



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

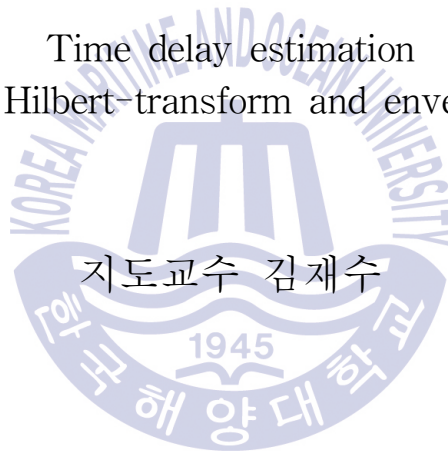
이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학석사 학위논문

힐베르트 변환과 포락선을 이용한  
시간 지연 추정

Time delay estimation  
via Hilbert-transform and envelope



지도교수 김재수

2017년 2월

한국해양대학교 대학원

해양공학과

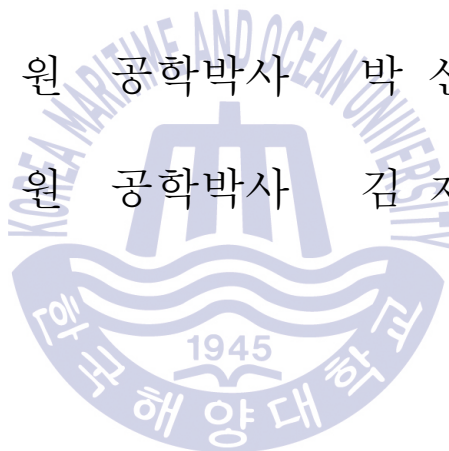
정 동 환

본 논문을 정동환의 공학석사 학위논문으로 인준함.

위원장 공학박사 김 기 만 (인)

위 원 공학박사 박 선 호 (인)

위 원 공학박사 김 재 수 (인)



2017년 2월

한국해양대학교 대학원

해양공학과

정 동 환

# 목 차

목 차 .....	ii
List of Tables .....	iv
List of Figures .....	v
Abstract .....	vi
1. 서 론 .....	1
1.1 연구목적 .....	1
1.2 연구 동향 및 논문구성 .....	1
2. 배경이론 .....	3
2.1 상관관계 .....	3
2.2 힐베르트 변환 .....	4
3. 시간 지연 추정 문제와 방법 .....	6
3.1 시간 지연 추정 문제 .....	6
3.2 시간 지연 추정 방법 .....	7
3.2.1 상호 상관을 통한 시간 지연 추정 방법 .....	7
3.2.2 힐베르트 변환을 이용한 시간 지연 추정 방법 .....	9
3.3 위상 변화된 신호의 시간 지연 추정 .....	11
3.3.1 상호 상관과 힐베르트를 이용한 시간 지연 추정 .....	11
3.3.2 포락선을 이용한 시간 지연 추정 .....	14

4. 시뮬레이션 및 결과 분석 .....	19
4.1 신호 대 잡음비에 따른 시뮬레이션 .....	19
4.2 위상 변화된 신호에 대한 시뮬레이션 .....	25
5. 결론 .....	35
6. 참고문헌 .....	37



## List of Tables

<b>Table 1</b> Time delay estimates at S/N = 0dB .....	21
<b>Table 2</b> Time delay estimates at S/N = -4dB .....	23
<b>Table 3</b> Time delay estimates at S/N = -8dB .....	25
<b>Table 4</b> Time delay estimates for surface reflection .....	30
<b>Table 5</b> Time delay estimates for bottom reflection .....	32



## List of Figures

Fig. 1 Correlation .....	8
Fig. 2 Hilbert transform .....	10
Fig. 3 Delayed signal $y(t)$ and Delayed signal with phase shift $y'(t)$ ...	13
Fig. 4 Time delay estimation .....	13
Fig. 5 Time delay estimation; Using the envelope .....	16
Fig. 6 Time delay estimation; Using the Hilbert transform of envelope ·	18
Fig. 7 Two signals with S/N = 0dB .....	19
Fig. 8 Output of estimates at S/N = 0dB .....	20
Fig. 9 Two signals with S/N = -4dB .....	21
Fig. 10 Output of estimates at S/N = -4dB .....	22
Fig. 11 Two signals with S/N = -8dB .....	23
Fig. 12 Output of estimates at S/N = -8dB .....	24
Fig. 13 Environmental conditions of the simulation for the surface reflection ...	26
Fig. 14 Source signal in simulation .....	27
Fig. 15 Received signal in simulation for the surface reflection .....	28
Fig. 16 Output of estimates for surface reflected wave .....	29
Fig. 17 Environmental conditions of the simulation for the bottom reflection ...	30
Fig. 18 Reflection coefficient .....	31
Fig. 19 Reflection phase chang .....	31
Fig. 20 Received signal in simulation for the bottom reflection .....	32
Fig. 21 Output of estimates for bottom reflected wave .....	33

# Time delay estimation via Hilbert-transform and envelope

Dong Hwan Jung

Department of Ocean Systems Engineering  
Graduate School of Korea Maritime & Ocean University

## Abstract

Time delay estimation of an acoustical signal in an ocean environment is a challenging problem because of the phase distortion of the received signal due to reflection or transmission by the sea surface and seabed.

In this thesis, the conventional time delay estimation methods based on the cross-correlation and Hilbert transform are reviewed, and an improved algorithm to enhance the accuracy of time delay is presented. The presented algorithm is based on the Hilbert transform of the envelope of the received signal. The advantage of this technique is demonstrated by the mathematical formulation and consequently, the numerical simulations are performed for the cases of various SNR(signal-to-noise ratio) conditions. The simulation results are compared with those of existing techniques such as cross-correlation, zero crossing of Hilbert transform.

**KEY WORDS:** Time delay estimation; Time delay; Hilbert transform; envelope



# 제 1 장 서 론

## 1.1 연구 배경 및 목적

시간 지연 추정 은 음향 신호 처리에서 가장 중요한 역할 중 하나로 음원의 위치 추적, 움직이는 물체의 속도 측정, 물체의 음향적 특성을 조사하는 등 많은 분야에서 수십년 동안 관심을 가지고 연구되어 왔으며 다양한 방법이 제시되고 있다.(Zhong, et al., 2013).

시간 지연 추정의 방법으로 가장 오래된 방법은 상호 상관을 이용한 방법(Knapp & Carter, 1976)으로 다중 경로 효과가 존재 하지 않는 환경에서 성공적인 방법이다. 그러나 상호 상관을 이용한 시간 지연 추정 방법은 실제 환경에서 소음 또는 잔향음 등과 같은 환경 조건으로 인해 성능이 저하되고(Chen, et al., 2005), 수신 신호 사이의 도달 시간차가 작거나 상호 상관 함수의 최대지점이 명확하지 않은 경우 시간 지연 값을 적절히 검출 할 수 없는 경우도 있다(Salam, 1998).

또한, 실제 환경에서 음향 음원으로부터 전파된 신호는 직접 경로와 반사 경로, 굴절 경로 등의 많은 경로에 따라 수신 되는데 다양한 경로를 통해 전파된 신호는 서로 다른 음원으로부터 전파된 듯 수신 시간을 비롯한 위상과 진폭의 크기 등 많은 부분에서 차이가 발생하여 시간 지연 추정에 영향을 미친다(Moghaddam & Amindavar, 1998).

본 논문의 목적은 많은 환경적 요소가 시간 지연 추정에 미치는 영향 중 반사 또는 전파 경로의 방해물에 의한 투과로 인해 신호의 위상이 변한 경우의 시간 지연 추정 방법에 대해 제시하는 것이다.

## 1.2 연구동향 및 논문 구성

가장 잘 알려진 상호 상관을 이용한 시간 지연 추정 방법은 실제 환경에서 다양한 조건으로 인해 성능이 좋지 못하지만 많은 방법의 기본 원리로 작용하고 있다.

소음의 간섭이 존재하는 광대역의 연속 신호에 대한 추정 방법(Spilker, 1961), 상호 상관 함수의 최대값 부분의 모호성을 해결하기 위해 우함수적 성질의 상호 상관 함수를

기함수적 성질로 바꾸는 직관적인 접근을 통한 상호 상관 함수의 힐베르트 변환 형을 이용한 방법(Cabot, 1981) 등 많은 방법들은 상호 상관을 이용한 방법의 단점을 보완하는 것을 제시하였다.

최근에는 여러 개의 수신기를 이용하여 추정하는 알고리즘이나 공간 상관 관계를 이용한(Chen, et al., 2003) 시간 지연 추정 방법이 제시되었을 뿐만 아니라 신호를 수신하여 기록하는 과정에서 샘플링 주파수로 생기는 문제를 해결하기 위해 보간법을 도입한 방법(Benesty, et al., 2004), 보간법과 비슷한 문제를 보완 하기 위해 FFT 프루닝과 같은 FFT 알고리즘을 이용한 방법(Tamim & Ghani, 2009)등 다양한 추정 기법이 제시되고 있다.

본 논문에서는 상호 상관과 힐베르트 변환을 기반으로 위상 변화와 최대값의 모호성을 보완하는 시간 지연 추정 방법에 대하여 제시한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 제시하는 방법의 기반이 되는 상호 상관과 힐베르트 변환에 대하여 간단히 설명한다. 3장에서는 상호 상관과 힐베르트를 이용한 시간 지연 추정 과정, 위상 변화에 따른 오류를 수학적으로 보이고, 오류의 단점을 보완하기 위한 방법을 수학적으로 제시한다. 4장에서는 소음환경과 반사된 경우에 대하여 시간 지연 추정의 방법에 따른 시뮬레이션 결과를 보인다.

## 제 2 장 배경이론

### 2.1 상관관계

1888년 프랜시스 골턴에 의해 알려진 상관관계는(Bulmer 2003, pp. 191-196) 두 개의 양적 변수 간의 선형 관계의 강도와 방향을 정량화하는 것으로 신호 처리 뿐만 아니라 많은 연구에서 응용되고 있다. 신호처리에서 상관관계는 두 함수 사이의 유사도의 정량적 평가를 제공한다.

신호 처리에서 상관관계는 상호 상관과 자기 상관, 두 가지로 크게 구별된다. 신호처리에서 상호 상관은 일반적인 상관관계와 유사하게 다른 하나의 상대적 시간 함수로써 두 신호의 유사도를 나타내는 것이다. 자기 상관은 상호 상관의 특별한 경우로 같은 신호 사이의 자기상관을 의미하는 것으로, 유사도가 가장 큰 지점의 상대적 시간은 항상 0이며, 그 크기는 신호의 전력이 된다.

시간에 대해 연속적인 두 신호  $x(t)$ ,  $y(t)$ 에 관하여 시간 간격  $T$  동안 측정된 두 신호 사이의 상관관계, 즉 상호 상관은 다음과 같이 주어진다.

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t-\tau)dt \quad (1)$$

식 (1) 과 유사하게 신호  $x(t)$ 에 자기상관을 정의할 수 있다.

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t-\tau)dt \quad (2)$$

상관관계와 푸리에 변환의 관계에 대하여 Wiener-Khinchine theorem에 의해 자기상관 함수의 푸리에 변환은 파워 스펙트럼을, 상호 상관 함수의 푸리에 변

환은 교차 파워 스펙트럼을 나타낸다.

$$F(R_{xy}(\tau)) = X^*(\omega) Y(\omega) = S_{xy}(\omega) \quad (3)$$

$$F(R_{xx}(\tau)) = X^*(\omega) X(\omega) = S_{xx}(\omega) \quad (4)$$

## 2.2 힐베르트 변환

힐베르트 변환은  $u(t)$ 와 같은 함수를 취하여 같은 영역상에서  $\mathcal{H}(u(t))$ 와 같은 함수를 만들어내는 선형 연산자이다. 힐베르트 변환은 신호처리에서 가장 중요한 연산자 중 하나로 신호의 해석적 표현, 즉 코시-리만 방정식을 만족하도록 실수 신호를 복소 평면으로 확장하기 위해 사용된다. 힐베르트 변환은 리만-힐베르트 문제의 해결을 위해 이를 도입한 다비트 힐베르트에 의해 명명되었다(Klingspor, 2015).

임의의 신호  $x(t)$ 의 힐베르트 변환은 다음과 같다.

$$\tilde{x}(t) = \mathcal{H}(x(t)) = \frac{1}{\pi} \text{PV} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad (5)$$

식(5)와 같이 힐베르트 변환은 어떠한 함수와  $1/\pi t$ 의 콘볼루션으로, 코시 주요값을 이용하여 정의된다. 이는  $1/\pi t$ 의 임펄스 응답을 갖는 선형 시불변 필터에 대한 신호의 응답으로 볼 수 있으며 힐베르트 변환  $\mathcal{H}(x(t))$ 는  $\tilde{x}(t)$  또는  $\hat{x}(t)$ 와 같이 표기한다. 푸리에 분석에서 힐베르트 변환은 선형 연산자 중 승산 연산자로서(Duoandikoetxea, 2000) 신호에 대한 힐베르트 변환의 푸리에 변환은 신호의 푸리에 변환과  $1/\pi t$ 의 푸리에 변환의 곱으로 표현할 수 있다.

$$F(1/\pi t) = -i \operatorname{sgn}(\omega) \quad (6)$$

$$F(\mathcal{H}(x(t))) = \tilde{X}(\omega) = X(\omega)[-i \operatorname{sgn}(\omega)] \quad (7)$$

여기서  $\operatorname{sgn}(\omega)$ 는 부호 함수로써 푸리에변환의 정의에 의해 결과는 다음과 같다.

$$-i \operatorname{sgn}(\omega) = \begin{cases} -i = \exp(-i\pi/2), & \text{if } \omega > 0 \\ 0 = & \text{if } \omega = 0 \\ i = \exp(i\pi/2), & \text{if } \omega < 0 \end{cases} \quad (8)$$

식(8)을 통해  $u(t)$ 의 힐베르트 변환은 주파수에 무관하게 효율적으로  $u(t)$ 의 음의 주파수 성분과 양의 주파수의 위상이 각각  $+90^\circ$ ,  $-90^\circ$  이동한 함수를 생성하는 것을 알 수 있다. 또한 힐베르트 변환은 식(9)와 같이 파스발 정리를 통해 원래 신호와 항상 직교함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\tilde{x}(t)dt &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)\tilde{X}(\omega)^* d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)[-i \operatorname{sgn}(\omega)X(\omega)]^* d\omega \\ &= \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn}(\omega)X(\omega)X(\omega)^* d\omega \\ &= \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn}(\omega)|X(\omega)|^2 d\omega \\ &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

## 제 3 장 시간 지연 추정 문제와 방법

### 3.1 시간 지연 추정 문제

수중 음향의 많은 응용에서 시간 지연 차이가 있는 두 개의 신호를 수신하는 경우는 아주 일반적이다. 이는 시간 지연이 적용된 신호를 모델링 하는데 개념적으로 유효하다. 시간 지연 추정 문제를 설명하기 위해 모델링된 신호는 일반적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i s(t - t_{di}) + n(t) \quad (10)$$

여기서  $s(t)$ 는 송신신호,  $N$ 은 수신기에 수신된 신호의 다중경로 수,  $\alpha$ 는 전파와 산란 특성에 의한 수신 신호의 진폭,  $t_d$ 는 시간지연,  $n(t)$ 는 소음을 의미한다.

본 논문에서는 많은 다중경로를 모두 고려하지 않고 서로 다른 두 개 경로의 신호 사이의 시간지연 또는 하나의 경로의 수신 신호의 시간지연의 추정에 대해 고려하므로 식(10)을 다음과 같이 단순화하여 신호를 모델링 한다.

$$\begin{aligned} x(t) &= s(t) + n_1(t) \\ y(t) &= s(t - t_d) + n_2(t) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $n_1(t)$ 와  $n_2(t)$ 는 백색 가우시안 소음을 의미한다.

## 3.2 시간 지연 추정방법

### 3.2.1 상호 상관을 통한 시간 지연 추정 방법

신호처리에서 상호 상관은 전파된 신호 사이의 시간 지연을 추정하는데 유용하게 사용된다. 식(11)에서 소음 항은 무시하고, 두 신호를 푸리에 변환하게 되면  $y(t)$ 는 식(12)와 같다.

$$Y(\omega) = X(\omega)\exp(-i\omega t_d) = X(\omega)[\cos(\omega t_d) - i \sin(\omega t_d)] \quad (12)$$

시간영역에서 상관관계는 주파수 영역에서 한 신호에 결레를 취한 후 곱하는 것으로 다음과 같은 형태가 된다.

$$\begin{aligned} S_{xy}(\omega) &= X^*(\omega)Y(\omega) \\ &= |X(\omega)|^2[\cos(\omega t_d) - i \sin(\omega t_d)] \\ &= |X(\omega)|^2\exp(-i\omega t_d) \\ &= S_{xx}(\omega)\exp(-i\omega t_d) \end{aligned} \quad (13)$$

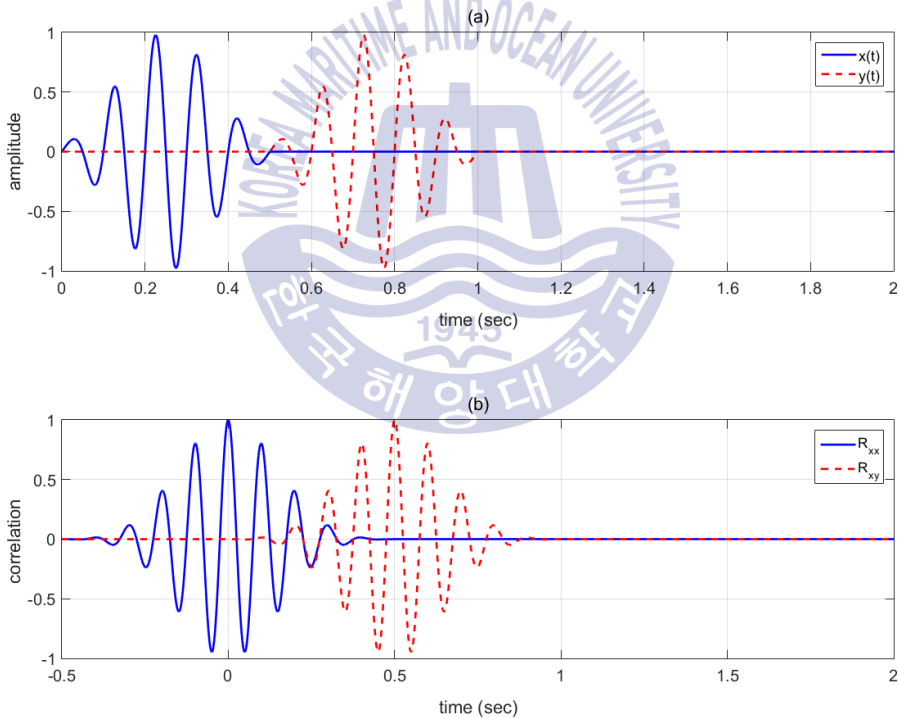
식(13)의 결과를 역 푸리에 변환을 하게 되면 식(14)와 같은 상호 상관 함수를 얻을 수 있다.

$$F^{-1}\{S_{xy}(\omega)\} = R_{xy}(t) = R_{xx}(t-t_d) \quad (14)$$

식(14)를 통해 상호 상관 함수가  $t_d$ 만큼 시간 이동한 자기상관 함수임을 알 수 있는데 이는  $t$ 가  $t_d$ 인 경우 자기상관함수의 최대값인 것을 의미한다. 이와

같은 이유로 상호 상관을 통한 시간 지연 추정 방법은 두 신호 사이의 상호 상관 함수가 최대가 되거나 음의 유사도로 상호 상관 함수가 최소가 되는 경우, 즉 두 신호 사이의 유사도가 가장 클 때의 시간 축 값을 시간 지연 값으로 결정하는 것임을 알 수 있고, 이는 식(15)와 같이 표현할 수 있다. Fig.1은 상호 상관 함수를 이용한 시간 함수를 도식화 한다.

$$t_d = \operatorname{argmax}_t R_{xy}(t) = \operatorname{argmax}_t R_{xx}(t - t_d) \quad (15)$$



**Fig.1** Correlation; (a) Signal  $x(t)$  and delayed signal  $y(t)$   
 (b) The correlation of signals  $x(t)$  and  $y(t)$



### 3.2.2 힐베르트 변환을 이용한 시간 지연 추정 방법

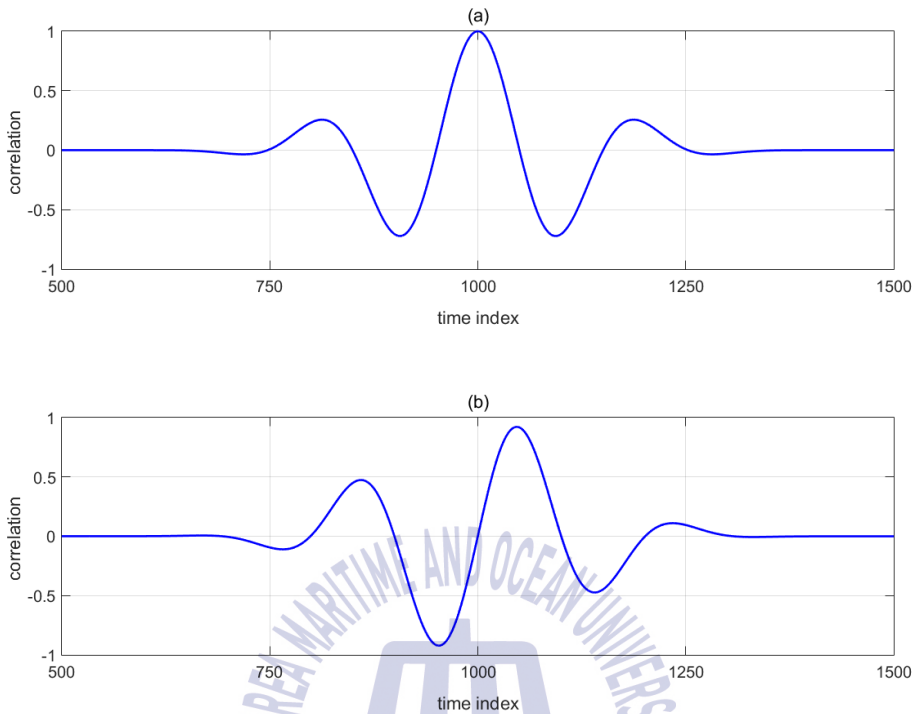
힐베르트 변환된 상호 상관 함수의 부호 변환점을 이용한 시간지연 추정은 상호 상관을 이용한 시간추정을 개선하기 위해 이용될 수 있다(Noor Shafiza, 2009). 상호 상관 함수의 최대값은 힐베르트 변환에 의해 부호 변환점으로 변하게 되고, 이는 더 편리하고 쉽게 시간 지연의 추정치를 시각화 할 수 있다.

식(11)의 두 신호 중 하나의 신호에 대해 힐베르트 변환을 취한 후 두 신호에 대한 상관관계를 구한 상호 상관 함수는 식(16)에서 볼 수 있듯이 두 신호의 상호 상관 함수의 힐베르트 변환과 같음을 알 수 있다. 이는 힐베르트 변환이 시간 영역에서 콘볼루션이며 상호 상관 역시 콘볼루션과 유사함을 고려하면 콘볼루션의 특징임을 알 수 있으며 식 (17)과 같이 식 (16)의 결과를 역푸리에 변환이 식 (14)의 힐베르트 변환임을 통해 시간영역에서도 확인 할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \widetilde{S}_{xy}(\omega) &= X^*(\omega)\widetilde{Y}(\omega) \\
 &= |X(\omega)|^2\exp(-i\omega t_d)[-i\operatorname{sgn}(\omega)] \\
 &= S_{xx}(\omega)[-i\operatorname{sgn}(\omega)]\exp(-i\omega t_d) \\
 &= \widetilde{S}_{xx}(\omega)\exp(-i\omega t_d)
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 F^{-1}\{\widetilde{S}_{xy}(\omega)\} &= R_{xy}(t) = \widetilde{R}_{xy}(t) \\
 &= R_{xx}(t-t_d)*\frac{1}{\pi t} \\
 &= \widetilde{R}_{xx}(t-t_d)
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Fig.2는 두 신호에 관한 상호 상관 함수가 최대값을 통과할 때, 상호 상관 함수의 힐베르트 변환은 부호 변환점을 통과함을 나타낸다. 이때 시간 지연 추정의 부호 변환점은 상호상관함수의 최대값 지점과 비교하여 결정한다.



**Fig.2** Hilbert transform; (a) Correlation Function  
(b) Hilbert Transformed Correlation Function

실제로 신호를 측정하는 경우, 아날로그 신호를 디지털 신호로 기록하기 때문에 샘플링 간격에 의해 수신 신호가 정확하게 입력되지 못하는 경우가 발생한다. 이런 경우 수신신호와 송신신호의 상관관계를 통한 시간 지연 추정을 하게 되면 정확한 최대값을 찾지 못하게 되는 반면 힐베르트 변화의 상관관계 함수가 통과하는 부호 변화 점은 샘플링 간격으로 인해 정확한 데이터 샘플 포인트가 없는 경우에도 확인 할 수 있다. 또한 힐베르트 변환된 상호 상관 함수를 이용하는 경우 상호 상관 함수의 최대값 부분이 넓은 경우 상호 상관 함수의 기울기를 구하여 확인해야 하는 번거로움이 없다.

다만, 힐베르트 변환을 이용한 시간 지연 추정은 실시간 환경으로 확인하는 고속 프로세스가 아닌 오버 샘플링을 수행할 수 있는 충분히 긴 시간을 가지고 시간 지연을 추정 할 수 있는 경우에 더욱 효과적이다.

### 3.3 위상 변화된 신호의 시간 지연 추정

#### 3.3.1 상호 상관과 힐베르트를 이용한 시간 지연 추정

실제 음파의 전달 환경에서, 음파는 송신기에서 수신기까지 전파되는 동안 매질 특성의 변화로 인해 위상 변화가 발생하기 때문에 실제 수신한 신호의 위상이 송신 신호의 위상과 다른 경우를 쉽게 볼 수 있다. 위상 변화가 발생한 신호와 본래 동일한 파형을 가진 신호 사이의 시간 지연 추정은 앞서 소개한 두 방법을 이용할 경우 변화한 위상만큼의 오차가 발생한다.

수신된 신호  $y(t)$  가 송신 신호  $x(t)$ 와 비교하여 위상이 변화하였을 경우, 수신 신호는 주파수 영역에서 식 (18)와 같이 표현되고 상관관계를 이용한 시간 추정을 위한  $x(t)$ 와  $y(t)$ 의 상관관계 함수는 식(19)와 같다.

$$Y(\omega) = X(\omega)\exp(-i\omega t_d)\exp(i\phi) \quad (18)$$

$$S_{xy}(\omega) = S_{xx}(\omega) \exp(-i\omega t_d)\exp(i\phi) \quad (19-1)$$

$$S_{xy}(\omega) = S_{xx}(\omega)\exp(-i\omega t_d)[\cos(\phi) + i \sin(\phi)\text{sgn}(\omega)] \quad (19-2)$$

식 (18)과 식 (19)에서  $t_d$ 는 시간지연,  $\phi$ 는 위상의 변화를 나타낸다. 실제 위상 변화된 신호는 시간영역에서 복소 신호가 아닌 실수 신호이고, 시간영역에서 실수 신호는 주파수 영역의 허수부가 나이키스트 주파수를 중심으로 부호가 부호가 반대이고 대칭인 켈레복소수가 되어야 하므로 오일러 공식과 부호함수를 통해 식(19-1)는 식(19-2)와 같이 변형된다.

식 (20)은 식 (19)의 푸리에 역변환을 통해 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 F^{-1}\{S_{xy}(\omega)\} &= R_{xy}(\tau) \\
 &= R_{xx}(\tau-t_d)\cos(\phi) + R_{xx}(\tau-t_d)\sin(\phi)^* \frac{-1}{\pi\tau}
 \end{aligned} \tag{20}$$

식 (21)은 식 (14)의 단순한 시간 이동된 자기상관 함수가 아님을 통해 상관 관계를 이용한 위상 변화된 신호의 시간지연 추정은 오차가 발생함을 알 수 있다.

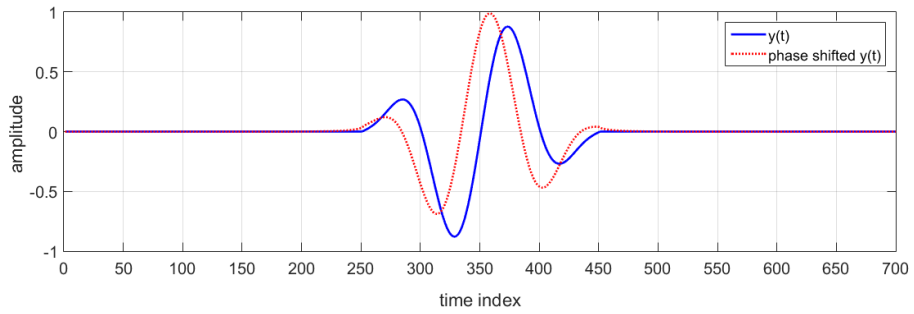
힐베르트 변환의 부호 변환점을 이용한 시간지연 추정은 식 (19)의 상호 상관 함수의 변형을 통해 식 (21)과 같이 얻을 수 있고, 식(21)의 역변환은 식 (22)와 같다.

$$\begin{aligned}
 \tilde{S}_{xy}(\omega) &= S_{xx} \exp(-i\omega t_d) \exp(i\phi) [-i \operatorname{sgn}(\omega)] \\
 &= S_{xx} \exp(-i\omega t_d) [\cos(\phi) + i \sin(\phi) \operatorname{sgn}(\omega)] [-i \operatorname{sgn}(\omega)] \\
 &= S_{xx} \exp(-i\omega t_d) [-i \cos(\phi) \operatorname{sgn}(\omega) + i \sin(\phi) \operatorname{sgn}^2(\omega)]
 \end{aligned} \tag{21}$$

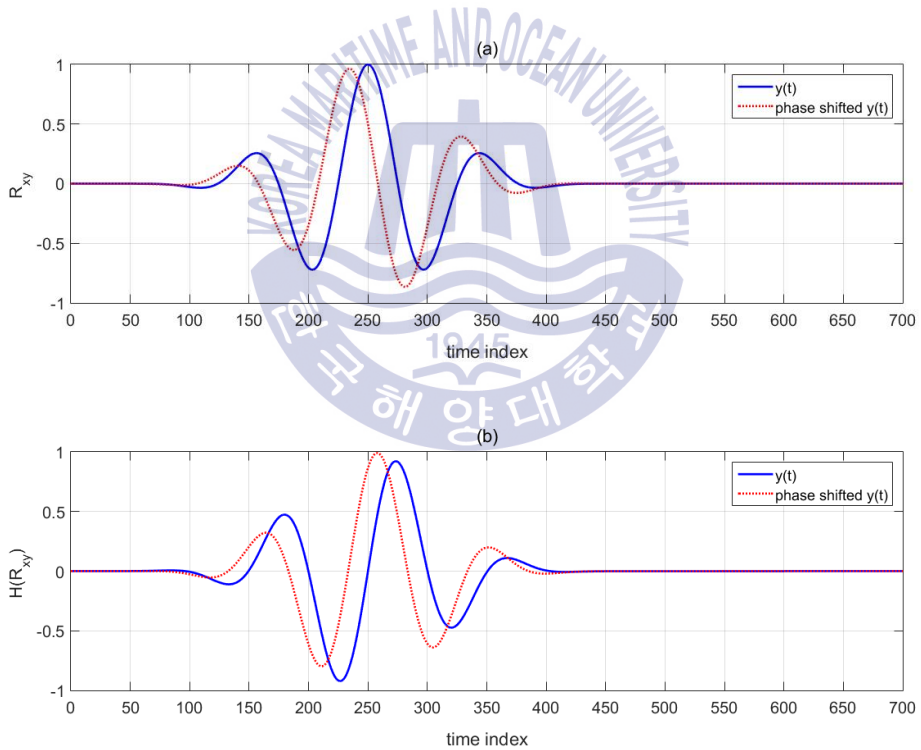
$$\begin{aligned}
 F^{-1}\{\tilde{S}_{xy}(\omega)\} &= \tilde{R}_{xy}(t) \\
 &= R_{xx}(t-t_d)\sin(\phi) + R_{xx}(t-t_d)\cos(\phi)^* \frac{1}{\pi t}
 \end{aligned} \tag{22}$$

식 (21)과 식 (22)를 통해 알 수 있듯이 상호 상관 함수를 이용한 방법과 마찬가지로 힐베르트 변환을 이용한 시간 지연 추정법 역시 위상이 변화된 신호에 대한 시간 지연 추정은 오차가 발생함을 확인 할 수 있다.

Fig.3은 동일하게 시간 인덱스가 250만큼 지연된 두 신호를 나타낸다. 이 신호들 중 하나의 신호는 식(18)의  $\phi$ 의 값이  $\pi/3$ 인 위상 변화된 신호이다. Fig.4는 상호 상관을 이용한 시간추정과 힐베르트 변환을 이용한 시간 추정을 나타낸다.



**Fig.3** Delayed signal  $y(t)$  and Delayed signal with phase shift  $y'(t)$



**Fig.4** Time delay estimation; (a) Using correlation  
(b) Using the zero crossing of Hilbert Transform

Fig.4(a)로부터 위상 변화가 없는 신호에 대한 상호 상관 함수 최대값의 시간 인덱스는 250이지만 위상 변화된 신호에 대한 상호 상관 함수 최대값의 시간 인덱스는 250이 아님을 확인 할 수 있다. 이는 시간 지연 추정에서 식(20)을 통해 알 수 있는 오차가 발생한 것을 의미한다. Fig.4(b)는 힐베르트 변환을 이용한 시간 추정으로 위상 변화가 없는 신호에 대해서는 부호 변환점이 정확히 250임에 반해 위상이 변화된 신호에 대한 경우 부호 변환점이 250이 아님을 확인할 수 있다. 마찬가지로 이는 시간 지연 추정에서 식(22)를 통해 알 수 있는 오차의 발생을 의미한다.

### 3.3.2 포락선을 이용한 시간 지연 추정

측정 또는 수신하는 신호는 실수 영역의 신호의 해석적인 신호는 실수 영역의 신호와 복소 영역의 신호로 구성되어 있다.

$$\begin{aligned} p(t) &= x(t) + iy(t) \\ &= x(t) + i\tilde{x}(t) \end{aligned} \quad (23)$$

여기에서  $p(t)$ 는 해석적인 신호,  $x(t)$ 는 실수 영역의 신호,  $iy(t)$ 는 복소 영역의 신호이다. 실제 수신된 신호는 항상 실수 값으로 실수 영역의  $x(t)$ 는 수신된 원래 신호로 볼 수 있으며 실수 영역의 신호와 복소 영역의 신호는 언제나 직교하므로 복소영역 신호  $y(t)$ 는 원래 신호  $x(t)$ 의 힐베르트 변환인  $\tilde{x}(t)$ 로 생각할 수 있다. 해석적 신호는 식 (23)과 같이 표현 될 뿐만 아니라 극좌표계에서 시간에 따라 변화하는 위상과 진폭으로 표현 가능하다.

$$p(t) = A(t)\exp(i\psi(t)) \quad (24)$$

여기서 순시 위상인  $\psi(t)$ 와 순시 세기 또는 포락선이라 불리는  $A(t)$ 는 다음

과 같이 정의 할 수 있다.

$$A(t) = |p(t)| = \sqrt{x^2(t) + \tilde{x}^2(t)} \quad (25-1)$$

$$\psi(t) = \arg[p(t)] = \arg[x(t) + i\tilde{x}(t)] \quad (25-2)$$

포락선을 이용한 시간 지연 추정치의 포락선을 구하기 위해 식(23)의 실수 영역을 상관함수로, 복소 영역을 상관함수의 힐베르트 변환으로 가정하게 되면 식(25-1)을 통해 상관함수와 상관함수의 힐베르트 변환을 이용하여 다음과 같이 포락선을 구할 수 있다.

$$A(t) = \sqrt{(R_{xy}^2(t) + \tilde{R}_{xy}^2(t))} \quad (26)$$

식 (18)과 같이 신호의 위상이 변화한 경우 시간 지연 추정 함수의 포락선은 식 (20)과 식 (22)를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} A(t) &= \sqrt{\left( R_{xx}(t-t_d)\cos\phi + R_{xx}(t-t_d)\sin\phi^* \frac{-1}{\pi t} \right)^2} \\ &\quad + \left( R_{xx}(t-t_d)\sin\phi + R_{xx}(t-t_d)\cos\phi^* \frac{1}{\pi t} \right)^2 \\ &= \sqrt{R_{xx}^2(t-t_d) + \tilde{R}_{xx}^2(t-t_d)} \end{aligned} \quad (27)$$

식 (27)의  $R_{xx}$ 와  $\tilde{R}_{xx}$ 는 자기상관함수와 장기상관함수의 힐베르트 변환으로 포락선  $A(t)$ 는  $t=t_d$ 에서 최대에서 최대임을 알 수 있다. 즉, 포락선을 이용한

시간 지연 추정은 식(26)과 식 (27)을 통해 포락선이 최대가 되는 시간 축 값을 시간 지연 값으로 결정 할 수 있다.

$$t_d = \operatorname{argmax}_t A(t) = \operatorname{argmax}_t \sqrt{R_{xy}^2(t) + \tilde{R}_{xy}^2(t)} \quad (28)$$

위상 변화된 신호에 대해 포락선을 식(27)에서 확인 할 수 있듯이 포락선을 이용한 시간 지연 추정방법은 상관관계를 이용한 추정방법과 힐베르트 변환을 이용한 추정 방법에 비해 위상변화가 있는 신호의 시간지연 추정 방면에서 개선됨을 알 수 있다. Fig.5는 Fig.3의 두 신호에 대해 포락선을 이용한 시간 추정 결과를 의미한다.

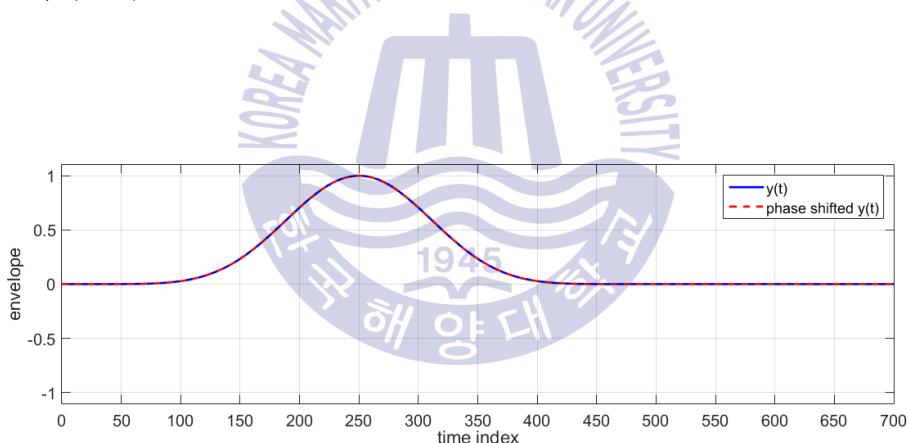


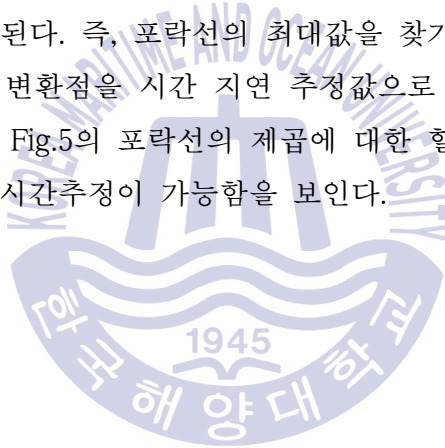
Fig.5 Time delay estimation; Using the envelope

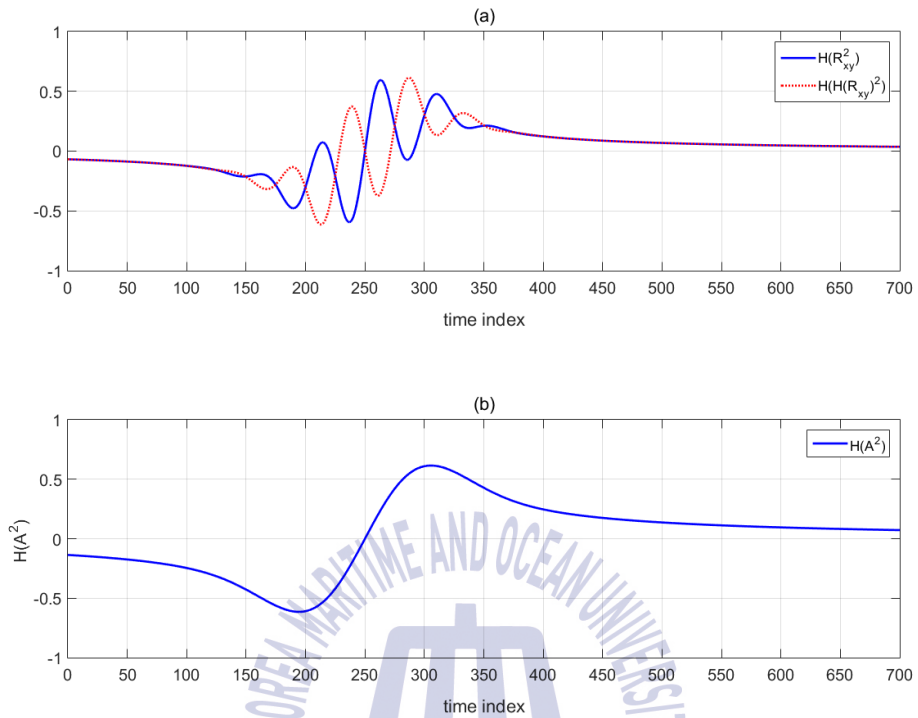
포락선을 이용한 시간 지연 추정은 위상 변화 된 신호에 대해 시간 지연 추정의 정확도는 개선되었지만 넓은 최대값 범위와 최대값의 존재하는 데이터 샘플 포인트가 존재하지 않는 상호 상관을 이용한 방법과 같은 단점이 생긴다. 이는 식(29)와 같은 방법으로 힐베르트 변환의 부호 변환점을 통해 개선된다.



$$\begin{aligned}\widetilde{A}^2(t) &= \mathcal{H}(R_{xy}^2(t) + \widetilde{R}_{xy}^2(t)) \\ &= \mathcal{H}(R_{xy}^2(t)) + \mathcal{H}(\widetilde{R}_{xy}^2(t))\end{aligned}\tag{29}$$

식 (29)와 같이 포락선 함수의 제곱의 힐베르트 변환은 우함수 제곱의 힐베르트 변환과 기함수 제곱의 힐베르트 변환으로 이루어진다. 기함수 또는 우함수의 제곱은 우함수가 되므로 식(29)의 좌 항의 힐베르트 변환은 기함수가 되며 이는 포락선 함수의 제곱의 힐베르트 변환은 기함수의 합을 의미함을 알 수 있다. 또한  $R_{xy}^2$ 와  $\widetilde{R}_{xy}^2$ 은 서로 위상이  $90^\circ$  차이인 관계임으로 각각의 힐베르트 변환 역시  $90^\circ$ 의 위상 차이를 유지하게 되어 그의 합은 서로 상쇄되므로 하나의 부호 변환점을 가지게 된다. 즉, 포락선의 최대값을 찾기 어려운 경우 포락선의 힐베르트 변환의 부호 변환점을 시간 지연 추정값으로 결정 할 수 있다. Fig.6은 Fig.3의  $y(t)$ 에 대한 Fig.5의 포락선의 제곱에 대한 힐베르트 변환과 그에 따른 부호변환점을 통해 시간추정이 가능함을 보인다.





**Fig.6** Time delay estimation; Using the Hilbert transform of envelope

(a) Hilbert transform of  $R_{xy}^2(t)$  and  $\tilde{R}_{xy}^2(t)$

(b) Hilbert transform of envelope

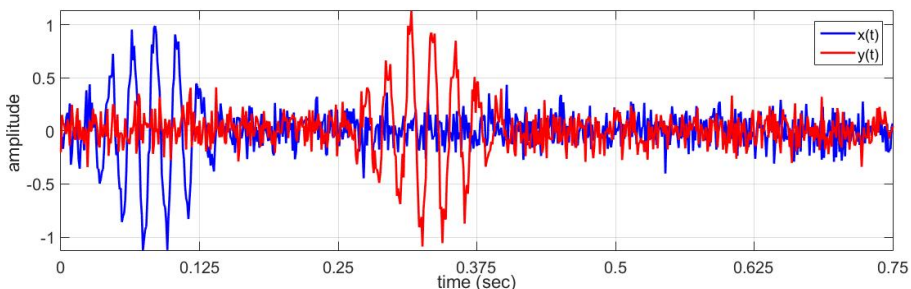
## 제 4 장 시뮬레이션

본 장에서는 3장의 시간 지연 추정 방법에 대한 증명과 비교를 위해 신호 대 잡음비에 따른 환경과 반사되는 환경의 경우에 대한 시간 지연 추정 시뮬레이션 결과를 보인다. 시뮬레이션은 상용 프로그램인 MATLAB을 이용하여 수행하였다.

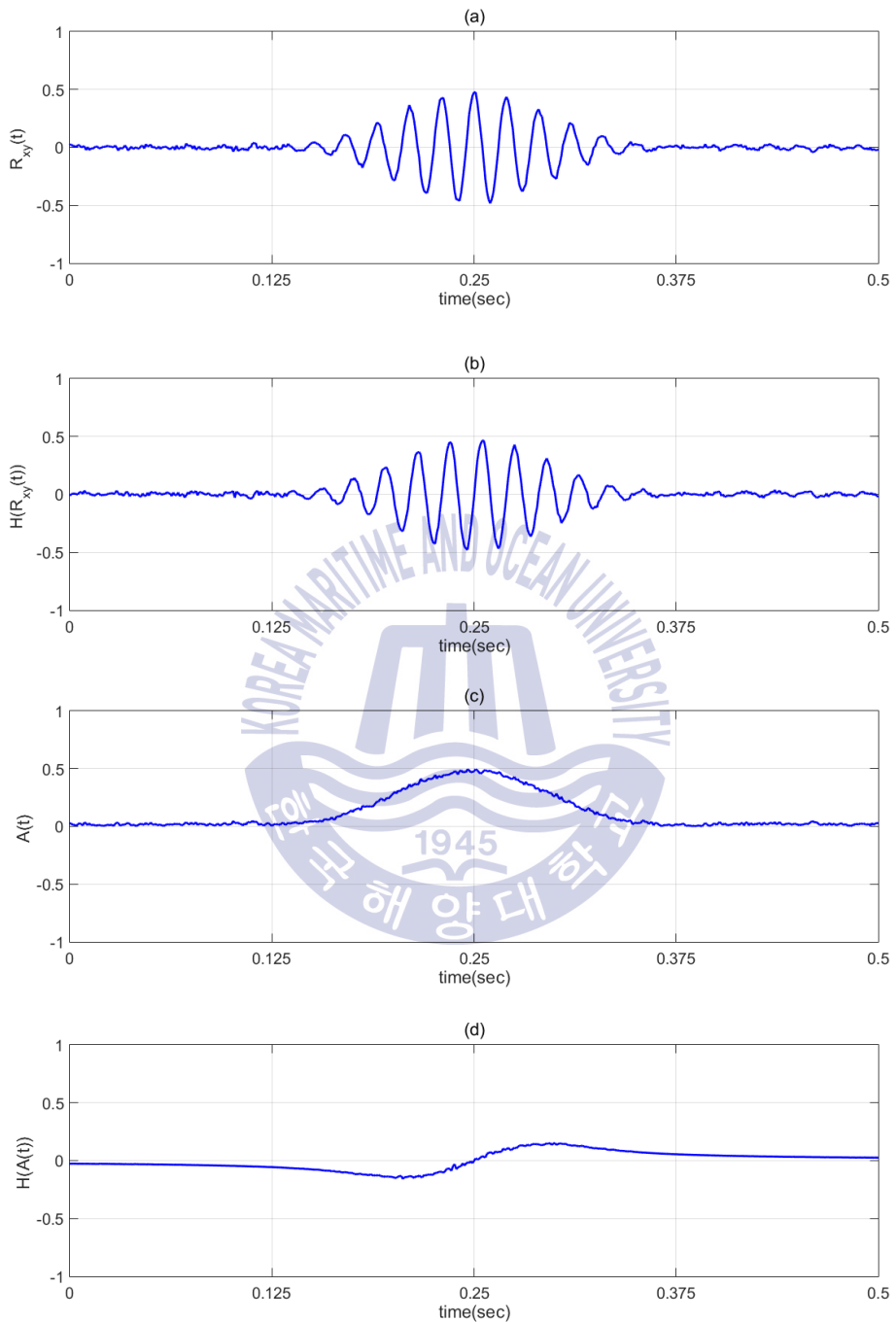
### 4.1 신호 대 잡음비에 따른 시뮬레이션

신호 대 잡음비에 따른 시뮬레이션은 중심주파수 50Hz인 8파장 길이의 CW신호를 신호 대 잡음비가 0 dB, -4 dB, -8 dB인 환경에서 샘플링 주파수 1 kHz로 모의하여 진행하였다. 모든 환경에서 모의된 두 신호의 파워와 시간 지연 시간은 0.25 sec로 동일하게 가정되었다.

Fig.7은 중심주파수 50 Hz 신호를 수신하였을 경우 신호 대 잡음비가 0 dB 일 때를 모의한 것이다. 상호 상관 함수를 이용한 두 신호 사이의 시간 지연 추정은 Fig.8(a), 힐베르트 변환의 부호 변환점을 이용한 방법은 Fig.8(b), 포락선을 이용한 시간 지연 추정은 Fig.8(c), 포락선의 힐베르트 부호 변환점은 Fig.8(d)에서 나타나고 있다.



**Fig.7** Two signals with  $S/N = 0\text{dB}$ ;  
 $x(t)$  is undelayed and  $y(t)$  is delayed by 0.25sec

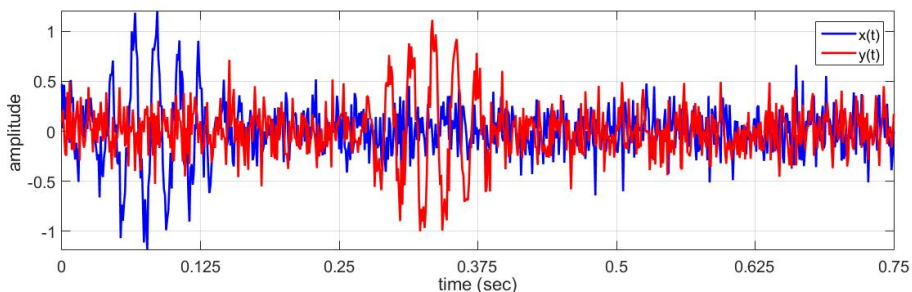


**Fig.8** Output of estimates at  $S/N = 0\text{dB}$ ;  
 (a) Cross-correlation (b) Zero-crossing of Hilbert-transform  
 (c) Envelope of cross-correlation (d) Hilbert-transform of envelope

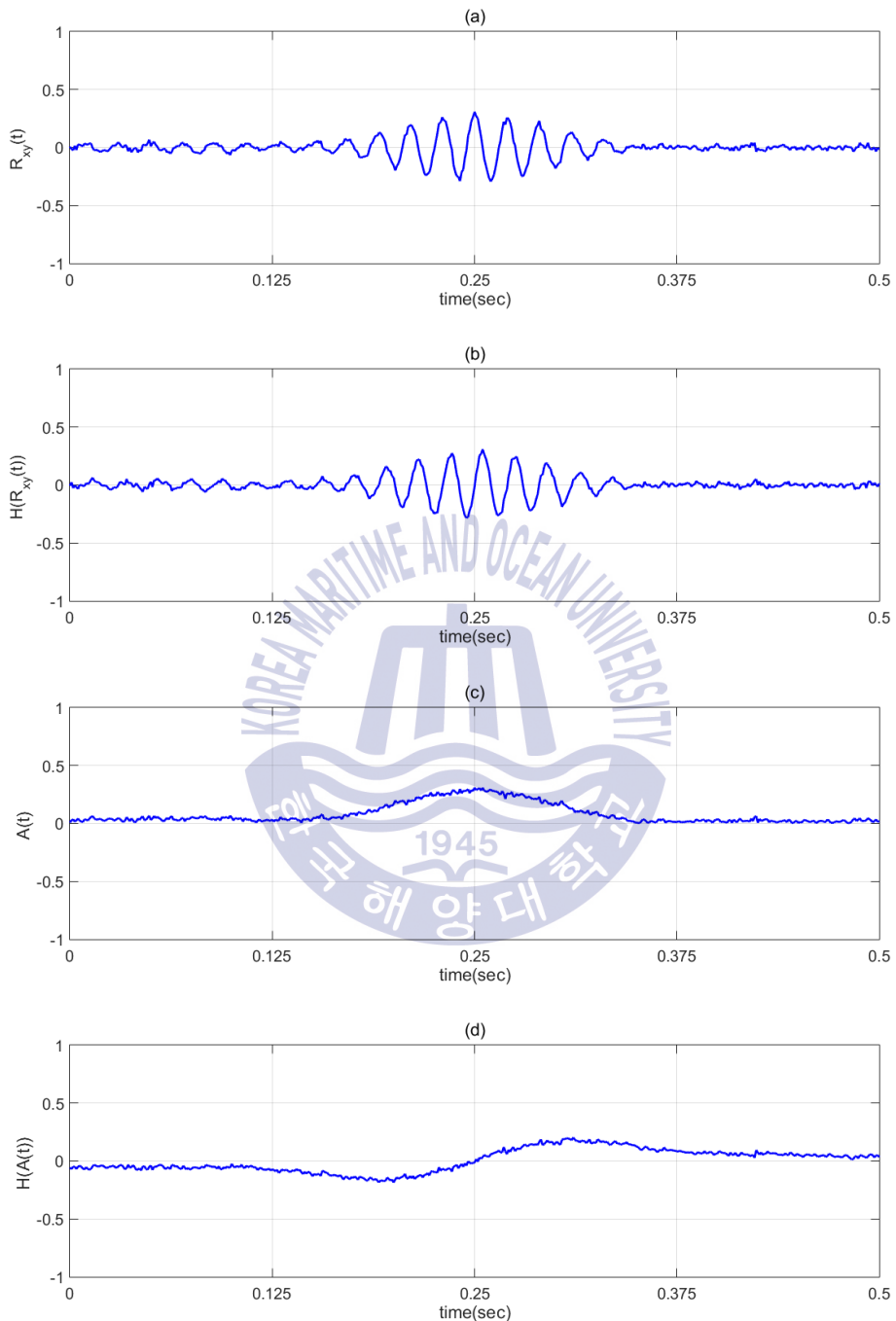
**Table 1** Time delay estimates at S/N = 0 dB

	Cross-correlation		Hilbert-transform		Envelope		Hilbert-transform of envelope	
	Time Delay ( $T_d$ )	Error $ \Delta T $	Time Delay ( $T_d$ )	Error $ \Delta T $	Time Delay ( $T_d$ )	Error $ \Delta T $	Time Delay ( $T_d$ )	Error $ \Delta T $
1	0.2500	0.0000	0.2500	0.0000	0.2530	0.0030	0.2509	0.0009
2	0.2600	0.0100	0.2599	0.0099	0.2480	0.0020	0.2493	0.0007
3	0.2500	0.0000	0.2500	0.0000	0.2470	0.0030	0.2490	0.0010
4	0.2600	0.0100	0.2598	0.0098	0.2560	0.0060	0.2507	0.0007
5	0.2510	0.0010	0.2501	0.0001	0.2540	0.0040	0.2524	0.0024
오차 평균	0.0042		0.00396		0.0036		0.00114	

시뮬레이션은 동일한 환경에서 5번씩 수행하였다. Fig.5의 모의된 신호와 Fig.6의 결과는 첫 번째 수행에 대한 결과를 나타내는 것이고 모든 수행 결과는 Table 1을 통해 확인 할 수 있다. Fig.6(b)와 Fig.6(d)와 같이 힐베르트 변환을 이용한 방법의 경우 육안으로 확인되는 부호 변환점을 중심으로 일정 부분에 대하여 최소자승법과 평균값을 통해 기울기를 구한 후 시간 지연 추정을 0.1 ms 단위로 확인하였다. Fig.5와 같이 소음이 있지만 신호를 쉽게 확인 할 수 있는 환경에 대해서 4가지의 시간 지연 추정 방법 모두 오차가 작지만 힐베르트 변환을 통한 추정의 경우 오차가 더 작음을 확인 할 수 있다. Fig.9와 Fig.10은 신호 대 잡음비가 -4 dB일 때의 시뮬레이션을 나타낸다.



**Fig.9** Two signals with S/N = -4dB;  
x(t) is undelayed and y(t) is delayed by 0.25sec

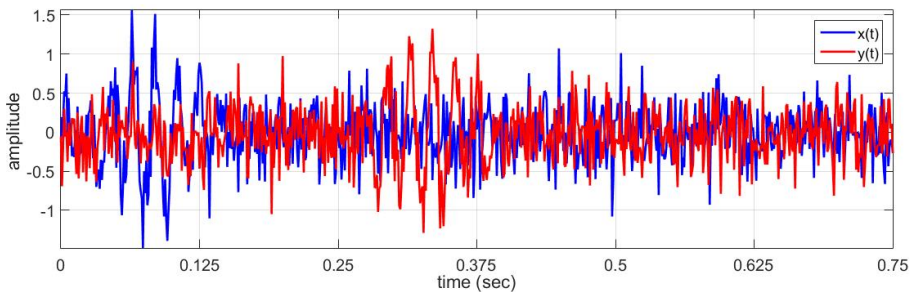


**Fig.10** Output of estimates at  $S/N = -4\text{dB}$ ;  
 (a) Cross-correlation (b) Zero-crossing of Hilbert-transform  
 (c) Envelope of cross-correlation (d) Hilbert-transform of envelope

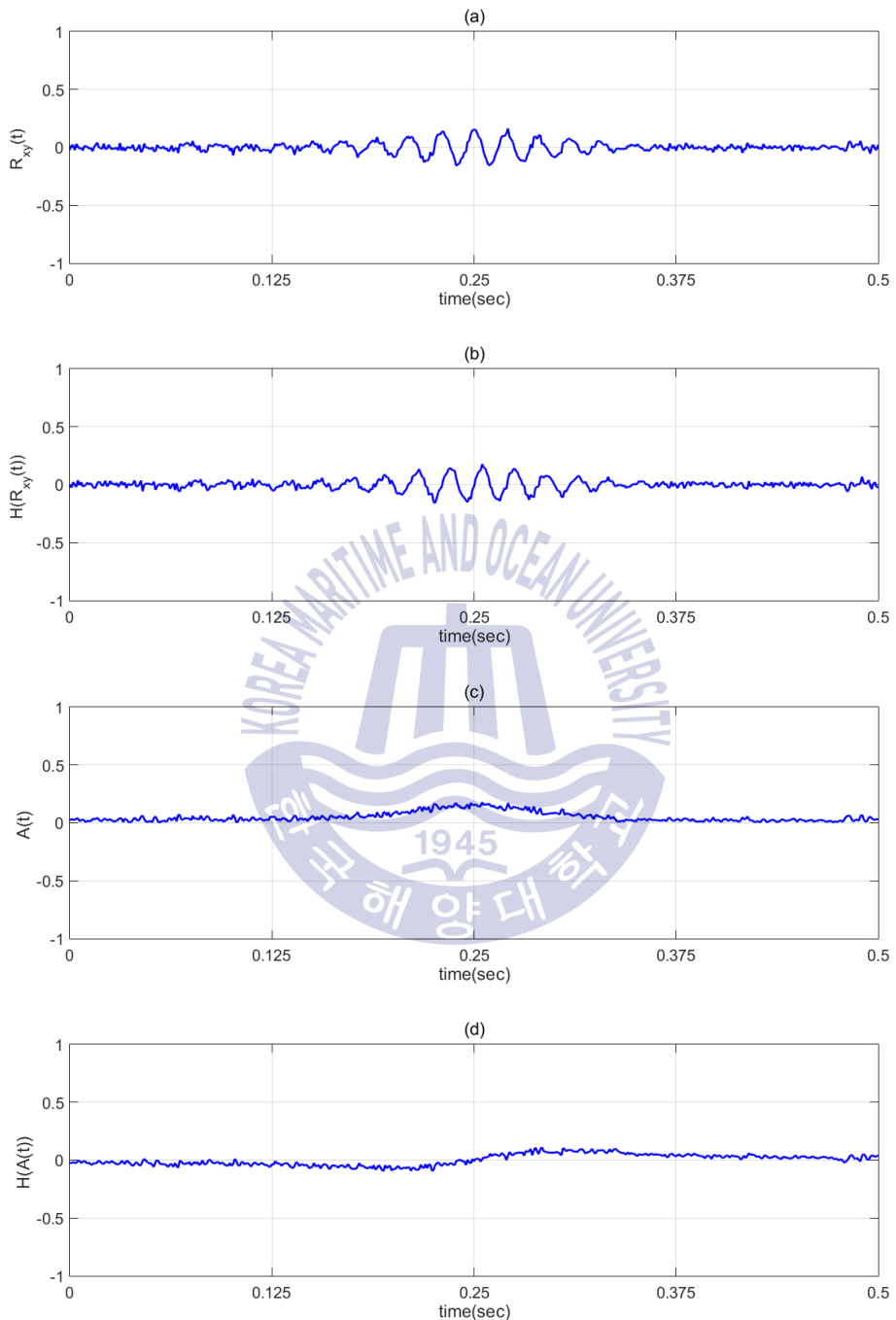
**Table 2** Time delay estimates at S/N = -4 dB

	Cross-correlation		Hilbert-transform		Envelope		Hilbert-transform of envelope	
	Time Delay ( $T_d$ )	Error $ \Delta T $	Time Delay ( $T_d$ )	Error $ \Delta T $	Time Delay ( $T_d$ )	Error $ \Delta T $	Time Delay ( $T_d$ )	Error $ \Delta T $
1	0.2590	0.0090	0.2498	0.0002	0.2450	0.0050	0.2505	0.0005
2	0.2490	0.0010	0.2500	0.0000	0.2560	0.0060	0.2479	0.0021
3	0.2590	0.0090	0.2578	0.0078	0.2520	0.0020	0.2512	0.0012
4	0.2400	0.0100	0.2400	0.0100	0.2520	0.0020	0.2493	0.0007
5	0.2490	0.0010	0.2498	0.0002	0.2450	0.0050	0.2474	0.0026
오차 평균	0.0060		0.00364		0.0040		0.00142	

신호 대 잡음비가 0 dB인 경우와 마찬가지로 Fig.7의 모의된 신호와 Fig.10의 결과는 첫 번째 수행에 대한 결과를 나타내고 시뮬레이션 결과는 Table 2를 통해 확인 할 수 있다. 힐베르트 변환을 이용한 방법의 경우 역시 마찬가지로 최소자승법과 평균값을 통해 기울기를 구하는 후처리 후 시간 지연 추정을 0.1 ms 단위로 확인하였다. 신호 대 잡음비가 -4 dB로 소음이 커지는 경우 상호 상관 또는 포락선을 이용한 방법의 오차는 증가하였지만 힐베르트 변환을 이용한 방법의 오차 증가율은 크지 않음을 확인할 수 있다. 신호 대 잡음비에 따른 마지막 환경의 시뮬레이션에서 모의된 신호와 결과는 Fig.11과 Fig.12와 같다.



**Fig.11** Two signals with S/N = -8 dB;  
x(t) is undelayed and y(t) is delayed by 0.25sec



**Fig.12** Output of estimates at  $S/N = -8\text{dB}$ ;  
 (a) Cross-correlation (b) Zero-crossing of Hilbert-transform  
 (c) Envelope of cross-correlation (d) Hilbert-transform of envelope



**Table 3** Time delay estimates at S/N = -8 dB

	Cross-correlation		Hilbert-transform		Envelope		Hilbert-transform of envelope	
	Time Delay ( $T_d$ )	Error $ \Delta T $	Time Delay ( $T_d$ )	Error $ \Delta T $	Time Delay ( $T_d$ )	Error $ \Delta T $	Time Delay ( $T_d$ )	Error $ \Delta T $
1	0.2310	0.0190	0.2320	0.0180	0.2360	0.0140	0.02433	0.0067
2	0.2490	0.0010	0.2492	0.0008	0.2550	0.0050	0.2506	0.0006
3	0.2310	0.0190	0.2305	0.0195	0.2600	0.0100	0.2554	0.0054
4	0.2390	0.0110	0.2401	0.0099	0.2480	0.0020	0.2517	0.0017
5	0.2510	0.0010	0.2503	0.0003	0.2610	0.0110	0.2534	0.0034
오차 평균	0.0102		0.0097		0.0084		0.00356	

신호 대 잡음비가 -8 dB인 경우의 시뮬레이션 결과는 Table 3에서 확인할 수 있듯이 힐베르트를 이용한 방법의 경우 오차의 크기가 상대적으로 작음을 알 수 있다. 이러한 이유는 Fig.11과 같이 소음으로 인해 신호의 구분하기 힘들어지면 이는 Fig.12에서 보이는 상관관계 등의 최대값이 작고 주변 값들과의 차이가 모호함을 알 수 있다. 이렇듯 신호의 본래 파형을 소음이나 다른 원인에 의해 구분하기 힘들어지게 되면 상관관계를 이용한 결과의 오차는 증가 하게 된다.

힐베르트 변환의 부호 변환점은 상호 상관 함수의 최대값의 시간 인덱스를 기준으로 설정한 이유로 상호 상관 함수의 시간 지연 추정 오차가 커짐에 따라 그에 따른 힐베르트 변환의 부호 변환점을 이용한 방법도 오차가 커지게 된다. 하지만 이와 달리 포락선의 힐베르트 변환은 이론적으로 하나의 부호 변환점을 가지기 때문에 소음이 큰 환경이더라도 신호의 구분이 가능하다면 작은 오차값의 시간 지연이 가능함을 시뮬레이션 결과를 통해 확인 할 수 있다.

#### 4.2 위상 변화된 신호에 대한 시뮬레이션

송신기에서 방출된 음파 신호는 수신기까지 전파되는 과정에서 해지면, 해수면을

비슷한 여러 환경에 의해 반사, 투과되어 위상이 변하게 되는 것은 일반적이다. 이번 절에서는 간단한 환경에 대한 반사 신호를 모의하고 반사되어 수신된 신호의 시간 지연을 추정하는 시뮬레이션을 보인다.

해수면에서 반사된 신호에 대한 시뮬레이션 환경은 Fig.13과 같다. 여기서  $\rho_1 = 1024 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_1 = 1500 \text{ m/s}$ 의 물성치를 가진 해수로 가정하였고 해수면의 경우 파도에 의한 굴곡이 없이 평평하며 공기의 물성치는  $\rho_2 = 1 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_2 = 300 \text{ m/s}$ 로 가정하였다. 송신기와 수신기의 깊이는 각각  $40 \text{ m}$ ,  $66 \text{ m}$ 로 설정하였으며, 송신기와 수신기의 수평 거리는  $106 \text{ m}$ 로 설정하였다.

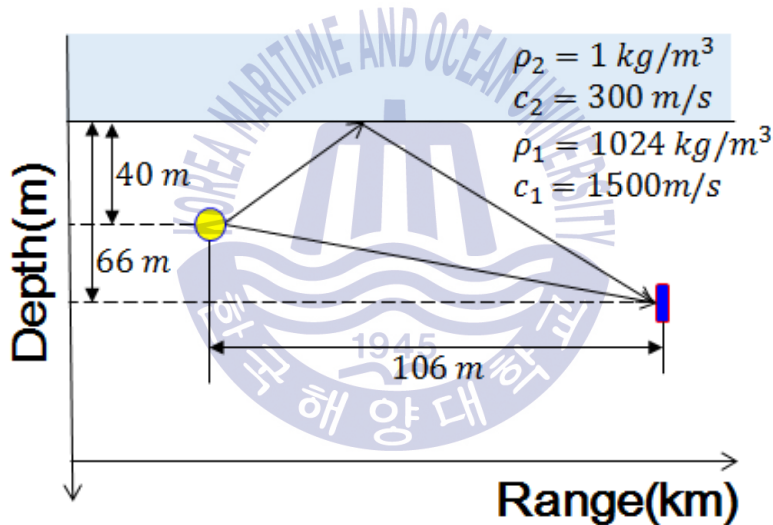


Fig.13 Environmental conditions of the simulation for the surface reflection

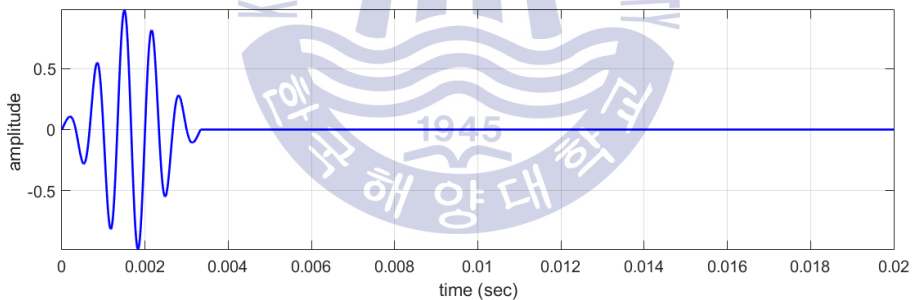
해수면에 대한 입사각과 반사각은 반사의 법칙에 의거하여 같아야 하므로 시뮬레이션 환경의 경우 입사각과 반사각은  $45^\circ$  임을 알 수 있다.

시뮬레이션 신호를 모의하기 위해 해수면에 대한 반사계수와 반사로 인한 위상의 변화는 다음과 같다.

$$R = \frac{\rho_2 c_2 \cos\theta_i - \rho_1 c_1 \cos\theta_t}{\rho_2 c_2 \cos\theta_i + \rho_1 c_1 \cos\theta_t} \quad (29)$$

$$\Phi = \tan^{-1}\left(\frac{\rho_1 c_1 \cos\theta_t}{\rho_2 c_2 \cos\theta_i}\right) \quad (30)$$

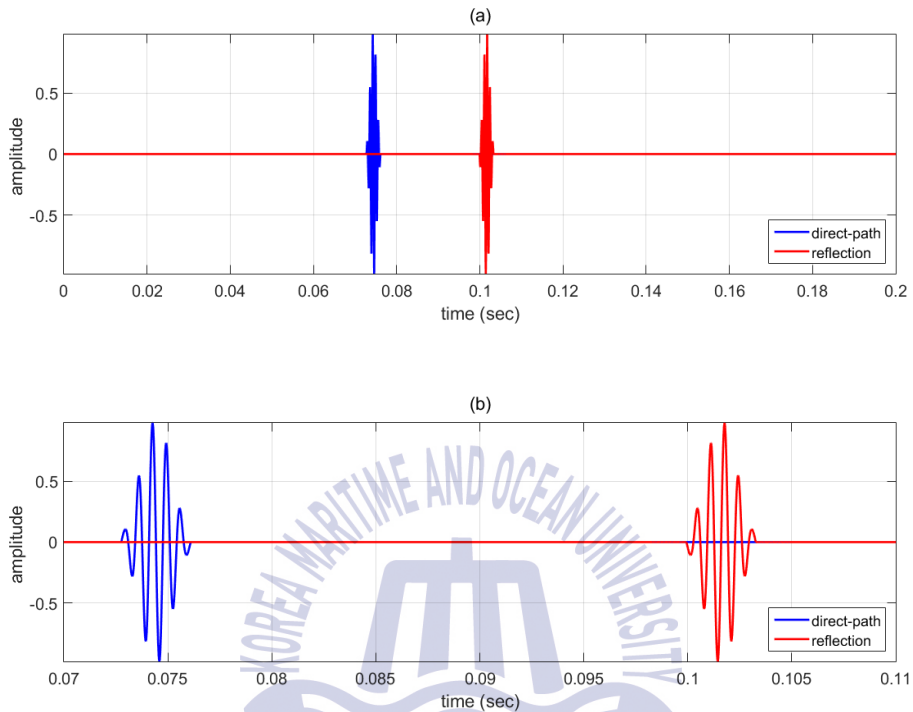
식(29)와 식(30)에서  $\theta_i$ 는 입사각,  $\theta_t$ 은 굴절각이며 이는 스넬의 법칙에 근거하여 쉽게 계산할 수 있다.  $\rho_1$ 과  $c_1$ 은 입사하는 매질의 밀도와 음속,  $\rho_2$ 와  $c_2$ 은 반사 또는 굴절되는 매질의 밀도와 음속을 의미한다. 해수면의 반사파에 대한 시뮬레이션 환경에서는  $R \approx -1$ 로 전반사이며,  $\Phi \approx \pi$ 로 위상의 변화가 있음을 알 수 있다.



**Fig.14** Source signal in simulation

시뮬레이션에서 모의한 송신신호는 Fig. 14와 같이 중심주파수 1.5 kHz의 해밍 윈도우가 적용된 CW신호이며 신호 길이는 5파장이다. 수신 신호는 상대적으로 경로가 짧은 직접경로의 신호와 반사된 신호가 모의되었으며 반사된 신호의 경우 반사로 인한 위상변화가 고려되었음을 Fig.15를 통해 확인할 수 있다. 시뮬레이션의 목적은 시간 지연 추정 방법에 대한 검증 및 성능 비교이므로 모의한 수신 신호는 전달 손실 및

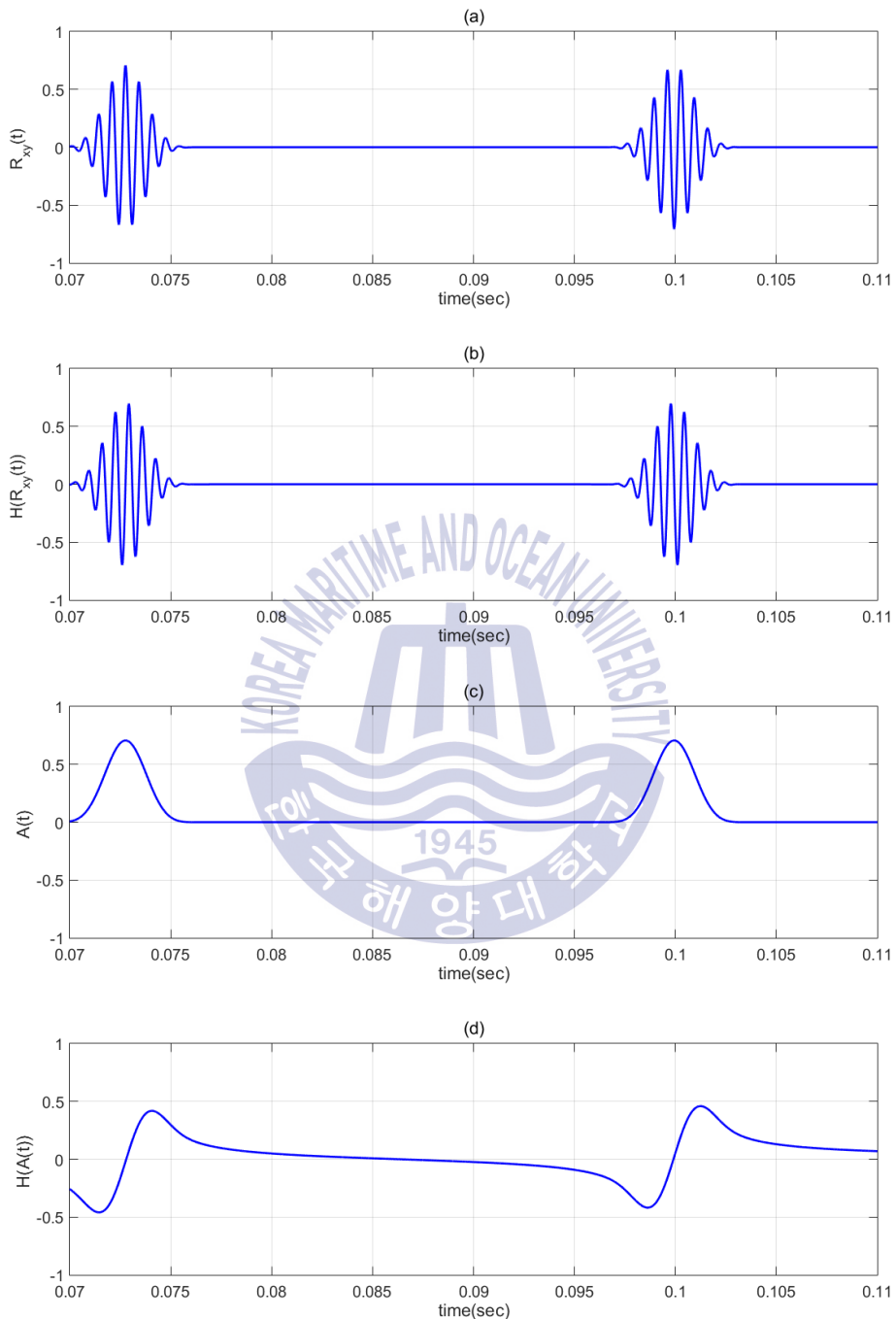
반사 손실 등의 에너지 손실이 없으며 동일한 파워와 SNR로 가정하였다.



**Fig.15** Received signal in simulation for the surface reflection

반사파의 위상 변화를 쉽게 확인 할 수 있도록 Fig.15(a)의 확대한 결과를 Fig. 15(b)에 도시하였다. 두 경로의 수신신호에 대한 시간추정 결과는 Fig.16과 Table 4를 통하여 확인 할수 있다.

Table 4를 통해 송신기와 수신기 사이의 거리를 계산하여 산정한 지연시간과 시간 추정 방법을 이용하여 구한 추정값의 오차가 없음을 알 수 있다. 상호 상관과 힐베르트 변환의 부호 변환점을 이용한 시간 추정방법에서 오차가 없는 이유는 반사되어 수신된 신호의 경우 위상의 변화가 발생하였지만 식(20)과 식(22)를 통해 위상의 변화가  $\pi$ 인 경우는 위상의 변화가 없는 것과 부호만 다름을 알 수 있고, 이는 시간 지연 추정에 영향을 주지 않기 때문이다. 포락선을 이용한 시간 추정의 경우 식(27)을 통해 확인 하였듯이 위상의 변화에 영향을 받지 않기 때문에 오차가 없음을 알 수 있다.

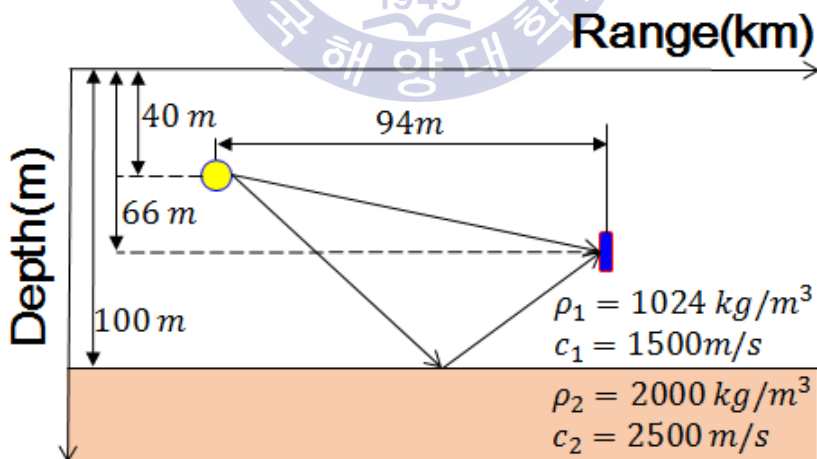


**Fig.16** Output of estimates for surface reflected wave  
 (a) Cross-correlation (b) Zero-crossing of Hilbert-transform  
 (c) Envelope of cross-correlation (d) Hilbert-transform of envelope

**Table 4** Time delay estimates for surface reflection

	Time Delay1 ( $T_1$ )	Error 1 $ \Delta T_1 $	Time Delay2 ( $T_2$ )	Error 2 $ \Delta T_2 $
Cross-correlation	0.0728	0.0000	0.0999	0.0000
Zero-crossing of Hilbert-transform	0.0728	0.0000	0.0999	0.0000
envelop	0.0728	0.0000	0.0999	0.0000
Hilbert-transform of envelope	0.0728	0.0000	0.0999	0.0000

해수면에 대한 반사의 경우 해수와 공기의 밀도차가 클 뿐만 아니라 음속의 차이도 크기 때문에 일반적으로 전반사로 생각하는 것이 일반적이다. 하지만 해저면의 경우 해수면과 달리 밀도와 속도의 비와 신호의 입사각도에 따라 전반사 발생 여부가 결정되어진다. 해저면 반사에 대한 시뮬레이션 환경은 해수면부터 해저면까지의 깊이는 100 m로 가정하였으며 송신기와 수신기의 깊이와 각각 40 m, 66 m이며 수평거리는 94 m로 설정하였으며 Fig.17은 이러한 환경을 보인다.



**Fig.17** Environmental conditions of the simulation for the bottom reflection

해저면의 밀도와 음속은  $\rho_2 = 2000 \text{ kg/m}^3$ , 음속  $c_2 = 2500 \text{ m/s}$  이며 송신 신호는 해수면 반사의 경우와 동일한 5과장 길이의 중심주파수 1.5 kHz의 해밍 윈도우가 적용된 CW신호를 사용하였다. 시뮬레이션 환경의 밀도와 음속은 식(29)와 식(30)을 통해 Fig.18과 같은 입사각도에 따른 반사계수와 Fig.19의 반사에 따른 위상변화를 결정한다. 임계각보다 큰 입사각의 경우 전반사 현상에 대하여 Fig.18에서 반사계수를 1로 나타내었지만 실제 반사계수는 복소수의 크기가 1이고 위상이 변하게 된다. 시뮬레이션 환경에서 반사파의 입사각이 임계각인 약  $36.87^\circ$  보다 큰  $45^\circ$  이므로 전반사이며, 이때 위상의 변화가  $\pi/6$ 만큼 발생함을 알 수 있다. 위상이 변화된 반사신호와 직접경로의 신호는 Fig.20에서 볼 수 있다.

Fig.21과 Table 5는 Fig.20의 두 신호에 대한 시간 지연 추정을 각각의 방법에 따라 시뮬레이션 한 결과이다.

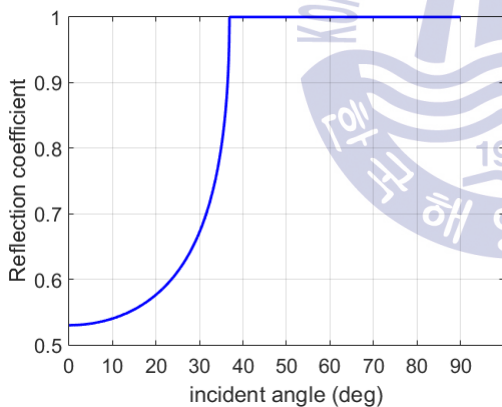


Fig.18 Reflection coefficient

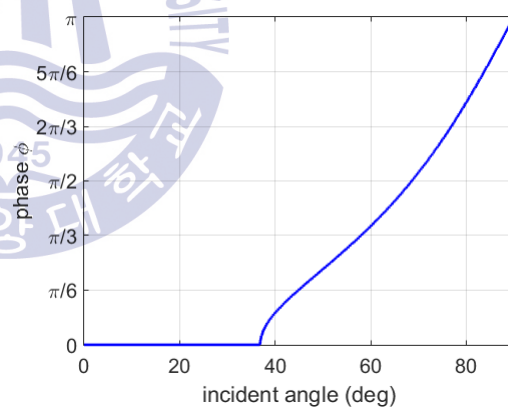


Fig.19 Reflection phase change

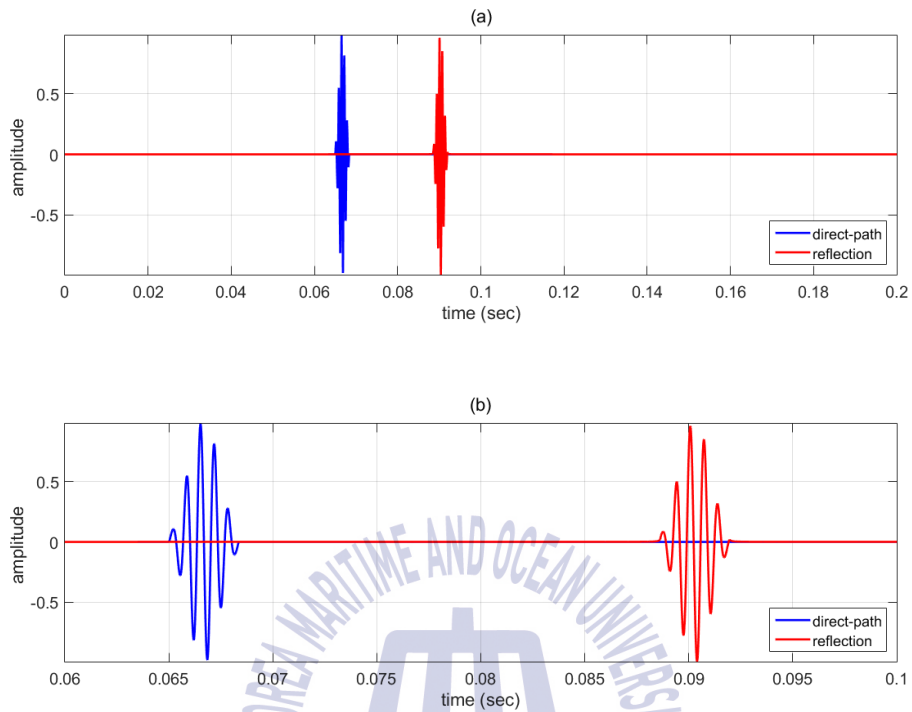
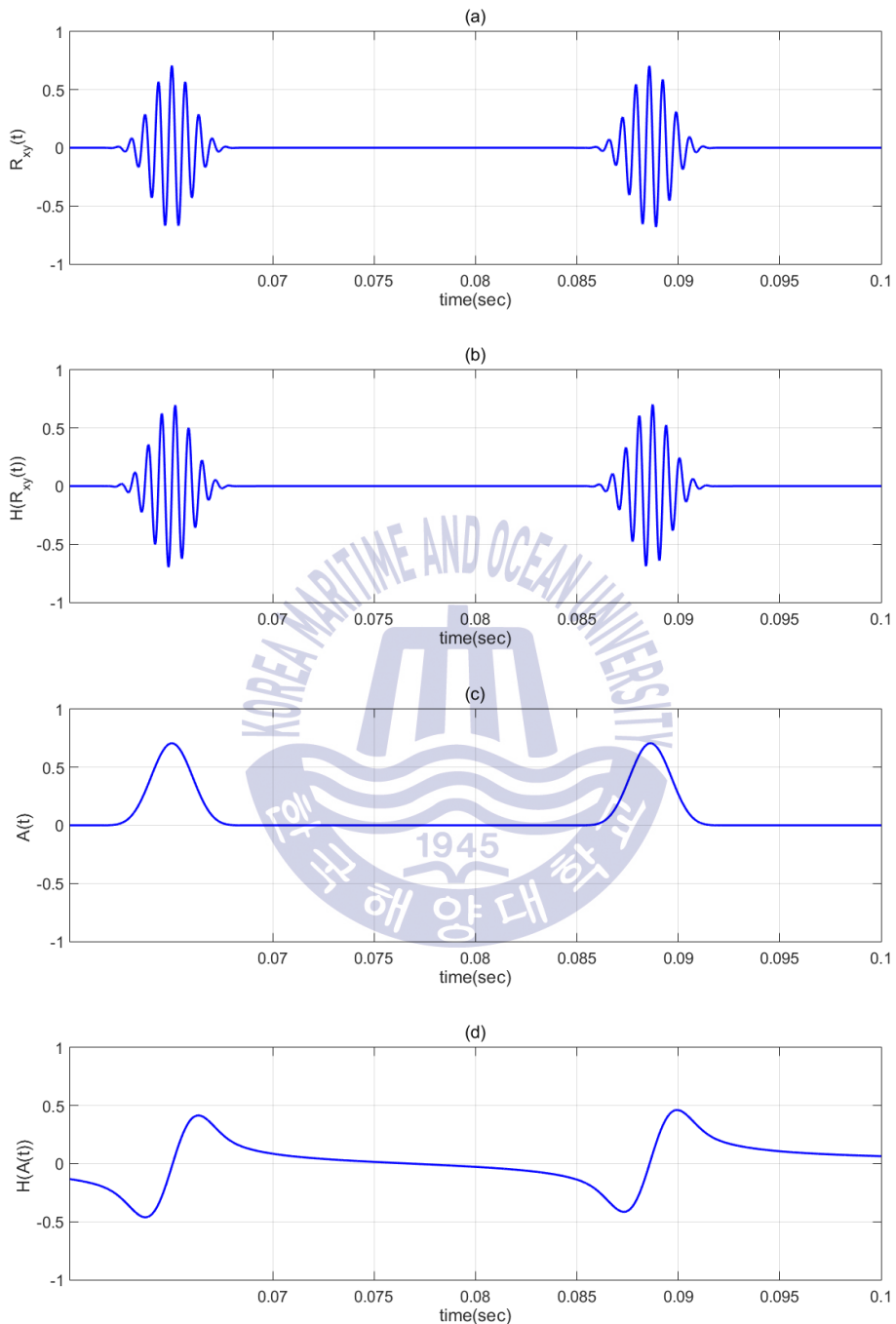


Fig.20 Received signal in simulation for the bottom reflection

Table 5 Time delay estimates for bottom reflection

	Time Delay1 ( $T_1$ )	Error 1 $ \Delta T_1 $	Time Delay2 ( $T_2$ )	Error 2 $ \Delta T_2 $
Cross-correlation	0.06502	0.0000	0.08857	0.0006
Zero-crossing of Hilbert-transform	0.06502	0.0000	0.08857	0.0006
envelop	0.06502	0.0000	0.08862	0.0000
Hilbert-transform of envelope	0.06502	0.0000	0.08862	0.0000





**Fig.21** Output of estimates for bottom reflected wave  
 (a) Cross-correlation (b) Zero-crossing of Hilbert-transform  
 (c) Envelope of cross-correlation (d) Hilbert-transform of envelope

Table 5에서 확인 할 수 있듯이 상호 상관을 이용한 방법과 힐베르트 변환을 이용한 방법은 위상이 변한 신호에 대해 오차가 발생하였다. 0.1 ms 단위의 오차 크기가 주기의 1/12을 반올림 한 값과 같음은 위상이  $\pi/6$ 만큼 변화되었기 때문에 오차가 발생하였음을 나타낸다. 반면에 시뮬레이션 결과를 통해 반사된 신호만 위상이 변한 경우에도 포락선을 이용한 방법과 포락선의 힐베르트 변환을 이용한 방법 모두 시간 지연 추정의 정확도가 높음을 확인 할 수 있다.



## 제 5 장 결론

음향 신호 처리에서 시간 지연 추정은 다양한 분야에서 현재 많이 이용되고 있지만 정확한 시간 지연 추정은 이루지 못하고 있기에 수십년 전부터 오늘날 까지 많은 연구가 이루어지고 많은 알고리즘과 방법이 제시되고 있다.

음향 신호 처리를 위해 아날로그 신호를 디지털 신호로 변환 및 저장할 때 발생하는 샘플링 주기에 의한 문제점은 다양한 보간법과 FFT 알고리즘이 개발됨에 따라 더 나은 시간 지연 추정치를 도출 할 수 있게 되었지만 보간법의 경우 계산 과정의 간단함에 반해 신호 대 잡음비가 좋지 못하는 경우 오차의 크기 커지는 단점이 있고 FFT 프루닝과 같은 FFT 알고리즘의 변환은 모든 상관함수 샘플을 필요로 하며 계산 과정이 복잡한 단점을 지고 있다(Tamim & Ghani, 2009). 또한 위상 변화 된 신호는 물체의 특성을 조사하는데 중요하게 이용되지만 시간 지연 추정의 경우 오차를 발생하게 하는 요인 중 하나이다.

본 논문에서는 시간 지연 추정에서 위상 변화된 신호와 샘플링 주기에 의한 문제점을 보완한 시간 지연 추정 방법에 대하여 수학적으로 제시하고 제시한 방법을 통해 상호 상관과 힐베르트 변환을 이용한 방법에 비해 성능이 개선되었음을 시뮬레이션 수행 결과로 보였다.

높은 신호 대 잡음비의 경우 신호와 소음의 구분이 쉬울뿐더러 수신 신호와 송신 신호와의 유사성이 크기 때문에 포락선을 이용한 방법과 상호 상관을 이용한 방법의 차이는 매우 작았다. 하지만 신호 대 잡음비가 낮아질수록 수신 신호와 송신 신호간의 유사성이 작아짐에 따라 오차가 커지는 반면 포락선을 이용한 경우 오차의 증가율이 상대적으로 작음을 확인 할 수 있다. 힐베르트 변환의 부호 변환점의 경우 좀 더 오차율이 줄어들음을 확인 할 수 있는데 이러한 이유는 실제 지연 시간의 포인트가 샘플링 주파수의 문제로 인해 정확하지 못하여 두 신호가 정확하게 겹쳐지지 않는 경우이다. 즉, 디지털 신호의 샘플링 간격으로 인해 실질적인 포락선 또는 상관관계의 최대값이 되는 기록되

지 못하는 문제의 경우 힐베르트 변환의 부호 변환점을 이용한 방법으로 개선 가능성을 알 수 있다.

또한 위상 변화된 신호의 경우 상호 상관과 힐베르트 변환을 이용한 추정의 경우 소음이 없음에도 불구하고 위상의 변화에 따른 오차가 일정하게 발생함을 알 수 있다. 반면에 포락선을 이용한 방법의 경우 시뮬레이션 결과를 통해 위상의 변화에 관계없이 시간 지연 추정이 가능함을 알 수 있고 이는 수학적으로도 증명하였다.

본 논문에서는 많은 환경적 요소와 시간 지연 추정에 오차를 발생하는 많은 요소 중 소음의 세기와 위상 변화, 데이터 샘플링 간격에 의한 문제를 보완하기 위한 방법을 제시하였다. 많은 요소 중 극히 일부만 고려된 방법이지만 작은 수조에서의 실험과 같은 환경적 변화가 작은 실험에서 적용하였을 경우 매우 유용할 것이다.



## 참고문헌

- [1] Zhong, S., Xia, W., Song, J., & He, Z. 2013. Super-resolution time delay estimation in multipath environments using normalized cross spectrum. *In Communications, Circuits and Systems (ICCCAS), 2013 International Conference on*, Vol. 1, pp. 288-291, IEEE.
- [2] Knapp, C., & Carter, G. 1976. The generalized correlation method for estimation of time delay. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 24(4), 320-327.
- [3] Chen, J., Huang, Y., & Benesty, J. 2005. Time delay estimation via multichannel cross-correlation [audio signal processing applications]. *In Proceedings.(ICASSP'05). IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005*. Vol. 3, pp. iii-49. IEEE.
- [4] Tamim, N. S. M., & Ghani, F. 2009. Hilbert transform of FFT pruned cross correlation function for optimization in time delay estimation. *In Communications (MICC), 2009 IEEE 9th Malaysia International Conference on*. pp. 809-814. IEEE.
- [5] Moghaddam, P. H., & Amindavar, H. 1998. A new algorithm for multipath time delay estimation in low SNR using MLE method. *In Underwater Technology, 1998. Proceedings of the 1998 International Symposium on*. pp. 35-38. IEEE.
- [6] Salam, A. O. A. 1998. Assessment on Using The Hilbert-Transform for Time Delay Estimation. *Proceedings IWSSIP'98*, pp. 266-276.
- [7] Cabot, R. 1981. A note on the application of the Hilbert transform to time delay estimation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 29(3), 607-609.

- [8] Chen, J., Benesty, J., & Huang, Y. 2003. Robust time delay estimation exploiting redundancy among multiple microphones. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 11(6), 549-557.
- [9] Bulmer, M. G. 2003. *Francis Galton: pioneer of heredity and biometry*. JHU Press.
- [10] Benesty, J., Chen, J., & Huang, Y. 2004. Time-delay estimation via linear interpolation and cross correlation. *IEEE Transactions on speech and audio processing*, 12(5), 509-519.
- [11] Klingspor, M. 2015. *Hilbert transform: Mathematical theory and applications to signal processing*.
- [12] Spilker, J. J., & Magill, D. T. 1961. The delay-lock discriminator—an optimum tracking device. *Proceedings of the IRE*, 49(9), 1403-1416.
- [13] Duoandikoetxea, J. 2001. *Fourier analysis, volume 29 of Graduate Studies in Mathematics*. American Mathematical Society, Providence, RI.

