	화 알고리즘	• 19
	3.2.3	퍼지	제어 규칙	• 22
	3.2.4	비퍼	지화 알고리즘	• 24
	3.2.5	퍼지	PID 제어기 출력	• 25



제 4 장 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 펴지 PID 제어 시스템 …… 31

- - - 4.2.1 퍼지 추정기의 기본 구조 33
 - 4.2.2 퍼지 추정 퍼지화 알고리즘 35
 - 4.2.3 퍼지 추정 규칙 38
- 4.2.5 퍼지 마찰 추정기 출력 ······· 41
 4.3 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어 알고리즘 ······· 45
- 4.4 마찰 추정정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어기를 사용한 DC

1945

참고문헌



List of Figures

- Fig. 2.1 Equivalent model of a DC motor velocity system
- Fig. 2.2 Block diagram of DC motor velocity control system
- Fig. 2.3 Model of Coulomb friction
- Fig. 2.4 Input voltage of DC motor velocity control system
- Fig. 2.5 Angular velocity comparison of DC motor velocity control system (Coulomb friction torque : 5% rated torque)
- Fig. 2.6 Angular velocity comparison of DC motor velocity control system (Coulomb friction torque : 10% rated torque)
- Fig. 2.7 Coulomb friction torque applied to DC motor velocity control system (10% rated torque)
- Fig. 3.1 Block diagram of Fuzzy PID control system based on Kalman filter
- Fig. 3.2 Computation flowchart of Kalman filter algorithm
- Fig. 3.3 Function diagram of fuzzy PID controller
- **Fig. 3.4** Fuzzification algorithm of e^*, r^* and a^*
- Fig. 3.5 Output fuzzification algorithm for fuzzy control block 1
- Fig. 3.6 Output fuzzification algorithm for fuzzy control block 2
- Fig. 3.7 Possible input partition combinations of e^* and r^*
- Fig. 3.8 Possible input partition combinations of r^* and a^*
- Fig. 3.9 Angular velocity response of fuzzy PID control system based on Kalman filter for DC motor velocity control under Coulomb friction torque
- Fig. 3.10 Control input of fuzzy PID control system based on Kalman filter
- Fig. 3.11 Coulomb friction torque as nonlinear load (10% rated DC motor torque)
- Fig. 3.12 Innovation process of fuzzy PID control system based on Kalman filter

- Fig. 4.1 Block diagram of fuzzy PID control system based on Kalman filter with Coulomb friction estimator
- Fig. 4.2 Test for friction presence using innovation process
- Fig. 4.3 Functional diagram of a fuzzy friction estimator
- Fig. 4.4 Input fuzzification for the fuzzy friction estimator
- Fig. 4.5 Output fuzzification for fuzzy estimation block 1
- Fig. 4.6 Output fuzzification for fuzzy estimation block 2
- Fig. 4.7 Possible input partitioning for w_{ek}^{*} and w_{rk}^{*}
- Fig. 4.8 Possible input partitioning for w_{rk}^* and w_{ak}^*
- Fig. 4.9 Flowchart of state estimation algorithm based on Kalman filter with friction estimator
- Fig. 4.10 Angular velocity comparison of fuzzy PID control system based on Kalman filter whether friction estimator in or not
- Fig. 4.11 Control input comparison of fuzzy PID control system based on Kalman filter whether friction estimator in or not
- Fig. 4.12 Comparison of Coulomb friction torque and estimated Coulomb friction torque in DC motor velocity control system
- Fig. 4.13 Innovation processes comparison of Kalman filter whether friction estimator in or not



List of Tables

- Table. 2.1 Specification of DC motor
- Table. 2.2 Parameter of DC motor
- Table. 3.1 Fuzzy set definition of fuzzy PID controller
- Table. 3.2 Fuzzy control rules
- Table. 4.1 Fuzzy set definition of fuzzy friction estimator
- Table. 4.2 Fuzzy estimation rules





DC Motor Velocity Control using Fuzzy PID Controller based on Kalman Filter with Nonlinear Friction Estimator

Seung-Hwan Lee

Department of Control and Instrumentation Engineering, Graduate School, Korea Maritime and Ocean University

Abstract

Most DC motors used in industrial field are affected by friction torque as mechanical loads are connected. There are three types of friction torques such as static friction torque, viscous friction torque, and Coulomb friction torque. Static friction torque is transformed into Coulomb friction torque as soon as DC motor starts. The magnitude of viscous friction torque is assumed to be proportional to the motor angular velocity and it is linearly modeled, so that its effect is eventually contained into mathematical model of DC motor velocity control system. By the way, the type of Coulomb friction torque is nonlinear step function depending on the direction of DC motor angular velocity. By this reason, Coulomb friction torque can not be linearly modeled and thus is not contained into mathematical model of DC motor velocity control system when mechanical load is connected to DC motor. Especially, in case that excessive Coulomb friction torque is exerted, the steady state output of DC motor velocity control system is not asymptotically converged to reference input and exhibits finite steady

state error.

In order to solve this phenomenon, in this paper, a fuzzy PID control system based on Kalman filter is composed for the DC motor velocity control system subjected to system noise and measurement noise. The simulation results for this control system address that the chattering phenomenon on output by noises is normally regulated, while steady state error is occurred due to the excessive Coulomb friction torque in spite of the PID control action. As a result, it is known that the unknown Coulomb friction torque must inevitably be estimated to improve the steady state response.

At first, a method to comprise friction estimator is suggested, by using innovation process of Kalman filter. The idea to comprise friction estimator is as follows: When Kalman filter can not estimate of the state of the given control system, the stochastic average of the innovation process does not converge to zero. It means that the estimation error does not converge to zero. Therefore, it is possible to estimate unknown Coulomb friction torque based on innovation process of the Kalman filter. At second, the estimated Coulomb friction torque is fed back to compensate to predicted estimate of Kalman filter and also to generate a new control input by adding it to the output of the fuzzy PID controller.

Therefore, a method to comprise control system, named fuzzy PID control system based on Kalman filter with friction estimator, was suggested for DC motor velocity control system. In order to verify the control performance of the suggested control system several simulations were accomplished. By analyzing the simulation results, the effectiveness of the suggested control system was assured.

KEY WORDS : Nonlinear friction; Kalman filter; Fuzzy PID; Motor velocity control



비선형 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어기를 사용한 직류모터의 속도제어

이승환

한국해양대학교 대학원 제어계측공학과

산업현장에서 많이 쓰이는 DC 모터는 부하가 연결됨에 따라 마찰 토크의 영 향을 받게 된다. 마찰 토크는 크게 정지 마찰 토크, 점성 마찰 토크, 쿨롱 마 찰 토크 세 가지로 구분되는데, 이중에서 쿨롱 마찰 토크는 비선형 마찰 토크 로서 모터의 제어 성능을 저하시키는 주요한 원인으로 작용되고, 사용자가 원 하는 모터의 각속도를 출력하지 못하도록 한다. 또한 모터시스템은 시스템 잡 음과 측정 잡음의 영향으로 인하여 정상상태에서 채터링하는 현상을 가지며 이 로 인해 정상상태 제어 성능이 저하되는 원인이 된다.

DC 모터 속도 제어시스템에 있어서 잡음의 영향으로 인하여 정상상태에서 성 능저하 현상을 해결하기 위하여 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템을 구성 하였다. 구성된 제어시스템을 대상으로 시뮬레이션을 수행한 결과 잡음의 영향 은 크게 감소하여 안정된 출력을 나타냈지만, 시스템에 작용하는 쿨롱 마찰 토 크의 영향으로 인해서 각속도가 기준입력에 도달하지 못하고 정상상태오차를 나타내었다. 그 이유는 칼만 필터 알고리즘에 모터 시스템의 입력 전압과 같은 알려진 입력만 반영되고 비선형 마찰인 쿨롱 마찰 토크와 같은 미지의 입력은 반영되지 않았기 때문이다. 다시 말하면, 시스템의 실제 상태와 필터 추정치 사이의 추정 오차가 커지게 되고, 이러한 경우 이노베이션 프로세스의 값은 커

- viii -

지지만 칼만 이득은 작아서 필터의 보상이 제대로 이루어지지 않기 때문에 정 상상태에서 추정 오차를 0으로 수렴시킬 수 없기 때문이다.

위와 같은 문제를 해결하기 위해 칼만 필터의 이노베이션 프로세스를 이용하 여 쿨롱 마찰 토크를 추정하는 마찰 추정기 구성방법을 제안하였다. 마찰 추정 기로부터 추정된 마찰 토크를 퍼지 PID 제어기의 제어입력에 피드백 시킴으로 써 마찰 토크를 보상할 수 있는 새로운 제어입력을 생성하는데 사용하고 또한 칼만 필터의 정확한 상태 추정에 활용하도록 한다.

이와 같은 기능을 통합한 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제 어시스템을 제안하였고 DC 모터의 속도 제어시스템 문제에 적용하였다. 비선형 쿨롱 마찰 토크가 인가되는 부하가 결합된 DC 모터의 속도 제어시스템을 대상 으로 시뮬레이션을 수행하였으며, 그 결과를 바탕으로 제안된 제어시스템의 성 능검증과 타당성을 입증하였다.

키워드 : 비선형 마찰; 칼만 필터; 퍼지 PID; 모터 속도 제어





제1장서론

1.1 연구배경

ATTIME AND OCEAN

DC 모터는 산업현장에서 널리 사용되고 있고, 부하가 연결된 DC 모터 시스 템은 크게 2가지 부분으로 나뉘는데, 기계적인시스템 부분과 전기적인시스템 부분으로 나뉜다. 기계적인 시스템에서 시스템의 특성에 따라 다양한 마찰력이 존재하게 된다. DC 모터 시스템에서 마찰력은 모터의 각속도 제어를 수행할 때, 각속도 제어 정밀도를 저해하는 주요한 외란으로 작용하게 된다. 마찰의 형 태로는 점성마찰(viscous friction), 정지마찰(static friction), 쿨롱마찰(Coulomb friction) 등이 있다. 마찰은 접촉면간의 상대운동이 있는 경우나 상대 운동을 일으키려는 경우에 발생하는데 기계 시스템에 나타나는 마찰의 형태는 크게 선 형 마찰과 비선형 마찰로 구분할 수 있다. 그 중에서 선형 마찰에는 점성마찰 이 있다. 점성 마찰 토크는 마찰 토크의 크기가 각 속도에 비례한다는 가정하 에 선형화되어 모델링됨으로써 제어시스템 설계에 반영되어 제어시스템을 설계 하는데 큰 어려움을 주지 않는다. 그러나 제어시스텎을 설계 하는데 어려움을 주는 것은 비선형 마찰에 포함되는 정지마찰과 쿨롱마찰이다. 이러한 비선형 마찰 토크는 비선형적이고 크기 또한 알려져 있지 않아 제어시스템 성능저하의 큰 원인이 된다. 과도한 비선형 마찰 토크가 포함된 모터-부하 시스템에서는 PID 제어기 등의 선형 제어 방식으로는 각속도 제어 정밀도에 대하여 한계를



- 1 -

가지고 있다. 이러한 제어시스템 성능 저하를 개선하기 위하여 마찰 토크에 대 한 다양한 마찰 보상 알고리즘이 연구되었다. 이중에서 제어시스템에서 다양하 게 나타나는 마찰에 대한 보상기를 구현하는 것으로 임펄스 제어, 외란 관측기 등의 다양한 방식이 소개되었다[1]~[3].

한편 PID 제어기는 시스템 잡음을 받지 않는다는 가정하에 우수한 성능을 가 진다. 하지만 DC 모터 제어 시스템들은 실제 현장에서 대부분 시스템 잡음과 측정 잡음 등의 영향을 받고 있다. 이러한 시스템 잡음과 측정 잡음으로 인하 여 정상상태에서 우수한 제어 성능을 가질 수 없다. 이중에서 시스템 잡음과 측정 잡음의 특성이 평균이 0이고 백색 가우시안 잡음이라는 가정하에 시스템 의 상태 추정을 위하여 칼만 필터가 널리 사용되고 있다. 하지만 잡음만 시스 템에 포함된 것이 아니라 DC 모터와 연결된 부하에 과도한 쿨롱 마찰 토크가 인가되는 시스템이라면 칼만 필터는 시스템의 상태 추정에 실패 할 것이다.

칼만 필터 알고리즘에는 DC 모터 제어 시스템의 제어 입력 전압과 같은 알 려진 입력만 반영되고 쿨롱 마찰 토크와 같은 미지의 입력은 반영되지 않기 때 문에, 시스템의 실제 상태와 필터 추정치 사이의 추정 오차가 커지게 된다. 이 러한 경우 이노베이션 프로세스의 값은 커지지만 칼만 이득은 작아서 필터의 보상이 제대로 이루어지지 않기 때문에 정상상태에서 추정오차를 0으로 수렴시 킬 수 없다.

본 논문에서는 위의 문제와 같이 DC 모터 속도 제어시스템에 잡음과 쿨롱 마찰 토크가 동시에 인가되는 경우 DC 모터 제어시스템의 각속도 제어 정밀도 향상을 위하여 쿨롱 마찰 토크를 추정하여 제어하는 방법을 제안한다. 제안하 는 방법은 칼만 필터 기반의 마찰 추정 알고리즘을 결합한 퍼지 PID제어기를 사용하는 방법이다. 부하가 연결된 모터 제어 시스템에서 쿨롱 마찰 토크의 영 향으로 인하여 기준 입력 값에 대한 정상상태오차가 발생한다. 이를 해결하기 위한 방법으로 본 논문에서는 칼만 필터의 이노베이션 프로세스를 활용한 마찰 추정 알고리즘을 구성하여 쿨롱 마찰 토크를 추정한 다음, 이를 칼만 필터로 보상하고 새로운 제어 입력을 생성하는데 피드백 시킴으로써 궁극적으로 정상 상태오차를 제거하는 칼만 필터 기반의 마찰 추정 알고리즘이 결합된 퍼지 PID 제어시스템 설계를 제안한다. 제안하는 방법에 대하여 다양한 조건하에 시뮬레

이션을 수행하고, 시뮬레이션 결과를 분석함으로써 유효성을 검증한다.

1.2 논문의 구성

본 논문의 제2장에서는 부하가 결합된 DC 모터 속도 시스템을 모델링 하고, 시스템의 성능을 저해하는 요소인 마찰 모델들에 대하여 설명한다. 그리고 논 문에서 수행할 시뮬레이션에 사용될 DC 모터의 파라미터를 제시하고, DC 모터 시스템의 부하로 쿨롱 마찰 토크가 인가되었을 경우와 인가되지 않을 경우의 각속도를 비교하여 각속도에 대한 쿨롱 마찰 토크의 영향을 고찰한다.

제3장에서는 쿨롱 마찰 토크와 시스템 잡음, 측정 잡음이 인가된 DC 모터 속 도 시스템의 정상상태 성능을 개선할 목적으로 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제 어시스템을 설계한다. 먼저 칼만 필터 알고리즘에 대하여 설명하고, 칼만 필터 가 결합된 퍼지 PID 제어시스템의 기본 구조를 설명한다. 퍼지 PID 제어기를 설계하는 알고리즘을 설명하고 2장에서 시뮬레이션을 수행한 부하가 결합된 DC 모터 속도 시스템을 대상으로 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어기를 사용한 시뮬레이션을 수행하고, 그 결과를 분석함으로써 제어시스템의 성능을 고찰한 다.

제4장에서는 DC 모터 속도 시스템에 잡음과 쿨롱 마찰 토크가 인가된 경우, 칼만 필터의 이노베이션 프로세스를 사용하여 쿨롱 마찰 토크의 유무를 판단하 고, 쿨롱 마찰 토크를 추정하는 퍼지 마찰 추정 알고리즘을 제안한다. 이 마찰 추정 알고리즘을 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어 알고리즘과 결합시킨 DC 모 터 속도 제어시스템을 제안한다. 제안하는 마찰 추정 알고리즘과 칼만 필터 기 반의 퍼지 PID 제어시스템의 성능을 검증하기 위하여 DC 모터 속도 제어시스 템을 대상으로 시뮬레이션을 수행하고, 그 결과를 분석함으로써 제어 성능을 평가한다.

마지막으로 제5장에서는 본 논문을 전체적으로 평가하고 결론을 맺는다.



제 2 장 DC 모터 속도 시스템의 모델링

2.1 부하가 결합된 DC 모터 속도 시스템

DC 모터는 고정자로 영구자석을 사용하고, 회전자(전기자)로 코일을 사용하 여 구성한 것으로, 전기자에 흐르는 전류의 방향을 전환함으로써 회전력을 생 성시키는 모터이다. 전압을 인가하면 회전속도가 출력되는 시스템으로 정상상 태의 회전속도가 입력전압에 비례한다. DC 모터 시스템의 구조는 크게 전기적 인 시스템(electronic system)과 기계적인 시스템(mechanical system)이 결합된 전기-기계 시스템이다. DC 모터의 전기자회로 부분은 전기저항과 DC 모터 내 부 권선의 인덕턴스로 표현된다. 그림 2.1은 부하가 연결된 DC 모터 속도 시스 템의 등가모델을 나타낸 그림이다. 부하로는 관성 부하, 점성 부하, 쿨롱 마찰 부하가 발생하는 것으로 가정한다.

그림 2.1에서 전기자 회로 부분에서 보는 것과 같이 DC모터에 흐르는 전류는 입력전압에 의해 제어되고 전기자 회로에 대해 키르히호프 전압 법칙으로부터 유도되며 모터의 전기적 동적 방정식은 식 (2.1)과 같이 표현된다. 여기서 e_a 는 전기자 회로에 인가되는 입력전압이고, R_a 와 L_a 는 각각 전기자 회로의 저항과 전기자 회로의 인덕턴스이고, i_a 는 전기자 전류이다.

$$e_{a}(t) = e_{b}(t) + R_{a}i_{a}(t) + L_{a}\frac{d}{dt}i_{a}(t)$$
(2.1)

- 4 -



그림 2.1 DC 모터 속도 시스템의 등가모델 Fig. 2.1 Equivalent model of a DC motor velocity system

THE AND OCF

모터의 축이 회전하게 되면, 역기전력 전압이 발생하는데 이는 식 (2.2)과 같 이 모터의 회전 속도에 비례한다. 여기서 e_b 는 역기전력, K_b 는 역기전력 상수, w(t)는 회전자의 각속도이다. 역기전력 상수는 모터의 물리량과 관계가 있다. $e_b(t) = K_b w(t)$ (2.2)

모터의 회전축에서 발생하는 토크는 전기자 회로에 전압이 인가되면 발생하는 전기자 전류에 비례하는데, 식 (2.3)과 같이 표현된다. 여기서 τ_m 은 모터의 회전축에서 발생하는 토크이고, K_m 은 토크 상수이다.

 $\tau_m(t) = K_m i_a(t) \tag{2.3}$

토크 상수는 모터의 전자기적 물리량과 관계가 있다.

모터와 결합된 부하 즉, 기계적인 부분에 대한 동적 방정식은 뉴턴의 운동 방정식으로부터 유도되고, 식 (2.4)와 같이 표현된다. 여기서 J_T 는 모터 회전자 관성과 부하의 회전 관성을 모터 측으로 환산한 전체 회전 관성 모멘트이며 회 전자의 질량과 길이, 지름 등에 의해 정해지고, 모터의 동적 특성에 큰 영향을

미친다. B_T 는 모터의 점성과 부하의 점성을 모터 측으로 환산한 전체 점성 마찰 계수로서 베어링 등의 기계적 마찰에 의하여 모터의 회전 속도에 비례하여 점성 마찰 토크를 발생시키는 비례상수이다. $\tau_l(t)$ 은 모터에 연결된 부하의 쿨 롱 마찰 토크를 모터 측으로 환산한 것이다.

$$J_T \frac{d}{dt} w(t) + B_T w(t) = \tau_m(t) - \tau_l(t)$$
(2.4)

식 (2.1)에 식 (2.2)를 대입하고, 식 (2.4)에 식 (2.3)을 대입하여 전류와 각속도 에 대하여 정리하면 아래와 같이 식 (2.5)와 식 (2.6)으로 표현된다.

$$L_{a}\frac{d}{dt}i_{a}(t) + R_{a}i_{a}(t) + K_{b}w(t) = e_{a}(t)$$
(2.5)

$$J_T \frac{d}{dt} w(t) + B_T w(t) = K_m i_a(t) - \tau_l(t)$$
(2.6)

DC모터에 부하가 연결된 속도 제어 시스템은 상태벡터를 $x(t) = [w(t) i(t)]^T$ 로 정의하고, u(t) = e(t)를 입력 전압, $\tau_l(t)$ 를 시스템에 인가되는 쿨롱 마찰 토 크로 정의하면 식 (2.7)과 같은 상태 공간 방정식을 구할 수 있다[4]. 여기서 w(t)와 v(t)는 평균이 0이고, 백색 가우시안 특성을 가지는 잡음으로서 DC 모 터 속도 제어시스템의 시스템 잡음과 측정 잡음으로 인가된다고 가정하였다.

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + D \tau_l(t) + \omega(t) \bigcirc t$$
(2.7)

$$y(t) = Cx(t) + v(t)$$
 (2.8)

여기서 행렬 *A*, *B*, *C*, *D* 는 다음과 같고, 그림 2.2는 DC 모터 속도 제어시스 템의 블록 다이어그램이다.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{B_T}{J_T} & \frac{K_m}{J_T} \\ -\frac{K_b}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_a} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_T} \\ 0 \end{bmatrix}$$

아래의 표 2.1과 표 2.2는 본 논문의 시뮬레이션에서 사용된 DC모터의 사양 과 파라미터이다.

표 2.1 DC모터의 사양

Table. 2.1 Specification of DC motor

Cro	ouzet - 89 850 0	08	
Voltage	(V)	24	
Speed	(rpm)	3000	
Torque	(Nm)	0.1197	42'
Power output	(<i>W</i>)	35	
Current	(A)	1.9	



표 2.2 DC모터의 파라미터

Table. 2.2 Parameter of DC motor

Parameter	Unit	Descriptions	Value
K_m	(Nm/A)	Torque constant	0.063
K_{b}	(Vs)	Back emf constant	0.063
R_{a}	(Ω)	Armature resistance	2.9
L_a	(H)	Armature inductance	0.002
J_m	(kgm^2)	Inertia moment of rotor	0.000016
B_m	(Nm/A)	Viscous friction coefficient	0.0001465
J_l	(kgm^2)	Inertia moment of load	0.0008
B_l	(Nm/A)	Viscous friction coefficient of load	0.007325
gear ratio		gear ratio	1:10





그림 2.2 DC 모터 속도 제어시스템의 블록 다이어그램 Fig. 2.2 Block diagram of DC motor velocity control system

2.2 마찰 토크의 모델링

마찰은 기계적인 시스템에서 많은 연구가 진행되어져 왔다. 마찰은 접촉면에 서 상대적인 운동하는 동안 존재하는 접선반력으로, 이 반력은 물체의 벌크와 표면 물질의 특성, 물체의 상대적인 속도, 접촉 기하학과 윤활유의 존재 등에 따라 달라지는 기계적인 부분의 결과이다.

부하가 결합된 DC 모터 속도 제어 시스템의 기계적인 부분에서 마찰 토크는 정확한 각속도 제어에 대해 정밀도를 저해하는 주요한 외란으로 작용한다. 마 찰은 크게 세 가지로 정지마찰, 쿨롱마찰, 점성마찰로 구분된다. 점성 마찰 토 크는 그 크기가 각속도에 비례한다는 가정하에 선형화되어 모델링됨으로써 제 어시스템 설계시에 대상 시스템의 수학 모델 일부로 반영된다. 그러나 쿨롱 마 찰 토크와 같은 비선형 마찰 토크는 비선형적이고 크기 또한 알려져 있지 않아 DC 모터 속도 제어시스템 성능저하의 큰 원인이 된다[5].

2.2.1 정지 마찰

Collection @ kmou

물체를 회전시키기 위하여 토크를 주면 토크의 크기가 일정 이상이 되기까지 물체는 회전하지 않는다. 정지 마찰 토크는 상대적 회전속도가 없을 때 생기고, 물체가 회전하지 않도록 한다. 정지 마찰 토크를 f_s라고 하면, 마찰 토크는 아 래와 같이 식 (2.9)로 표현된다.

 $\tau_{s} = f_{s} \left(w = 0 \right)$

2.2.2 쿨롱 마찰

쿨롱 마찰 토크는 모터의 각속도에 비례하지 않고, 각속도의 방향과 반대방 향으로 작용하며 물체가 회전하는 동안 일정한 크기를 갖는다고 가정한다. 쿨 롱 마찰 토크는 정지 마찰 토크보다 더 작으며, 쿨롱 마찰은 운동 마찰로 불리 며 아래와 같이 식 (2.10)과 그림 2.3으로 표현된다[6].

 $\tau_c = f_c \, sgn(w) \tag{2.10}$

AF AND OCEAN

w > 0, $\tau_c = f_c$

w < 0, $\tau_c = -f_c$

2.2.3 점성 마찰

점성 마찰 토크는 접촉면 사이에 액체가 있는 경우에 발생하며, 이 마찰은 마찰 계수를 감소시킨다. 점성 마찰 계수 f_v 는 쿨롱 마찰 계수 f_c 보다 작다. 점성 마찰 토크는 아래와 같이 식 (2.11)으로 표현된다.

1945

 F_c

 $E = \zeta$

 $\rightarrow w$

 $\tau_v = f_v w$

(2.11)



 $-F_c$

Fig. 2.3 Model of Coulomb friction

- 9 -



(2.9)

본 논문에서 DC 모터 제어시스템에 인가되는 마찰 토크로는 선형화되어 수 학 모델에 반영된 점성 마찰 토크와 그 크기를 모르면서 DC 모터의 속도 제어 에 큰 영향을 미치는 미지의 외란으로 간주한 쿨롱 마찰 토크이다.

2.3 부하가 연결된 DC 모터 시스템 시뮬레이션

그림 2.2와 같이 부하가 연결된 DC 모터 속도 제어시스템의 제어 성능을 검 증하기 위하여 다음과 같은 수학 모델을 기반으로 하여 인가되는 잡음 특성과 쿨롱 마찰 토크를 고려한 시뮬레이션을 수행하고자 한다. 식 (2.12)와 (2.13)은 식 (2.7)과 식 (2.8)로 주어지는 상태공간방정식에 대하여 표 2.2의 파라미터를 대입하고 샘플링 시간 0.01초로 이산화 시킨 이산상태공간방정식이다.

 $\begin{aligned} x_{k} &= \begin{bmatrix} 0.5241 & 0.9963 \\ -0.012 & -0.0227 \end{bmatrix} x_{k-1} + \begin{bmatrix} 6.4608 \\ 0.2123 \end{bmatrix} u_{k-1} + \begin{bmatrix} -313.218 \\ 6.4608 \end{bmatrix} \tau_{l_{k-1}} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_{k-1} \quad (2.12) \\ \omega_{k-1} &\sim N(0, 0.01^{2}) \\ z_{k} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_{k} + v_{k} \\ v_{k} &\sim N(0, 0.5^{2}) \end{aligned}$ (2.13)

여기서 $x_k = [w_k \ i_k]^T$, $u_k = e_k$ 이고, τ_{l_k} 는 시스템에 인가되는 쿨롱 마찰 토크로 정의한다. 기계적인 부하로 인해 인가되는 쿨롱 마찰 토크는 본 논문에서 사용 한 DC 모터 정격토크의 5%와 10%로 설정하였다. 입력전압 e_k 은 $0s \sim 2s$ 일 때 $24V, 2s \sim 4s$ 일 때 12V로 설정하였다.

그림 2.4는 DC모터 속도 제어시스템에 인가된 입력전압을 나타낸 그래프이 다. 그림 2.5와 그림 2.6은 각각 DC 모터 정격토크의 5%와 10%로 설정한 쿨롱 마찰 토크가 인가된 DC 모터 속도 제어시스템의 각속도와 쿨롱 마찰 토크가 인가되지 않은 시스템의 각속도를 비교한 그래프이다. 빨간색 선이 쿨롱 마찰 토크가 인가된 시스템이고 파란색 선이 쿨롱 마찰 토크가 인가되지 않은 시스 템이다. 쿨롱 마찰 토크가 인가된 시스템은 인가되지 않은 시스템보다 시스템 의 출력인 각속도가 감소한 것을 볼 수 있고, 쿨롱 마찰 토크가 커짐에 따라 각속도의 감소폭도 증가함을 볼 수 있다. 또한 측정 잡음과 시스템 잡음의 영



향으로 정상상태에서 채터링 현상이 나타남을 볼 수 있다. 그림 2.7은 DC 모터 속도 제어시스템에 인가된 쿨롱 마찰 토크를 나타낸 것으로 정격토크의 10%이 다.



그림 2.4 DC 모터 속도 제어시스템의 입력 전압 Fig. 2.4 Input voltage of DC motor velocity control system





그림 2.6 DC 모터 속도 제어시스템의 각속도 비교 (쿨롱 마찰 토크 : 정격토크의 10%)

Fig. 2.6 Angular velocity comparison of DC motor velocity control system (Coulomb friction torque : 10% rated torque)



그림 2.7 DC 모터 속도 제어시스템에 인가된 쿨롱 마찰 토크 (정격토크의 10%) Fig. 2.7 Coulomb friction torque applied to DC motor velocity control system (10% rated torque)



제 3 장 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어 시스템

이번 장에서는 부하가 연결된 DC 모터 속도 제어시스템에서 측정 잡음과 시 스템 잡음의 영향으로 인하여 출력인 각속도가 정상상태에 수렴하지 못하고 채 터링 현상을 나타내는 문제점을 해결할 목적으로 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템 설계에 대하여 설명한다. 먼저 시스템의 상태 추정에 널리 사용되 고 있는 칼만 필터 알고리즘에 대하여 알아보고, 이를 퍼지 PID 제어기와 결함 함으로써 정상상태 제어성능을 개선시키는 방법을 전개한다. 부하가 연결된 DC 모터 시스템을 대상으로 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템을 구성한 후 시뮬레이션을 통해 시스템의 각속도 제어에 대한 성능을 평가한다.



그림 3.1 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템의 블록선도 Fig. 3.1 Block diagram of Fuzzy PID control system based on Kalman filter

- 14 -

그림 3.1은 부하가 결합된 DC 모터 속도제어를 위하여 이번 장에서 제시한 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템의 블록선도를 나타낸 것이다.

3.1 칼만 필터 알고리즘

칼만 필터는 직전 샘플링 시간에서에 추정한 상태를 토대로 하여 현재의 상 태를 추정하고, 직전 샘플링 시간 외의 측정치나 상태 추정값은 사용하지 않는 순환 알고리즘이다. 알고리즘에서 추정 계산 단계는 예측 단계와 보정 단계, 두 단계로 이루어진다. 먼저 예측 단계는 이전 시간에 추정된 상태에 대해, 그 상 태에서 입력을 인가했을 때 예상되는 상태를 계산한다. 그리고 보정 단계는 앞 에서 계산된 예측 상태와 실제로 측정된 상태의 차이를 계산하고 칼만 이득을 곱하여 상태를 보상함으로써 현재 시간에서의 신뢰할 수 있는 상태 추정치를 계산한다. 이를 토대로 직전 샘플링 시간에서의 DC 모터의 각속도 추정치와 수 학 모델을 이용하여 현재 시간에서의 각속도 예측 추정치를 계산하고, 현재 시 간에서의 시스템 잡음과 측정 잡음을 포함한 DC 모터 시스템의 각속도 측정치 와 예측 측정치와의 차에 적절한 가중행렬을 곱하여 계산한 보상치를 더함으로 써, 현재 샘플링 시간에서의 필터 추정치를 계산하는 알고리즘이다. 그림 3.2는 샘플링 시간 k 에서의 필터 추정치 \hat{x}_k 를 구하는 칼만 필터 알고리즘의 계산 흐름 선도를 나타낸 것이다[7][8].

칼만 필터 알고리즘을 적용시키기 위하여 식 (2.7)과 식 (2.8)을 다음과 같은 시불변 이산시간확률시스템으로 변환한다. $x_k = [w_k \ i_k]^T$, $u_k = e_k$ 이고, τ_{l_k} 는 부 하로 인해 인가되는 쿨롱 마찰 토크로, $\omega_k \sim N(0, Q_k)$, $v_k \sim N(0, R_k)$ 로서 각각 시스템 잡음과 측정 잡음으로 정의한다.

$$x_k = A x_{k-1} + B u_{k-1} + D \tau_{k-1} + E \omega_{k-1}$$
(3.1)

$$z_k = Cx_k + v_k \tag{3.2}$$

식 (3.1)과 식 (3.2)는 부하가 연결된 DC 모터 시스템의 이산시간 상태 방정식 과 측정 방정식이다. ω_{k-1} 는 시스템 잡음이고 v_k 는 측정 잡음으로서 평균이 0 인 백색 가우시안 분포를 가진다고 가정한다.



그림 3.2 칼만 필터 알고리즘 계산 흐름선도 Fig. 3.2 Computation flowchart of Kalman filter algorithm

칼만 필터 알고리즘을 보면 우선 초기시간에서 주어지는 필터 공분산과 필터 추정치의 초기값을 P₀, \hat{x}_0 로 정의한다. 이후 칼만 필터 알고리즘에 따라 현재 샘플링 시간 k 에서의 각속도와 전류의 예측추정치 \hat{x}_k (-)는 이전 샘플링 시간 k-1에서의 필터 추정치 \hat{x}_{k-1} 를 바탕으로 식 (3.3)과 같이 구할 수 있고, 예측 공분산 P_k(-)은 이전 샘플링 시간 k-1에서의 필터 공분산 P_{k-1}을 바탕으로 식 (3.4)와 같이 구할 수 있다.

$$\hat{x}_{k}(-) = A \hat{x}_{k-1} + B u_{k-1} \tag{3.3}$$

 $P_{k}(-) = AP_{k-1}A^{T} + Q \tag{3.4}$

다음 단계에서는 현재 샘플링 시간 k에서의 가중 행렬인 칼만 이득 K_k를 계산한다. 칼만 이득은 예측 공분산 P_k(-)을 바탕으로 식 (3.5)와 같이 구할 수 있다.

$$K_k = P_k(-) C^T [CP_k(-)C^T + R]^{-1}$$
(3.5)

필터 추정치 \hat{x}_k 는 예측 추정치 \hat{x}_k (-)와 칼만 이득 K_k 을 바탕으로 식 (3.6)과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{x}_{k} = \hat{x}_{k}(-) + K_{k}[z_{k} - C\hat{x}_{k}(-)]$$
(3.6)

마지막으로 다음 샘플링 시간에서의 예측 공분산 $P_{k+1}(-)$ 을 구하기 위해서 필터 공분산 P_k 를 계산한다. 필터 공분산은 예측 공분산과 칼만 이득 K_k 을 바 탕으로 식 (3.7)과 같이 구할 수 있다.

$$P_{k} = P_{k}(-) - K_{k} C P_{k}(-)$$
(3.7)

3.2 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어기 알고리즘

이번 장에서는 부하가 연결된 DC 모터 속도 제어시스템에서 쿨롱 마찰 토크 의 영향으로 인하여 정상상태에서 기준입력에 도달하지 못하고 정상상태오차를 표출한 문제를 해결하기 위하여 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템 설계에

대하여 설명한다. 사용한 퍼지 PID 제어기의 기본구조와 퍼지 PID 제어기의 각 과정의 알고리즘을 설명하고 마지막으로 부하가 연결된 DC 모터 속도 제어시 스템에 대하여 퍼지 PID 제어기를 사용한 시뮬레이션을 수행함으로써 각속도 제어에 대한 성능평가 결과를 설명한다.

3.2.1 퍼지 PID 제어기 기본 구조

본 논문에서 사용한 퍼지 PID 제어기에서 제어기의 입력은 칼만 필터의 출력 인 각속도 \hat{z}_k 를 피드백 시킴으로써 기준입력과의 차를 이용하여 세 가지 입력 변수인 오차, 오차의 변화율, 오차의 변화율에 대한 변화율을 사용한다. 이 세 입력을 스케일 파라미터를 이용하여 정규화된 입력으로 만들고, 이 정규화 된 입력을 바탕으로 퍼지화기와 퍼지 규칙, 비퍼지화기를 포함하는 서로 다른 두 개의 퍼지 제어 블록 1과 퍼지 제어 블록 2로 구성되어 있다. 비퍼지화를 통한 두 퍼지 제어 블록의 출력값을 더함으로써 퍼지 PID제어기의 출력을 구할 수 있다. 그림 3.3은 DC모터의 각속도 제어를 위해 사용된 퍼지 PID 제어 알고리 즘 기능선도를 나타낸 것이다[9][10].

퍼지 PID 제어기에 사용되는 입력은 식 (3.8) ~ (3.14)로 정의된다. *T*는 샘플 링 시간을 나타내고, w_k , e_k , r_k , a_k 는 각각 샘플링 시간에서 시스템의 출력인 각 속도, 오차(error), 오차의 시간 변화율(rate), 오차 변화율의 시간 변화율(acc)을 나타내며, GE_k , GR_k , GA_k , GU_k 는 각각 e_k , r_k , a_k 을 정규화 시키기 위한 퍼지



그림 3.3 퍼지 PID 제어기의 기능 선도 Fig. 3.3 Function diagram of fuzzy PID controller

Collection @ kmou

- 18 -

화 스케일 파라미터이다. e^*, r^*, a^* 는 정규화 된 입력 변수이다. 출력은 식 (3.15) 과 식 (3.16)로 표현된다.

$$e_k = ref_k - \hat{z}_k \tag{3.8}$$

$$e^* = GE_k \times e_k \tag{3.9}$$

$$r_k = [e_k - e_{k-1}]/T (3.10)$$

$$r^* = GR_k \times r_k \tag{3.11}$$

$$a_k = [r_k - r_{k-1}]/T \tag{3.12}$$

$$= [e_k - 2e_{k-1} + e_{k-2}]/T^2$$
(3.13)

$$a^* = GA_k \times a_k \tag{3.14}$$

GU는 출력 dU_k 의 스케일 파라미터로서 퍼지 PID 제어기의 제어 이득을 계 산하는데 사용된다. dU_1 과 dU_2 는 각각 퍼지 제어블록1과 퍼지 제어블록2에서 의 출력을 나타내고 u_k 는 제어 입력인 전압을 의미한다.

$$dU_k = dU_1 + dU_2 \tag{3.15}$$

(3.16)

$$u_k = du_k + u_{k-1}, \quad du_k = GU_k \times dU_k$$

3.2.2 퍼지화 알고리즘

그림 3.4는 퍼지 PID 제어기의 입력으로 사용되는 e_k, r_k, a_k 에 퍼지화 스케일 파라미터를 이용하여 정규화된 정규화 입력변수 e^*, r^*, a^* 를 퍼지집합으로 사상 시키는 퍼지화 알고리즘을 나타낸 것이다. e^*, r^*, a^* 는 각각 2개의 퍼지 집합으 로 퍼지화된다. e^* 는 EP와 EN, r^* 은 RP와 RN, a^* 는 AP와 AN의 퍼지집합 을 갖는다.

그림 3.5와 그림 3.6은 *output*1과 *output*2가 각각 퍼지 제어블록1과 퍼지 제어 블록2의 퍼지 제어규칙1과 퍼지 제어규칙2에 대한 퍼지 출력을 나타낸 것이다. *output*1은 OP, OZ, ON의 세 개의 멤버를 갖는 퍼지집합으로 퍼지화되고,

output2는 OPM, ONM의 두 개의 멤버를 갖도록 퍼지화된다. 표 3.1은 각각 퍼지 집합의 정의를 나타낸 것이다.

표 3.1 퍼지 PID 제어기의 퍼지 집합 정의

Table. 3.1 Fuzzy set definition of fuzzy PID controller

EP	Error Positive	EN	Error Negative
RP	Rate Positive	RN	Rate Negative
AP	Acc Positive	AN	Acc Negative
OP	Output Positive	ON	Output Negative
OZ	Ouput Zero		
OPM	Output Positive Middle	ONM	Output Negative Middle



그림 3.4 e^*, r^*, a^* 의 퍼지화 알고리즘 Fig. 3.4 Fuzzification algorithm of e^*, r^* and a^*



그림 3.6 퍼지 제어블록 2에 대한 출력 퍼지화 알고리즘 Fig. 3.6 Output fuzzification algorithm for fuzzy control block 2



3.2.3 퍼지 제어 규칙

정규화 입력변수 e^*, r^*, a^* 를 바탕으로 퍼지 제어규칙은 사용자의 경험적 지식 과 제어 엔지니어의 전문가적 지식을 기초로 하여 만들어진다. 이 퍼지 제어규 칙은 'IF~ THEN~ '형식으로 표현되며, 퍼지 제어블록1과 퍼지 제어블록2에 대한 퍼지 제어규칙1과 퍼지 제어규칙2는 아래의 표 3.2와 같이 정의한다.

퍼지 제어 블록1에 대한 퍼지 제어 규칙1 IF $e^* = EP$ and $r^* = RP$ THEN output 1 = OPRule1IF $e^* = EP$ and $r^* = RN$ THEN output 1 = OZRule2 IF $e^* = EN$ and $r^* = RP$ THEN output 1 = OZRule3 IF $e^* = EN$ and $r^* = RN$ THEN output 1 = ONRule4 퍼지 제어 블록2에 대한 퍼지 제어 규칙2 IF $r^* = RP$ and $a^* = AP$ THEN output 2 = OPMRule1Rule2 IF $r^* = RP$ and $a^* = AN$ THEN output 2 = ONMIF $r^* = RN$ and $a^* = AP$ THEN output 2 = OPMRule3 *IF* $r^* = RN$ and $a^* = AN$ *THEN output* 2 = ONMRule4

표 3.2 퍼지 제어 규칙

Table 3.2 Fuzzy control rules

퍼지 제어규칙1과 퍼지 제어규칙2 (*Rule*1)~ (*Rule*4)에서는 Zadeh의 AND 논 리가 적용되었다. 이것은 전건부의 두 조건에 대하여 후건부의 적합도를 찾기 위한 연산으로 min연산을 수행함을 의미한다.

스케일 파리미터 GE_k 과 GR_k 는 식 (3.17)과 식 (3.18)과 같이 조건문이 만족할 때 마다 결론부와 같이 가변된다. PID 제어기의 전체 이득은 항상 일정해야 함

- 22 -

으로 식 (3.18)과 같이 GR_k 가 가변됨에 따라 GU_k 도 동시에 같이 가변된다. 또 한 GA_k 는 식 (3.19)과 같이 조건문이 만족할 때 마다 결론부와 같이 가변된다.

IF
$$GE_k \times |e_k| > L$$
 THEN $GE_k = L/|e_k|$ (3.17)

$$IF \ GR_k \times |r_k| > L \ THEN \ GR_k = L/|r_k|, \ GU_k = 4/GR_k$$
(3.18)

$$IF \ GA_k \times |a_k| > L \ THEN \ GA_k = L/|a_k|$$
(3.19)

퍼지 제어규칙을 퍼지 제어블록1과 퍼지 제어블록2에 적용하기 위한 입력 변 수들의 공간은 가변되는 스케일 파라미터 GE_k , GR_k , GA_k , GU_k 로 인하여 분할 된다. 퍼지 제어블록 1과 퍼지 제어블록 2에 대한 입력공간은 각각 그림 3.7, 3.8과 같이 [-L, L] 구간내의 $(IC1)_1 \sim (IC8)_1$, $(IC1)_2 \sim (IC8)_2$ 으로 분할된다.



그림 3.7 e^* 와 r^* 에 대한 입력 공간 분할 Fig. 3.7 Possible input partition combinations of e^* and r^*

- 23 -

910-Cold - Cold - Cold





그림 3.8 r^{*} 와 a^{*} 에 대한 입력 공간 분할 Fig. 3.8 Possible input partition combinations of r^{*} and a^{*}

3.2.4 비퍼지화 알고리즘

퍼지 제어블록1과 퍼지 제어블록2의 출력으로 나타나는 퍼지집합을 비퍼지화 시키기 위한 알고리즘으로 무게중심 평균법을 사용하며 비퍼지화된 출력은 식 (3.20)과 같다.

$$dU_i = \frac{\sum(membership \ of \ member) \times (value \ of \ member)}{\sum(memberships)}$$
(3.20)

여기서 i=1,2이다.

퍼지 제어블록1에 대한 출력 퍼지집합을 입력 공간 (*IC*1)₁, (*IC*2)₁, (*IC*5)₁와 (*IC*6)₁에서 비퍼지화 하면 식 (3.21)과 같이 나타낼 수 있다.

$$IF GR_k \times |r_k| \leq GE_k \times |e_k| \leq L, \tag{3.21}$$

$$dU_{1} = \frac{0.5 \times L}{2L - GE_{k} \times \left|e_{k}\right|} \left[\left. GE_{k} \times e_{k} + GR_{k} \times r_{k} \right] \right.$$

퍼지 제어블록1에 대한 출력 퍼지집합을 입력 공간 (IC3)₁, (IC4)₁, (IC7)₁과

(IC8)1에서 비퍼지화 하면 식 (3.22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{split} IF \; GE_k \times \left| e_k \right| &\leq \; GR_k \times \left| r_k \right| \leq \; L, \\ dU_1 &= \frac{0.5 \times L}{2L - GR_k \times \left| r_k \right|} \left[\; GE_k \times e_k + GR_k \times r_k \right] \end{split} \tag{3.22}$$

퍼지 제어블록2에 대한 출력 퍼지집합을 입력 공간 (*IC*1)₂, (*IC*2)₂, (*IC*5)₂와 (*IC*6)₂에서 비퍼지화 하면 식 (3.23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$IF GA_k \times |a_k| \leq GR_k \times |r_k| \leq L, \qquad (3.23)$$

$$dU_{2} = \frac{0.25 \times L}{2L - GR_{k} \times \left| r_{k} \right|} \left[GA_{k} \times a_{k} \right]$$

퍼지 제어블록2에 대한 출력 퍼지집합을 입력 공간 (*IC*3)₂, (*IC*4)₂, (*IC*7)₂과 (*IC*8)₂에서 비퍼지화 하면 식 (3.24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$IF \ GR_k \times |r_k| \leq GA_k \times |a_k| \leq L,$$

$$dU_2 = \frac{0.25 \times L}{2L - GA_k \times |a_k|} [GA_k \times a_k]$$
(3.24)

3.2.5 퍼지 PID 제어기 출력

식 (3.21) ~ 식 (3.24)을 통하여 퍼지 제어블록1의 출력 dU_1 과 퍼지 제어블록2 의 출력 dU_2 를 더하고 스케일 파라미터 GU_k 를 곱함으로써 퍼지 PID 제어기의 출력인 제어입력의 중분 du_k 는 다음과 같은 조건을 만족시키는 식 (3.25) ~ 식 (3.28)로 계산된다.

1945

1) 조건 1

 $I\!F \ GR_k \times |r_k| \le \ GE_k \times |e_k| \le \ L \text{ and } GA_k \times |a_k| \le \ GR_k \times |r_k| \le \ L \ ,$

$$du_{k} = \frac{0.5 \times L \times GU_{k} \times GE_{k}}{2L - GE_{k} \times |e_{k}|} e_{k} + \frac{0.5 \times L \times GU_{k} \times GR_{k}}{2L - GE_{k} \times |e_{k}|} r_{k} + \frac{0.25 \times L \times GU_{k} \times GA_{k}}{2L - GR_{k} \times |r_{k}|} a_{k}$$

$$(3.25)$$

2) 조건 2 IF $GR_k \times |r_k| \leq GE_k \times |e_k| \leq L$ and $GR_k \times |r_k| \leq GA_k \times |a_k| \leq L$,

THEN

$$du_{k} = \frac{0.5 \times L \times GU_{k} \times GE_{k}}{2L - GE_{k} \times |e_{k}|} e_{k} + \frac{0.5 \times L \times GU_{k} \times GR_{k}}{2L - GE_{k} \times |e_{k}|} r_{k} + \frac{0.25 \times L \times GU_{k} \times GA_{k}}{2L - GA_{k} \times |a_{k}|} a_{k}$$

$$(3.26)$$

3) 조건 3

$$I\!F \ G\!E_k \times |e_k| \le \ G\!R_k \times |r_k| \le \ L \text{ and } G\!A_k \times |a_k| \le \ G\!R_k \times |r_k| \le \ L \ ,$$

THEN

$$du_{k} = \frac{0.5 \times L \times GU_{k} \times GE_{k}}{2L - GR_{k} \times |r_{k}|} e_{k} + \frac{0.5 \times L \times GU_{k} \times GR_{k}}{2L - GR_{k} \times |r_{k}|} r_{k} + \frac{0.25 \times L \times GU_{k} \times GA_{k}}{2L - GR_{k} \times |r_{k}|} a_{k}$$

$$(3.27)$$

$$4) \not \leq \not \leq 4$$

$$IF \quad GE_{k} \times |e_{k}| \leq GR_{k} \times |r_{k}| \leq L \text{ and } GR_{k} \times |r_{k}| \leq GA_{k} \times |a_{k}| \leq L ,$$

$$THEN$$

$$du_{k} = \frac{0.5 \times L \times GU_{k} \times GE_{k}}{2L - GR_{k} \times |r_{k}|} e_{k} + \frac{0.5 \times L \times GU_{k} \times GR_{k}}{2L - GR_{k} \times |r_{k}|} r_{k} + \frac{0.25 \times L \times GU_{k} \times GA_{k}}{2L - GA_{k} \times |a_{k}|} a_{k}$$

$$(3.28)$$

3.3 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어기를 사용한 DC 모터 속도 제어시스템 시뮬레이션

본 절에서는 부하로 인해 쿨롱 마찰 토크가 인가된 DC 모터의 각속도 제어 를 위하여 본 장에서 제시한 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템에 대하여 시뮬레이션을 진행하고, 그 결과를 검토한다. 시스템에 인가되는 측정 잡음과 시스템 잡음의 영향으로 인하여 정상상태에서 채터링 현상이 지속되는 것을 해 결하기 위한 목적으로 칼만 필터를 도입하고 퍼지 PID 제어 방법을 적용하여 각속도 제어에 대한 시뮬레이션을 수행하였다.

식 (3.29)는 그림 3.1에서의 부하로 인하여 쿨롱 마찰 토크의 영향을 받는 DC

- 26 -

모터 모델의 이산상태공간방정식과 시스템 잡음의 특성을 나타낸 것이고, 식 (3.30)은 이산시간 확률 시스템의 출력방정식과 측정 잡음의 특성을 나타낸 것 이다. 샘플링 시간은 0.01이고, 이산화 방법으로는 Euler방법과 ZOH(Zero-order Hold)방법을 사용하였다. 또한 시스템에서 $x_k = [w_k \ i_k]^T$, $u_k = e_k$ 이고, τ_{l_k} 는 시스 템에 인가되는 쿨롱 마찰 토크로 정의한다. ω_{k-1} 는 시스템 잡음이고 v_k 는 측정 잡음으로서 평균이 0인 백색 가우시안 분포를 가진다.

$$x_{k} = \begin{bmatrix} 0.5241 & 0.9963 \\ -0.012 & -0.0227 \end{bmatrix} x_{k-1} + \begin{bmatrix} 6.4608 \\ 0.2123 \end{bmatrix} u_{k-1} + \begin{bmatrix} -313.218 \\ 6.4608 \end{bmatrix} \tau_{l_{k-1}} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_{k-1}$$
(3.29)

$$\omega_{k-1}$$
 ~ $N(0, 0.01^2)$

$$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_k + v_k \tag{3.30}$$

 $v_k \sim N(0, 0.5^2)$

DITIME AND OCEAN

시스템에 인가된 쿨롱 마찰 토크 74k는 DC 모터 정격 토크의 10%로 설정하였 다. 기준입력은 각각 0s~2s에서 입력전압 24V에 대응하는 기준 각속도 344rad/s로 설정하고, 2s~4s에서 입력전압 12V에 대응하는 172rad/s로 설정 하였다.

그림 3.9는 쿨롱 마찰 토크가 인가된 DC 모터 속도 제어시스템에 대해 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어기를 사용하여 각속도 제어를 실행한 시뮬레이션 결 과이다. 파란색 선은 설정한 기준입력, 빨간색 선은 쿨롱 마찰 토크가 인가된 경우 제어시스템의 출력이다. 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템에서 측정 잡음과 시스템 잡음으로 인한 정상상태에서의 채터링 현상은 거의 해소된 것을 확인할 수 있다. 그러나 시스템의 출력인 각속도가 기준입력에 도달하지 못하 는 것을 볼 수 있다. 이것은 과도하게 인가된 쿨롱 마찰 토크의 영향으로 인하 여 비록 퍼지 PID 제어기의 적분 동작이 실행됨에도 불구하고 각속도가 기준 입력 값에 도달하지 못하는 것이다.

그림 3.10은 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템의 제어 입력인 전압을 나타낸 그래프이고, 그림 3.11은 위의 시스템에 인가된 쿨롱 마찰 토크를 나타 낸 것이다.

그림 3.12는 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템에서 시스템의 실제 출력 과 칼만 필터의 예측 추정 출력 사이의 차인 이노베이션 프로세스를 나타낸 것 으로 정상상태에서 칼만 필터 이노베이션 프로세스는 그 확률적 평균이 0이지 만, 본 제어시스템에서는 쿨롱 마찰 토크의 영향으로 인해 이노베이션 프로세 스의 확률적 평균이 약 6rad/s임을 볼 수 있다. 이것은 칼만 필터 알고리즘에 서는 시스템의 제어 입력 전압 u_k 와 같은 알려진 입력만 반영되고 쿨롱 마찰 토크 T_k 와 같은 미지의 입력은 모델링되어 반영될 수 없기 때문에 시스템의 실 제 상태와 필터 추정치 사이의 추정 오차가 커지게 되고, 이러한 경우 이노베 이션 프로세스의 값은 커지지만 칼만이득은 작아서 필터의 보상이 제대로 이루 어지지 않음으로써 정상상태에서 추정오차를 0으로 수렴 시킬 수 없기 때문이 다.

결론적으로 칼만 필터를 결합한 퍼지 PID 제어시스템의 경우 시스템 잡음과 측정 잡음의 영향에 대해서는 매우 안정적인 응답을 보이지만 인가된 쿨롱 비 선형 마찰 토크의 영향으로 인하여 제어시스템의 출력 각속도가 기준 입력 각

1945

속도에 도달 할 수 없음을 확인할 수 있다.





그림 3.9 쿨롱 마찰 토크가 인가된 DC 모터 속도제어를 위한 칼만 필터 기반의 퍼지 PID제어시스템의 각속도 응답

Fig. 3.9 Angular velocity response of fuzzy PID control system based on Kalman filter for DC motor velocity control under Coulomb friction torque



그림 3.10 칼만 필터 기반의 퍼지 PID제어시스템의 제어 입력 Fig. 3.10 Control input of fuzzy PID control system based on Kalman filter



그림 3.12 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템의 이노베이션 프로세스 Fig. 3.12 Innovation process of fuzzy PID control system based on Kalman filter



제 4 장 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의

퍼지 PID 제어 시스템

ME AND OCEN

이 장에서는 DC 모터 속도 제어시스템에서 쿨롱 마찰 토크와 시스템 잡음, 측정 잡음이 인가된 경우 제3장에서 논의한 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시 스템을 사용한다는 것을 전제로 하며, 칼만 필터의 이노베이션 프로세스를 이 용하여 쿨롱 마찰 토크의 존재유무를 판단하고 그 크기를 추정하는 퍼지 마찰 추정기를 구성한다. 이 추정기로부터 추정된 쿨롱 마찰 토크와 추정된 출력을 피드백 함으로써 쿨롱 마찰 토크로 인하여 발생하는 정상상태오차를 제거하기 위한 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템을 제안한다. 그림 4.1은 이번 장에 서 제안하는 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템의 블 록선도를 나타낸 것이다.

4.1 쿨롱 마찰 토크와 잡음이 인가되는 시스템

DC 모터 속도 제어시스템에 쿨롱 마찰 토크가 인가되었을 경우의 상태 방정 식과 출력 방정식 사이의 관계에 대하여 알아본다. 우선 쿨롱 마찰 토크 $\tau_{l_{k-1}}$ 가 인가되지 않았을 경우 상태 공간 방정식과 출력 방정식은 식 (4.1) ~ 식 (4.4)와 같다.

$$x_k = A x_{k-1} + B u_{k-1} + E \omega_{k-1} \tag{4.1}$$

- 31 -



그림 4.1 쿨롱 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템의 블록선도 Fig. 4.1 Block diagram of fuzzy PID control system based on Kalman filter with Coulomb friction estimator

$$z_{k} = Cx_{k} + v_{k}$$

$$z_{k} = C(Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + E\omega_{k-1}) + v_{k}$$

$$(4.2)$$

$$z_{k} = CAx_{k-1} + CBu_{k-1} + CE\omega_{k-1} + v_{k}$$

$$(4.4)$$

쿨롱 마찰 토크 _{7_{lk-1}}이 인가된다면, 상태 방정식과 출력 방정식은 식 (4.5) ~ 식 (4.8)과 같이 나타난다.

$$\overline{x}_{k} = A x_{k-1} + B u_{k-1} + D \tau_{l_{k-1}} + E \omega_{k-1}$$
(4.5)

$$\overline{z}_k = Cx_k + v_k \tag{4.6}$$

$$\bar{z}_{k} = C(Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + D\tau_{l_{k-1}} + E\omega_{k-1}) + v_{k}$$

$$(4.7)$$

$$\overline{z}_{k} = CA x_{k-1} + CB u_{k-1} + CD \tau_{l_{k-1}} + CE \omega_{k-1} + v_{k}$$
(4.8)

쿨롱 마찰 토크가 인가된 경우와 인가되지 않은 경우는 최종적으로 정리된 식 (4.4)와 식 (4.8)을 비교하면 $CD_{\mathcal{T}_{l_{k-1}}}$ 만큼의 차이가 난 것을 볼 수 있다. 칼만

필터 알고리즘에서는 시스템의 입력 전압인 u_{k-1} 과 같이 알려진 입력을 활용하 여 구성되고, 미지의 입력인 쿨롱 마찰 토크 $\tau_{l_{k-1}}$ 는 칼만 필터에서 활용될 수 없다. 쿨롱 마찰 토크가 인가된 DC 모터 속도 제어시스템의 각속도 추정을 위 한 칼만 필터 알고리즘은 식 (4.9)와 같다[12]. 칼만 필터 알고리즘으로 피드백 되지 않기 때문에 실제 각속도 z_k 와 추정 각속도 \hat{z}_k 사이에는 식 (4.4)와 식 (4.8)에서 확인된 오차 $CD_{\tau_{l_k}}$ 가 날 것을 예상한다.

$$\hat{x}_{k}(-) = A \hat{x}_{k-1}(+) + B u_{k-1}$$

$$P_{k}(-) = A P_{k-1}(+) A^{T} + E Q_{k-1} E^{T}$$

$$K_{k} = P_{k}(-) C^{T} [C P_{k}(-) C^{T} + R_{k}]^{-1}$$

$$\hat{x}_{k} = \hat{x}_{k}(-) + K_{k} [z_{k} - C \hat{x}_{k}(-)]$$

$$\hat{z}_{k} = C \hat{x}_{k}$$

$$P_{k}(+) = [I - K_{k} C] P_{k}(-)$$

4.2 이노베이션 기반의 마찰 추정 알고리즘

4.2.1 퍼지 추정기의 기본 구조

매 샘플링 시간마다 발생하는 시스템의 출력인 실제 각속도와 칼만 필터의 출력인 추정 각속도의 차인 이노베이션 프로세스의 값을 절대 값으로 환산하고 일정한 수의 샘플링 구간 동안 합하여 평균을 구한다면 크게 변동되지 않는 값 을 얻을 수 있게 된다[11]. 이것은 식 (4.10)으로 표현된다.

1945

$$S = \left\{ \sum_{i=0}^{N} |w_{ek-i}| \right\} / N, \quad i = 0, 1, \cdots, N$$
(4.10)

여기서 w_{ek} 는 샘플링 시간 k에서 발생되는 이노베이션 프로세스이고 N은 축 적하고자 하는 데이터 개수의 범위를 정하는 유한 데이터 윈도우이다. N이 너 무 크게 되면 현재의 샘플링 시간 k에서 들어오는 이노베이션 프로세스 w_{ek} 가

- 33 -

Collection @ kmou

(4.9)



그림 4.2 이노베이션 프로세스를 이용한 마찰 존재여부의 판단 Fig. 4.2 Test for friction presence using innovation process

S에 미치는 영향이 크지 않아 최신 정보의 영향에 둔감하게 되고, N이 너무 작게 되면 현재 샘플링 시간 k에 들어오는 최신 정보의 영향에 너무 민감하게 됨으로써 안정된 S를 얻기가 힘들다. 따라서 N의 크기는 실제 시스템의 상황 에 따라 추정 알고리즘을 설계하는 설계자가 민감도를 판단하여 결정하게 된 다. 그림 4.2는 식 (4.10)에서 계산한 S 값을 토대로 쿨롱 마찰의 존재 여부를 판단하는 것으로 특정한 크기의 문턱값과 비교함으로써 이루어짐을 나타낸다. 여기서 η는 문턱값으로 정의되는 상수이며 반복적으로 구한 S값을 토대로 설 계자가 결정하는 것이다.

그림 4.3은 쿨롱 마찰 토크의 존재 여부를 확인한 뒤 그 크기를 추정하는 방 법인 퍼지 마찰 추정기의 기능선도를 나타낸다.

퍼지 추정기의 입력은 실제 각속도의 측정치 z_k 와 각속도의 칼만 필터 예측 측정치 $\hat{z}_k(-)$ 의 차를 사용하여 퍼지 마찰 추정 알고리즘에 사용할 퍼지 변수 들을 생성하는데 그 변수들은 식 (4.11)과 같이 정의된다. 여기서 T는 샘플링 시간이고 w_{ek} , w_{rk} , w_{ak} 는 각각 각속도의 이노베이션, w_{ek} 를 샘플링 타임 T로 나눈 것, 이노베이션 w_{ek} 의 샘플링 타임 T에 따른 변화율이다.

KE, KR, KA는 각각 w_{ek}, w_{rk}, w_{ak} 의 크기를 정규화 시키기 위한 입력 스케일 파라미터이고, KU 는 퍼지 마찰 추정기의 출력 dku_k 를 위한 스케일 파라미터 이다. L은 입력과 출력을 정규화 시키기 위한 정규화 파라미터로서 퍼지 마찰 추정기 설계자가 결정하는 설계 파라미터이다[13][14].







그림 4.4는 입력으로 사용되는 w_{ek}, w_{rk}, w_{ak} 에 퍼지화 스케일 파라미터를 이용 하여 정규화된 입력 $w_{ek}^*, w_{rk}^*, w_{ak}^*$ 를 퍼지집합으로 사상시키는 퍼지화 알고리즘 이다. w_{ek}^* 는 EP와 EN, w_{rk}^* 은 RP와 RN, w_{ak}^* 는 AP와 AN의 퍼지집합을 갖는 다. 그림 4.5와 그림 4.6은 각각 퍼지 추정 블록 1과 퍼지 추정 블록 2의 퍼지 출력인 ku_1 과 ku_2 에 대한 퍼지화 알고리즘을 나타낸 것이다. 퍼지 추정 블록 1 의 퍼지 출력은 OP, OZ, ON의 세 개의 멤버를 갖는 퍼지집합으로 퍼지화되 고, 퍼지 추정 블록 2의 퍼지 출력은 OPM과 ONM의 두 개의 멤버를 갖도록 퍼지화된다. 표 4.1은 위의 퍼지 집합의 정의를 나타낸 것이다.

표 4.1 퍼지 마찰 추정기의 퍼지 집합 정의

Table. 4.1 Fuzzy set definition of fuzzy friction estimator

EP	Error Positive	EN	Error Negative
RP	Rate Positive	RN	Rate Negative
AP	Acc Positive	AN	Acc Negative
OP	Output Positive	ON	Output Negative
OZ	Ouput Zero		
OPM	Output Positive Middle	ONM	Output Negative Middle



그림 4.4 퍼지 마찰 추정기를 위한 입력의 퍼지화 Fig. 4.4 Input fuzzification for the fuzzy friction estimator



그림 4.6 퍼지 추정블록 2에 대한 출력 퍼지화 Fig. 4.6 Output fuzzification for fuzzy estimation block 2

정규화 입력 변수 $w_{ek}^*, w_{rk}^*, w_{ak}^*$ 를 바탕으로 설정되는 퍼지 추정 규칙은 사용 자의 경험적 지식과 전문가적 지식을 기초로 하여 만들어진다. 마찰의 크기를 추정하기 위한 퍼지 마찰 추정기에 사용되는 퍼지 추정 규칙은 'IF ~ THE N~ '형식으로 표현되며, 퍼지 추정 블록 1과 퍼지 추정 블록 2에 대한 퍼지 추정 규칙 1과 퍼지 추정 규칙 2는 아래의 표 4.2와 같이 정의한다. 각각 퍼지 추정 규칙 1과 퍼지 추정 규칙 2 (Rule1)~ (Rule4)에서는 Zadeh의 AND 논리가 적용되었다. 이것은 전건부의 두 조건에 대하여 후건부의 적합도를 찾기 위한 연산으로 min연산을 수행함을 의미한다.

표 4.2 퍼지 추정 규칙

	퍼지 추정 블록1에 대한 퍼지 추정 규칙1
Rule1	IF $w_{ek}^* = EP$ and $w_{rk}^* = RP$, THEN output $1 = OP$
Rule 2	IF $w_{ek}^* = EP$ and $w_{rk}^* = RN$, THEN output $1 = OZ$
Rule3	IF $w_{ek}^* = EN$ and $w_{rk}^* = RP$, THEN $output1 = OZ$
Rule4	IF $w_{ek}^* = EN$ and $w_{rk}^* = RN$, THEN $output1 = ON$
	퍼지 추정 블록2에 대한 퍼지 추정 규칙2
Rule1	IF $w_{rk}^* = RP$ and $w_{ak}^* = AP$, THEN $output2 = OPM$
Rule 2	IF $w_{rk}^* = RP$ and $w_{ak}^* = AN$, THEN output $2 = ONM$
Rule3	IF $w_{rk}^* = RN$ and $w_{ak}^* = AP$, THEN output $2 = OPM$
Rule4	IF $w_{rk}^* = RN$ and $w_{ak}^* = AN$, THEN output $2 = ONM$

Table 4.2 Fuzzy estimation rules



매 샘플링 시간마다 가변되는 스케일 파라미터 KE, KR, KA로 인하여 퍼지 추론 논리를 퍼지 추정 블록에 적용하기 위한 입력공간은 입력의 크기에 따라 정규화 파라미터 범위 [-L,L] 내에 입력들이 항상 존재하도록 한다. 퍼지 추 정 블록 1과 퍼지 추정 블록 2에 대해 각각 그림 4.7과 그림 4.8과 같이 (IC1)₁~ (IC8)₁, (IC1)₂~ (IC8)₂으로 분할된다.



Fig. 4.7 Possible input partitioning for w_{ek}^{*} and w_{rk}^{*}



그림 4.8 w_{rk}^{*}, w_{ak}^{*} 에 대한 입력 공간 분할



- 39 -



4.2.4 비퍼지화 알고리즘

퍼지 추정블록1과 퍼지 추정블록2의 출력으로 나타나는 퍼지집합을 비퍼지화 시키기 위한 알고리즘으로 무게중심 평균법을 사용하며 비퍼지화된 출력은 식 (4.12)과 같다.

$$ku_{i} = \frac{\sum(membership \ of \ member) \times (value \ of \ member)}{\sum(memberships)}$$
(4.12)

여기서 *i*=1,2이다.

퍼지 추정블록1에 대한 출력 퍼지집합을 입력 공간 (*IC*1)₁, (*IC*2)₁, (*IC*5)₁와 (*IC*6)₁에서 비퍼지화 하면 식 (4.13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$IF KR_{k} \times |w_{rk}| \leq KE_{k} \times |w_{ek}| \leq L,$$

$$ku_{1} = \frac{0.5 \times L}{2L - KE_{k} \times |w_{ek}|} [KE_{k} \times w_{ek} + KR_{k} \times w_{rk}]$$

$$(4.13)$$

퍼지 제어블록1에 대한 출력 퍼지집합을 입력 공간 (*IC*3)₁, (*IC*4)₁, (*IC*7)₁과 (*IC*8)₁에서 비퍼지화 하면 식 (4.14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$IF KE_{k} \times |w_{ek}| \leq KR_{k} \times |w_{rk}| \leq L,$$

$$ku_{1} = \frac{0.5 \times L}{2L - KR_{k} \times |w_{rk}|} [KE_{k} \times w_{ek} + KR_{k} \times w_{rk}]$$
(4.14)

퍼지 제어블록2에 대한 출력 퍼지집합을 입력 공간 (*IC*1)₂, (*IC*2)₂, (*IC*5)₂와 (*IC*6)₂에서 비퍼지화 하면 식 (4.15)과 같이 나타낼 수 있다.

$$IF KA_k \times |w_{ak}| \leq KR_k \times |w_{rk}| \leq L,$$
(4.15)

$$k \boldsymbol{w}_{2} = \frac{0.25 \times L}{2L - KR_{k} \times \left|\boldsymbol{w}_{rk}\right|} \left[K\!\boldsymbol{A}_{k} \times \boldsymbol{w}_{ak}\right]$$

퍼지 제어블록2에 대한 출력 퍼지집합을 입력 공간 (*IC*3)₂, (*IC*4)₂, (*IC*7)₂과 (*IC*8)₂에서 비퍼지화 하면 식 (4.16)와 같이 나타낼 수 있다.

$$IF KR_k \times |w_{rk}| \leq KA_k \times |w_{ak}| \leq L,$$
(4.16)

$$k \boldsymbol{u}_{2} = \frac{0.25 \times L}{2L - K\!A_{k} \times \left|\boldsymbol{w}_{ak}\right|} \left[K\!A_{k} \times \boldsymbol{w}_{ak} \right]$$

4.2.5 퍼지 마찰 추정기 출력

식 (4.13) ~ 식 (4.16)을 통하여 퍼지 추정블록1의 출력 ku_1 과 퍼지 추정블록2 의 출력 ku_2 를 더하고 스케일 파라미터 KU를 곱함으로써 퍼지 마찰 추정기의 출력인 마찰 토크 추정 값 $\hat{\tau}_{l_k}$ 는 다음과 같은 조건을 만족시키는 식 (4.17) ~ (4.20)으로 계산된다.

$$IF KR \times |w_{rk}| \leq KE \times |w_{ek}| \leq L \text{ and } KA \times |w_{ak}| \leq KR \times |w_{rk}| \leq L ,$$

$$THEN$$

$$\hat{\tau}_{l_{k}} = \frac{0.5 \times L \times KU \times KE}{2L - KE \times |w_{ek}|} w_{ek} + \frac{0.5 \times L \times KU \times KR}{2L - KE \times |w_{ek}|} w_{rk} + \frac{0.25 \times L \times KU \times KA}{2L - KR \times |w_{rk}|} w_{ak}$$

$$(4.17)$$

$$2) \not\equiv \mathcal{Z} 2$$

$$IF KR \times |w_{rk}| \leq KE \times |w_{ek}| \leq L \text{ and } KR \times |w_{rk}| \leq KA \times |w_{ak}| \leq L ,$$

$$THEN$$

$$\hat{\tau}_{l_{k}} = \frac{0.5 \times L \times KU \times KE}{2L - KE \times |w_{ek}|} w_{ek} + \frac{0.5 \times L \times KU \times KR}{2L - KE \times |w_{rk}|} w_{rk} + \frac{0.25 \times L \times KU \times KA}{2L - KR \times |w_{ak}|} w_{ak}$$

$$(4.18)$$

$$IF KR \times |w_{ek}| \leq KE \times |w_{rk}| \leq L \text{ and } KA \times |w_{ak}| \leq KR \times |w_{rk}| \leq L,$$

$$\begin{split} THEN \\ \hat{\tau}_{l_{k}} = \frac{0.5 \times L \times KU \times KE}{2L - KR \times |w_{rk}|} w_{ek} + \frac{0.5 \times L \times KU \times KR}{2L - KR \times |w_{rk}|} w_{rk} + \frac{0.25 \times L \times KU \times KA}{2L - KR \times |w_{rk}|} w_{ak} \end{split}$$

$$(4.29)$$

4) 조건 4

$$I\!F \ K\!E \times \ \left| w_{ek} \right| \ \le \ K\!R \times \left| w_{rk} \right| \ \le \ L \ \text{and} \ K\!R \times \ \left| w_{rk} \right| \ \le \ K\!A \times \left| w_{ak} \right| \ \le \ L \ ,$$

THEN

$$\hat{\tau}_{l_k} = \frac{0.5 \times L \times KU \times KE}{2L - KR \times |w_{rk}|} w_{ek} + \frac{0.5 \times L \times KU \times KR}{2L - KR \times |w_{rk}|} w_{rk} + \frac{0.25 \times L \times KU \times KA}{2L - KA \times |w_{ak}|} w_{ak}$$

$$(4.20)$$

한편 식 (4.11)과 같이 매 샘플링 시간마다 스케일 파라미터 *KE*, *KR*, *KA*가 변경 되면 식 (4.17) ~ (4.20)에서의 분모는 항상 *L*이 됨으로써 식 (4.21)과 같이 하나의 수식으로 정리되고, *E_i*, *E_p*, *E_d*는 식 (4.22)과 같다.

$$\hat{\tau}_{l_k} = E_i w_{ek} + E_p w_{rk} + E_d w_{ak}$$

$$E_i = 0.5 \times KU \times KE$$
(4.21)

E AND OCEA

 $E_{p} = 0.5 \times KU \times KR$ $E_{d} = 0.25 \times KU \times KA$

(4.22)

위에서 설명한 알고리즘을 이용하여 칼만 필터 기반의 추정 알고리즘을 살펴 본다. 시스템에 쿨롱 마찰 토크가 인가되는 경우 칼만 필터의 출력을 이용하여 매 샘플링 시간마다 발생하는 이노베이션 프로세스를 바탕으로 쿨롱 마찰 토크 의 발생 여부를 판단하게 된다. 이것은 식 (4.10)과 같다. 여기서 발생한 쿨롱 마찰 토크의 크기는 퍼지 마찰 추정 알고리즘의 결과식인 식 (4.21)로 정리된 다. 추정된 쿨롱 마찰 토크 $\hat{\tau}_{l_k}$ 을 다음 샘플링 시간에 칼만 필터 알고리즘에 부 가되는 입력으로 피드백 시켜 필터 추정치를 보상시키는 방법을 사용하여 실제 의 상태를 추정할 수 있도록 추정 알고리즘을 구성한다.

식 (4.23)은 기존의 칼만 필터 알고리즘에서 추정된 쿨롱 마찰 토크 $\hat{\tau}_{l_k}$ 가 다 음 샘플링 시간에 예측 추정치 $\hat{x}_k(-)$ 를 계산하는데 입력으로 피드백 된 상태 추정 알고리즘을 정리한 것이다. 여기서 $\hat{\tau}_{l_k}$ 는 쿨롱 마찰 토크의 발생 여부를 판단하는 식 (4.10)이 만족될 경우에만 계산하고 만족하지 않을 경우에는 이전 에 계산된 값을 계속 사용한다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k}(-) &= A \hat{x}_{k-1} + B u_{k-1} + D \hat{\tau}_{l_{k-1}} \\ P_{k}(-) &= A P_{k-1}(+) A^{T} + E Q_{k-1} E^{T} \\ K_{k} &= P_{k}(-) C^{T} [C P_{k}(-) C^{T} + R]^{-1} \\ \hat{x}_{k} &= \hat{x}_{k}(-) + K_{k} [z_{k} - C \hat{x}_{k}(-)] \\ P_{k} &= [I - K_{k} C] P_{k}(-) \\ \hat{\tau}_{l_{k}} &= E_{i} w_{ek} + E_{p} w_{rk} + E_{d} w_{ak} \end{aligned}$$

$$(4.23)$$

그림 4.9는 쿨롱 마찰 토크의 발생 유무를 판단하기 위한 알고리즘과 마찰 추정 알고리즘, 추정된 쿨롱 마찰 토크를 피드백 시킨 칼만 필터 기반의 상태 추정 알고리즘의 흐름 선도를 나타낸다.







그림 4.9 마찰 추정기가 결합된 칼만 필터 기반 상태 추정 알고리즘의 흐름선도

Fig. 4.9 Flowchart of state estimation algorithm based on Kalman filter with friction estimator

- 44 -

4.3 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 펴지 PID 제어 알고리즘

쿨롱 마찰 토크의 추정은 4.2절에서 설명한 칼만 필터 기반의 퍼지 마찰 추 정 알고리즘을 사용하고 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어 알고리즘은 3장에서 설명한 알고리즘을 사용하여 DC 모터 속도 제어 시스템을 구성한다.

4.1절에서 설명했듯이 마찰 7_{l_{k-1}}이 인가됨으로써 CD 7_{l_{k-1}}에 해당하는 출력 오 차가 발생하는 것을 확인하였다. 이를 해결하기 위하여 칼만 필터 기반 상태 추정 알고리즘을 이용한 마찰 추정 값 7_{l_k}를 사용하여 DC 모터 속도 제어시스 템의 생성된 제어 입력에서 쿨롱 마찰 토크를 상쇄 시켜줌으로써 제어 시스템 의 정상상태 성능을 향상시키도록 제어시스템을 구성할 수 있다.

쿨롱 마찰 토크를 추정할 칼만 필터는 식 (4.24)로 표현 된다.

$$\begin{split} \hat{x}_{k}(-) &= A \hat{x}_{k-1} + B u_{k-1} + D \hat{\tau}_{l_{k-1}} \\ P_{k}(-) &= A P_{k-1}(+) A^{T} + E Q_{k-1} E^{T} \\ K_{k} &= P_{k}(-) C^{T} [C P_{k}(-) C^{T} + R_{k}]^{-1} \\ \hat{x}_{k} &= \hat{x}_{k}(-) + K_{k} [z_{k} - C \hat{x}_{k}(-)] \\ P_{k} &= [I - K_{k} C] P_{k}(-) \\ \hat{z}_{k} &= C \hat{x}_{k} \\ \hat{\tau}_{l_{k}} &= E_{i} w_{ek} + E_{p} w_{rk} + E_{d} w_{ak} \end{split}$$

Collection @ kmou

식 (4.24)를 통하여 얻은 추정 측정치 \hat{z}_k 는 분리원칙에 따라 퍼지 PID 제어기 의 입력을 위하여 피드백 시켜 기준 입력 ref_k 와 차를 구하여 오차신호 e_k 를 생성한다. 이를 바탕으로 세 가지 퍼지 PID 제어기의 입력을 만들 수 있으며, 그것은 식 (4.25)와 같다.

(4.24)

$$e_{k} = ref_{k} - z_{k}$$

$$r_{k} = [e_{k} - e_{k-1}]/T$$

$$a_{k} = [r_{k} - r_{k-1}]/T$$
(4.25)

- 45 -

이와 같은 입력을 바탕으로 구한 퍼지 PID 제어기의 출력인 제어 입력 증분 과 제어 입력은 식 (4.26)과 같다.

$$dU_{k} = dU_{1} + dU_{2}$$

$$du_{k} = GU \times dU_{k}$$

$$u_{k} = du_{k} + u_{k-1}$$

$$(4.26)$$

DC 모터 속도 제어시스템의 실제 각속도의 측정치 z_k 와 마찰 추정기를 가진 칼만 필터에 의해 추정된 측정치 \hat{z}_k 의 차인 칼만 필터의 이노베이션 프로세스 를 이용하여 퍼지 마찰 추정기의 퍼지 추정 규칙에 사용할 퍼지 변수들을 생성 하는데 그 변수들은 식 (4.27)과 같다.

$$w_{ek} = z_k - \hat{z}_k \qquad w_{ek}^* = KE \times w_{ek}$$

$$w_{rk} = w_{ek} / T \qquad w_{rk}^* = KR \times w_{rk}$$

$$w_{ak} = [w_{ek} - w_{ek-1}] / T \qquad w_{ak}^* = KA \times w_{ak}$$

$$KE = L / |w_{ek}| \qquad KR = L / |w_{rk}|,$$

$$KA = L / |w_{ak}| \qquad KU = 4 / KR$$

$$dku_k = ku_1 + ku_2 \qquad \hat{\tau}_{l_k} = dku_k \times KU \qquad (4.27)$$

식 (4.27)의 퍼지 변수들을 이용하여 퍼지 추정 퍼지화 알고리즘과 퍼지 추정 규칙, 퍼지 추정 비퍼지화 알고리즘을 거친 후 최종적으로 마찰 추정 값 $\hat{\tau}_{l_k}$ 를 구할 수 있다. 그림 4.1의 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어 시스템의 블록선도를 보면 마찰 추정치 $\hat{\tau}_{l_k}$ 를 퍼지 PID 제어기의 출력 쪽으로 피드백 시켜 쿨롱 마찰 토크의 영향을 상쇄시킬 수 있다. 이것은 식 (4.28)과 같고, 이것을 전개하면 식 (4.29), (4.30)과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} x_{k} &= A \, x_{k-1} + B u_{k-1} + D \left(\tau_{l_{k-1}} - \hat{\tau}_{l_{k-1}} \right) + E \omega_{k-1} \\ z_{k} &= C x_{k} + v_{k} \end{aligned} \tag{4.28}$$

- 46 -

$$\overline{x}_{k} = A x_{k-1} + B u_{k-1} + D(\tau_{l_{k-1}} - \hat{\tau}_{l_{k-1}}) + E \omega_{k-1}$$

$$= A x_{k-1} + B u_{k-1} + D \tau_{l_{k-1}} - D \hat{\tau}_{l_{k-1}} + E \omega_{k-1}$$

$$(4.29)$$

$$\overline{z}_{k} = C(A x_{k} + Bu_{k-1} + D\tau_{l_{k-1}} - D\hat{\tau}_{k-1k-1}) + v_{k}$$

$$= CA x_{k} + CBu_{k-1} + CD\tau_{l_{k-1}} - CD\hat{\tau}_{k-1} + v_{k}$$

$$(4.30)$$

퍼지 마찰 추정기에 의한 마찰 추정 값 $\hat{\tau}_{l_k}$ 이 시스템에 실제로 인가된 쿨롱 마찰 토크 τ_{l_k} 과 동일하게 추정된다면 식 (4.26)에서와 같이 $CD\tau_{l_k}$ 와 $CD\hat{\tau}_{l_k}$ 가 서로 상쇄되는 것을 알 수 있다. 이것은 4.1절에서 설명한 것과 같이 출력에 $CD\tau_{l_k}$ 로 인해 생기는 정상상태오차를 보상할 수 있다. 식 (4.30)에서 시스템에 인가된 쿨롱 마찰 토크가 추정값에 의하여 상쇄됨에 따라 제어시스템의 정상상 태 성능이 향상됨을 예상할 수 있다. 이와 같은 성능 개선을 확인하기 위하여 DC 모터 속도 제어시스템에 이번 장에서 설명한 마찰 추정기를 가진 칼만 필 터 기반의 퍼지 PID 제어 알고리즘을 적용하여 시뮬레이션을 수행한다.

4.4 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어기를 사용한

DC 모터 시스템의 시뮬레이션

3장에서 설명한 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템을 사용한 시뮬레이션 에서는 쿨롱 마찰 토크의 영향으로 인하여 각속도가 기준입력에 도달하지 못하 고 정상상태오차가 발생하였다. 이를 해결하기 위하여 본 절에서 제안한 퍼지 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템을 사용하여 DC 모 터의 속도 제어에 대한 시뮬레이션을 수행하고 그 결과를 검토한다.

식 (4.31)은 그림 4.1에서 사용한 DC 모터 속도 제어시스템의 상태 방정식과 시스템 잡음의 특성을 나타낸 것이고, 식 (4.28)은 출력 방정식과 측정 잡음의 특성을 나타낸 것이다. 샘플링 시간은 0.01이고, 이산화 방법으로는 Euler방법 과 ZOH(Zero-order Hold)를 사용하였다. 또한 시스템에서 $x_k = [w_k \ i_k]^T$, $u_k = e_k$ 이고, τ_{l_k} 는 시스템에 인가되는 쿨롱 마찰 토크이다. ω_{k-1} 는 시스템 잡음이고 v_k 는 측정 잡음으로서 평균이 0인 백색 가우시안 분포를 가진다.

$x_{k} = \begin{bmatrix} 0.5241 & 0.9963 \\ -0.012 & -0.0227 \end{bmatrix} x_{k-1} + \begin{bmatrix} 6.4608 \\ 0.2123 \end{bmatrix} u_{k-1} + \begin{bmatrix} -313.218 \\ 6.4608 \end{bmatrix} \tau_{l_{k-1}} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_{k-1}$	(4.31)
$\omega_{k-1} \sim N(0, 0.01^2)$	
$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_k + v_k$	(4.32)
$v_k \sim N(0, 0.5^2)$	

DC모터 속도 제어시스템의 마찰 토크 7_{lk}에 2.2절에서 나타낸 쿨롱 마찰 모델 을 사용하였다. 쿨롱 마찰 토크는 DC 모터 정격토크의 10%로 설정하였다. 기준 입력은 각각 0s~ 2s에서 입력전압 24V에 대응하는 기준 각속도 344rad/s로 설정하고, 2s~ 4s에서 입력전압 12V에 대응하는 172rad/s로 설정하였다.

그림 4.10은 쿨롱 마찰 토크가 인가된 DC 모터 속도 제어시스템에 대해 각각 3장에서 제시한 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템과 4장에서 제시한 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템을 사용하여 각속도 제어 를 수행한 결과이다. 파란색 선은 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템을 사 용하여 제어를 실시한 결과이고, 빨간색 선은 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템을 사용하여 제어를 실시한 결과이다. 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템의 결과를 살펴보면 기준 입력값에 도달하지 못하 고 정상상태오차를 나타내지만, 퍼지 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼 지 PID 제어시스템에서는 정상상태에서 기준 입력값에 도달하여 정상상태오차 가 0이 됨을 볼 수 있다.

그림 4.11은 마찰 추정기에 의해 마찰 토크 추정값이 제어입력 측으로 피드 백된 경우와 그렇지 않은 경우에 각각의 제어기에서 생성된 제어 입력 전압을 비교한 그래프이고, 그림 4.12는 시스템에 인가된 쿨롱 마찰 토크와 퍼지 마찰 추정기를 이용하여 추정된 쿨롱 마찰 토크를 비교한 그래프이다. 검정색 선은 시스템에 인가된 쿨롱 마찰 토크를 나타낸 것이고, 파란색 선은 이 마찰 토크 를 추정한 것이다. 결과를 살펴보면 실제 마찰 토크를 거의 추정한 것을 볼 수 있고, 정상상태에서 약간의 차이가 나는 것은 퍼지 PID 제어효과에 의해 마찰 토크의 영향을 극복한 결과로 사료된다.

그림 4.10에서 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템의

- 48 -

출력이 기준 입력값에 도달하는 이유는 앞에서 설명한 바와 같이 그림 4.12의 마찰 토크 추정값이 실제로 작용하는 마찰 토크를 거의 추정하고 이를 새로운 제어입력의 생성에 피드백시켜 사용했기 때문이다.

그림 4.13은 마찰 추정기를 사용하지 않은 제어기와 마찰 추정기를 사용한 제어기의 이노베이션 프로세스의 차이를 나타낸 시뮬레이션 결과이다. 마찰을 추정하지 않은 경우에는 이노베이션 프로세스의 확률적 평균이 0에 수렴하지 않음을 볼 수 있고, 마찰을 추정한 아래의 그래프에서는 천이상태를 제외한 나 머지 구간에서 이노베이션 프로세스의 확률적 평균이 거의 0에 가까이 분포함 을 볼 수 있다.



그림 4.10 마찰 추정기를 가질 경우와 가지지 않을 경우의 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템의 각속도 비교

Fig. 4.10 Angular velocity comparison of fuzzy PID control system based on Kalman filter whether friction estimator in or not



그림 4.11 마찰 추정기를 가질 경우와 가지지 않을 경우의 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어 시스템의 제어입력 비교

Fig. 4.11 Control input comparison of fuzzy PID control system based on Kalman filter whether friction estimator in or not



그림 4.12 DC 모터 속도 제어시스템에 인가된 쿨롱 마찰 토크와 추정된 쿨롱 마찰 토크 비교

Fig. 4.12 Comparison of Coulomb friction torque and estimated Coulomb friction torque in DC motor velocity control system





Fig. 4.13 Innovation processes comparison of Kalman filter whether friction estimator in or not



제5장결론

본 논문에서는 비선형 마찰인 쿨롱 마찰 토크가 부하 측으로 과도하게 인가 된 DC 모터 속도 제어시스템의 각속도 제어를 위하여 이노베이션 프로세스를 이용한 퍼지 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템 구성 방법을 제안하였다. 그 결과 시스템에 인가되는 쿨롱 마찰 토크를 추정하여 시 스템 잡음과 측정 잡음의 영향을 최소화시키고 정상상태에서 각속도 오차를 제 거할 수 있었다. 이를 증명하기 위하여 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템을 대상으로 DC 모터의 각속도 제어에 대한 시뮬레이션을 수행하였고, 이와 같은 최종 결과를 얻기 위한 단계별 과정을 서술하였으며 다 음의 결론을 도출할 수 있었다.

- (1) 쿨롱 마찰 토크가 인가된 DC 모터 속도 제어시스템에서 출력인 각속도에 어떠한 영향을 주는지 알아보기 위해 시뮬레이션을 수행함으로써 과도하게 인가된 쿨롱 마찰 토크가 정상상태오차를 유발함을 확인하였다.
- (2) 측정 잡음과 시스템잡음, 쿨롱 마찰 토크가 인가된 DC 모터 속도 제어시스 템을 구성하는 방법을 제안하였다. 시뮬레이션을 수행한 결과 칼만 필터에 의한 추정 출력 x_k을 피드백시킴으로써 시스템에 포함된 시스템 잡음과 측 정 잡음의 영향을 거의 감소시켜 정상상태에서 안정된 출력을 얻을 수 있 었지만 인가된 쿨롱 마찰 토크의 영향으로 인하여 각속도가 기준 입력에

도달하지 못하고 정상상태오차를 표출하는 문제를 해결할 수 없었다. 이것 은 칼만 필터 알고리즘에 시스템의 입력 전압 u_k 와 같은 알려진 입력만 반 영되고 쿨롱 마찰 토크 T_{l_k} 와 같은 미지의 입력은 반영되지 않기 때문에, 시 스템의 실제 상태와 필터 추정치 사이의 추정 오차가 커지기 때문이다. 다 시 말하면 이노베이션 프로세스의 값은 커지지만 칼만 이득은 작아서 필터 의 보상이 제대로 이루어지지 않기 때문에 정상상태에서 추정오차를 0으로 수렴시킬 수 없기 때문임을 확인하였다.

(3) 시스템 잡음과 측정 잡음, 쿨롱 마찰 토크가 인가된 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템의 제어 성능을 향상시키기 위해 칼만 필터의 이노베이션 프로세스를 이용한 퍼지 마찰 추정기의 구성을 제안하였고, 추정된 쿨롱 마찰 토크 î_l와 칼만 필터에서 보상된 추정 출력 î_k을 각각 피드백 하는 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템을 제안하였다. 시 뮬레이션을 수행함으로써 DC 모터 속도 제어시스템에 실제로 인가된 쿨롱 마찰 토크를 거의 추정하고 있는 것을 확인하였고, 최종적으로 구성된 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템의 출력인 각속도는 정상상태에서 기준입력에 도달하는 뛰어난 제어 성능을 가짐을 확인하였다.
이상의 연구결과를 바탕으로 본 논문에서 제안한 마찰 추정기를 가진 칼만 필터 기반의 퍼지 PID 제어시스템 자짐 말만 필터 기반의 포함 모 한 주정기를 가진 칼만 필터 기단의 지어 정능을 가짐을 확인하였다.

터 속도 제어시스템에서 비선형 마찰인 쿨롱 마찰 토크가 과도하게 인가된 시 스템의 각속도 제어 문제에 효과적으로 사용될 수 있음을 확인하였다. 비선형 마찰인 쿨롱 마찰 토크가 인가된 시스템의 각속도 제어에 대하여 뛰어난 제어 성능을 가지는 것을 확인할 수 있었다.



참 고 문 헌

- S. S. Yang, 1992. A Stable Friction Compensation Scheme for Motion Control System. *Korea Society of Marine Engineering Journal*, Vol. 6, No. 2, pp. 95–100.
- [2] J. K. Lee, B. S. Park, J. H. Han and I. J. Cho, 2014. Robust Estimation of Load Performance of DC Motor Using Genetic Algorithm. *International Conference on Simulation and Modeling Methodologies Technologies and Applications*, pp. 110–116.
- [3] H. W. Kim, S. K. Sul, 1996. A New Motor Speed Estimator Using Kalman Filter in Low-Speed Range. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 43, No. 4, pp. 498–504.
- [4] M. K. C. Dinesh Chinthaka, R. U. G. Punchilhewa and A. M. Harsha S. Abeykoon, 2014. Disturbance Observer Based Friction Compensator for a DC Motor. *International Conference on Electrical Engineering /Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology*, Nakhon Ratchasima, Thailand, 14-17 May.
- [5] P. E. Dupont, B. A. Helouvry and C. C. D. Wit, 1994. A survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction. *Automatica*, Vol.30, No.7, pp. 1083–1138.
- [6] I. Virgala and M. Kelemen, 2013. Experimental Friction Identification of a DC Motor. *International Journal of Mechanics and Applications*, pp. 26–30.
- [7] 김천중, 김성수, 유준, 1992. 칼만 필터를 이용한 직류 모터의 속도 조절. 한국 자동
 제어학술회의 논문집, 제 1권, 제 1호, pp. 670-674.
- [8] P. Deshpande and A. Deshpande, 2012. Inferential Control of DC Motor Using Kalman Filter. *International Conference on Power, Control and Embedded Systems*. Allahabad, India, 17–19, December.
- [9] I. H. Kim, 2004. A Study on the Design Method of a Nonlinear Fuzzy PID

Controller with Variable Parameters. Doctoral dissertation, Department of Control & Instrumentation Engineering, Graduate School, Korea Maritime University.

- [10] H. N. Joo, 2012. Performance Improvement of the Nonlinear Fuzzy PID Controller. Journal of The Korean Society of Marine Engineering, Vol.36, No.7, pp.927–934.
- [11] S. H. Park, 2016. State Estimation and Control of Stochastic System under Unknown Disturbance and Noise. Master's dissertation, Department of Control and Measurement Engineering, Korea Maritime and Ocean University, Korea.
- [12] J. H. Kim, J. K. Kim, J. K. Lim, Y. S. Ha and O. K. Shin, 2008. A Fuzzy State Estimation Technique based on Kalman Filter. *Korea Society of Marine Engineering*, pp. 279–280.
- [13] J. H. Kim, Y. S. Ha, J. K. Lim and S. K. Seo, 2012. A Suggestion of Fuzzy Estimation Technique for Uncertainty Estimation of Linear Time Invariant System based on Kalman Filter. *Journal of the Korean Society of Marine Engineering*, Vol.36, No.7, pp. 919–926.
- [14] S. K. Seo, 2013. State Estimation Algorithm with Fuzzy Estimation Technique for Linear Time Invariant Uncertain System. Master's dissertation, Department of Control and Measurement Engineering, Korea Maritime and Ocean University, Korea.

