



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사 학위논문

안티롤링 진자에 의한 선박의 횡동요 저감에 대한 연구

**A Study on the Rolling Reduction of Floating body
by the Anti-Rolling Pendulum**



지도교수 박 석주

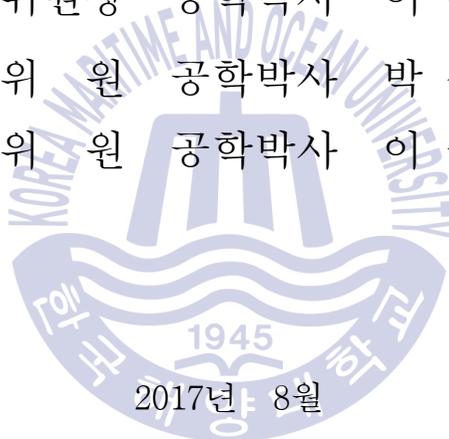
2017년 8월

한국해양대학교 대학원
조선해양시스템공학부

이 금주

본 논문을 이금주의 공학석사 학위논문으로 인준함.

위원장 공학박사 이 성 욱 (인)
위 원 공학박사 박 석 주 (인)
위 원 공학박사 이 승 재 (인)



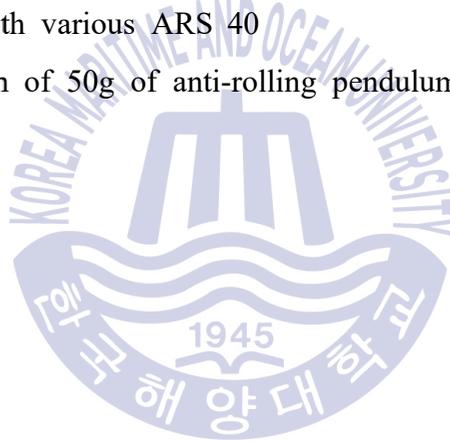
한국해양대학교 대학원

목 차

List of Tables	ii
List of Figures	iii
Abstract	iv
1장 서론	1
1.1 연구의 배경	1
1.2 연구의 목적과 연구 방법	2
2장 이론	4
2.1 선박의 횡동요 방정식	4
2.2 기계 장치의 흡진기 원리	8
2.3 안티롤링 진자	14
2.4 Runge-Kutta 법에 의한 고계연립미분방정식의 수치해석법	19
2.4.1 Euler 법	19
2.4.2 Runge-Kutta 법	20
2.4.3 고계미분방정식의 Runge-Kutta 법에 의한 풀이	21
2.4.4 연립고계미분방정식의 Runge-Kutta 법에 의한 풀이	23
3장 안티롤링 진자에의 적용	25
3.1 모형선에의 적용	25
3.2 안티롤링 탱크(Anti-Rolling Tank: ART)에 의한 횡동요의 저감	31
3.3 안티롤링 진자(Anti-Rolling Pendulum: ARP)에 의한 횡동요의 저감	34
3.3.1 안티롤링 진자에 의한 선박 횡동요의 저감	34
3.3.2 안티롤링 진자를 장착한 모형선의 선형 이론 해석	41
4장 결론	47
감사의 글	49
References	50

List of Tables

Table 3.1	Specification of the model ship	26
Table 3.2	Roll characteristics by curve fitting	28
Table 3.3	Characteristic coefficients of the model ship	29
Table 3.4	Specification of the ART	29
Table 3.5	Characteristic coefficients of the model ship with ART	33
Table 3.6	Specification of the anti-rolling pendulum	35
Table 3.7	Characteristic coefficients of the model ship in case of without ARS and with various ARS	40
Table 3.8	Specification of 50g of anti-rolling pendulum	43



List of Figures

- Fig. 2.1** Ship's rolling motion model 4
- Fig. 2.2** General graph of viscous damping system 7
- Fig. 2.3** Mechanical system with dynamic absorber 8
- Fig. 2.4** Shift of natural frequencies of the system by undamped dynamic absorber 11
- Fig. 2.5** Equivalent pendulum to ship's roll model 14
- Fig. 2.6** Idealized ship model with anti-rolling pendulum 15
- Fig. 2.7** The velocity of anti rolling pendulum 16
- Fig. 2.8** Concept of Euler method 19
- Fig. 3.1** The model ship equipped with ART 25
- Fig. 3.2** Ship's roll motion with 10° initial inclination 26
- Fig. 3.3** Curve fitting results of roll angle without ARS 28
- Fig. 3.4** Roll motion comparison graph between experiment, curve fitting and analysis with the fitted characteristic parameters 30
- Fig. 3.5** Free decay test of the model ship with ART 31
- Fig. 3.6** Roll motion comparison graph between ships without ARS and with ART 32
- Fig. 3.7** Curve fitting results of roll angle with ART 32
- Fig. 3.8** The model equipped with ARP 35
- Fig. 3.9** Roll motion comparison graph between ships without ARS and with various ARPs and ART 36
- Fig. 3.10** Roll motion comparison between ships without ARS and with various ARPs and ART in about 3.5 periods 37
- Fig. 3.11** Curve fitting results in case of installing various ARS 39
- Fig. 3.12** Free decay characteristics of ARP 42
- Fig. 3.13** Roll comparison between ships without ARS, with 50g ARP by

experiment and with 50g ARP by analysis 43

Fig. 3.14 Roll comparison between ship's motion and ARP's motion 44

Fig. 3.15 Roll comparison between the ship motion without ARS and the ship motion with 50g ARP in resonance Frequency 46



A Study on the Rolling Reduction of Floating body by the Anti-Rolling Pendulum

Yi, Geum-Joo

Department of Naval Architecture and Ocean Systems Engineering
Graduate School of Korea Maritime and Ocean University

Abstract

As ships and marine structures float on the water surface, they are usually exposed to waves, and move unceasingly. Rolling motion of floating body makes crews and passengers exhausted and/or applies forces to the structure to cause damage, and even might upset the body. Therefore bilge keels are equipped in almost ships for anti-rolling, in special case anti-rolling tank(ART) or fin stabilizer or gyroscope could be installed. But ART requires big capacity to install, and fin stabilizer and gyroscope need much costs to install and also much expenses to operate and maintain.

Recently the new Anti-Rolling System(ARS) which has a moving mass on the arc rail with passive control system was introduced, and showed abilities to suppress ship's rolling. And this device was also very big, heavy and expensive.

This paper suggests the Anti-Rolling Pendulum(ARP) which moves on the circle

KEY WORDS: Anti-Rolling System(ARS) 안티롤링 시스템; Anti-Rolling Tank(ART) 안티롤링 탱크; Anti-Rolling Pendulum(ARP) 안티롤링 진자; Simple Pendulum 단진자

shaped orbital track, induces the linear equation of motion and nonlinear equation of motion, and confirms the effectivities by comparing with the experiments.

The conclusions are as follows;

1. A linear equation and a non-linear equation of the roll motion of ship with the ARP is suggested, and the application of ARP system shows the effectiveness by comparing with the experimental result.

2. The ARP's remarkable damping ability is proved by experiments and analysis. The 32g ARP has the same or better damping performance comparing with the 50cc ART.

3. The ARP with cylinder type could reduce the device volume remarkably comparing with the ART.

4. Not so big additional space needed for installing ARP by placing it on the front wall of the engine room or in the cofferdam.

As the weight of about 0.5% of ship's displacement is so heavy for a big ship, the ARP for a big ship might be needed more additional studies. But for fishing boats or small passenger boats the proposed ARP would be powerful to reduce the roll motion of boats.

1장 서론

1.1 연구의 배경

선박이나 해양구조물은 물위에 떠있기 때문에 끊임없이 크고 작은 파도에 노출될 수밖에 없고, 따라서 구조물이 계속해서 동요를 한다. 선박의 횡동요(롤링)는 여객과 승무원의 승선감을 떨어뜨릴 뿐 아니라 심각한 고통에 빠지게 하기도 하고, 화물을 움직이게 하여 선박의 안정성에 심각한 위험에 이르게까지 한다. 그래서 아주 오래 전부터 롤링을 줄이기 위한 여러 가지 안티롤링 장치(anti-rolling system: ARS)가 제안되어 왔다.

가장 대표적인 장치가 선체에 빌지킬을 설치하는 것으로 단순한 구조이지만 그 효과는 좋은 편이다. 그래서 거의 대부분의 선박에서는 빌지킬을 설치하고 있다.

안티롤링 탱크(anti-rolling tank: ART)(Society of Naval Architecture and Marine Engineers, 1989)의 경우는 선체에 횡방향으로 U자형의 탱크를 설치하여 횡동요와 더불어 탱크내의 물이 좌우로 이동하게 하는 장치로 이 때 선체의 운동과 물의 이동 사이에 위상차가 생기는 것을 이용하여 배의 횡동요를 줄이는 장치이다. 효과는 상당히 좋으나 큰 공간을 차지하는 단점이 있다. 물론 밸러스트 탱크나 청수 탱크를 이용하면 공간의 문제는 해결되지만 선박의 롤링 주파수와 ART의 이동수 고유주파수를 일치시켜야 롤링 저감의 효과가 가장 크다는 점을 고려하면 전용의 ART를 설치하는 것이 최선임을 알 수 있다.

핀 스테빌라이저(fin stabilizer)(Popular Mechanics, 1932)는 배의 바깥쪽으로 날개(fin)를 내보내서 배의 운동에 따라서 양력(lift force)이나 다운 포스(down force)를 발생시킴으로써 배의 횡방향 동요를 줄이는 장치이다. 요트 등 소형선에서는 선외에 돌출한 고정 핀(non retractable fin)을 설치하여 롤링을 저감시키고, 큰 선박에서는 필요할 때에만 핀을 도출(retractable fin)시켜서 롤링을 줄이고 필요하지 않을 때에는 선내로 접어 넣는 날개 장치이다. 장점은 롤링 저감 효과가 크다는 점이다. 단점은 저속에서는 효과가 없고, 돌출되어 있기 때문에 수심이 낮거나 접안할 때 손상되기 쉬우며, 제어할 수 있는 핀의 경우 설치비와 유지비가 많이 드는 점이다.

자이로스코프 형(Popular Mechanics, 1933) 롤링 저감 장치는 자이로스코프

의 회전관성을 이용하여 자이로스코프의 회전축을 선박의 롤링 축에 일치시켜서 롤링을 억제시키는 원리를 이용하는 것이다. 회전관성은 관성모멘트가 클수록 커지기 때문에 자이로의 질량을 크게 하고, 회전반경을 크게 하고, 회전 속력을 크게 할수록 커진다. 따라서 효율 좋은 자이로스코프 롤링 저감 장치는 크고 빠른 회전 속력을 가져야 하고, 큰 자이로스코프를 빨리 돌리려면 큰 동력이 필요하게 된다.

Oikawa 등(1993)과 Koike 등(1994, 1999)은 선박의 갑판 위의 원호상의 레일 위에 움직이는 질량체를 올려놓고 제어기를 통하여 능동제어함으로써 선박의 횡동요를 감소시키는 장치를 제안한 바 있다. 이 질량이동식 안티롤링 장치는 동력을 사용하여 질량체를 이동시키기 때문에 아주 큰 동력이 필요하게 되고 질량이 크고, 또 구조도 복잡하기 때문에 제어도 쉽지 않아서 실제로 선박에 장착하기에는 큰 비용이 든다.

Moon 등(2005)은 질량체를 선박의 위에서 모터를 이용하여 이동시키는 방법으로 선박의 횡동요를 감소시키는 연구를 수행하였으나 이 방법도 대단히 큰 동력이 요구되기 때문에 효율적이지 못하다.

Yoon(2004)은 수동형 이동질량 안정기를 이용하여 횡동요를 감소시키는 방안을 제시하여 시뮬레이션을 통한 효용성을 보인 바 있다.

1.2 연구의 목적과 연구 방법

선박의 롤링은 여객과 승무원에 피로감을 주고, 화물을 이동시켜 화물에 손상을 주기도 하고, 선체의 손상에까지 이르게까지 할 수 있기 때문에 가능하면 롤링을 줄여야 한다. 그러나 기존에 나와 있는 장치들은 복잡하여 장치의 가격도 비싸고, 유지 보수비도 많이 들기 때문에 보통의 선박에서는 빌지킬 이외의 안티롤링 장치는 장착하지 않고 있는 것이 일반적이다.

롤링을 줄이는 장치는 첫째로 선체의 운동이 일어나는 방향과 반대 방향으로 외력을 가하여 운동을 줄이는 적극적인 방법을 택하는 능동형과 둘째로는 물리적인 현상을 이용하여 선체의 운동과 어느 정도 위상차를 가지는 부진동체 운동을 이용하여 선박의 운동을 줄이는 수동형과 이 둘을 결합하는 형태로 나눌 수 있다.

이 연구의 목적은 선체의 롤링을 보다 단순한 구조를 가진 안티롤링 장치를 제

안하여 롤링을 저감시키는 장치를 고안하고 이 장치의 유용성을 보이하고자 하는데 있다.

여기에서는 롤링 추를 선박의 횡방향으로 설치하여 선박의 롤링을 줄이고자 하고, 이를 ‘안티롤링 진자’(anti-rolling pendulum: ARP)라고 정의한다.

롤링도 운동의 면에서 보면 진동의 일종이다. 따라서 롤링 저감장치는 기계장치의 진동을 줄이는 흡진기의 일종이다. 그래서 선박의 안티롤링 장치로 기계장치의 진동을 줄이기 위해서 설치하는 흡진기의 원리를 적용하기로 한다. 기계장치의 기진 주파수와 일치하는 고유진동수를 갖고 있는 부진동 장치를 설치하면 흡진기의 효율을 최고로 높일 수 있다. 기계장치의 진동이 공진 시에 가장 크게 일어나듯이 선박의 롤링도 롤링 고유진동수와 일치하는 파와 선박이 만날 때 롤링이 가장 크게 일어나고, 이를 줄이기 위해서는 롤링 고유주파수와 일치하는 부진동 장치를 선박에 설치하면 된다.

본 연구에서는 롤링 고유진동수와 일치하는 고유주파수를 가진 단진자를 선박에 설치함으로써 선박의 롤링을 줄이고자 한다. 통상의 단진자는 추를 공중에 매달아야 하지만 선박의 경우 추를 매달면 구조가 복잡하여 지고 그 차지 공간도 크게 된다. 그래서 추를 매다는 대신 원 궤도를 만들어 중력과 관성에 의하여 추가 궤도 위를 움직이도록 하는 구조이다. 추의 고유주파수는 궤도의 반경과 관계가 있으므로 반경을 조절하여 고유주파수를 조정한다.

안티롤링 진자를 장착한 선박의 횡동요 선형운동방정식과 비선형 운동방정식을 제안하고, 실험과 비교하여 운동방정식의 효용성을 보인다.

또 ARS를 장착하지 않은 선박과 ART를 장착한 선박과 ARP를 장착한 선박에 대하여 실험을 통하여 성능을 비교 검토한다.

2장 이론

2.1 선박의 횡동요 방정식

선박은 물에 떠서 항해하기 때문에 끊임없이 파도, 바람 등의 외력을 받아 계속해서 흔들리게 되어있다. 선체를 하나의 강체로 본다면 선체는 상하, 좌우, 전후의 병진운동과 이 세 가지 직선운동의 운동축에 대한 세 가지 회전 운동을 하게 된다. 이를 롤, 히브, 피치, 요, 서지, 스웨이 운동이라 한다.

여기에서는 선박의 전후 방향 축에 대한 회전 운동인 횡동요 즉 롤 운동에 대하여서만 취급하기로 한다.

선체의 횡동요 모델을 Fig. 2.1에 보인다.

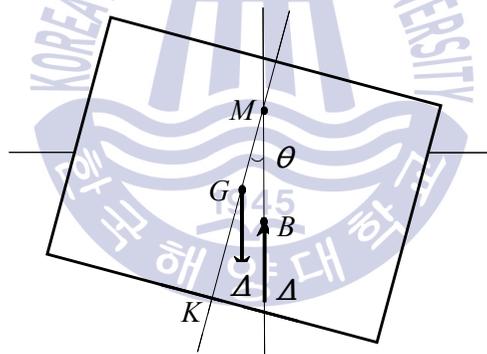


Fig. 2.1 Ship's rolling motion model

선체의 질량을 Δ , 회전각 즉 롤 각을 θ , 메타센터를 M , 선체의 무게 중심을 G 라 한다. 그림과 같이 배가 θ 기울게 되면 중심과 부심이 동일 수직선 상에 있지 않게 되고 배의 무게와 부력은 크기가 같기 때문에 우력을 발생시키게 된다. 따라서 선체의 롤에 대한 질량관성모멘트를 J_0 라 하면 다음과 같이 뉴턴의 제2법칙에 의한 운동방정식을 만족하게 된다.

$$\begin{aligned}
 -\Delta g \overline{GM} \sin\theta &= J_0 \ddot{\theta} \\
 J_0 \ddot{\theta} + \Delta g \overline{GM} \sin\theta &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

만약 선박이 소각도로 동요한다면, $\sin\theta \cong \theta$ 로 근사할 수 있으므로 위 식은 다음과 같이 선형 미분방정식으로 표시할 수 있다.

$$J_0\ddot{\theta} + \Delta g \overline{GM}\theta = J_0\ddot{\theta} + k_t\theta = 0 \quad (2.1)'$$

여기에서

$$k_t = \Delta g \overline{GM} \quad (2.2)$$

로 복원력 계수이다.

이 방정식의 해는 다음과 같이 구할 수 있다.

이 방정식의 해는 지수함수일 수밖에 없으므로 해는 $\theta(t) = \Theta e^{j\omega t}$ 과 같은 형태를 갖는다. 이를 (2.1)'에 대입하여 식을 만족하는 Θ 와 ω 를 구하면 이 방정식의 해가 된다.

$$\theta(t) = \Theta e^{j\omega t} \quad (2.3)$$

$$\dot{\theta}(t) = j\omega\Theta e^{j\omega t} \quad (2.4)$$

$$\ddot{\theta}(t) = -\omega^2\Theta e^{j\omega t} \quad (2.5)$$

식 (2.2), (2.3), (2.4)를 식 (2.1)'에 대입하여 풀면 다음과 같은 해가 나온다.

$$\theta(t) = A \cos\omega t + B \sin\omega t \quad (2.6)$$

단,

$$\omega = \omega_n = \sqrt{\frac{\Delta g \overline{GM}}{J_0}} = \sqrt{\frac{k_t}{J_0}} \quad (2.7)$$

흔히 식 (2.1)을 자유운동방정식이라고 하는데 이를 만족하는 ω 를 이 시스템의 고유진동수 ω_n 이라고 하고, 여기에서는 선박의 롤 고유진동수가 된다. 이를 이용하여 식 (2.6)을 다시 쓰면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}\theta(t) &= A \cos w_n t + B \sin w_n t \\ &= X \cos(w_n t - \phi)\end{aligned}\tag{2.8}$$

식 (2.8)의 계수 A, B, X, ϕ 는 시스템의 초기 조건, 즉 선박의 초기 롤링 각과 초기 롤링 회전각속도에 의하여 결정된다. 만약 초기($t=0$) 조건이 주어지면 이들 계수는 다음과 같이 된다.

$$\theta(0) = \theta_0, \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0\tag{2.9}$$

$$A = \theta_0, B = \dot{\theta}_0/w_n, X = \sqrt{\theta_0^2 + (\dot{\theta}_0/w_n)^2}, \phi = \tan^{-1}(\dot{\theta}_0/w_n/\theta_0)\tag{2.10}$$

실제의 선체가 물속에서 동요하는 경우에는 감쇠 때문에 식 (2.8)과 같이 정현파 운동을 하지 않고 시간에 따라 점점 쇠퇴해가는 감쇠 진동을 하게 된다.

만약 선박의 동요를 점성 감쇠 진동으로 가정하고, 점성감쇠계수를 c_t 라 하면 횡동요 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$J_0 \ddot{\theta} + c_t \dot{\theta} + k_t \theta = 0\tag{2.11}$$

식 (2.11)의 해도 여전히 지수함수이어야 하기 때문에 여기에서도 식 (2.3), (2.4), (2.5)를 식 (2.10)에 대입하여 풀면 다음과 같은 해를 구할 수 있다.

$$\theta(t) = e^{-\zeta w_d t} (A \cos w_d t + B \sin w_d t) = X e^{-\zeta w_d t} \cos(w_d t - \phi)\tag{2.12}$$

여기에서 ζ 는 시스템의 감쇠계수(c_t)와 임계감쇠계수(c_c)의 비로 감쇠비이고, w_d 는 감쇠고유진동수이다. 선박의 경우는 감쇠가 작기 때문에 시스템 고유진동수와 감쇠고유진동수가 거의 같으므로 식(2.12)는 다음과 같이 써도 된다.

$$\theta(t) = e^{-\zeta w_n t} (A \cos w_n t + B \sin w_n t) = X e^{-\zeta w_n t} \cos(w_n t - \phi)\tag{2.12}'$$

$$c_c = 2\sqrt{J_0 k_t} = 2J_0 w_n, \quad \zeta = c/c_c, \quad w_d = w_n \sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.13)$$

식 (2.12)의 계수 A, B, X, ϕ 는 시스템의 초기 조건, 즉 선박의 초기 롤링 각과 초기 롤링 회전각속도에 의하여 결정된다. 만약 초기($t=0$) 조건이 식 (2.8)로 주어지면 이들 계수는 다음과 같이 된다.

$$A = \theta_0, \quad B = (\dot{\theta}_0 + \zeta w_n \theta_0) / w_d, \quad X = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad \phi = \tan^{-1}(A/B) \quad (2.14)$$

따라서 시스템의 응답은 Fig. 2.2와 같이 지수함수 감쇠계의 모습이 된다. 만약 선박의 횡동요를 점성감쇠계로 볼 수 있다면 그림과 같은 운동을 할 것이다.

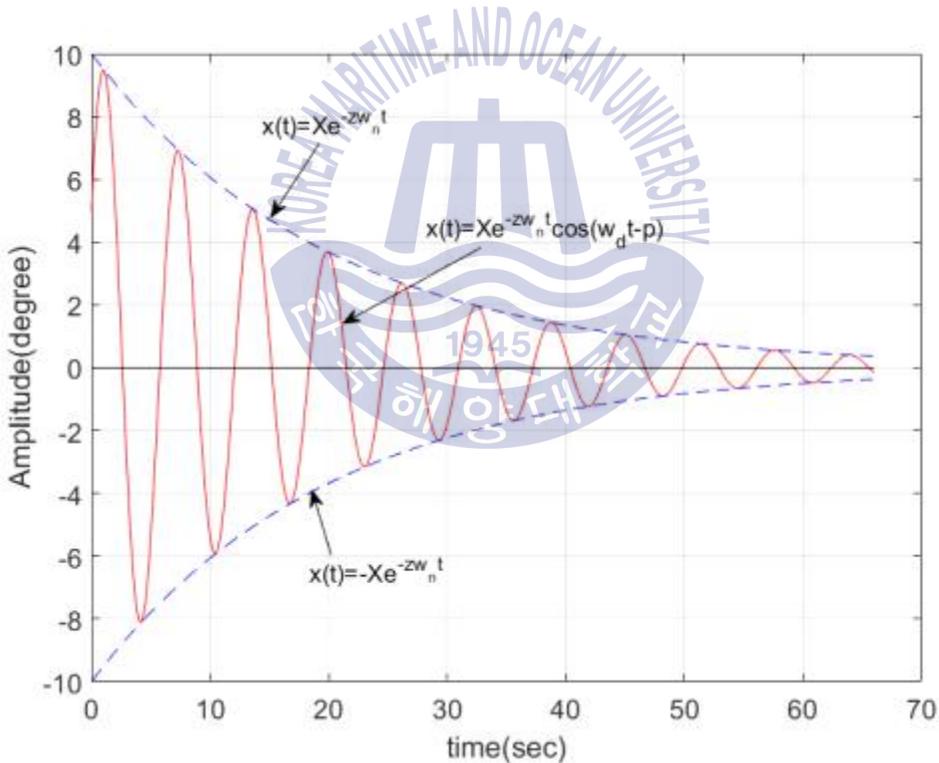


Fig. 2.2 General graph of viscous damping system.

2.2 기계 장치의 흡진기 원리

기계장치가 작동할 때 진동이나 동요가 심하면 흡진기(Rao, 2005)를 설치하여 이를 줄일 필요가 있다. 흡진기는 장치에 부가 진동체를 설치만 해두는 수동형과 부가 장치와 제어장치를 같이 설치하여 실시간으로 제어하는 능동형으로 나뉜다. 수동형 흡진기는 1 자유도 기계장치에 부가된 장치로 2자유도의 모델이 되어 Fig. 2.3과 같이 나타낼 수 있다. 파도 위를 향해하는 선박에 안티롤링 장치를 장착한 선박의 경우도 이와 비슷한 원리이므로 여기에서는 기계장치의 흡진기의 원리에 대하여 설명하기로 한다. 흡진기는 Fig. 2.3으로 표시할 수 있다.

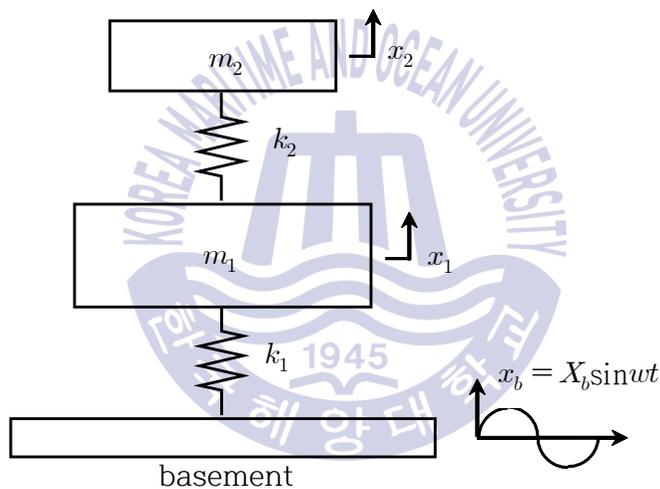


Fig. 2.3 Mechanical system with dynamic absorber.

이 시스템의 운동방정식은 뉴턴의 법칙에 의하여 다음과 같이 된다.

$$m_1 \ddot{x}_1 = -k_1(x_1 - x_b) - k_2(x_1 - x_2) \tag{2.15}$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_2(x_2 - x_1)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_b) + k_2(x_1 - x_2) = 0$$

(2.15)'

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) = 0$$

선체에 파도가 가해지는 경우는 이 시스템의 바닥에 조화가진 $x_b = X_b \sin \omega t$ 가 가해지는 것과 같으므로 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 X_b \\ 0 \end{pmatrix} \sin \omega t \quad (2.16)$$

이 시스템의 해는 다음과 같이 조화식으로 표시된다.

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \sin \omega t \quad (2.17)$$

이것을 식 (2.16)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - \omega^2 m_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 - \omega^2 m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 X_b \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

이 식의 해는 다음과 같다.

$$X_1 = \frac{(k_2 - m_2 \omega^2) k_1 X_b}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2} \quad (2.19)$$

$$X_2 = \frac{k_1 k_2 X_b}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2}$$

시스템의 진동을 최소화하기 위해서는 진폭 X_1 을 최소화하여야 한다. 이를 위해서는 식 (2.19)의 처음 식의 분자를 0으로 만들면 된다.

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2} = \omega_2^2 \quad (2.20)$$

즉 흡진기의 고유진동수를 외력의 진동수와 일치하도록 설계하면 시스템의 진동을 0으로 할 수 있다는 의미이다. 선박의 경우 외력의 주파수는 일정하지 않으므로 공진부근의 주파수 즉 롤링 주파수와 일치하는 외력에 대한 안티롤링 시스템을 설치하는 것이 가장 이상적이다. 즉 아래와 같은 조건을 만족하도록 흡진기를 설계하여야 한다.

$$\omega^2 = \omega_2^2 = \frac{k_2}{m_2} = \frac{k_1}{m_1} = \omega_1^2 \quad (2.21)$$

식 (2.19)를 무차원화하기 위하여 양변을 X_b 로 나누고, 또 우변의 분모와 분자를 $k_1 k_2$ 로 나누어 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{X_1}{X_b} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (2.22)$$

$$\frac{X_2}{X_b} = \frac{1}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}}$$

식 (2.22)에서 알 수 있듯이 $\omega = \omega_2$ 에서 $X_1 = 0$ 이 되고, 이 조건을 만족한다면 X_2 는 다음과 같이 된다.

$$X_2 = -\frac{k_1}{k_2} X_b \quad (2.23)$$

식 (2.23)에 의하면 부가 질량의 운동 방향은 기초의 운동 방향과 반대가 되고, 스프링에 의하여 받는 힘도 가진력과 반대방향($k_2 X_2 = -k_1 X_b$)이 됨을 알 수 있다. 또 k_1 과 k_2 의 비가 X_2 의 크기, 즉 흡진기의 진폭을 결정함을 알 수 있다. 작은 질량의 흡진기로도 본체의 진동을 0으로 만들 수는 있지만 이 경우에는 흡진기 즉 부가 질량체의 진동이 매우 커질 것이므로 흡진기의 안정이 해쳐지지 않은 범위 내에서 흡진기의 질량을 정해야 한다.

$$k_2 X_2 = m_2 \omega_2^2 X_2 = -k_1 X_b \quad (2.24)$$

그래서 k_2 와 m_2 의 값은 X_2 의 허용치에 의하여 설계되어야 한다는 것을 알 수 있다.

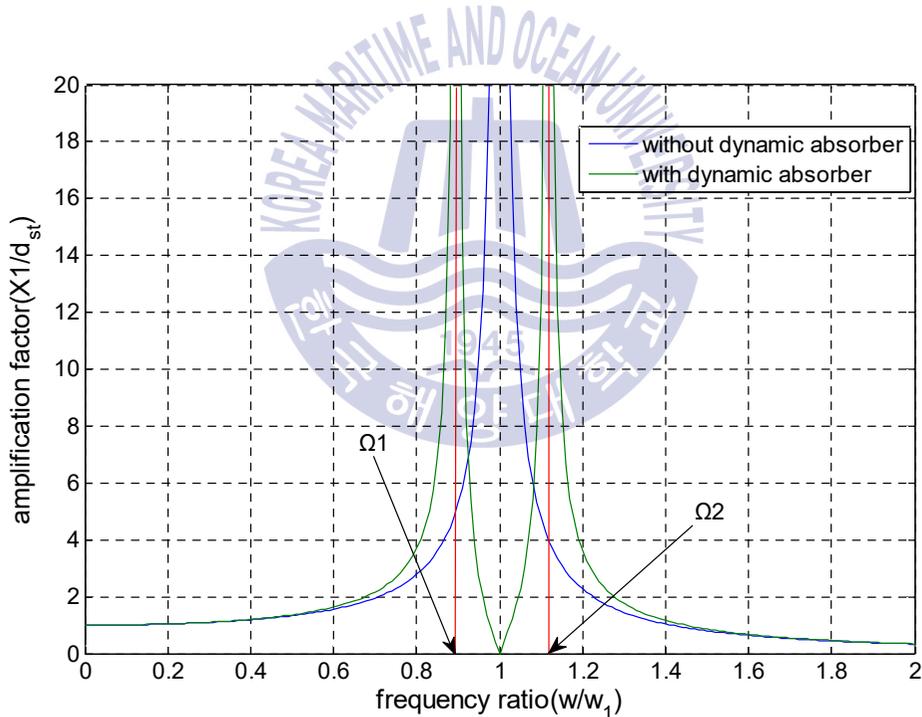


Fig. 2.4 Shift of natural frequencies of the system by undamped dynamic absorber.

Fig. 2.4는 동흡진기를 장착하지 않은 경우의 진폭비와 동흡진기를 장착한 경우의 증폭도를 보인다. 장착하지 않은 경우에는 피크가 주파수비 1, 즉 고유진동

수와 가진 주파수가 일치하는 점에서 나타나지만, 흡진기를 장착하면 그 점에서는 진폭비는 0이 되고 고유진동수가 그 점을 중심으로 위 아래의 두 점에서 나타난다는 것을 알 수 있다. 바꾸어 말하면 흡진기를 설치함으로써 가진 주파수 ω 에서의 진동을 제거할 수 있는 반면, 새로운 두 개의 공진주파수 Ω_1 과 Ω_2 가 나타나게 되므로 또 다른 주파수에서 문제를 발생시킬 수 있음을 말하고 있다. Ω_1 과 Ω_2 의 값은 식 (2.25)의 관계를 이용하고, 식 (2.21)의 분모를 0으로 놓음으로써 얻을 수 있다.

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{k_2}{m_2} \frac{m_2}{m_1} \frac{m_1}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \quad (2.25)$$

$$\left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^4 \left(\frac{\omega}{\omega_1} \right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_2} \right)^2 \left[1 + \left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right] + 1 = 0 \quad (2.26)$$

이 된다. 이 식의 두 개의 근은 다음과 같다.

$$\left. \begin{array}{l} \left(\frac{\Omega_1}{\omega_2} \right)^2 \\ \left(\frac{\Omega_2}{\omega_2} \right)^2 \end{array} \right\} = \frac{\left\{ \left[1 + \left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right] \pm \sqrt{\left[1 + \left(1 + \frac{m_2}{m_1} \right) \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right]^2 - 4 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2} \right\}}{2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2} \quad (2.27)$$

식 (2.27)은 고유진동수가 (m_2/m_1) 과 (ω_2/ω_1) 의 함수로 표현된다는 것을 알 수 있다.

또 위 식들에서 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

첫째, 식 (2.27)에 의하면 Ω_1 은 기계의 작동 주파수 ω_1 보다 작고, Ω_2 는 크다는 것을 알 수 있다. 따라서 기계는 반드시 시동과 정지 과정에서 Ω_1 을 통과하게 되고, 이 경우 큰 진폭이 발생할 수 있음을 염두에 두어야 한다.

둘째, 동흡진기는 단 하나의 가진진동수(ω)와 일치하도록 조절되기 때문에 이 진동수에서만 정상상태에서의 기계진폭이 0이 된다. 그러므로 기계가 다른 진동수에서 작동한다면 기계에 작용하는 힘이 여러 개의 진동수 성분을 가질 경우 기계의 진동 진폭이 커질 수 있다.



2.3 안티롤링 진자

선박의 롤링을 줄이기 위한 시도는 오래 전부터 시도되어 왔다. 벌지 킬은 선측에 간단히 설치함으로써 상당히 롤링을 줄일 수 있다.

여기에서는 안티롤링 진자를 설치함으로써 롤링을 줄이는 방법을 제안하고 물리적인 해석 모델을 제시한다.

먼저 횡동요 운동을 하는 선박을 단진자 등가계로 가정하기로 한다. 선박이 횡동요할 경우 떠오르는 부피와 가라앉는 부피가 같아야 하므로 횡동요의 중심은 부면심 O (통상 F 로 씀)에 있다고 가정한다. 또 선체의 복원력은 $M = \Delta g \overline{GM} \sin\theta_1 \cong \Delta g \overline{GM} \theta_1$ 이므로 O 점에 질량 Δ 인 추가 길이 \overline{GM} 인 곳에 매달려서 진동하는 단진자로 상정할 수 있다. 즉 질량 Δ 인 추가 회전반경 $k = \overline{GM}$ 인 곳에 매달려서 진동하는 단진자로 가정할 수 있다.

Fig. 2.5는 선박을 길이가 \overline{GM} 인 단진자로 등가계로 표시한 모델이다.

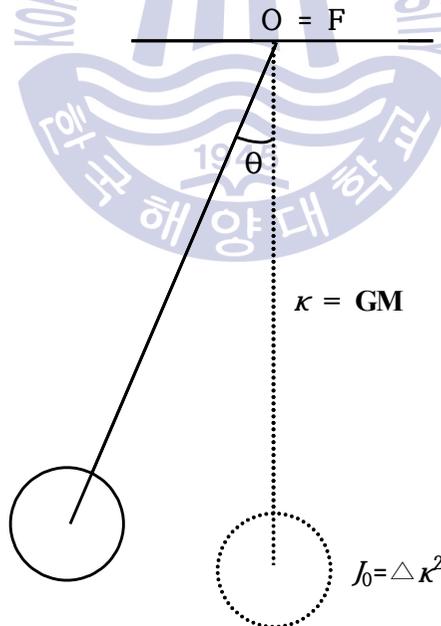


Fig. 2.5 Equivalent pendulum to ship's roll model.

Fig. 2.6은 선박에 ARP를 장착한 것을 이상화한 그림이다. 부면심 O 를 중심으

로 회전운동(θ_1)하는 관성체를 J_0 라 하고, 선체에 설치된 롤링 추 m 이 점 P 를 중심으로 회전운동(θ_2)을 한다고 가정한 것이다.

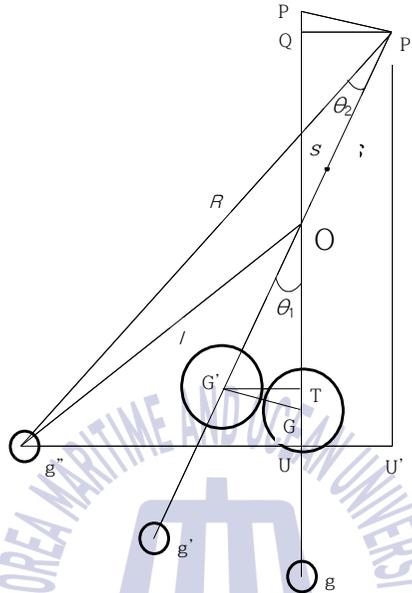


Fig. 2.6 Idealized ship model with anti-rolling pendulum.

이 시스템의 총에너지는 운동에너지와 위치에너지의 합으로 나타낼 수 있다. 또 운동에너지는 선체의 운동에너지와 롤링추의 운동에너지의 합으로 나타낼 수 있다. 선체의 운동에너지는 다음과 같다.

$$T_{ship} = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}_1^2 \tag{2.28}$$

롤링추의 운동에너지는 선체의 회전 θ_1 에 의하여 생기는 운동에너지와 롤링추가 선체위에서 회전(θ_2)하여 생기는 운동에너지의 합으로 표시된다. 선체의 회전에 의하여서 생기는 속도와 롤링추의 회전에 의하여 생기는 속도는 방향이 같지 않기 때문에 벡터의 합성에 의하여 속도를 구하여야 한다. 즉 Fig. 2.6에서 $g \sim g'$ 사이에서는 $\overline{g'O}$ 에 수직하는 속도 $\dot{\theta}_1$ 가 생기고, $g' \sim g''$ 사이에서는 $\overline{P'g''}$ 에 수직하는 속도 $R\dot{\theta}_2$ 가 생긴다. 롤링 추의 속력 v_m 은 Fig. 2.7과 같이 이들 두 벡터의 합으로 나타난다.

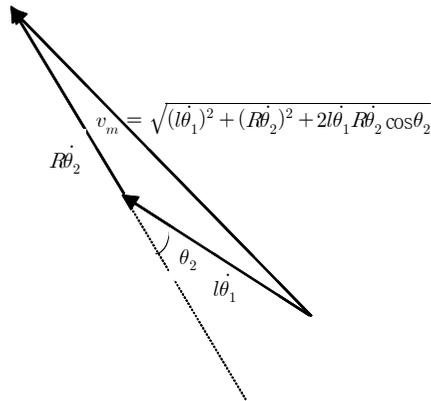


Fig. 2.7 The velocity of anti rolling pendulum.

$$\begin{aligned}
 v_m &= \sqrt{(l\dot{\theta}_1)^2 + (R\dot{\theta}_2)^2 + 2l\dot{\theta}_1 R\dot{\theta}_2 \cos\theta_2} \\
 &\cong \sqrt{(l\dot{\theta}_1)^2 + (R\dot{\theta}_2)^2 + 2l\dot{\theta}_1 R\dot{\theta}_2} \\
 &= l\dot{\theta}_1 + R\dot{\theta}_2
 \end{aligned}
 \tag{2.29}$$

따라서 총 운동에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 T &= T_{ship} + T_{pendulum} \\
 &= \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m ((l\dot{\theta}_1)^2 + (R\dot{\theta}_2)^2 + 2l\dot{\theta}_1 R\dot{\theta}_2 \cos\theta_2) \\
 &\cong \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m (l\dot{\theta}_1 + R\dot{\theta}_2)^2
 \end{aligned}
 \tag{2.30}$$

또 위치에너지는 선체의 위치에너지의 변화량과 롤링 추의 위치에너지의 변화량의 합이 된다. Fig. 2.6에서 알 수 있는 것과 같이 롤링 추는 처음 g점에서 선체의 회전에 의하여 g' 점으로 이동하고, 다시 롤링추의 회전에 의하여 g'' 점으로 이동하게 되는데, 결국 롤링 추는 $\overline{U_g}$ 만큼 높아진다.

$$\begin{aligned}
\overline{U_g} &= \overline{P_g} - \overline{PQ} - \overline{QU} \\
&= \overline{P_g} - (\overline{PO} - \overline{QO}) - \overline{P'U'} \\
&= \overline{P_g} - (\overline{PO} - \overline{P'O} \cos\theta_1) - \overline{P'g'} \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
&= \overline{P_g} - (\overline{PO} - \overline{PO} \cos\theta_1) - \overline{P_g} \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
&= \overline{P_g}(1 - \cos(\theta_1 + \theta_2)) - \overline{PO}(1 - \cos\theta_1)
\end{aligned} \tag{2.31}$$

$\overline{P_g}$ 는 롤링추의 회전반경으로 R 이라 두고, P 는 메타센터 위의 롤링추의 회전 중심으로 \overline{PO} 를 s 라 두기로 하면 위식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\overline{U_g} = R(1 - \cos(\theta_1 + \theta_2)) - s(1 - \cos\theta_1) \tag{2.32}$$

따라서 총 위치에너지는 다음과 같이 된다.

$$V = \Delta g \overline{GM}(1 - \cos\theta_1) + mg(R(1 - \cos(\theta_1 + \theta_2)) - s(1 - \cos\theta_1)) \tag{2.33}$$

따라서 Lagrange 방정식에 의하면 롤링 추를 가지는 선체의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} \right) + \frac{\partial V}{\partial \theta_1} = 0 \tag{2.34}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} \right) + \frac{\partial V}{\partial \theta_2} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} = J_0 \dot{\theta}_1 + m l^2 \dot{\theta}_1 + m l R \dot{\theta}_2 \cos\theta_2 \tag{2.35}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} = m R^2 \dot{\theta}_2 + m l R \dot{\theta}_1 \cos\theta_2$$

이므로 다음과 같은 비선형운동방정식을 얻을 수 있다.

$$(J_0 + ml^2)\ddot{\theta}_1 + mlR(\ddot{\theta}_2 \cos\theta_2 - \dot{\theta}_2^2 \sin\theta_2) + \Delta g \overline{GM} \sin\theta_1 + mgR \sin(\theta_1 + \theta_2) - mgs \sin\theta_1 = 0$$

$$mR^2\ddot{\theta}_2 + mlR(\ddot{\theta}_1 \cos\theta_2 - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin\theta_2) + mgR \sin(\theta_1 + \theta_2) = 0 \quad (2.36)$$

소각도 진동한다고 가정하면 위에서 언급했듯이 롤링추의 속력도 간단히 표시되고, 또 $\sin\theta_1 \cong \theta_1$, $\sin\theta_2 \cong \theta_2$, $\sin(\theta_1 + \theta_2) \cong \theta_1 + \theta_2$, $\cos\theta_1 \cong 1$, $\cos\theta_2 \cong 1$ 로 쓸 수 있다. 또 무리가 있지만 선형화하기 위하여 $\dot{\theta}_2^2 \sin\theta_2 \cong 0$, $\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin\theta_2 \cong 0$ 이라 가정하면 그림에서 $R-s=l$ 이므로 위 운동방정식은 다음과 같이 선형방정식으로 정리할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} J_0 + ml^2 & mlR \\ mlR & mR^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta g \overline{GM} + mgl & mgR \\ mgR & mgR \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

비선형성이 큰 경우에는 수치해석법을 이용하여야 한다.

Runge-kutta 법을 적용하기 위하여 위 식을 고계부터 다시 정리하면 다음과 같이 된다.

$$(J_0 + ml^2)\ddot{\theta}_1 + mlR(\ddot{\theta}_2 \cos\theta_2 - \dot{\theta}_2^2 \sin\theta_2) + \Delta g \overline{GM} \sin\theta_1 + mgR \sin(\theta_1 + \theta_2) - mgs \sin\theta_1 = 0$$

$$mR^2\ddot{\theta}_2 + mlR(\ddot{\theta}_1 \cos\theta_2 - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin\theta_2) + mgR \sin(\theta_1 + \theta_2) = 0 \quad (2.36)'$$

위 식을 $\ddot{\theta}_1$ 과 $\ddot{\theta}_2$ 로 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{-1}{J_0 + ml^2(1 - \cos^2\theta_2)} (ml \cos\theta_2 (l \sin\theta_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - g \sin(\theta_1 + \theta_2)) - mlR \sin\theta_2 \dot{\theta}_2^2 + \Delta g \overline{GM} \sin\theta_1 + mgR \sin(\theta_1 + \theta_2) - mgs \sin\theta_1) \quad (2.36)''$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{1}{\frac{R(J_0 + ml^2)}{l \cos\theta_2} - mlR \cos\theta_2} \left(-\frac{J_0 + ml^2}{l \cos\theta_2} (l \sin\theta_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - g \sin(\theta_1 + \theta_2)) - mlR \sin\theta_2 \dot{\theta}_2^2 + \Delta g \overline{GM} \sin\theta_1 + mgR \sin(\theta_1 + \theta_2) - mgs \sin\theta_1 \right)$$

2.4 Runge-Kutta 법에 의한 고계연립미분방정식의 수치해석법

다음과 같은 일계미분방정식에 대하여 생각하기로 하자.

$$y' = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0 \quad (2.38)$$

Runge-Kutta법은 기본적으로는 다음의 Taylor 급수에서 출발한다.

$$y(x+h) = y(x) + hy'(x) + \frac{h^2}{2}y''(x) + \dots \quad (2.39)$$

여기에서 작은 값의 h 에 대하여서는 h^2, h^3, \dots 은 매우 작기 때문에 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$y(x+h) \cong y(x) + hy'(x) = y(x) + hf(x, y) \quad (2.40)$$

2.4.1 Euler 법(Kreyszig, 1999a)

먼저 Euler 법에 대하여 Fig. 2.8을 이용하여 설명한다.

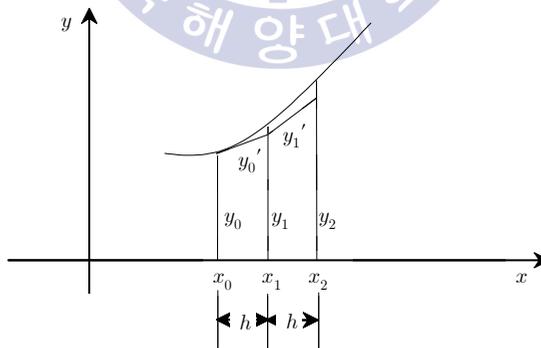


Fig. 2.8 Concept of Euler method

첫 번째 스텝으로 y_1 을 계산한다.

$$y_1 = y_0 + hy'_0 = y_0 + hf(x_0, y_0) \quad (2.41)$$

다음으로 y_2 를 계산한다.

$$y_2 = y_1 + hy_1' = y_1 + hf(x_1, y_1) \quad (2.42)$$

이를 일반화하면 다음과 같이 된다.

$$y_{n+1} = y_n + hy_n' = y_n + hf(x_n, y_n) \quad (n=0, 1, \dots) \quad (2.43)$$

그러나 이 방법은 Fig. 2.8과 식 (2.43)에서 알 수 있는 바와 같이 x_n 에서의 y_n' 을 이용하여 y_{n+1} 의 값을 계산하기 때문에 점점 오차가 커지고 누적이 일어나는 단점이 있다. 이를 보정하기 위하여 y_n 과 y_{n+1} 의 사이의 적절한 기울기를 이용하여 계산하는 방법이 고안되었다.

2.4.2 Runge-Kutta 법(Kreyszig, 1999b)

Runge-Kutta법은 $x_n, x_{n+0.5}, x_{n+1}$ 에 대한 $y_n', y_{n+0.5}', y_{n+1}'$ 를 계산하고, 가중 평균값을 기울기로 하여 다음과 같이 y_{n+1} 의 값을 계산한다.

$$k_1 = f(x_n, y_n)$$

$$k_2 = f(x_n + 0.5h, y_n + 0.5hk_1)$$

$$k_3 = f(x_n + 0.5h, y_n + 0.5hk_2) \quad (2.44)$$

$$k_4 = f(x_n + h, y_n + hk_3)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (n=0, 1, \dots)$$

k_1 은 (x_n, y_n) 에서의 기울기이고, k_2 은 $(x_n + 0.5h, y_n + 0.5hk_1)$ 에서의 기울기이고, k_3 은 $(x_n + 0.5h, y_n + 0.5hk_2)$ 에서의 기울기이고, k_4 은 $(x_n + h, y_n + hk_3)$ 에서의 기울기이다. 이들에 가중치 1, 2, 2, 1을 가해서 평균한 값을 두 점 사이의 기울기로 삼은 것이다.

술한 바와 같이 오차가 발생하고, 또 오차가 점점 누적하는 단점이 있는 반면, Runge-Kutta법은 (x_n, y_n) 과 (x_{n+1}, y_{n+1}) 사이의 4점에서의 기울기를 가중평균한 값을 기울기로 사용함으로써 오차를 줄이는 것이다.

예를 들어 다음과 같은 2계미분방정식을 푸는 경우에 대하여 설명하면 다음과 같다.

$$y'' = f(x, y, y') = f(x, \mathbf{y}), \quad x_0, y_0, y_0' \text{ (initial values given)} \quad (2.47)$$

여기에서

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

식 (2.47)과 식 (2.48)을 이용하면 이 미분방정식을 다음과 같이 바꾸어 쓸 수 있다.

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} y' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y' \\ f(x, y, y') \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}_0 = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_0' \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

식 (2.46)에 의하여 \mathbf{y}_1 을 구하면 다음과 같다.

$$\mathbf{k}_1 = \mathbf{f}(x_0, \mathbf{y}_0)$$

$$\mathbf{k}_2 = \mathbf{f}(x_0 + 0.5h, y_0 + 0.5h\mathbf{k}_1)$$

$$\mathbf{k}_3 = \mathbf{f}(x_0 + 0.5h, y_0 + 0.5h\mathbf{k}_2) \quad (2.50)$$

$$\mathbf{k}_4 = \mathbf{f}(x_0 + h, y_0 + h\mathbf{k}_3)$$

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_0 + \frac{h}{6}(\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4)$$

2.4.4 연립고계미분방정식의 Runge-Kutta 법에 의한 풀이

앞 절에서 고계미분방정식을 1계로 낮추어 풀 수 있음을 보였다. 이 방법을 조금 응용하면 연립고계미분방정식도 풀 수 있다.

다음과 같은 2원2계미분방정식을 푸는 법에 대하여 알아보자.

$$\mathbf{y}'' = \mathbf{f}(x, y_1, y_2, y_1', y_2') = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}), \quad x_0, y_{10}, y_{20}, y_{10}', y_{20}' \text{ (initial values given)} \quad (2.51)$$

여기에서

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

식 (2.48)과 식 (2.49)를 이용하면 이 미분방정식을 다음과 같이 바꾸어 쓸 수 있다.

$$\mathbf{y}' = \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \\ y_3' \\ y_4' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \\ y_1'' \\ y_2'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \\ f_1(x, y, y') \\ f_2(x, y, y') \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}_0 = \begin{pmatrix} y_{10} \\ y_{20} \\ y_{10}' \\ y_{20}' \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

식 (2.50)과 같은 방법으로 \mathbf{y}_{n+1} 을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 &= \mathbf{f}(x_0, \mathbf{y}_0) \\ \mathbf{k}_2 &= \mathbf{f}(x_0 + 0.5h, y_0 + 0.5h\mathbf{k}_1) \\ \mathbf{k}_3 &= \mathbf{f}(x_0 + 0.5h, y_0 + 0.5h\mathbf{k}_2) \\ \mathbf{k}_4 &= \mathbf{f}(x_0 + h, y_0 + h\mathbf{k}_3) \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{y}_n + \frac{h}{6}(\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4) \quad (n = 0, 1, \dots)$$



3장 안티롤링 진자에의 적용

3.1 모형선에의 적용

Fig. 3.1에 모형선의 사진을 보이고, Table 3.1에 적용한 모형선의 주요 사양을 보인다.



Fig. 3.1 The model ship equipped with ART

먼저 안티롤링 시스템(Anti Rolling System: ARS)을 갖추지 않은 선박의 자유진동에 대한 롤링의 감쇠 특성을 살펴보기 위하여 곡선맞춤법을 이용하여 계수들을 구하여 보았다. 점성감쇠계의 자유진동의 일반해는 식 (2.12)로 주어진다.

$$\theta(t) = e^{-\zeta w_n t} (A \cos w_d t + B \sin w_d t) = X e^{-\zeta w_n t} \cos(w_d t - \phi) \quad (2.12)$$

여기에서 w_n 은 시스템의 고유진동수이고, w_d 는 감쇠고유진동수인데 선박의 롤링의 경우는 롤링 진동수이고, ζ 는 시스템의 감쇠 특성을 나타내는 감쇠비이다.

선박의 경우는 감쇠가 작기 때문에 시스템 고유진동수와 감쇠고유진동수가 거의 같으므로 식(2.12)는 다음과 같이 써도 된다.

$$\theta(t) = e^{-\zeta w_n t} (A \cos w_n t + B \sin w_n t) = X e^{-\zeta w_n t} \cos(w_n t - \phi) \quad (2.12)'$$

실제 실험에서는 히브가 동반되어 일어나고, 정확히 메타센터를 중심으로 하여 롤링이 일어나지 않는 등 초기 상태의 선박의 불안정성을 감안하여 식 (2.12)'에 상수항을 더하여 식 (3.1)에 의하여 곡선맞춤법을 시행하였다.

$$\theta(t) = A_0 + e^{-\zeta w_n t} (A \cos w_n t + B \sin w_n t) = A_0 + X e^{-\zeta w_n t} \cos(w_n t - \phi) \quad (3.1)$$

Fig. 3.3이 곡선맞춤법의 결과를 보인다. 그림에서 알 수 있듯이 실험 데이터와 곡선맞춤법으로 구한 결과가 잘 맞는 것을 알 수 있고, 따라서 이 선박의 롤링 특성은 식 (2.12)'로 잘 표현될 수 있음을 알 수 있다. 즉 선박의 롤링은 점성감쇠계로 간주해도 좋다는 사실을 보여준다.

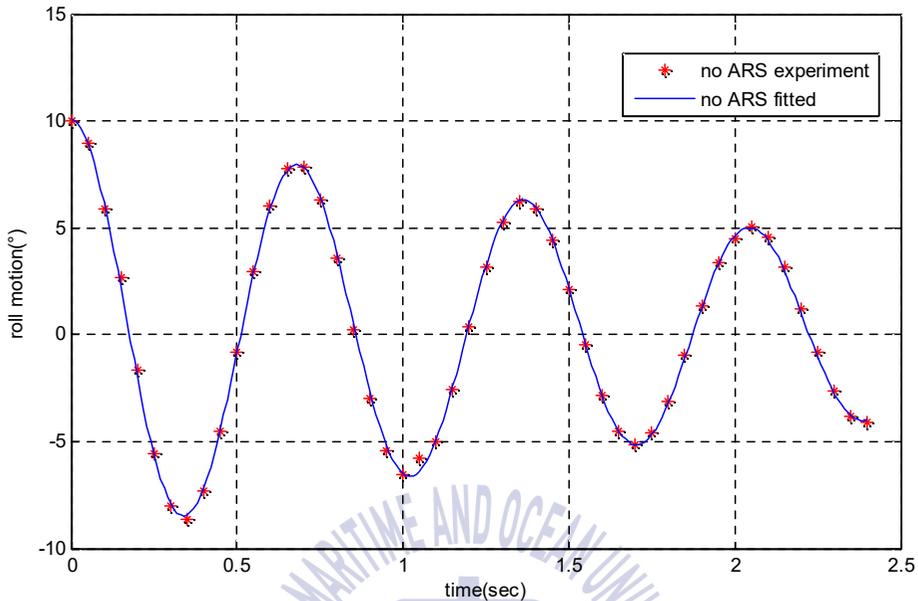


Fig. 3.3 Curve fitting results of roll angle without ARS

Table 3.2는 곡선맞춤법으로 구한 롤링 특성을 나타내는 계수들을 보여준다. 롤링주기는 약 0.7초이며 초기 진폭은 9.8° 이고, 감쇠비는 0.038임을 알 수 있다. 초기 진폭이 10이 되지 않고 9.8 가 된 것은 실제의 선박은 히브의 영향을 받고, 또 정확히 메타센터를 중심으로 하여 회전운동을 하지는 않기 때문으로 보인다.

Table 3.2 Roll characteristics by curve fitting

Item	quantity	Unit
w_n : natural frequency	9.21	rad/s
T: roll period	0.68	sec
A: cosine coefficient	9.82	degree($^\circ$)
B: sine coefficient	0.23	degree($^\circ$)
$C(= \sqrt{A^2+B^2})$: roll amplitude	9.82	degree($^\circ$)
ζ : damping ratio	0.038	-

선박의 롤링 운동방정식은 식 (2.11)로 표시된다.

$$J_0 \ddot{\theta} + c_t \dot{\theta} + k_t \theta = 0 \quad (2.11)$$

또 롤링주파수는 다음과 같다.

$$w = w_n = \sqrt{\frac{\Delta g \overline{GM}}{J_0}} = \sqrt{\frac{k_t}{J_0}} \quad (2.7)$$

따라서 선박의 질량관성모멘트를 식 (2.7)로부터 추정할 수 있다.

$$J_0 = \Delta g \overline{GM} / w_n^2 \quad (3.2)$$

또한 임계감쇠계수, 감쇠비, 감쇠고유진동수는 다음과 같다.

$$c_c = 2\sqrt{J_0 k_t} = 2J_0 w_n, \quad \zeta = c_t / c_c, \quad w_d = w_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.13)$$

식 (3.2)와 식 (2.13)으로부터 이들 계수들을 구할 수 있는데 Table 3.3과 같다.

Table 3.3 Characteristic coefficients of the model ship

Item	quantity	Unit
w_n : natural frequency	9.21	rad/s
J_0 : mass moment of inertia	0.074	kgm ²
c_t : damping coefficient	0.047	Nm/s
k_t : coefficient of restitution	5.660	Nm/rad
ζ : damping ratio	0.038	-

따라서 이 모형선의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$0.067\ddot{\theta} + 0.047\dot{\theta} + 5.66\theta = 0 \quad (3.3)$$

이 미분방정식의 해는 식 (2.12)로 주어지고, 초기조건 $\theta_0, \dot{\theta}_0$ 가 주어지면 그 특수해를 얻을 수 있다.

$$\theta(t) = e^{-\zeta w_n t} (A \cos w_d t + B \sin w_d t) = X e^{-\zeta w_n t} \cos(w_d t - \phi) \quad (2.12)$$

단,

$$A = \theta_0, B = (\dot{\theta}_0 + \zeta w_n \theta_0) / w_d, X = \sqrt{A^2 + B^2}, \phi = \tan^{-1}(B/A) \quad (2.14)$$

초기값 $\theta_0 = 10.0$, $\dot{\theta}_0 = 0$ 을 대입하면 위식의 계수들은 다음과 같이 구해진다.

$$w_n = 9.21, \zeta = 0.038, w_d = 9.21, A = \theta_0 = 10.0^\circ, B = 0.38^\circ$$

$$\theta(t) = e^{-0.352t} (10.0 \cos 9.21t + 0.38 \sin 9.21t) \quad (3.4)$$

실험값과 곡선맞춤법, 해석값을 비교하면 Fig. 3.4와 같다. 빨간색 별표가 실험 결과이고, 검정색 실선이 곡선맞춤법으로 구한 결과이고, 파란색 실선이 식(3.4)에 의한 결과이다. 비교적 서로 잘 맞음을 알 수 있다.

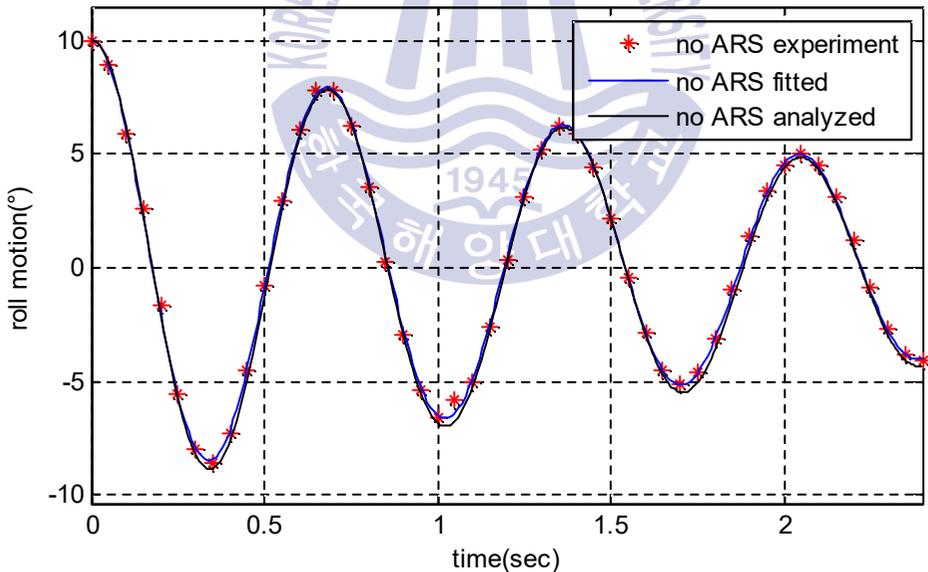


Fig. 3.4 Roll motion comparison graph between experiment, curve fitting and analysis with the fitted characteristic parameters.

3.2 안티롤링 탱크(Anti-Rolling Tank: ART)에 의한 횡동요의 저감

선박의 횡동요를 줄이기 위한 노력은 오래 전부터 관심의 대상이었고, 많은 장치들이 고안되어왔다. 거의 모든 선박에 장치되어 있는 빌지 킬을 비롯하여 여기에서 소개하는 안티롤링 탱크, 핀 스테빌라이저, 자이로스코프 등이 고안되었지만, 안티롤링 탱크는 큰 용적을 차지하는 단점이 있고, 핀 스테빌라이저와 자이로스코프는 설치비와 유지 관리비가 많이 드는 단점이 있다.

본 논문에서는 안티롤링 진자(Anti-Rolling Pendulum: ARP)에 의한 효과와 비교하기 위하여 ARP의 궤도에 50cc의 물을 채워 안티롤링 탱크의 역할을 하게 하였다.



Fig. 3.5 Free decay test of the model ship with ART

안티롤링 탱크를 장착한 경우의 롤링 특성을 Fig. 3.6에 보인다. 검정색 실선이 ARS가 없는 경우이고, 빨간색 실선이 ART를 장착한 경우의 실험 결과이다. ART를 설치한 경우가 ARS가 없는 경우보다 훨씬 빨리 동요가 감소한다는 것을 알 수 있다.

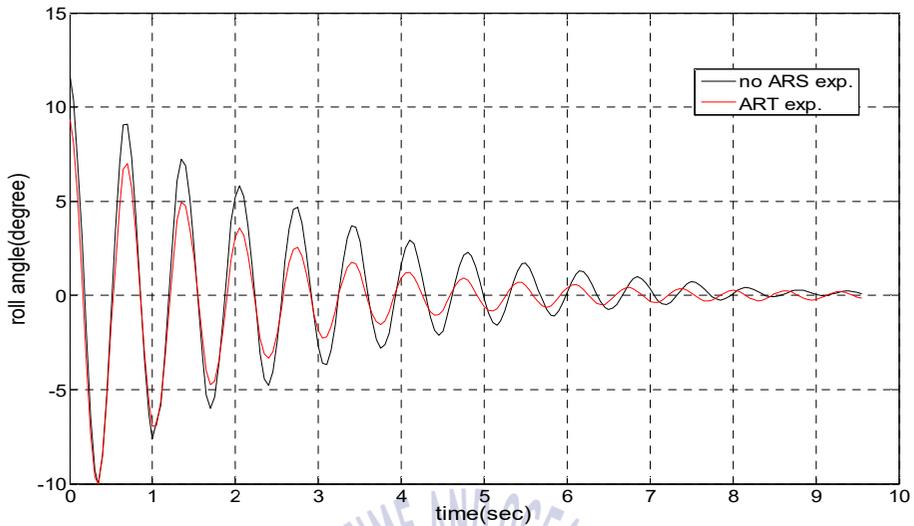


Fig. 3.6 Roll motion comparison between ships without ARS and with ART.

Fig. 3.7은 ART를 장착한 모형선의 첫 3.5 주기간의 롤링에 대한 응답을 식 (2.12)'로 곡선맞춤하여 구한 파라미터를 대입하여 그린 그래프이다. Table 3.5는 특성 파라미터 값이다.

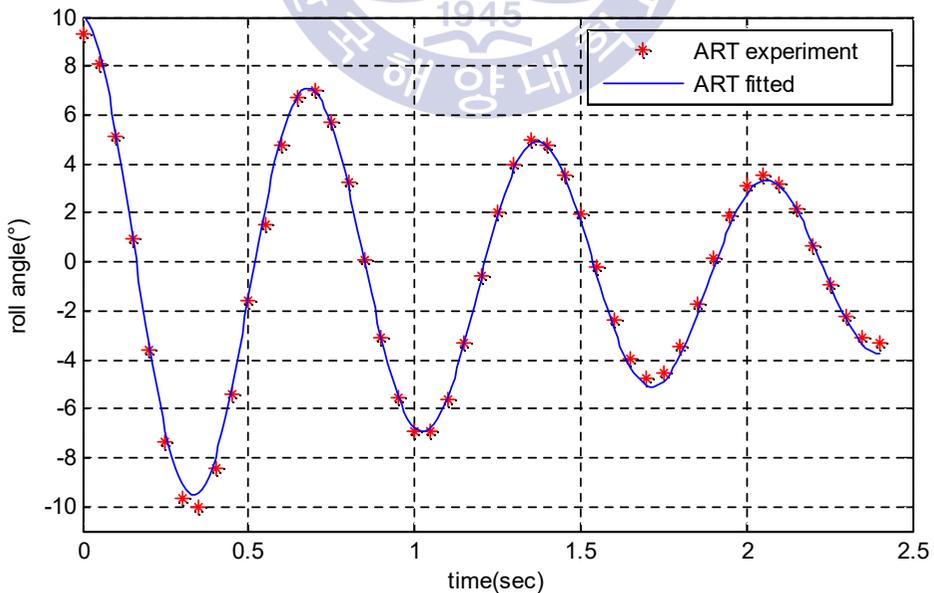


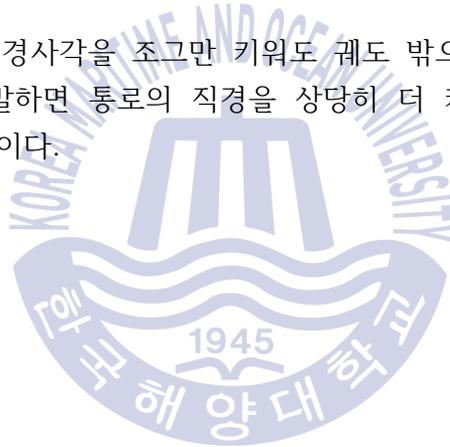
Fig. 3.7 Curve fitting results of roll angle with ART

Table 3.5 Characteristic coefficients of the model ship with ART

Item	quantity	Unit
w_n : natural frequency	9.10	rad/s
T: roll period	0.69	sec
A: cosine coefficient	11.4	degree(°)
B: sine coefficient	-0.6	degree(°)
$C(= \sqrt{A^2+B^2})$: roll amplitude	11.4	degree(°)
ζ : damping ratio	0.054	-

Fig. 3.7에서 알 수 있듯이 ART를 장착한 모형선의 롤 운동도 식 (2.12)'로 잘 표시됨을 확인할 수 있고, 따라서 이 운동도 점성감쇠 운동으로 근사할 수 있음을 보인다.

ART의 단점은 초기 경사각을 조그만 키워도 궤도 밖으로 물이 튀어나가는 현상이 생겼다. 바꾸어 말하면 통로의 직경을 상당히 더 키워야 안정적인 ART를 구성할 수 있다는 의미이다.



3.3 안티롤링 진자(Anti-Rolling Pendulum: ARP)에 의한 횡동요의 저감

선박의 롤링은 물 위에 떠있는 선박이 파도에 의하여 배의 길이 방향 중심축에 대한 회전운동이다. 선박의 수면 위에서의 운동은 롤(roll), 히브(heave), 피치(pitch), 요(yaw), 서지(surge), 스웨이(sway) 등 6 자유도 운동으로 표시한다. 이 중 롤 운동이 선박의 안정성에 가장 큰 영향을 주기 때문에 가장 단순한 모델로 취급할 때에는 1자유도의 롤 운동 모델로 취급하고, 조금 더 복잡하게 할 때에는 롤, 히브, 요를 취급하는 3자유도 모델로 취급하고, 가장 정확한 모델을 할 경우에는 6개의 운동을 전부 취급하는 6자유도 모델로 취급한다.

여기에서는 선박의 안정성과 승조원이나 화물에 가장 큰 영향을 미치는 롤 운동을 최소화하는 경우에 한정하여 취급한다.

선박의 롤 운동의 저감은 기계 장치의 진동을 줄이기 위한 동흡진기의 원리를 이용하면 같은 원리로 선박의 롤 운동을 줄일 수 있다. 즉 선박의 롤 주파수와 같은 주파수를 갖은 부진동 장치를 부가하면 선박의 롤 운동을 줄일 수 있다. 여기에서는 안티롤링 진자를 제안한다.

3.3.1 안티롤링 진자에 의한 선박 횡동요의 저감

먼저 ARP를 장착한 모형선의 롤링 특성을 살펴본다.

2.2절에서 알 수 있듯이 가장 효율적인 제진 장치는 부진동 장치의 고유진동수가 주 장치의 운전 주파수와 일치하는 고유진동수를 갖는 시스템이다. 시스템의 안티롤링 진자의 경우는 단진자의 주기가 배의 동요주기 0.68초와 일치하도록 설계하였다. 단진자의 주기 T 는 식 (3.6)으로 표시된다.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} \quad (3.6)$$

추의 무게는 32g, 40g, 50g의 세 종류를 사용하였고, 각각 선박 무게의 0.42%, 0.52%, 0.65%에 해당한다. 이를 바탕으로 Table 3.6과 같이 ARP를 설계하였다.

Table 3.6 Specification of the anti-rolling pendulum

Item	50cc	32g	40g	50g
T: Period of ARP(sec)	0.69	0.68	0.69	0.68
R: radius of ARP(m)	0.115			
l: distance from pendulum to F(m)	0.010			
mass ratio(ARP/ship in percent)	0.65	0.42	0.52	0.65

선박에 단진자를 설치하면 많은 공간을 차지하기 때문에 단진자 대신 원형의 궤도 위를 움직이도록 가이드를 설치하고 그 가이드 속을 추가 움직이도록 함으로써 같은 원리로 추가 동작하도록 한다. Fig. 3.8에 ARP를 장착한 모형선을 보이고, Fig. 3.9는 ARS가 없을 때와 ARP를 장착한 후의 선체의 롤 운동에 대한 그래프이다. 어느 경우든 ARS를 장착하면 롤링이 크게 감소하는 것으로 나타난다. 검은색 실선이 ARS를 장착하지 않은 경우이고, 파란색선이 전술한 ART인 50cc의 물을 채운 경우(ART), 분홍선이 32g의 ARP, 녹색선이 40g, 붉은색선이 50g의 추를 설치한 경우(ART)이다.



Fig. 3.8 The model equipped with ARP

최대한 초기 조건을 10도 정도를 유지하려고 노력하였지만 실제로는 거의 불가능하다. 또 처음 일정 시간 기울인 상태로 파도가 가라앉기를 기다려야 하는데 여전히 외력이 작용하지 않을 때까지 기다리는 것은 불가능하다. 그래서 실험 결

과 그래프에서 초기 최대치를 10도로 정규화하여 데이터를 재조정하였다. 데이터 취득 간격은 0.05초로 정하였다.

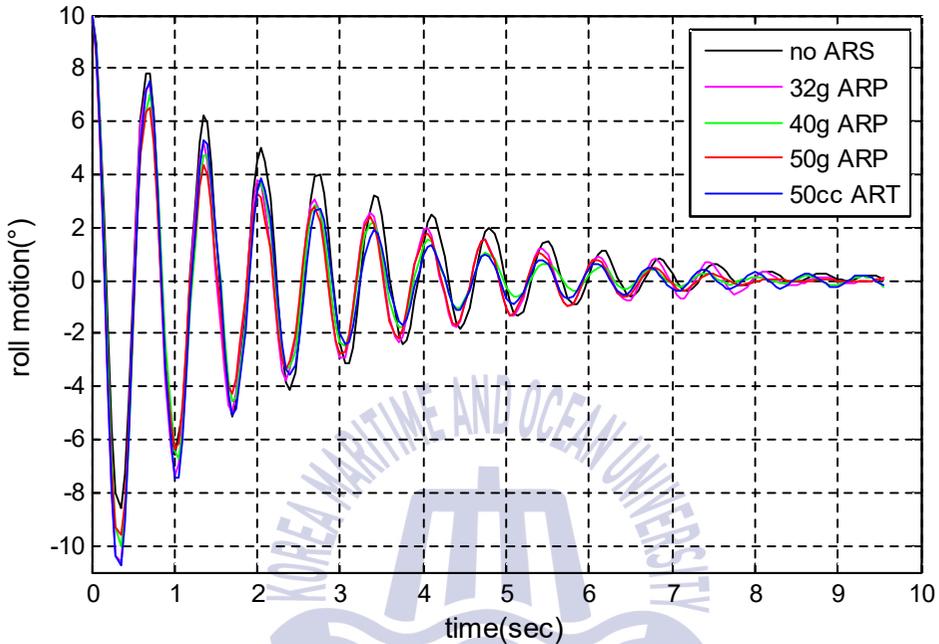


Fig. 3.9 Roll motion comparison graph between ships without ARS and with various ARPs and ART.

그래프로는 감쇠의 정도가 거의 구분할 수 없으므로 곡선맞춤법을 통하여 정량적으로 비교해 보기로 한다. 실험 전체 구간에 대하여 곡선맞춤법을 적용할 수도 있으나 롤링의 감소 효과는 롤링 첫 몇 주기에서 얻어져야 하므로 첫 3.5 주기에 대하여 식 (2.12)'로 곡선맞춤법을 시행하였다.

Fig. 3.10에 약 3.5 주기 구간에 대한 그래프를 보이고, Fig. 3.11에 4 가지 ARS를 장착한 경우에 대하여 각각 곡선맞춤법을 시행한 결과를 보인다.

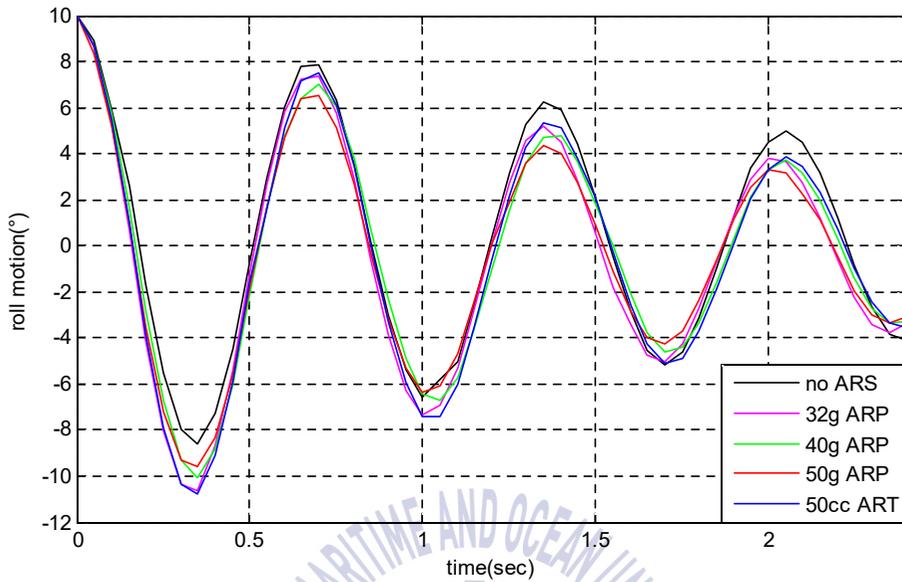
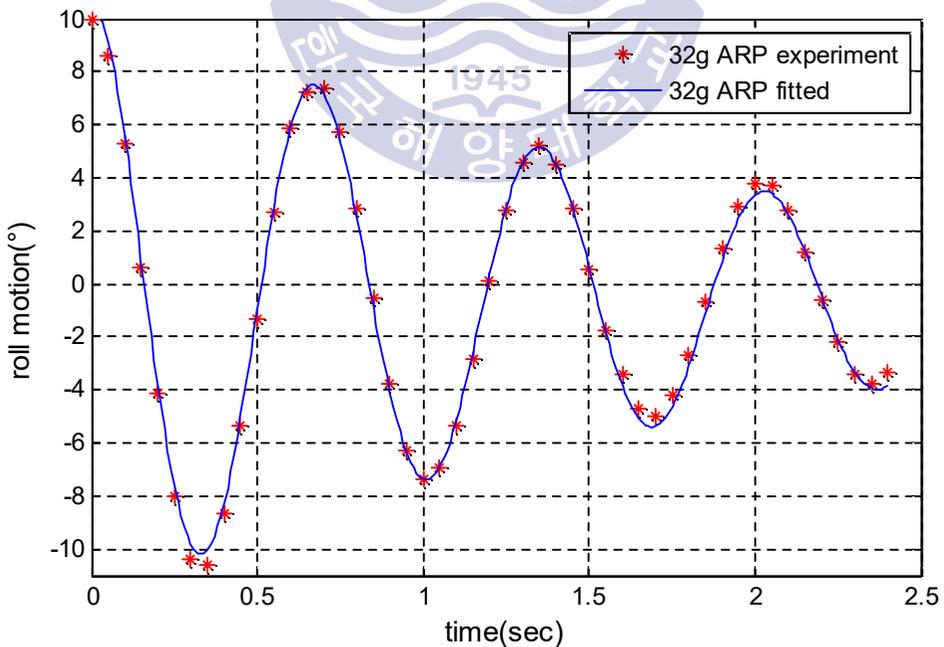
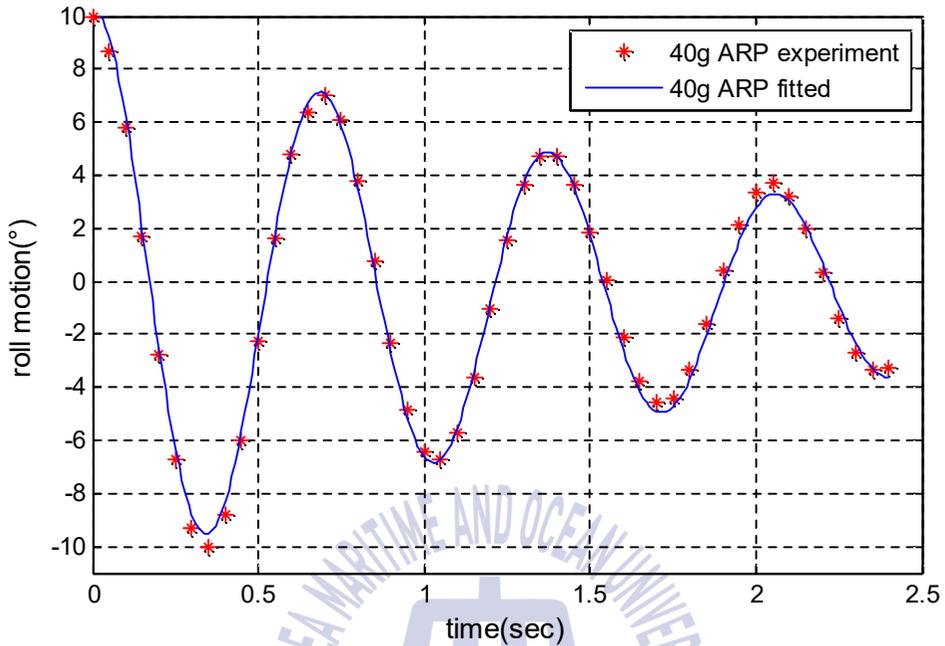


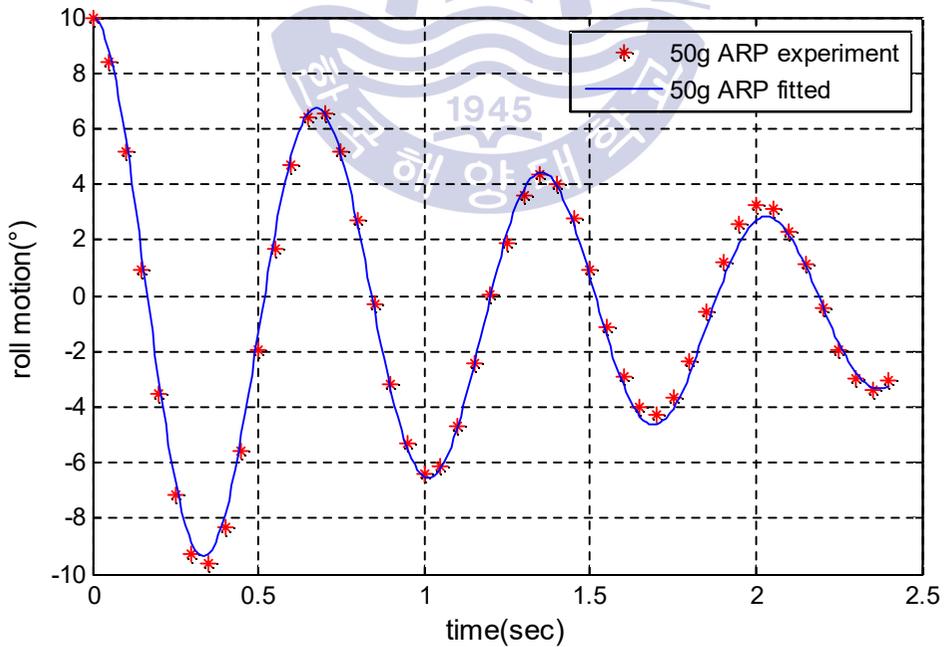
Fig. 3.10 Roll motion comparison between ships without ARS and with various ARPs and ART in about 3.5 periods.



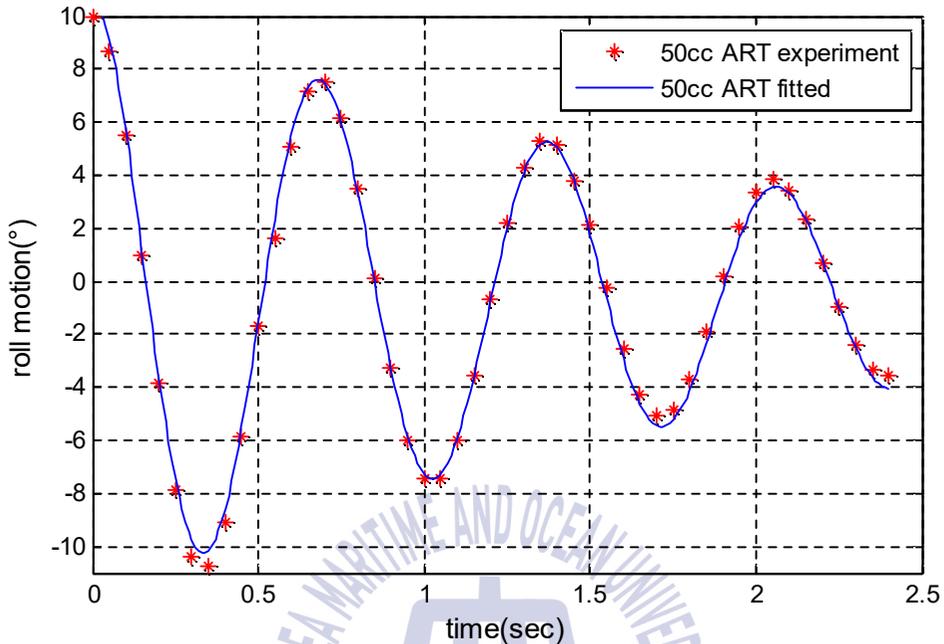
(a) in case of 32g ARP



(b) in case of 40g ARP



(c) in case of 50g ARP



(d) in case of 50cc ART

Fig. 3.11 Curve fitting results in case of installing various ARS

Table 3.7에 0.05초간격의 49개의 데이터를 이용하여 곡선맞춤법으로 얻은 결과를 정리해 보인다. 최소자승오차는 작게는 1.5에서 크게는 6.07로 나타났다. 49개의 데이터를 사용하였고, 최대값이 대략 10 정도임을 감안하면 맞춤 결과는 좋은 것으로 판단된다. 고유진동수의 변화는 그리 크지 않음을 알 수 있다. 가장 중요한 것은 감쇠 효과이다. ARS가 없는 상태를 기준으로 하여 감쇠비를 비교하면 32g의 경우 45%, 40g의 경우 47%, 50g의 경우 61%, 50cc ART의 경우에는 42%의 감쇠비 증가를 보였다. 그림에서는 잘 나타나지 않지만 곡선맞춤한 결과를 보면 ARP의 질량이 커질수록 그 효과가 커짐을 알 수 있다. 또 같은 질량 50g인 ART와 ARP를 비교해보면 ARP의 경우가 약 20% 정도 성능이 좋을 수 있다. 특히 주목할 부분은 선체 질량의 약 0.4%인 32g의 ARP로도 45%의 감쇠비 증가를 보이는 것이다. 더 가벼운 ARP로도 상당한 효과를 얻을 수 있을 것으로 사료된다.

Table 3.7 Characteristic coefficients of the model ship in case of without ARS and with various ARS

kind of ARS	no ARS	32g ARP	40g ARP	50g ARP	50cc ART
mass ratio(%)	0	0.42	0.52	0.65	0.65
w_n (rad/s)	9.21	9.25	9.16	9.26	9.1
T(sec)	0.68	0.68	0.69	0.68	0.69
A(°)	9.82	11.37	10.78	10.66	11.41
B(°)	0.23	-0.45	0.57	0.19	-0.56
C(°)	9.82	11.38	10.8	10.66	11.43
ζ	0.038	0.055	0.056	0.061	0.054
ζ/ζ_0	1	1.45	1.47	1.61	1.42
root mean square error	1.5	5.21	5.85	6.07	5.35



3.3.2 안티롤링 진자를 장착한 모형선의 선형 이론 해석

a. 자유 롤링 해석

롤만 고려한 선체의 1자유도 운동방정식은 식 (2.11)로 표현된다.

$$J_0\ddot{\theta} + c_t\dot{\theta} + k_t\theta = 0 \quad (2.11)$$

ARS를 장착하지 않은 경우 모형선의 운동방정식은 식 (3.3)으로 표시됨을 보인다.

$$0.067\ddot{\theta} + 0.047\dot{\theta} + 5.66\theta = 0 \quad (3.3)$$

식 (3.3)에서 각 계수들은 실측 데이터로부터 곡선맞춤하여 얻은 Table 3.5를 기초로 하여 계산한 값들을 사용하였다. 공선 상태의 중심은 배를 실로 매달아 찾았고, \overline{GM} 은 1kg의 추를 좌현에서 우현으로 우현에서 좌현으로 이동시키는 실험에 의하여 구하였다. 이로부터 복원력을 구하고, 횡동요 주파수로부터 선체의 질량관성모멘트 J_0 를 추정하였다. 따라서 이 J_0 에는 부가질량에 의한 질량관성모멘트가 포함되어 있다. 선체의 감쇠계수도 Table 3.5로부터 계산하여 구하였다.

ARP를 장착한 경우의 선체의 선형운동방정식은 식 (2.37)로 표시됨을 보였다.

$$\begin{bmatrix} J_0 + ml^2 & mlR \\ mlR & mR^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta g \overline{GM} + mgl & mgR \\ mgR & mgR \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

실험에 사용한 3종류의 안티롤링 진자의 특성은 Table 3.6에 보인다. 여기에서는 50g의 안티롤링 진자에 대하여서만 해석하여 보기로 한다. 진자의 주기를 선체의 롤링 주기에 맞추기 위하여 진자의 길이에 해당하는 원을 그린 뒤 그 원주상에 궤도가 오도록 파이프를 고정한 뒤 진자의 감쇠 특성을 시험하였다. 쇠구슬이 정지 마찰에 의하여 초기에는 약간 회전시켜도 쇠구슬이 굴러가지 않는다. 최초로 구르기 시작하는 각을 BOSH사의 GLM80으로 10회 측정한 후 평균값을 구한 결과 6.65도로 나왔다. 다음에는 15도 경사 위치에서 쇠구슬을 자유낙하시켜서 감쇠 특성을 조사하였다. 십 수 차례의 실험 결과 6초 동안 약 8.5회 진동한 후 쇠구슬이 멈추는 것을 알 수 있었다. 이 현상을 지수 감쇠로 보면 식

(3.7)을 얻을 수 있고, 이 경우의 각 계수를 구하면 식 (3.8)로 표시되고, 그래프로 나타내면 Fig. 3.12와 같다.

$$\theta_p(t) = 15e^{-0.136t} \cos(8.9t) \quad (3.7)$$

$$J_p \ddot{\theta}_p + c_p \dot{\theta}_p + k_p \theta_p = 0 \quad (3.8)$$

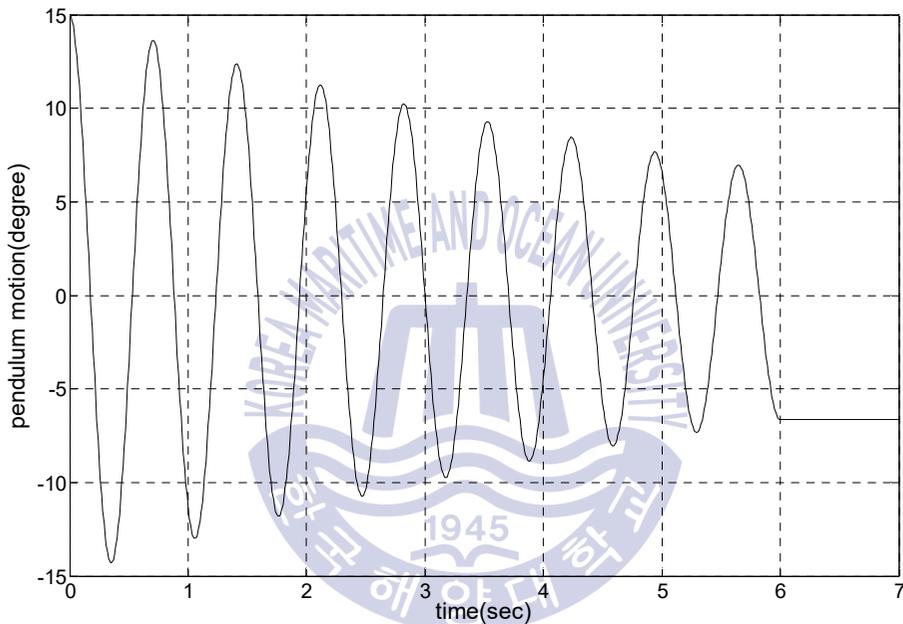


Fig. 3.12 Free decay characteristics of ARP

여기에서 감쇠행렬을 부가한 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

C_{11} 은 ARS가 없는 경우에 대하여 이미 Table 3.3에서 구해 놓은 바 있다. 나머지 감쇠계수들은 ARP의 감쇠특성으로부터 구할 수 있다. ARP의 감쇠계수는 식 (3.7)로부터 얻을 수 있고, Table 3.6에 표시한다. 표의 c_p 를 식 (3.9)의 C_{12} , C_{21} , C_{22} 로 사용하였다.

Table 3.8 Specification of the 50g of anti-rolling pendulum

Item	quantity	Unit
T: Period of ARP	0.68	sec
D: diameter of pendulum	0.023	m
m: mass of pendulum	0.050	kg
mass ratio(ARP/ship)	0.65	%
R: radius of pendulum	0.115	m
l: distance from pendulum to metacenter	0.01	m
ζ_p : damping ratio	0.015	-
$J_p = ml^2$: moment of inertia of pendulum	0.661×10^{-3}	kgm^2
$k_p = mgR$: restoring coefficient	0.0564	Nm
$c_p = \zeta_p c_c$: damping coefficient	0.186×10^{-3}	kgm^2/s
$c_c = 2\sqrt{J_p k_p}$: critical damping coefficient	12.2×10^{-3}	kgm^2/s

식 (3.9)에 초기값을 대입하면 이 운동방정식에 대한 해를 얻을 수 있다. 해석과 실험 결과를 그림으로 표시한 것이 Fig. 3.13이다. 파란색 +표가 안티롤링 장치를 장착하지 않은 경우의 실험 데이터이고, 빨간색 *표가 50g의 안티롤링 장치를 장착한 경우의 실험 데이터이고, 검은색 실선이 50g의 안티롤링 진자를 장착한 경우의 식 (3.9)에 대한 해석 결과이다.

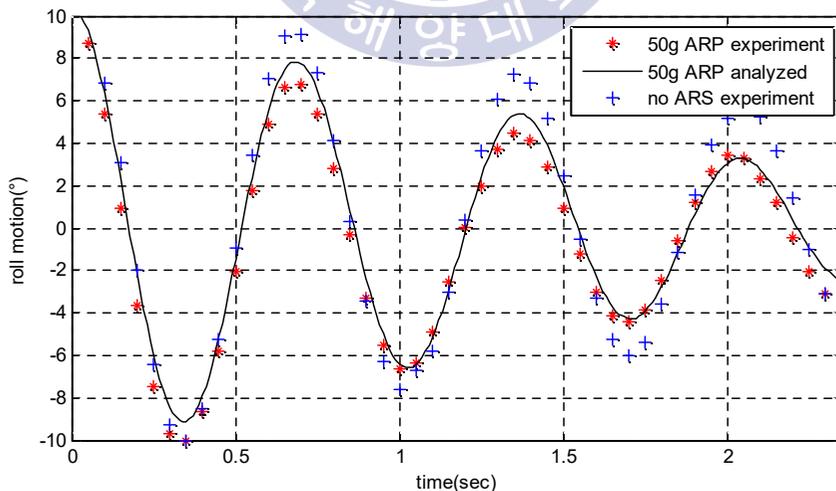


Fig. 3.13 Roll comparisons between ships without ARS, with 50g ARP by experiment and with 50g ARP by analysis

해석에서 사용한 실험데이터는 첫 번째 반대 방향으로 경사한 경우를 -10 도로 정규화하여 사용하였다. 그 이유는 초기 강제 경사로부터 아주 고요하게 배를 놓아야 되는데 아무리 주의를 기울여도 강제력이 수반되기 마련이어서 마련이기 때문이다. 그래서 반 바퀴 회전한 후부터 안정된 것으로 추정하였다.

비교적 해석 결과가 실험 결과와 잘 맞음을 알 수 있다. 실험 결과가 운동방정식을 잘 만족하므로 실선에 확장하여 적용할 수 있을 것으로 사료된다. 실험은 초기 감쇠가 크고 시간이 경과해도 감쇠가 크게 나타나지 않는데 반하여, 해석은 초기 감쇠는 작으나 시간이 경과하면 감쇠가 커지고 또 3초 즉 약 4 주기가 지나면 다시 약간 커지는 현상이 발생함을 알 수 있다. 1자유도 모델에서 거의 완벽하게 수학모델을 만들 수 있다는 것은 운동방정식은 문제가 없는 것으로 보인다. 선박에 ART를 장착한 2자유도의 경우에는 차이가 조금 보이는데, 이는 실험 선이 작기 때문에 조그마한 환경의 차이나 계수의 차이 등에 기인하는 것으로 보인다.

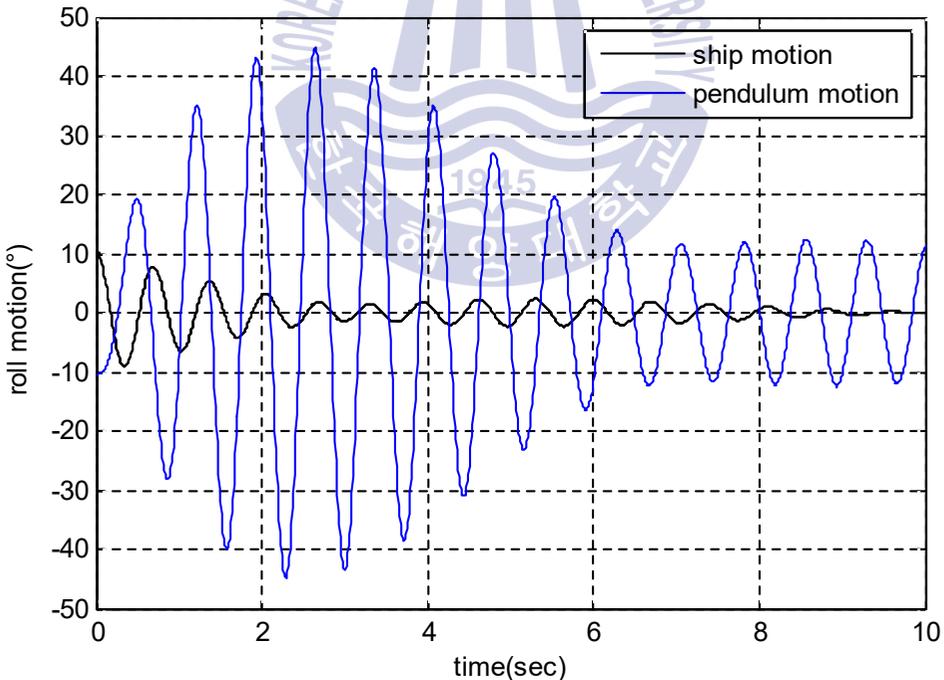


Fig. 3.14 Roll comparison between ship's motion and ARP's motion

Fig. 3.14는 모형선의 롤링과 50g 구슬인 ARP의 해석 결과의 운동을 보여준

다. 선체를 10도 경사한 상태를 초기조건으로 계산한 결과이다. 구슬은 선체와 반대로 움직이기 때문에 선체를 기준으로 한 구슬의 초기 위치는 -10도이다. 구슬의 저항이 선체 저항보다 작기 때문에 구슬이 더 빠르게 운동을 시작하고, 한 주기 뒤에는 위상차가 90도가 생기는 것을 알 수 있다.

b. 강제 롤링 해석

여기에서는 강제력에 의한 응답에 대하여 살펴보기로 한다. 조화강제력이 선체에만 작용한다고 하면 식 (3.10)으로 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

이 운동방정식의 정상해(steady state solution)를 다음과 같이 두기로 한다.

$$\begin{pmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{pmatrix} e^{i\omega t} \quad (3.11)$$

그러면 식 (3.10)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left(-\omega^2 \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{pmatrix} e^{i\omega t} = \begin{pmatrix} M \\ 0 \end{pmatrix} e^{i\omega t} \quad (3.12)$$

따라서

$$\begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{pmatrix} = \left(-\omega^2 \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{pmatrix} M \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

가 되고, 이것을 식 (3.11)에 대입하면 정상해를 구할 수 있다.

여기에서는 잔잔한 상태에서 $\sin \omega_n t$ 의 강제력 즉 진폭 1Nm의 조화력이 주어지는 경우에 대하여서 해석해 보기로 한다. 이 경우에는 2.4.4에서 언급한 연립 고계미분방정식의 Runge-Kutta 법에 의하여 해를 구한다.

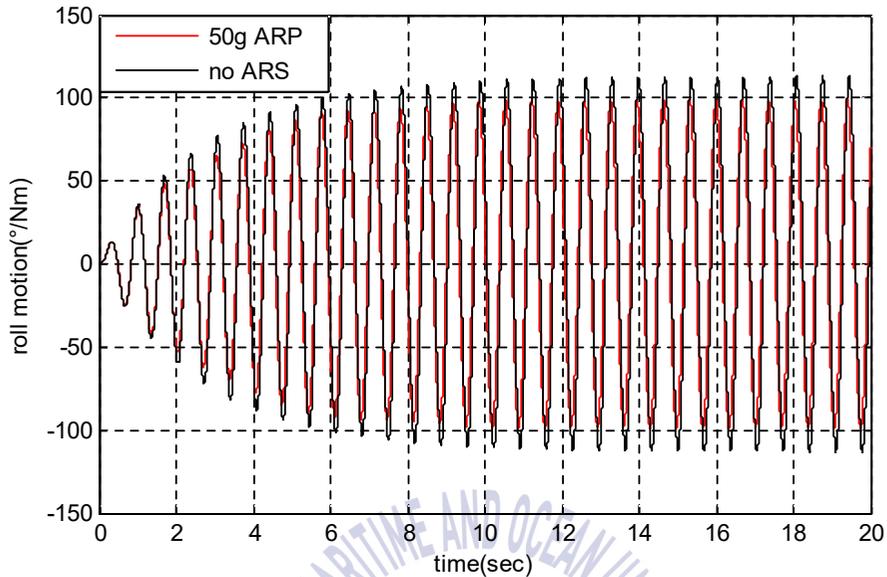


Fig. 3.15 Roll comparison between the ship motion without ARS and the ship motion with 50g ARP in resonance frequency

Fig. 3.15에 강제진동 결과를 보인다. 대략 10주기 만에 정상상태에 도달함을 알 수 있다. 검은색 실선이 ARS가 없는 경우의 롤 진폭은 약 113° 이고, 50g의 ARP를 탑재한 경우는 약 100° 로 진폭이 약 12% 감소함을 알 수 있다. 이 모형 선의 경우 정적인 모멘트 1Nm가 가해지면 $1(Nm) = \Delta g \overline{GM} \sin\theta$ 의 관계로부터 선체가 약 10° 경사하는 것을 알 수 있는데 공진이 일어나면 이의 약 10배인 100° 의 진폭으로 롤링한다는 것을 의미한다. 1Nm의 모멘트는 선체의 중앙으로부터 1m 떨어진 곳에 100g의 무게를 매달 때 생기는 회전력이다.

4장 결 론

선박이나 해양구조물은 물 위에 떠있기 때문에 끊임없이 크고 작은 파도에 노출될 수밖에 없고, 따라서 구조물이 계속해서 동요를 한다. 선박의 횡동요(롤링)는 여객과 승무원의 승선감을 떨어뜨릴 뿐 아니라 심각한 고통에 빠지게 하기도 하고, 화물을 움직이게 하여 선박의 안정성에 심각한 위험에 이르게까지 한다. 그래서 아주 오래 전부터 롤링을 줄이기 위한 여러 가지 안티롤링 장치(anti-rolling system: ARS)가 제안되어 왔다.

가장 대표적인 장치가 선측에 빌지킬을 설치하는 것으로 단순한 구조이지만 그 효과는 좋은 편이다. 그래서 거의 대부분의 선박에서는 빌지킬을 설치하고 있다.

여객선 등과 같이 특히 승선감이 좋아야 하는 경우에는 안티롤링 탱크(anti-rolling tank: ART), 핀 스태빌라이저(fin stabilizer)와 자이로스코프 형 롤링 저감 장치 등을 이용하기도 한다. 최근에는 선박의 갑판 위의 원호상의 레일 위에 움직이는 질량체를 올려놓고 제어기를 통하여 능동제어함으로써 선박의 횡동요를 감소시키는 장치를 제안하여 효능을 입증한 바가 있다.

그러나 이러한 장치들은 크기가 크고, 설치비용이 많이 들고, 유지 보수비가 많이 드는 것이 보통이다.

이 연구에서는 선체의 롤링을 보다 단순한 구조를 가진 안티롤링 장치인 안티롤링 진자(anti-rolling pendulum: ARP)를 제안하여 ARP를 장착한 선박에 대한 시스템의 운동방정식을 유도하고, 길이 1.2m, 폭 0.2m의 모형선에 적용하여 검토한 결과 다음의 결론을 얻었다.

1. 안티롤링 진자를 장치한 선박의 횡동요에 대한 수학 모델을 제시하여 선형화한 모델과 비선형 모델에 대한 해석적 방법을 제시하였다.

2. ARS를 장착하지 않은 경우의 감쇠비에 비하여 50cc(선체 질량의 0.65%)의 ART를 장착한 경우는 감쇠비가 1.45배, 32g(선체 질량의 0.4%)의 ARP를 장착한 경우는 감쇠비가 1.47배, 40g(선체 질량의 0.5%)의 ARP를 장착한 경우는 감쇠비가 1.61배, 50g(선체 질량의 0.65%)의 ARP를 장착한 경우는 감쇠비가 1.65배 증가함을 알 수 있었다. 또 32g의 ARP가 50cc의 ART와 동등 이상의 성능을 보여주었다.

3. 본 연구에서는 50g의 쇠구슬 실험을 위하여 내경 25mm의 원형 파이프가 궤도로 사용되었다. 그러나 효과가 비슷한 50cc의 ART와 32g의 ARP를 비교하여 보면 32g 쇠구슬의 직경은 19.9mm이므로 궤도의 직경을 더 줄일 수 있고, 구형 대신 길이가 긴 피스톤 모양의 질량체를 사용한다면 직경을 훨씬 더 줄일 수 있으므로 ART에 비하여 설치 부피를 획기적으로 줄일 수 있을 것으로 사료된다.

4. 안티롤링 진자를 장착한 해석한 결과, 실험 데이터가 운동방정식을 잘 만족하므로 실선에 확장하여 적용할 수 있을 것으로 사료된다.

5. 안티롤링 진자를 기관실 앞쪽 벽 근처에 설치하거나 코퍼댐이 있는 경우에는 코퍼댐에 설치하면 큰 추가적인 공간 없이도 ARP를 설치할 있다.

제안한 장치는 큰 선박에 적용하기에는 0.4~0.65%의 중량도 큰 중량이기 때문에 추가적인 연구가 필요할 것으로 보인다. 그러나 낚싯배 등 소형선박이나 소형 여객선에는 비교적 쉽게 적용할 수 있을 것으로 사료된다.



감사의 글

대학교에서 전공한 교육학과는 달리 새로운 ‘공학’에 흥미를 느껴 호기롭게 시작했지만 마무리하기까지는 오랜 시간이 걸렸습니다. 처음 뜻을 가졌던 국악기의 음계에 관한 연구가 뜻대로 되지 않아 한동안 다시 시작하지 못하고 시간만 보내며 머물러 있기도 했습니다. 복잡한 수식에 포기할까도 생각했지만 끝까지 마무리 할 수 있도록 격려해주시고 도와주신 박석주 교수님께 깊은 감사를 드립니다.

비록 힘은 들었지만 제 분야가 아닌 것에 새로운 도전을 한 것은 저에게 있어 시야를 넓히는 계기가 되었습니다. 실험을 하고 데이터를 분석해보며 지금까지 책에서만 보던 것을 직접 해 볼 수 있는 귀한 시간이었습니다. 부족한 모습이지만 저를 보며 과학자를 꿈꾸는 저의 딸에게 ‘꿈’이라는 큰 선물을 줄 수 있는 계기도 되었습니다.

이 경험들을 살려 다시 교육 현장으로 돌아가면 더 많은 아이들이 과학에 흥미와 관심을 가지도록 힘써서 우리나라 과학 발전에 조금이나마 보탬이 되도록 노력하겠습니다.

마지막으로 항상 제 곁에서 응원하고 힘이 되어준 저의 가족들에게 감사의 말을 전하고 싶습니다. 사랑하고 고맙습니다.

References

- [1] Ahmed F. Abdel Gawad, Saad A. Ragab, Ali H. Nayfeh, Dean T. M., 2001, "Roll stabilization by anti-roll passive tanks, Ocean Engineering," 28, pp. 457-469
- [2] Moon, S. J., Jeong, J. A., Yoon, H. K., Lee, G. J., Ahn, S. P., 2005, "An Experimental Study on Mass Driving Anti-Rolling System for Ships," Transaction of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 42, pp.665-672.
- [3] Koike, Y., Saeki, A., Mutaguchi, M., Imazeki, M., Miyabe, H., Yamashitar, S., 1999, "Application of Hybrid Anti-Rolling System to Actual Ship," Transaction of the society of Naval Architecture of Japan, vol. 185, pp.111-117.
- [4] Koike, Y., Yoshikai K., Hiroshige. E., Tanida, K., Mutaguchi, M., 1994, "Study and At-sea Experiment on Actively Controlled Anti-Rolling System," Transaction of the society of Naval Architecture of Japan, vol. 176, pp.137-143.
- [5] Kreyszig E., 1999, Advanced Engineering Mathematics 8th ed., John Wiley & Sons, pp. 942-944.
- [6] Kreyszig E., 1999, Advanced Engineering Mathematics 8th ed., John Wiley & Sons, pp. 947-951.
- [7] Kreyszig E., 1999, Advanced Engineering Mathematics 8th ed., John Wiley & Sons, pp. 958-959.
- [8] Oikawa, M., Koike. Y., Chatani. Y., 1993, "Study and At-sea Experiment on Actively Controlled Anti-Rolling System," Transaction of the society of Naval Architecture of Japan, vol. 174, pp.217-223.
- [9] Popular Mechanics, 1932, "Fins Proposed For Big Liners To Prevent Rolling," Popular Mechanics, August, p. 251.
- [10] Popular Mechanics, 1933, "Fins to Stop Ship's Rolling Governed by Gyro," Popular Mechanics, April, p. 509.
- [11] Rao S. S., 2005, Mechanical vibrations 4th ed., Pearson Education Korea Ltd., pp.730-733.
- [12] Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1989, Principles of Naval Architecture, Vol. 3, p 127.

- [13] Yoon H. K., Lee G. J., Lee C. M., 2004, "Modeling and Simulation of a Ship with Anti-Rolling Devices in Waves," Journal of Korean Navigation and Port Research, vol. 28, No. 5, pp. 347-352.

